韓國數學敎育學會誌 시리즈 C
<初等數學敎育>
2000. 9. 제 4권, 제 2호, 83-103.

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. C:
Education of Primary School Mathematics
Sep. 2000, Vol. 4, No. 2, 83-103.

창의적 문제해결력 중심의 수학 교육과정 개발 및 적용: 초등학교수준을 중심으로[1)]

김 정 효 (이화여자대학교)
권 오 남 (이화여자대학교)

본 연구는 창의적 문제해결력 신장을 위한 수학 교육과정을 개발하고, 그 적용효과를 알아보고자 하는데 목적을 둔다. 개발된 창의적 문제해결력 증진을 위한 수학교육과정은 수학의 개념적 지식(내용)과 절차적 지식(기능), 그리고 창의적 사고요소(확산적 사고와 비판적 사고) 등 3가지 요소를 기반으로 하였다. 세부적으로 보면 수학교육과정의 내용을 개념적 지식과 절차적 지식으로 이원화하여, 개념적 지식은 수학의 본질을 구성하는 4개의 주제를 중심으로 6개 하위영역을 연결하여 총괄 개념, 학년별 개념, 그리고 하위개념으로 구성하였고, 절차적 지식은 사고요소, 계산기능요소, 수학적 도구와 기술사용 등 3요소로 구성하였다. 한편 창의적 사고요소는 이러한 교육과정내용을 PBL을 기반으로 하는 단원개발을 하는 과정에서 융합되도록 하였다. 그 적용효과를 검증하기 위해서는 초등학교 5학년을 대상으로 1학기간 투입하고 수학적 창의적 문제해결력 검사를 실시하여 집단간 점수차이를 검증하였다. 그 결과 본 교육과정은 아동의 수학적 창의적 문제해결력 신장에 효과가 있는 것으로 드러났다.

Ⅰ. 서론 : 연구의 필요성과 목적

수학교육에서의 문제해결력의 강조는 21세기 지식정보사회에서는 더 일층 가속화되어질 것으로 전망된다. 이는 현대의 컴퓨터와 관련한 기술 문명의 발달이 인간에게 요구되는 기초적인 수학적 소양의 변화를 가져오고 있기 때문이다. 즉 기계적인 알고리즘의 수행과 적용을 넘어서 수학적 문제상황에서 그 문제를 창의적으로 해결할 수 있는 능력이 현대가 요구하는 기초적인 수학적 소양이 된 것이다. 따라서 현대 학교수학교육에서는 어떻게 학습자에게 이러한 창의적 문제해결력을 길러줄 수 있는가가 당면한 과제가 되고 있다. 그러나 1980년대 이후 수학교육에서 문제해결력이 강조됨에도 불구하고 교실현장의 수학교육에서는 대개 계산기능과 알고리즘 적용에서 크게 벗어나지 못하고 있는 것이 우리의 현실이어서 창의적 사고는 차치하고라도 일반적 사고의 기회조차 많이 주어지지 않는 실정에서 창의적 사고력의 강조는 힘겨운 도약을 요구한다.

우리 나라 수학교육과정은 7차에 걸쳐 개정되면서 교과중심에서 생활중심, 학문중심, 인간중심, 교사중심, 학습자중심으로 총론수준에서의 기본적인 철학이 바뀌어 왔으나 내용의 체계에 있어서는 지식의 구조와 창의성이 강조되었던 3차 교육과정을 포함하여 기본적인 변화가 없이 단편적 사실과 개념 또는 학습활동이 나열식으로 제시되어 있다고 평가되고 있다(김경자, 1997). 창의적 문제해결과 관련하여 볼 때 이러한 수학교육과정의 문제는 근본적인 장애가 된다(권오남과 김정효, 1997). 즉 수학교육과정은 조직체제 및 기술형식의 면에서 개념적 지식과 과정적 기능의 구분이 드러나 있지 않은 채 단편적인 사실과 계산기능중심으로 진술되어 있어서 교사들은 가르쳐야 할 전체적 개념구조를 파악하고 사고력의 중요성을 전달받기에는 어렵게 되어있다. 따라서 대부분의 수학수업이 아동에게 사고를 통해 의미를 구성하고 새로운 해결을 시도하도록 하기보다는 단편적 개념과 기능을 전달하기에 바쁜 수업이 되도록 한다는 것이다.

제7차 수학교육과정(교육부, 1997)에서는 이러한 단편적 개념과 계산기능위주로 되어있는 수학교육에 개선을 도모하고자 하는 의도는 분명하다. 구체적으로 보면 "수학의 기본적인 지식과 기능을 습득하고, 수학적으로 사고하는 능력을 길러, 실생활의 여러 가지 문제를 합리적으로 해결할 수 있는 능력과 태도를 기른다"

1) 본 연구는 1999학년도 학술진흥재단 대학부설연구소 과제 연구비에 의해 이루어짐

라고 함으로써 수학적 문제해결력이 수학교육의 궁극적인 목적이 됨을 강조하고 있고 단편적 사실보다는 심화된 개념적 이해를 도모하기 위하여 내용을 감소하였다. 그러나, 교육과정의 문서상에서는 단편적인 개념과 계산기능 중심의 진술이 여전하여(예로 1-1 연산에서는 "덧셈과 뺄셈이 이루어지는 경우를 알아보고, 두 자리의 수의 범위에서 덧셈과 뺄셈을 할 수 있게 하며, 이를 활용할 수 있게 한다") 교사들이 이러한 교육과정 개선의 의도 즉 문제해결력과 심화된 개념적 이해의 강조를 전달받기에는 극히 미흡하다고 보여진다.

한편 심리학의 일반적인 창의성에 관련한 연구들도 최근에는 확산적 혹은 수평적 사고의 강조에서 벗어나 창의력에 관련한 다양한 변인들 즉 사고력, 동기, 성격, 일반적 지식기반, 특정영역의 지식기반 등이 통합적으로 작용적으로 작용함으로써 창의성이 발휘된다고 보는 입장들이 유력하다(Stenberg와 Lubart, 1996; Uban, 1995). 이는 창의력에 있어서 사고 변인과 함께 내용지식이 필요함을 의미한다고 볼 수 있다. Bohan과 Bohan(1993) 역시 특정 교과에서 사고와 창의성의 주요 장벽은 사고의 무능력보다는 그 과목에 대한 지식의 결여에 있다고 지적하고 있다.

