

문제해결 학습을 위한 수학 교실 문화

박 성 선 (한국교원대학교)

I. 서 론

복잡하고 다변화하는 고도의 정보화 사회인 현실에서 문제해결 능력은 매우 중요한 요소이다. 특히, 수학과 관련된 수학적 문제해결은 더욱더 그 중요성이 커지고 있다. 전미수학교사협의회(NCTM)에서 문제해결은 1980년대의 학교 수학의 초점이 되어야 한다고 권고한 이래, 문제 해결은 최근까지도 수학교육의 주된 대상인 동시에 목표가 되고 있다.

이러한 추세에 따라, 우리나라에서도 1980년에 제4차 교육과정 개편과 더불어 문제해결을 교육과정과 교과서에 반영하여 지도하도록 하였으며, 1992년에 개정 공포된 제6차 교육과정에서도 문제해결에 관한 지도 내용을 학년별로 제시하여 구체화하였다. 1997년에 발표된 제7차 교육과정에서도 문제해결을 학년별로 제시하여 더 한층 강조하고 있으며, 특히 문제를 합리적으로 해결하는 태도면을 강조하였다.

지금까지 우리의 수학교육에서 문제해결 수업은 주로 학생들이 문제를 잘 해결하게 하는 것으로 인식되어 왔다. 즉, 시험이나 평가에서 좋은 점수를 얻는 것만으로 인식되어 왔다. 학교 현장에서는 여러 환경적인 요인들과 맞물려 교사 중심으로 교사의 방식에 의해 아동에게 일방적으로 문제풀이식의 수업이 이루어지고 있다. 그러나, 문제해결 수업에서 가장 중요시되어야 할 점은 문제해결을 통하여 수학을 이해하는 것이다. 이러한 관점은 “수학적 개념과 기능은 문제해결 상황에서 학습되어야 한다는” NCTM(1987)의 권고에서도 잘 나타난다.

문제 해결 수업에서 문제를 잘 풀게 하는 단순한 방법을 강조하는 수업에서는 수학의 이해를 보장하지 못할 수 있다. 예를 들어, “군용버스 한대에는 36명이 탈 수 있다. 군인 1128명이 버스를 타고 훈련소에 가려고 한다. 버스는 모두 몇 대나 필요한가?”와 같은

문제를 4학년과 5학년 아동들에게 풀게 하였다. 그 결과, 75%의 아동들이 “31과 나머지 12”라고 답하였다. 이들은 다음의 문제를 해결하는데 다음의 4단계를 거쳐서 해결하였다: (1) 문제를 읽기, (2) 수와 적합한 연산을 선택하기, (3) 연산을 계산하기, (4) 답을 쓰기. 이것은 아동들이 문제를 충분히 이해하지 않고서, 단지 문제의 유형만을 보고 문제에 제시된 단어(key word)와 숫자를 조합하여 해결했음을 의미한다. 따라서, 효과적인 문제해결 수업이 되기 위해서는 추론, 논의와 같은 과정들이 포함되어야 할 것이다. 학생들은 문제를 해결하고 난 후에, 어떻게 그런 결론을 얻었는지 그리고 문제에 적용한 접근방법이 왜 타당한지에 대한 자신들의 근거를 설명해 보게 하는 과정이 포함되어야 한다.

지금까지 수학이 이루어지는 교실은 그저 학습이 일어나는 장소로만 여기고, 교실 내에서 발생되는 인지적 측면에만 초점을 맞추고 있다. 이에 Schoenfeld(1987)는, 일반적으로 학교 수업에서는 학생들에게 수학의 사실과 절차에 대한 지식 습득만을 목표로 하는 학습이 대부분 이루어지고 있고, 수학이 행해지는 것에 대한 전반적인 분위기에 대한 학생의 느낌과 그에 따른 행동은 거의 간과되어지고 있다고 지적하고 있다. 학급 안에서 교사와 학생들이 함께 학습하는 교실 환경은 하나의 사회이며, 이 안에서도 사회 문화처럼 하나의 학습 문화를 형성한다. 더 나아가 수학이라는 특정 교과에 대한 수학 교실문화를 지니게 된다. 이런 수학학습 문화는 바로 학생이 수학적 사실과 절차를 학습하는 방법과, 배운 수학을 어떻게 활용하는가 또는 학습 과정에서 수학에 태도를 결정하는데 중요한 역할을 끼치게 된다.

따라서, 본 고에서는 문제해결 수업에서 교실 문화가 수학 학습에 어떤 영향을 미치는지를 살펴보고, 수학적 문제해결 학습에 도움이 되는 교실 문화에 대하여 논의하고자 한다.

II. 문제 해결의 교수·학습 방법

오늘날 문제해결이 교육과정에서 중요한 역할을 해야 한다는 점에는 이견이 없을 것이다. 문제해결의 교수·학습에 대한 접근 방법은 다음의 세 가지로 크게 구분할 수 있을 것이다(Schroeder & Lester, 1989). 즉, (1) 문제해결에 대한 수업, (2) 문제해결을 위한 수업, (3) 문제해결을 통한 수업이 그것이다.

먼저, 문제해결에 대한 수업(teaching *about* problem solving)은 문제를 해결하기 위한 전략에 초점을 둔지를 말한다. 예를 들어, 문제해결에 대한 수업을 하는 교사는 Polya(1973)의 문제해결 모델과 같은 문제해결 4단계를 강조하는 것이다. 잘 알려진 바와 같이, 이 모델은 수학 문제를 해결하는 단계를 문제의 이해, 계획의 수립, 계획의 실행, 검토의 4단계로 규정하고 있다. Polya에 따르면, 이 네 단계를 온전하게 학습한 학생들은 문제해결 전문가가 행하는 문제해결 과정을 학습하는 것이며, 스스로 문제를 해결할 때 이 네 단계를 통하여 문제를 해결할 수 있다. 또한, 문제해결에 대한 수업에서는 문제해결 전략을 강조한다. 예를 들어, Lenchner(1983)의 문제해결 전략, Krulik & Rudnik(1987)의 문제해결 과정을 학습하게 한다. 이러한 전략에는 패턴 찾기, 비슷한 유형의 문제 찾기, 거꾸로 풀기, 그림 그리기 등과 같은 여러 전략들이 포함된다. 결국, 문제해결에 대한 수업에서는 실제로 문제를 해결하는 과정을 학습시킨 뿐만 아니라, 문제를 해결하는 방법에 대한 구체적인 논의와 그것에 대한 경험이 포함된다.

둘째, 문제해결을 위한 수업(teaching *for* problem solving)은 적용에 초점을 둔다. 즉, 학습한 수학적 내용을 정형적이거나 비정형적인 문제에 적용하는데 초점을 맞춘다. 수학 학습에서 수학적 지식의 획득이 가장 중요한 것이지만, 수학 학습의 본질적인 목표는 그것을 사용하는 것으로 보는 관점이다. 결과적으로, 이 수업에서 학생들은 많은 수학적 개념과 구조의 예들을 학습한 뒤에 그것을 문제를 해결하는데 적용할 수 있는 많은 기회를 갖는다. 이 접근 방법에서는 학습한 수학적 지식을 적용할 수 있는 상황으로 실생활 문제를 주로 사용한다. 예를 들어, 문제해결을 위한 수업에서는 계산 기능이나 알고리즘을 도입하고, 해결 방법을 예시하기 위하여 보기 문제를 제시한 후에, 연습하

기 위한 유사문제를 그 후에 제시하여 풀게 한다.

셋째, 문제해결을 통한 수업(teaching *via* problem solving)은 적용을 중히 여기지만, 이미 정의된 수학을 단순히 사용하는 것이 아니라, 오히려 이 접근 방법은 문제를 새로운 수학적 아이디어를 학습케 하기 위한 수단으로, 이미 구성된 수학적 개념과 새로운 아이디어를 연결하기 위하여 사용한다. 즉, 새로운 수학적 개념, 수학적 관계를 조사하거나 또는 더 깊은 수학적 아이디어를 조사하기 위하여 문제가 사용될 수 있다. 즉, 문제해결을 통한 수업에서, 문제는 수학 학습을 위한 목표일뿐만 아니라, 수학 수업의 중요한 수단이 된다. 이러한 수업에서는 학습시키고자 하는 주제의 중요한 측면을 잘 구현하고 있는 문제로부터 시작하여, 문제를 해결하는 과정에서 수학적 아이디어나 수학적 개념을 학습하며, 그에 따라서 수학적 기법이 개발된다. 따라서, 이 수업에서는 수학 수업에서 학습한 수학적 개념이나 원리를 실생활 문제에 적용하는 것보다는, 실생활에서 수학적 아이디어를 개발시킬 수 있는 문제를 정의하고 구현하는 과정이 우선된다.