따라서 특정교과의 창의적 문제해결력 신장을 위해서는 교육과정상의 문제에 대한 대안마련이 근본적인 과제가 되어야한다고 볼 수 있다. 그러나 최근 들어 이루어진 수학적 창의성과 관련된 몇몇 시도들은 교수전략적 측면에 집중되어 있거나(예로 교육개발원, 1997; 청람수학교육, 1999), 교육과정상의 모색에 있어서도 일반적인 창의성의 주요한 구성요소가 되는 확산적인 사고 즉 사고의 민감성, 융통성, 유창성, 정교성, 종합력, 분석력, 재구성력, 복잡성, 평가(Guildford, 1986) 등을 기존의 수학교육과정내용과 병합하고 있는 수준이다(예로 교육개발원, 1997; 송상헌, 1996).

그러나 이러한 시도들 즉 교수방법의 변화나 수학교육과정의 기존내용에 확산적 사고를 더하는 방식은 창의적 문제해결과 관련하여 볼 때 문제의 소지를 가지는 기존의 수학교육과정의 한계를 내포하게 된다. 즉 사고를 돕는 다양한 교수매체가 주어지거나 확산적 사고를 할 수 있는 문제상황이 주어진다고 해도 단편적이고 분절적인 수학적 지식은 새로운 개념을 만들거나 개념간의 새로운 연결을 시도하는 사고과정을 지원하는데 한계를 가지게 된다는 것이다. 따라서 수학교육에서 창의적 문제해결력 신장을 위해서는 교수학습방법의 변화나 확산적 사고만을 강조하기보다는 수학교육과정내용의 본질적인 변화가 함께 추구되어야 한다.

그렇다면 수학적 문제해결력 신장을 위해서 수학교육과정의 내용은 어떠한 변화가 필요하며 이는 어떻게 창의적 사고요소와 융합되어야 하는가? 이를 위하여 구체적으로는 본 연구에서는 (1) 수학교육에서 문제해결과 창의성관련 연구를 검토하고 문제해결을 강조하는 각국의 교육과정을 참조로 하여 교육과정의 구성방침을 결정하고 (2) 이를 토대로 1학년에서 6학년까지의 초등수학 교육과정내용을 구성하고 이를 적용한 단원을 개발하여 (3) 직접 현장에 적용해 봄으로써 그 효과를 검증하고자 한다.

II. 이론적 배경

1, 수학교육에서의 창의성과 문제해결

대개의 창의성 연구들은 창의성이 영역적 특이성을 갖는다는 데 합의하고 있는 것으로 보인다. 따라서 이는 수학적 영역에 국한되는 특이한 수학적 창의성이 존재한다고 보는 것으로 해석될 수 있다. 수학적 창의성에 대하여 Haylock(1987)은 수학적 창의성이 무엇인가에 대한 합의된 분명한 개념정의는 아직 없으나, 여러 수학관련 창의성연구에 비추어 볼 때, "수학적 창의성을 사고의 고착화를 극복하고 정신적 틀을 벗어나는 능력, 즉 개방된 수학적 상황에서 다양하고 독창적인 반응을 할 수 있는 능력"이라고 정의할 수 있다고 말한다. Ervynck(1991) 역시 수학적 창의성에 대해 아래와 같이 정의를 내린 바 있다.

> "수학적 창의성이란 수학의 독특한 논리-연역적 속성과, 생성된 개념이 수학의 주요 핵심적 내용에 부합하는 적절성을 가지면서 문제를 해결하거나 혹은 동시에 구조적으로 사고를 발전시키는 능력이다(p.47)."

따라서 수학적 창의성이란 수학적 학문체계에서 타당성을 인정받을 수 있는 범위에서 새로운 개념을 창출하는 것뿐 아니라 개념간의 새로운 관계를 만들거나 유용한 순서를 구성하는 것이라고 볼 수 있겠다.

수학적 창의성에 대한 연구들은 일반적인 창의성에

대한 연구가 영재아 연구를 배경으로(Khatena, 1982) 시작된 것과 같이 수학교육에서의 수학영재아와 탁월한 수학자의 의 특성에 대한 연구로부터 비롯되었다. 1949년 Hadamard는 수학자의 창의적 사고과정즉 준비, 잠복, 해명, 검증 등 4단계를 설명하였고, 러시아의 수학심리학자 Krutetskii(1976)는 4-12세의 수학영재아 9명의 심리학적 특성 중 추론을 단축하는 능력, 유연한 사고를 하는 능력, 세련된 답을 얻으려는 노력, 사고 과정의 가역성 등을 가지는 것으로 보고하였다.

수학교육에 있어서의 본격적인 창의적 문제해결력에 대한 주목은 20세기초 형식주의 수학교육의 반성에서 비롯되었다고 볼 수 있다. 학습자가 교과서의 알고리즘을 획득하고 이를 적용하는 방식은 수학의 본질적인 중요한 일면, 즉 수학자가 새로운 개념과 원리를 발견해 가는 창조적인 일면을 간과하고 있어서, 이러한 수학교육은 수학을 학습자에게 무의미하게 만들 뿐 아니라 수학교육의 실용성에도 문제를 가져오게 되었다는 것이다. 따라서 이를 극복하기 위해서는 수학교육은 실제적인 수학적 문제해결력을 가지도록 하는데 초점이 맞추어져야 한다는 것이었다.

실제 수학교육에서 이러한 문제해결에 대한 해석과 접근은 계속된 변화를 거쳐왔다. 즉 Stanic과 Kilpatrick(1988) 따르면 수학교육에서 문제해결은 초기에는 ① 다른 학습목표를 성취하기 위한 맥락으로서, 그리고 ② 수학학습의 절차적 기술로서 다루어지다가, 최근에는 ③ 수학문제를 해결하는 그 자체가 곧 수학을 하는 기예(art)를 의미하게 되었다고 말한다. 따라서 문제해결에 창의성을 함축하게 된 것은 최근의 접근이다.