그러나, 전미수학교육협의회(NCTM)에서 계획한 문제해결의 의미는 단순한 문제 해결을 위한 또는 문제 해결에 대한 수업이 아니라, 학생들이 문제 해결을 통해서 수학을 구성하는 것에 초점을 두고 있다. 즉, 문제 해결 자체에 초점을 맞추는 대신에 수학적 이해에 초점을 맞추는 것이다. 그렇게 함으로써, 수학을 단순히 문제해결을 위한 도구로 보는 관점에서 사고하는 과정 또는 경험을 조직하는 과정으로 보는 보다 광범위한 개념으로 볼 수 있을 것이다. 그렇다고 해서, 문제해결의 중요성이 적어지는 것은 아니다. 이 때의 문제해결은 교육과정에서 문제해결의 역할이 특정한 개념이나 기능을 학습한 후에 참여하는 것이 아니라, 이전에 학습한 것을 바탕으로 새로운 수학적 지식과 과정을 획득할 수 있는 수단으로 바뀌어야 한다.

결국, 수학 교육에서 문제해결의 교수·학습은 문제 해결의 과정을 통해서 보다 확실한 수학적 지식과 수학적인 사고를 정착시키는데 목적이 있다고 볼 수 있다. 따라서 학생들의 문제해결력을 신장시킬 수 있는 교수·학습 방법으로 여러 가지 대안이 제시될 수 있으나, 가장 중요한 것은 현재의 교사 중심적이며 일방적으로 흐르는 교실 학습 문화의 변화가 중요하다고 하겠다.

Lenchner(1983)는 문제 해결에서는 해결 과정이 즉각적으로 명백히 드러나지 않기 때문에 해에 이르기 위해서는 문제해결자의 창조적이고 독창적인 아이디어가 요구되는 장면으로 규정하고 있다. 따라서 문제해결력 신장을 위해서는 지나치게 많은 훈련과 연습은 올바른 길이 아니며, 문제해결 전략 그 자체가 문제해결을 보장해주지 않는다고 보았다. 따라서 우선적으로 고려되어야 할 것은 학습자 자신이 자신의 능력을 계발하고 발견할 수 있도록 하는 학습 분위기, 즉 학습문화를 만들어주는 것이 필요한 것이다.

III. 변해야 할 수학 교실의 문화

학교 현장에서 학급별로 수학에 대한 아동들의 사고를 조사해 본 결과, 수학에 대해 인식하는 태도가 학급별로 달랐다(Schoenfeld, 1990). 이는 모든 환경적 요인을 포함한 교실 문화의 차이로 볼 수 있는 것이다. 어떤 학급에서는 가장 흥미있는 교과로 수학을 선택한 반면, 어느 학급에서는 가장 싫어하는 교과로 선택하였고, 또 다른 학급에서는 생활에서 가장 필요한 교과로 수학을 선택하였다. 이것은 각 학급마다 독특한 수학 교실 문화가 형성되어 있으며, 결국에는 수학 교과에 대한 태도에 큰 영향을 미쳤다는 것을 의미하는 것이다.

즉, 부정적인 수학 교실 문화는 아동들에게 수학 자체에 대하여 잘못된 관점을 갖게 할 수 있으며, 수학적 문제해결에도 안 좋은 영향을 끼치게 된다. 예를 들어, 어떤 수학 교실에서, 문장제는 언제나 정답을 갖고 있으며 그 정답은 문제에서 주어진 수들을 적당히 조작하여 얻어진 것이라고 생각하는 교실 문화가 형성되었다면, 이러한 문화는 수학 학습 전체에 악영향을 미칠 수 있다.