수학교육에서 문제해결의 연구 또한 그 초점이 다양한 변화를 거쳐왔다. Lester(1994)에 의하면 1970년대에는 문제해결의 과제변인에 대한 연구(Goldin과 McClintock, 1984 참조)가 주를 이루다가 1980년대를 전후하여서는 그 관심이 문제해결자의 능력의 분석이 주를 이루었다. Schoenfeld(1985, Lester, 1994 재인용)는 능숙한 문제해결자들이 갖는 특징으로 보다 많은 내용을 알고 있다는 점, 지식간의 연결이 잘 되어있다는 점, 문제의 피상적인 측면이 아닌 구조적인 측면에 집중한다는 점, 자신의 약점과 강점에 대한 파악이 뛰어나다는 점, 모니터링과 자기 조절 및 자기 통제를 잘한다는 점, 문제해결에 대한 우아한 해결방법에 관심이 높다는 점을 들었다. 1980년대 후반부터는 정보처리적 접근을 기반으로 메타인지에 대한 연구가 활발해지면서 문제해결자의 지식, 기능뿐만 아니라 해결자의 지적 활동에 대한 모니터링과 자기 조절 및 자기 통제의 역할, 그리고 신념이 중요하게 부각되었다. 1990년대를 전후하여서는 문제해결에 관한 사회적인 영향과 문제상황에 대한 연구가 구성주의적 접근을 기반으로 이루어져 오고 있다.

1990년대는 '수학한다는 것은 곧 문제해결이다(Rudnick과 Krulick, 1989).'라고 할 정도로 수학교육에서는 창의적 문제해결은 핵심을 이루게 되었다. 따라서 현대수학교육은 학습자가 만나는 문제상황은 마치 수학자가 직면하는 문제상황과 같이 기지의 학습된 해결방법이 없는 문제사태로서 학습자가 이미 알고 있는 지식이나 개념, 원리, 전략을 새롭고, 적절하게 관련지어 해결해야하는 문제상황이 되어야 하며 이를 통해 적용력을 넘어선 창의적 수학적 문제해결의 소양을 길러야 한다는 데에 주목하고 있다(Reys 외, 1999). Starko(1995) 역시 *Creativity in the classroom* 에서 수학교과에서의 창의성을 위해서는 아동으로 하여금 수학자처럼 문제를 발견하고 해결하도록 하는 것이 가장 중요한 실마리가 된다고 지적하면서 이는 아동들이 수학적 노력의 효율성과 우아함을 볼 수 있도록 지도함으로써 가능하다고 말하고 있다.

이와 같이 현대수학교육에서는 수학한다는 것 혹은 수학을 학습한다는 그 자체가 창의적인 사고를 포함하게 되었고, 수학에서의 창의성이란 논리적 사고와 함께 수학적인 사고를 이루는 본질적인 요소로서 영재뿐아니라 일반적인 수학교육에서 주목해야 할 한 부분이 되었다고 말할 수 있다.

2. 창의적 문제해결을 위한 수학교육과정

최근 세계의 수학교육은 문제해결력 혹은 수학적 힘의 육성을 목표로 하고 있어서 창의성을 표면적으로 언급하고 있지 않더라도 창의성을 함축하고 있다. 이러한 점에서 창의적 문제해결력을 위한 교육과정개발에 중요한 시사점을 제공하고 있다고 볼 수 있다. 수학교육에서 대표적이라고 할 수 있는 NCTM(1998)의 새로나온 "Standards 2000"규준과 NCTM의 1989년 규준을 기반으로 한 다양한 북미 각 지역의 교육과정 기본틀(framework) 그리고 영국권의 다양한 교육과정

을 살펴보고자 한다. 이들 교육과정은 <표 1>에서 보는 바와 같이 다음의 특징을 드러낸다.

첫째, 교육과정 구성의 기본적인 체제의 특징을 보면 다음과 같다. 세계의 수학교육과정들의 근본적인 체제는 수학적 개념으로 구성된 개념적 지식과 이러한 개념을 얻고 사용하는데 필요한 과정적 지식이 구분되어 이원화 되어있는 경우가 눈에 띈다는 점이다. 특히 새로 나온 NCTM의 Standards 2000의 기본구조는 규준내용을 이원화하여 내용(content)과 과정(process)으로 구분하고 있다는 점이 특징이다. 규준에서의 내용은 학습자가 배워야할 지식(수와 연산/패턴과 함수 그리고 대수/기하와 공간감각/측정/자료분석, 통계 그리고 확률)을 말하며 과정이란 이러한 수학적 지식을 얻고 사용하는 과정의 수행기능(문제해결, 추론과 증명, 의사소통, 연결성, 표상)을 의미한다. 이는 1989년의 규준에 비하여 "과정"에 더욱 강조를 두려는 의도라고 해석되어진다.

둘째, 개념적 지식의 심층적인 이해를 도모하고 있다는 점이다. 이를 위하여 하위내용영역을 최소화하거나 혹은 관련된 주제(theme)를 연결고리로 하여 하위영역들을 연결시키고 있다. 수학학습에서 개념간의 연결의 중요성에 대해 Hiebert(1989)는 다음과 같이 강조하였다. 명제적(개념적) 지식의 이해를 높이기 위해서는 개념간의 연결이 중요하며 이러한 명제적 지식의 구조에 대한 깊은 이해는 절차적(과정적) 지식의 습득을 의미있게 할 수 있음을 지적한다. 특히 개념망의

<표 1> NCTM규준과 각국의 수학교육과정 구성체제

	캘리포니아주 (1992)	캐나다 알버타 (1996)	호주(학교교육과정 평가기준) (1990)	뉴질랜드 (1994)	영국 (1997)	NCTM 2000규준
전체구성체제	- 수학적 사고 - 의사소통 - 도구와 기술공학 - 수학적 아이디어 (7-8개 내용영역 + 연결개념)	- 4개의 내용영역 · 수 · 패턴과 관계 · 모양과 공간 · 확률과 통계 - 수학적 과정 · 의사소통 · 연결성 · 추론 · 문제해결 · 기술공학 · 시각화 · 어림과 암산	- 개념적 지식 · 공간 · 수 · 측정 · 대수 - 수학적 활동요소 · 조사하기 · 추측하기 · 문제해결 전략의이용 · 적용과 증명 · 수학적 언어와 응용 · 상황탐구	- 개념 지식 · 수 · 측정 · 기하 · 대수 · 통계 - 탐구과정 · 문제 해결 · 논리와 추론의 개발 · 수학적 생각의 의사소통	-내용영역 · 수학의 사용과 적용 · 수와 대수 · 모양 . 공간과 측정 . 자료정리 -탐구기능요소 (수학의 사용과 적용, 자료의 정리에 주로 수영역에서도 연산기능의 습득을 포함하고 있다. 따라서 개념지식과 탐구기능 지식을 이원화하지 않는다.)	- 개념 지식 · 수와 연산 · 패턴과 함수 그리고 대수 · 기하와 공간감각 · 측정 · 자료분석, 통계 그리고 확률 - 과정 · 문제해결 · 추론과 증명 · 의사소통 · 연결성 · 표상
연결고리	학년별 연결 개념 - K-4학년 · 얼마나 많은가? · 패턴을 만들기, 찾 기, 그리기 · 양과 모양의 표상 - 5-8학년 · 비례적 관계 · 다양한 표상 · 패턴과 일반화 - 9-12학년 · 수학적 모델링 · 변환 · 알고리듬적 사고 · 수학적 논쟁 · 다양한 표상	- 연결주제: 수학의 본질적 주제 · 변화 · 계속성 · 차원 · 수 · 패턴 · 관계 · 양 · 모양 · 불확실성				

연결고리 속에 위치하게 되는 개념은 다각도로 접근이 가능함으로써 문제해결을 위해 융통성 있게 기억해낼 수 있는 가능성이 더욱 높게 된다는 점에서 개념간의 연결은 매우 중요하다고 강조한다. 이는 지식의 심층 구조를 가르치는 것은 지식의 전이가를 높일 수 있음을 말한 바 있는 Bruner(1960)의 주장과 유사한 것으로 확산적 사고를 조장할 수 있는 지식기반의 중요한 특징이라고 보여진다.

세째, 과정과 관련된 내용은 다양한 절차적 기술을 포함하고 있다는 점이다. 즉 계산기능 뿐 아니라 수학적 도구의 사용 그리고 사고력을 포함하고 있으며 또한 이러한 절차적 요소는 명제적 지식과 함께 교육과정의 중요한 내용요소로서 명시되어 있다는 점이다.

넷째, 이상의 특성들 즉 사고력을 포함한 과정적 요소의 강조, 그리고 수학적 개념간의 연결구조에 대한 심층적 이해는 궁극에는 총체적으로 아동이 '수학한다'는 것의 의미를 획득할 수 있도록 하는데 초점이 맞춰져 있다. 따라서 이와 같은 특성들은 창의적 문제해결을 위한 본 수학교육과정개발에서 적극적으로 검토되어지고 적용되어졌다.

III. 연구내용 및 방법

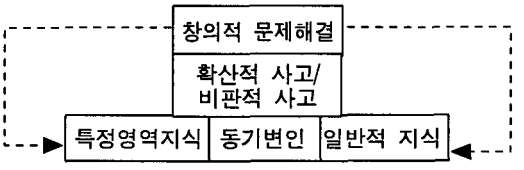
본 연구에서는 창의적 문제해결을 위한 수학교육과정내용을 개발을 위하여 초등교육, 심리학, 교육과정, 그리고 수학교과전문가, 그리고 초, 중등 수학교사 등 10여명의 다양한 분야의 전문가가 참여하여 1997-1999년까지 3년간에 걸쳐 진행되어온 연구로 다음의 4단계의 절차를 거쳐 연구가 진행되었다.

첫째, 기본적인 문제인식과 기본신조 구축과정
둘째, 교육과정 기본체제 개발과 내용 재구성 과정,
세째, 단원개발과 실시과정,
네째, 효과 검증과정

이상의 과정을 구체적으로 보면 다음과 같다. .

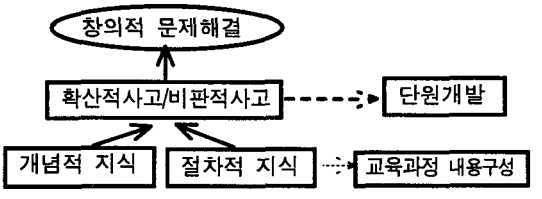
1. 문제 인식과 기본신조 구축의 과정

그 첫 단계는 기초 연구(권오남과 김정효(1997) 참조)와 숙의과정을 통해 관련문제의 현상을 인식하고 이를 토대로 한 기본신조를 구축하는 과정이었다. 기본신조의 구축에서는 고려되었던 것은 (1) 현장에 적용 가능한 수학교육과정을 구성하자는 것, (2) 사고 변인을 강조하는 창의성교육은 극복되어야 한다는 것 그리고 (3) 분절적이며 기능위주의 수학교육과정이 극복해야 할 중요한 과제라는 것이었다. 이러한 문제의식은 창의력에 대한 통합적 접근인 김경자 외(1997)의 창의적 문제해결 개념모형을 기반으로 전체 교육과정을 구성하도록 하였다. 이 모형은 아래 <그림 1>에서처럼 창의적 문제해결을 위해서는 (1) 확산적 사고 와 (2) 비판적 사고 등 사고변인의 상호작용이 직접적으로 관여하지만 (3) 동기화, 과제집착력 등의 창의성 관련 정의적 요소 기반과 (4) 일반적인 영역의 지식과 기능기반 (5) 특정영역(수학)의 지식과 기능의 기반이 필요함을 말해준다.



<그림1> 김경자외(1997)의 창의적 문제해결개념 모형

본 연구에서는 위의 구성요소 중 정의적 영역 기반과 일반적 지식과 기능 기반은 아동이 학습에 참여할 때 일반적으로 갖추고 있는 자연스러운 상태라고 가정하고, 특정영역의 지식과 기능 기반과 창의적 사고 관련요소인 확산적 사고와 비판적 사고를 집중적으로 다루려고 한다. 따라서 본 연구에서는 <그림 2>와 같이 창의적 문제해결을 위하여 특정영역(수학)의 내용지식과 기능은 어떻게 구성되어야 하는지는 교육과정내용 구성에서, 그리고 창의성관련 요소인 확산적 사고와 비판적 사고는 어떻게 내용과 융합되어야 하는지는 단원개발에서 다루고자 하였다.



<그림 2> 본 교육과정개발 연구와 창의적 문제해결모형과의 관계

2. 교육과정 내용구성

교육과정의 내용구성에서는 먼저 미국의 국가수준의 수학교육 규준(NCTM, 1989)과 이를 기반으로 한 캘리포니아주의 수학교육과정(California Dept. of Education, 1990), 그외 외국의 수학 교육과정들을 참고로 기본적인 교육과정체제를 구성하고(<그림 3>참조) 이를 토대로 현재 실시되고 있는 6차와 2000년부터 실시된 7차 국가수준의 수학교육과정, 그리고 개념체계가 비교적 잘 드러나 있다고 판단되는 3차 교육과정내용들을 토대로 6개학년의 교육과정을 재구성하였다(<표 2>, <표 3> 참조). 개발된 이원화 구성체제의 인식론적 타당성과 연결개념의 적절성을 검증 받기 위해 장기간의 검토를 하였고 개발과정에서는 협의진 회의도 거쳤다.