Silver(1994)는 수학 교실을 수학적 아이디어에 대한 의사소통이 풍부하게 일어나는 곳으로써, 교사와 학생이 진정으로 수학적 실행에 참여하는 장소로 설명하였다. 이것은 학생들이 서로 공개된 방법으로 협동해서 공부하고 수학적 사고와 추론이 이루어지는 장소가 되어야 한다 점을 지적한 것이다. 이런 긍정적인 교실 문화가 정착된다면 학습의 효과는 당연히 커질 것이며, 더 나아가 종합적인 사고력 신장 및 학습에 대한 태도

자체의 변화까지도 일으킬 수 있다.

전평국(1999)도 수학 교실은 학생들이 능동적이고, 적극적으로 참여할 수 있는 환경으로 변화되지 않으면 안되며, 교실 문화는 교사 중심이 아닌 학생 중심으로 전환되어야 한다고 하면서, 변해야 할 수학 교실 문화를 다음과 같은 두 가지 측면에서 논의하였다.

첫째, 수학을 행하는 교실이다. 수학을 행한다는 것은 학생들이 수학적 탐구에 적극적이고 능동적으로 참여하여 수학적 지식을 획득하는 것을 말한다. 교사 중심의 수학 교실에서는 수학을 행할 수 있는 문화로 설정되지 못할 것이다.

둘째, 수학적 의미가 협상되고 조정될 수 있는 교실이다. 수학적 개념이나 원리가 교사에 의하여 일방적으로 절대적 진리인양 학생에게 전달된다면, 학생들은 자신들의 독창적인 아이디어를 생각해낼 수 없게 될 것이다. 따라서, 수학적 의미가 수학적으로 참인가에 대한 논쟁을 통하여 그 의미가 협상되고 조정되는 사회적 활동이 수학 교실에서도 이루어져야 한다.

IV. 수학적 문제해결을 위한 수학 교실 문화

수학 교실을 학습자가 적극적으로 참여하는 곳으로 본다면, 문제해결에서 문제는 이제 더이상 완벽하게 정의되고 정해진 방법으로만 해결되는 것이 아니며, 문제해결도 여러 가지 복잡한 정신활동을 통하여 이루어지는 것이다. 이러한 점에서 문제해결은 수학자나 과학자들이 수행하는 것과 같이 수학 학습에서의 하나의 실행(practice)으로 인식되어야 한다. 즉, 학습자는 개념적 지식을 학습하기보다는 전문가들이 과제를 수행할 때 사용하는 과정을 학습해야 한다(Lave, Smith, & Butler, 1989).

앞에서 지적한 대로, 어떤 접근방법으로 문제해결 수업을 하는 것보다 바람직한 수학 교실 문화의 조정이 더욱 중요하다. Schoenfeld(1985)는 문제해결 학습에서 문제해결 능력에 필요한 학습자의 특성을 다음과 같이 네 가지로 들고 있다.

- 수학적 자원: 문제를 해결하는 필요한 수학적 지식 (예를 들어, 개념, 사실, 절차에 관한 지식)
- 발견술: 문제를 해결하는 필요한 전략이나 기법

- 수학적 자원과 과정을 관리하는데 필요한 통제 기제
- 신념 체계: 수학의 본질이나 개인에 대한 신념

이들 특성들의 각 요소들은 서로 통합적으로 작용하게 된다. 이들은 학습을 통해 형성되거나 학습 과정 속에서 동화되어 무의식적으로 형성되기도 한다. 이들 각 요소들은 학습했던 당시의 교실 문화에 큰 영향을 받게 되는 것들이다. 특히, 이 중 네번째로 들어 있는 신념은 주로 학습하고 있는 교실에서의 문제해결 학습 상황 속에서 형성되며, 문제해결에 큰 영향을 미친다. 따라서 수학 수업은 긍정적인 교실 문화를 형성하여 학습자들이 그 문화에 적응해가면서 자신의 수학과 및 수학 학습 태도를 형성되게 해야 한다.

Schoenfeld(1987)는 수학적으로 사고하는 것을 학습하는데에도 문화적 요소가 크게 작용하며, 학생들이 '수학자가 된다'는 것은 수학자의 심미안을 개발 또는 내면화하는 것이라고 말한다. 즉, 수학적으로 사고하는 것을 학습케 하는 것은 수학의 형식적 절차를 학습함으로써 개발되는 것이 아니라, 적당한 가치가 어떤 문화의 일상적인 실천 속에 반영된 그런 문화 속에 거주함으로써만 획득된다고 하였다. 이것은 문화속에서의 참여, 즉 문화화(enculturation)를 강조한 상황인지론이나 상황학습에서 주장과 일치하는 것이다(Lave & Wenger, 1991).