(1) 개발된 수학교육과정 내용구성체제

개발된 수학교육과정의 구성체제는 <그림 3>에서 보는 바와 같이 다음의 3가지 특징 을 가진다.

첫째, 기본적인 내용구성체제를 개념적 지식과 과정적 지식으로 이분화하였다.

각 학문의 독특한 성격에 따라 지식을 구분하는 방법은 다를 수 있다. 수학적 지식은 과학적 지식과는 다르게 인간의 사고구조에의 반영을 통해 구성되는 반영적 지식이다. 따라서 이러한 사고작용과 이러한 사고작용이 반영된 결과물을 구분하는 것은 쉽지 않다. Hiebert(1989)는 이 둘은 개념적으로 구분은 가능하나 실제상황에서 어떤 것 어디에 속하는지는 모호하고 판단이 어려울 경우가 많다고 한다. 그러나 모든 학문은 그것을 탐구하는 탐구양식을 가지고 있다. 따라서 각국의 수학교육과정은 이러한 점에서, 인식론적인 규명의 의미로서가 아니라 교육적인 장치로서, 교육과정의 의도를 전달하기 위하여 임의로 구분하여 사용하고 있다(예로 Australian Curriculum Council, 1990). 개념적 지식과 절차적 지식의 구분은 개념간의 관계진술을 보다 명백하게 할 뿐 아니라 과정적 기술의 중요성을 부각시킬 수 있다는 점에서 본 연구에서는 이원화체제를 채택하였다.

둘째, 개념적 지식은 하위영역간의 연결을 도모하고 개념적 지식의 전체적 골격을 보 여주고 수학의 본질에 대한 감각을 가질 수 있도록 보여주기 위하여 '수학의 본 질'과 관련된 문헌(Davis와 Hersh, 1997; Devlin, 1996; 김상문, 1989; Klien, 1994)과 캐나다 Aberta주 교육과정(1996)을 참고로 4개의 연결주제 즉 알고리즘관련사고, 관계, 패턴과 일반화, 다양한 표현을 선정하여 각 영역의 개념진술에 적용하였다.

수와 연산/ 도형/ 측정/ 확률과 통계/ 문자와 식/ 규칙성과 함수	
개념적 지식	절차적 지식
각 영역별로 연결주제 (알고리즘관련사고, 패턴과 일반화, 관계, 다양한 표상) 중심의 총괄개념, 학년별개념, 하위개념 진술	(1) 계산 기능 요소 암산과 어림셈, 알고리즘 사용하기 등 (2) 수학적 도구와 기술 관련 요소 계산기와 컴퓨터 활용, 구체물 조작, 수학적 기호와 상징의 사용 등 (3) 사고 요소 전략사용,의사소통, 분석하기, 분류하기, 계획세우기, 비교하기, 조사하기, 예상하기, 시각화하기, 적용하기, 추론하기, 증명하기, 검증하기

<그림 3> 연결 주제 중심의 이원화된 수학 교육과정 기본구성체제

다음은 위에서 제시한 4가지의 연결주제에 대한 의미이다.

(1) 알고리즘관련사고는 연산의 개념과 지식, 연산의 기능과 관련되는 사고, 더 나아가 새로운 알고리즘을 분석하고 개발하여 기존의 알고리즘과 비교하는 등 수학적 의사소통의 방식으로서의 알고리즘과 관련된 생각을 의미한다.

(2) 패턴과 일반화는 수학적 현상에 대하여 '다양한 패턴을 이해하고, 발견하며, 새롭게 확장하여 일반화'하는 것과 관련한 생각을 의미한다.

(3) 관계는 수나 도형 혹은 변수나 식 등의 관계를 구하고 이들 사이의 성질을 기술하며 한 변수가 다른 변수에 미치는 영향력을 예측할 수 있도록 하는 것과 관련한 생각을 의미한다.

(4) 다양한 표현은 수학적 사실을 식, 말, 그림, 도표, 챠트, 다이어그램 등의 다양한 방법으로 표현하는 것과 관련된 생각을 의미한다.

셋째, 본 교육과정에서는 과정적 기능을 그 중요

성을 부각하기 위하여 절차적 혹은 과정적 지식으로 부르고 명제적 지식과 분리하여 다루고자 하였다. 고안된 과정적 지식은 (1) 암산과 어림셈, 알고리즘 사용하기 등을 포함하는 계산기능요소, (2) 계산기와 컴퓨터활용, 구체물 조작, 수학적 기호와 상징의 사용 등을 포함하는 수학적 도구와 기술관련요소, 그리고 (3) 전략사용, 의사소통, 분석하기, 분류하기, 계획세우기, 비교하기 조사하기, 예상하기, 시각화하기, 적용하기, 추론하기, 증명하기, 검증하기 등의 사고요소 등 3개의 하위영역으로 구성되었다. 이러한 절차적(과정적) 지식은 개념적 지식이 원리나 개념에 대한 이해와 관련한다고 볼 때, 실제 수행을 통해 드러나는 지식을 의미한다. 따라서 이는 개념적 지식과 교차적으로 얽혀 구성되어진다. 특히 검토된 외국의 교육과정에서의 문제해결력을 절차적 지식의 하나로 보고 있었으나 본 연구에서는 문제해결력을 절차적 지식과 개념적 지식의 상호작용 속에서 이루어지는 총체적이고 궁극적인 수학적 힘을 의미한다고 보았기 때문에 문제해결력은 교육과정의 핵심내용이지만 하나의 절차적 요소로는 포함시키지 않았고 대신 문제해결의 전략을 사고변인의 일부로 포함시켰다.

이상과 같은 수학교육과정의 구성체제는 궁극적으로는 하위영역을 관통하는 연결주제들과 탐구과정 요소의 강조를 통해 수학이라는 학문의 성격 즉 수학을 한다는 것(doing mathematics)이 무엇인지에 관한 수학의 본질을 이해하게 함으로써 창의적 문제해결을 위한 수학적 개념체계의 구조와 사고양식을 배양할 수 있도록 한다는 특징을 가진다.

(2) 재구성된 초등수학교육과정내용

이상의 기본구성 체제를 기반으로 재구성과정(재구성과정은 김정효와 권오남, 1999 참조)을 거쳐 개발된 교육과정의 개념적 지식은 다음 <표 2>와 <표 3>와 같다. <표 2>는 초등수준에 적용된 총괄개념과 학년별 개념이며 <표 3>은 이에 대한 5학년의 하위개념의 예를 보여준다. 학년별 개념적 지식의 내용은 연결주제가 어떻게 교육과정에 적용되는지를 보여준다. 이러한 개념적 지식은 학습자가 인지적으로 이해하여야 할 최종적인 명제적 원리이다. 특히 문자와 식 영역의 내용은 초등수준에서는 따로 구성할 필요가 없을 정도로 내용의 비중이 적어서 다른 내용영역으로 흡수되었다. 그리고 초등수준의 교육과정도 학기구분을 두지 않았는데 그 이유는 학습활동구성에서 보다 심도있는 단원구성이 되게 하기 위해서는 내용을 1, 2학기로 분절하기 보다는 1, 2학기 내용을 크게 묶어 제시하는 것이 바람직 할 것으로 여겨졌다. 따라서 반복을 위해서는 목표가 되는 영역의 내용을 학습할 때 다른 영역의 지식과 개념을 충분히 활용할 수 있는 기회가 되도록 학습활동을 구성되었다. 또한 학습자의 수행으로 그 획득의 유무를 나타내게 되는 과정적 지식은 계산기능과 도구사용 그리고 사고요소 등 3가지 요소로 구성하였다. 그러나 본 연구주제에서 다루어야하는 핵심적 내용이 아니어서 이 3 요소는 현행교육과정의 학년별 수준에 준하기로 하고 별도의 학년별 수준을 제시하지 않았다. 이는 본 교육과정의 현장 적용의 용이성을 더하는 데 도움이 된다고 보았다. 도구와 기술관련요소와 사고요소는 <표 6>에서와 같이 단원개발수준에서 구체적인 교수활동과 관련하여 구체화하였다.

<표 2> 창의적 문제해결력신장을 위한 수학교육과정 내용의 개념적 지식(초등수준)

영역	수와 연산	측정	도형	확률과 통계	문자와 식	규칙성과 함수
총괄개념	수는 사물과 사건의 수량적 성격을 추상화하여 표현한 것이고 이러한 수는 체계를 구성하고 있다. 사물이나 사건의 수량적인 변화는 수체계의 관계와 수학적 기호를 이용하여 표현된다.	측정은 우리를 둘러싼 사물의 양을 수량화하는 과정으로 단위와 도구의 선택, 전략의 사용, 공식의 적용등을 포함한다.	생활주변의 기하학적 대상은 점, 선, 면의 기본도형으로 이루어진 평면도형과 입체도형으로 구성되어 있으며, 이러한 도형의 성질은 명제화되고 이들은 논리적 추론에 의해 증명된다.	실생활의 자료들은 효율적으로 조사, 수집, 분석, 분류, 정리, 제시됨으로써 유용한 정보를 제공하며 이는 사건이나 현상을 통제, 예측하는데 사용된다.	여러 가지 현상은 문자와 식으로 사용하여 표현됨으로써 수학적 문제해결과 의사소통을 돕는다.	여러 가지 사물과 현상에서 발견되는 규칙들은 그림, 기호, 수등으로 나타내어 일반화된다. 어떤 규칙성은 함수적 관계를 가지며 이의 다양한 표현은 일상생활의 현상을 이해, 예측하기 위한 수학적 모델이 된다.

영역	수와 연산	측정	도형	확률과 통계	문자와 식	규칙성과 함수
학년 개념 / 1	사물이나 사건의 수량적 성격은 자연수의 기호나 말로 표현되며, 이는 수학적 기호를 이용하여 합병과 첨가, 구잔과 구차의 의미를 지니는 덧셈, 뺄셈이 가능하다.	사물의 양을 비교하기 위해서는 대상을 이동하여겹쳐보는 직접 비교의 방법이 있다.	사물의 모양은 동질적으로 발견되는 성질에 의해 추상화되어 다양한 종류로 분류된다.	문제해결(의사결정)에 필요한 자료들은 수집되어 수량적으로 분류될 수 있다.		우리 주위의 사물이나 현상에서는 일정한 규칙을 발견하고 일반화할 수 있다.
2	수의 증가는 자리값에 의해 체계적으로 표현되며, 수가 지니는 동수누가(同數累加), 배(倍)의 의미는 수학적 기호를 이용하여 곱셈식으로 정리된다.	양의 대소는 간접비교되어 임의 단위로 표현된다.	평면도형은 규칙적으로 발견되는 공통적인 특성에 따라 선분, 직선, 삼각형, 사각형, 원 등으로 분류되어 이름지어진다.	수집된 자료의 크기는 간단한 표와 그래프를 통해 비교될 수 있다.		우리 주변에서 발견되는 규칙성은 속성과 생성방식에 따라 다양한 유형으로 나타난다.
3	사물이나 사건의 등분, 포함은 자연수의 관계와 수학적 기호를 이용하여 나눗셈으로 표현된다.사물이나 사건의 수량적 조밀성은 유리수의 기호나 말로 추상화되어 묘사된다.	연속량인 길이, 시간, 들이는 적절한 도구로 측정되어 기본단위와 보조단위로 표현되며, 이들은 가법성에 따라 연산이 가능하다.	삼각형은 변과 각에서 발견되는 공통적인 특성에 따라 이등변삼각형, 정삼각형, 직각삼각형, 예각삼각형, 둔각삼각형으로 분류되어 이름지어진다.원은 평면 위의 한 정점에서 같은 거리에 있는 점들의 집합이다.	수집된 자료는 파악되어질 특성과 자료의 성질에 따라 적절한 그래프로 제시되어진다.		수체계에는 다양한 규칙이 존재한다.
4	자연수의 사칙연산은 알고리즘의 사용으로 손쉽고 빠르게 조작된다. 유리수(분수, 소수)는 다양한 표현 방식으로 나타낼 수 있으며, 수체계의 관계와 수학적 기호를 이용하여 덧셈과 뺄셈이 가능하다.	연속량인 각도와 무게는 적절한 도구로 측정되어 일정한 단위로 표현되며, 이들은 가법성에 따라 연산이 가능하다.	사각형은 변과 각에서 발견되는 공통적인 특성에 따라 사다리꼴, 평행사변형, 마름모, 직사각형, 정사각형 분류되어 이름지어진다. 평면 위에서 두 직선의 위치 관계는 교차, 수직, 평행으로 구분된다.			생활주변에서 나타나는 규칙성은 추상화되어 다양한 방식으로 표현·의사소통된다.
5	자연수는 곱셈과 나눗셈에 의해 약수와 배수라는 관계를 지닌다. 유리수(분수, 소수)의 연산은 알고리즘의 사용으로 손쉽고 빠르게 조작된다.	연속량인 넓이는 직접·간접의 방법으로 측정되어 적절한 단위로 표현되며, 이들은 가법성에 따라 연산이 가능하다.	입체도형 중 육면체는 발견되는 공통적인 특성에 따라 직육면체와 정육면체 등으로 분류되어 이름지어진다. 도형은 평행이동, 대칭이동에 의해 합동변환된다.	수집된 자료의 수량적인 특징은 여러가지 대표값에 의해 하나의 수로 나타내어진다.		두 양 사이에 있는 대응규칙은 표나 식으로 표현되고 현상에 대한 예측과 문제해결을 가능하게 한다.
6	유리수의 사칙연산은 분수와 소수의 상호 전환과 알고리즘의 사용으로 손쉽고 빠르게 조작된다.	연속량인 부피는 직접·간접의 방법으로 측정되어 적절한 단위로 표현되며, 이들은 가법성에 따라 연산이 가능하다.	입체도형은 형성원리에 따라 따라 다면체, 기둥, 뿔로 분류되어 이름지어지고진다. 도형의 회전이동은 회전체를 구성한다.	수집된 자료는 상대적인 크기의 그래프로 나타낼 수 있으며, 이는 사건과 현상들의 전체적인 양상을 보다 잘 파악하게 해준다. 확률값은 실생활에서 일어나는 여러 사건들이 일어날 수 있는 가능성을 예측하게 한다.		두 양의 상대적인 크기는 비나 비율로 표현될 수 있으며, 두 비의 상등관계를 나타내는 비례식은 문제해결에 활용된다.