또한 수학을 수학적 도구로서 학습하는 것과 수학을 의미 찾기 활동으로 수학을 바라보는 것은 그 관점에 따라 교실 문화 및 학습 태도 등이 모두 달라지기 마련이다. 따라서, 올바른 수학 교실 문화에서는 아동들이 '수학자'가 되어 수학자가 하는 방식으로 수학을 창조하고 토론하고 서로의 의견을 나누어야 한다. 아동들의 활동에는 발명과 발견이 포함되며 수학적 진리를 배우는 것이 아니라 아동 스스로 수학을 행하는 것이 되어야 한다.

아동에게 교실에서의 학습은 구경하는 것이 아니라 참여하는 것임이 반드시 인식되어져야 한다. 수학 교실 안에서는 학습자들이 서로의 지식을 상호간 교류할 수 있도록 만들어 주어야 하며, 새로운 정보와 경험에 각자 능동적으로 적용할 수 있는 분위기가 조성되어야 한다. 다양하고 활기찬 교수·학습의 전개를 통해 문제 설정 및 문제 해결 능력의 함양과 함께 유연하며 확산적인 사고력을 육성하고 아동들의 흥미 및 관심을

환기시켜 주체적인 자주 학습을 가능케 해야 한다. 또한 학습자의 문제해결에 대한 적극적인 의지나 흥미를 개발시켜주어야 한다. 무엇보다도 교사는 효과적인 학습을 위해 교실 문화를 창조하는 주체자로서 격려의 분위기를 통해 학생들이 다양한 아이디어를 내어 시도해 볼 수 있는 학습 분위기와 무모하지만 창의적인 아이디어도 낼 수 있도록 아동들을 칭찬하며, 학생들의 대답에 대한 평가적인 반응보다는 오답이라도 이를 격려하여 다시 도전할 수 있도록 학습 분위기를 만들어야 한다.

이러한 점에서 최근 교실에서의 의사소통과 상호작용에 의한 대화를 강조한 소집단 협력을 통한 문제해결 학습은 그 의의가 있다고 하겠다. 전통적인 수업에서 개인에 의한 문제해결이 강조된 반면, 소집단 협력 학습은 학생들 간의 아이디어를 교환함으로써 개인이 갖고 있던 아이디어를 수정하고 보완하는 협력적 관계가 중요하다. Quin, Johnson, & Johnson(1995)의 연구에 따르면, 협력적 활동을 한 학생들이 경쟁적 상황에서 개별적으로 활동한 학생보다 4가지 유형의 문제해결에서 더 우수하였다. 저자들은 이러한 결과가 나온 이유에 대하여, 협력적 활동에서 구성원들은 서로의 정보와 아이디어를 교환하고 문제해결을 위한 다양한 전략을 교환함으로써, 문제에 대한 공유된 인지적 표상을 개발할 수 있게 되었기 때문이라고 지적하고 있다.

결국, 학생 각자가 자발적으로 개별 풀이를 하기 전에 적용해 볼 만한 몇 가지 전략을 발표해 보게 하고 학생들은 상호 의사소통을 통하여 자신의 아이디어를 검증해 볼 수 있는 기회를 갖고, 각자가 해결한 것을 바탕으로 집단 토의를 통해 그 해결 과정을 비교·분석하는 과정에서 해결의 열쇠가 되는 아이디어를 만들어가는 교실 문화가 요구된다.

V. 교실 문화 형성을 위한 제언

앞으로 우리가 추구해야 할 수학 교실은 학생들에게 올바른 수학관과 수학을 대하는 긍정적인 태도와 의지 및 사고와 질문을 다양하게 표현할 수 있는 분위기 및 환경을 지닌 교실 문화가 조성된 곳이어야 할 것이다. 이러한 수학 교실 문화속에서 학생들은 수학적 문제를 다양한 측면에서 접근해 볼 수 있으며, 다양한 수

준의 해결방법을 사용하여 해결함으로써 자기 자신의 문제를 고안하고, 마치 자신을 하나의 수학자로 생각할 수 있다.