<표 3> 학년별 하위개념의 5학년의 예

지식 \ 영역			수와 연산	측 정	도 형	확률과 통계	문자와 식	규칙성과 함수
개념적지식	연결주제	총괄개념	수는 사물과 사건의 수량적 성격을 추상화하여 표현한 것이고 이러한 수는 체계를 구성하고 있다.사물이나 사건의 수량적인 변화는 수체계의 관계와 수학적 기호를 이용하여 표현된다.	측정은 우리를 둘러싼 사물의 양을 수량화하는 과정으로 단위와 도구의 선택, 전략의 사용, 공식의 적용 등을 포함한다.	생활주변의 기하학적 대상은 점, 선, 면의 기본도형으로 이루어진 평면도형과 입체도형으로 구성되어 있으며, 이러한 도형의 성질은 명제화되고 이들은 논리적 추론에 의해 증명된다.	실생활의 자료들은 효율적으로 조사, 수집, 분석, 분류, 정리, 제시됨으로써 유용한 정보를 제공하며 이는 사건이나 현상을 통제, 예측하는데 사용된다.	여러 가지 현상은 문자와 식으로 사용하여 표현됨으로써 수학적 문제해결과 의사소통을 돕는다.	여러 가지 사물과 현상에서 발견되는 규칙들은 그림, 기호, 수 등으로 나타내어 일반화된다. 어떤 규칙성은 함수적 관계를 가지며 이의 다양한 표현은 일상생활의 현상을 이해, 예측하기 위한 수학적 모델이 된다.
	·알고리즘 ·패턴과일반화 ·관계 ·다양한표현	학년개념	자연수는 곱셈과 나눗셈에 의해 약수와 배수라는 관계를 지닌다. 유리수(분수, 소수)의 연산은 알고리즘의 사용으로 손쉽고 빠르게 조작된다.	연속량인 넓이는 직접·간접의 방법으로 측정되어 적절한 단위로 표현되며, 이들은 가법성에 따라 연산이 가능하다.	입체도형 중 육면체는 발견되는 공통적인 특성에 따라 직육면체와 정육면체 등으로 분류되어 이름지어진다. 도형은 평행이동, 대칭이동에 의해 합동변환된다.	수집된 자료의 수량적인 특징은 여러가지 대표값에 의해 하나의 수로 나타내어진다.		두 양 사이에 있는 대응규칙은 표나 식으로 표현되고 현상에 대한 예측과 문제해결을 가능하게 한다.
		하위개념	·약수와 배수는 이분모분수의 덧셈과 뺄셈, 약분 등의 연산에 이용된다. (알고리즘) ·분수는 연산자(몇 배)의 개념을 활용하여 곱셈으로 조작되며, 분수의 단위를 같게 만드는 과정을 활용하여 나눗셈으로 조작된다.(알고리즘) ·소수는 소수점을 기준으로 한 십진법의 적용과 분수와의 상호전환에 의해 곱셈과 나눗셈을 할 수 있다. (알고리즘)	·연속량인 넓이는 면적측정판이나 단위사각형를 이용한 직접측정과 알고리즘을 이용한 간접측정의 방법으로 구할 수 있으며, 이들은 ㎠, ㎡등의 일정한 단위로 표현된다. (알고리즘, 다양한 표현) ·평면도형의 넓이는 등적변형을 이용한 간접측정에 의해 수량화되어진다.(다양한 표현) ·평면도형의 둘레와 넓이는 상호 관련성이 없다.(관계)	·입체도형 중 육면체는 발견되는 공통적인 특성에 따라 직육면체와 정육면체로 분류되어 이름지어진다.(패턴과 일반화) ·입체도형 중 육면체는 겨냥도와 전개도를 통해 2차원 평면위에 표현될 수 있다. (다양한 표현) ·평행이동, 대칭이동에 의해 합동변환된 도형은 크기와 모양이 바뀌지 않는다. (관계)	·평균은 변량 전체의 중심적 위치를 나타내며 이는 변량의 총합을 변량의 개수로 나눈 값으로, 자료 전체의 특성을 하나의 수로 나타내기 위해 가장 일반적으로 사용된다. (패턴과 일반화) ·변량 전체를 대표하는 값에는 이외에도 중앙값(자료의 크기를 나열했으때 중앙에 위치하는 값), 최빈값(빈도가 가장 큰 변량) 등이 사용된다. (다양한 표현, 패턴과 일반화)		·어떤 두 양 사이의 관계에는 대응규칙이 있다. (관계) ·대응관계에 있는 두 양의 변화는 표나 식으로 나타내어 문제 해결에 활용된다. (다양한 표현, 알고리즘)
절차적지식	계산기능요소		*암산 * 어림셈 * 알고리즘					
	수학적 도구와 기술 관련요소		*계산기와 컴퓨터 활용 * 구체물 조작 * 의사소통 * 수학적 기호와 상징					
	사고요소		* 분석하기 *분류하기 *계획세우기 *비교하기 *조사하기 *예상하기 *전략사용하기 *시각화하기 *적용하기					