이제는 수학 교수 문화를 고려한 교육과정을 설계하여야 하며, 올바른 수학 교실 문화 형성을 위한 연구가 필요하다. 이젠 수학을 새로운 관점에서 수학과 수학 교육의 사회적이고 문화적인 측면을 조사하고 수용해야 하며, 수학 지식을 개인적 뿐만 아니라 사회적으로 구성되어지는 측면을 고려해야 한다.

교사는 학교에서 수학을 지도하고 학습되는 방법을 변화시키는데 있어서 주체가 되어야 하며 학생들이 스스로 학습하도록 자극을 주어야 한다. 교사가 이끌어 가는 수학 학습 분위기는 학생들의 수학 학습에 큰 영향을 미치게 마련이다. 즉, 교실 문화를 형성해가는데 많은 요인이 작용하기 마련이다. 교육의 물리적 환경을 비롯하여 교사의 학습관, 수학 세계관, 수학에 대한 신념 더 나아가 사회에서의 그러나 무엇보다도 교실 문화에 대한 인식이 나아가 학급 경영자로서 교사가 만들어 가는 교실 문화에 영향을 끼칠 것이다.

따라서 교실의 학습 활동에서 행해지는 모든 것과 교실 환경 내에서 이루어지는 상호 교류 등이 교실문화에 어떠한 영향을 미치게 되는지에 대한 연구를 비롯하여 바른 교실 문화 정착을 위한 모델링 및 문화 형성을 위해 이루어져야 할 교수 방법, 더 나아가 타 교과와의 학습과 관련하여 수학 학습 문화의 영향 등에 대한 연구가 이루어져야 할 것이다. 이에 문제 해결 교수 학습 현장에서는 교사들의 끊임없는 연구와 실천적이고 적극적인 접근만이 올바른 교실 문화 형성과 나아가 아동들의 문제해결력 신장을 도울 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

- 전평국 (1999). 제 7차 수학과 교육과정에 따른 교수·학습 방법. 제23회 초등수학과 교육세미나. 한국초등수학교육연구회.
- Krulik, S. & Rudnick, J. A. (1987). *Problem solving: A handbook for teachers*. Newton. MA: Allyn and Bacon, Inc.

- Lave, J.; Smith, S. & Butler, M. (1989). Problem solving as an everyday practice. In R. I. Charles & E. A. Silver(Eds.), *The teaching and assessing of mathematical problem solving*. Reston. VA: Lawrence Erlbaum Associates.
- Lave, J. & Wenger, E. (1991). *Situated learning: Legitimate peripheral participation*. New York: Cambridge University Press.
- Lenchner, G. (1983). *Creative problem solving in school mathematics*. Boston: Houghton Mifflin.
- NCTM (1989). *Curriculum and evaluation STANDARDS for teaching mathematics*. Reston. VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- NCTM (1991). *Professional STANDARDS for teaching mathematics*. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Polya, J. (1973). *How to solve it*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Quin, Z.; Johnson, D. W. & Johnson, R. T. (1995). *Cooperative versus competitive efforts and problem solving*. Review of Educational Research 65(2), 129-143.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. New York: Academic Press, INC.
- Schoenfeld, A. H. (1987). *Cognitive science and mathematics education*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Schoenfeld, A. H. (1990). Problem solving in context(s). In R. I. Charles & E. A. Silver(Eds.), *The teaching and assessing of mathematical problem solving*. Reston, VA: Lawrence Erlbaum Associates.
- Schroeder, T. L. & Lester, F. K. (1989). Developing understanding in mathematics via problem solving. In P. R. Lester & A. P. Shulte(Eds.), *New directions for elementary school mathematics*. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

The Culture of Mathematics Classroom for Problem Solving

Park, Sungsun

Korea National University of Education, Cheongwon-gun, Chungbuk 363-791, Korea. e-mail: starsun@kornet.net

This paper is discussing about the culture of mathematics classroom for problem solving. The mathematics classroom which we have to aim at is where every students make proper belief and attitude about mathematics, and also can express their own idea and make question freely. In that classroom, the students can meet with various problem solving methods and communicate with other students, and then elaborate their own methods.