3. 단원개발

단원개발과정에서는 창의적 사고기반이 되는 확산적 사고와 비판적 사고의 상호작용을 진작할 수 있는 교수학습활동을 어떻게 구성하는가가 주요 과제가 되었다. 이를 위하여 NCTM(1992)의 Curriculum and evaluation standards for school mathematics Addenda series, Grades K-6.와 California State Department of Education의 Mathematics model curriculum guide kindergarten through grade eight (1987) 그리고 Houghton Mifflin Math (1998) 등 다양한 자료들이 참고되었고 그외에 수학교육에서 축척되어온 많은 문제해결변인 연구등이 참조되었다. 단원개발은 효과검증을 실시할 5학년 2학기 교육과정내용에 한하여 이루어졌는데, 1998년 2학기에 공사립 각각 1개 학급에서 예비적으로 실시하여 수정 보완하는 과정을 거쳤다.

최종적으로 개발된 단원은 5학년의 교육과정 중 현재 6차 교육과정에서 2학기에 다루게 되는 부분(<표 3>에서 음영표시됨) 즉 수와 연산, 도형, 규칙성과 함수, 확률과 통계 등의 4개 영역 총 32차시(<표 4>참조)이었다. 주로 학습활동은 문제중심의 학습(Problem- based-Learning)을 기반으로 하여 구성하였다. 그러나 학습주제에 따라 문제의 성격은 단원 4와 5와 같이 동물원만들기나 게임의 결과처리하기 등의 실생활 상황 뿐아니라 단원 1과 단원2와 같이 수학적 문제상황이 사용되기도 하였다.

수학적 문제상황을 기반으로 구성된 단원 2의 전체개요는 <표 5>와 같다. 처음 1, 2 차시는 수학의 발견과정에 대한 경험을 갖도록 하고 구체물 조작에 친숙할 수 있도록 하기 하기 위해 할애되고 있다. 또한 알고리즘의 발견과정을 거친 후에는 활용을 통해 발견한 알고리즘을 숙달하는 기회를 갖도록 하여 계산기능의 습득이 문제해결의 기반이 되는 중요한 요소임을 간과하지 않고 있다. <표 6>은 이 단원의 핵심이 되는 소수의 나눗셈의 다양한 알고리즘을 발견과정을 보여준다. 여기서는 확산적 사고과정과 연결주제가 어떻게 포함되어 있는가를 구체적인 교수학습활동과정에서 자세히 보여준다

교수학습에서는 확산적 사고와 비판적 사고를 진작할 수 있도록 활동을 구성할 뿐아니라 집단편성, 발문, 교구, 학습분위기 등도 고려되었는데 이를 위해 <표 7>과 같은 수업점검표를 만들어 매 수업마다 교사가 자신의 교수행동을 점검할 수 있도록 하였다.

<표 4> 개발된 단원들의 학습활동의 예

단원명	주요 개념	학습활동의 예	시수
단원1. 분수의 곱셈과 나눗셈	·분수는 연산자(몇 배)의 개념을 활용하여 곱셈으로 조작되며, 분수의 단위를 같게 만드는 과정을 활용하여 나눗셈으로 조작된다.(알고리즘)	(3차시의 예) 활동 1. 종이끈을 이용하여 정사각형 만들기 / 구슬의 무게 재기 활동 2. 종이 나누기 발견한 분수의 알고리즘을 정리하고 여러 가지 문제를 풀어본다.	6
단원2. 소수의 곱셈과 나눗셈	·소수는 소수점을 기준으로 한 십진법의 적용과 분수와의 상호전환에 의해 곱셈과 나눗셈을 할 수 있다. (알고리즘)	(5차시의 예) 활동 1. 짝과 함께 주사위를 통하여 나온 문제 를 종이에 적고 풀어보는 게임을 한다. 활동 2. 칼로리 바란스과자 상자의 복사지를 나누어 주고 stick하나에는 일일 영양 소 권장량 중 어느정도가 포함되어있 는 지를 조원들과 함께 분담하여 계산 해보도록 한다.	10
단원3. 도형	·입체도형 중 육면체는 발견되는 공통적인 특성에 따라 직육면체와 정육면체로 분류되어 이름지어진다.(패턴과 일반화)	(4차시의 예) 활동 1. 직(정)육면체의 구체물을 가지고 가상 의 도시를 꾸미기 각 건축물을 꾸민 후 직육면체와 정육 면체를 찾고 그 특징을 이야기 해본다. 활동 2. 주어진 구체물을 담을 수 있는 직육면 체 상자 구성하기 짝의 상자와 자신의 상자를 비교하고 각자의 상자모양에 대한 이유를 설명 한다.	5
단원4. 여러 가지 문제	·연속량인 넓이는 면적측정판이나 단위사각형를 이용한 직접측정과 알고리즘을 이용한 간접측정의 방법으로 구할 수 있으며, 이들은 ㎠, ㎡등의 일정한 단위로 표현된다. (알고리즘, 다양한 표현)	(2차시의 예) 활동 1. 동물의 종류와 수에 따른 동물원 배치 도를 그리고 가장 빠른 길 찾기 동물의 종류와 수, 대지와 시설물등을 수형도나 표 등을 통하여 정리하고 모눈이나 좌표 등을 활용하여 배치도 를 그린다. 활동 2. 동물을 관람하는데 가장 짧은 길찾기. 각 조의 배치도에서 동물을 관람하는 데 가장 짧은 길을 알아본다.	5
단원5. 자료의 정리	·어떤 두 양 사이의 관계에는 대응 규칙이 있다.	(2차시의 예) 활동 1. 스포츠 잡지에 나온 data를 갖고 평균 값 구하기 수학책과 익힘책을 통해 평균값 구하 는 연습하기 활동 2. project 안내 / 동기부여, 하는 이유, 하는 방법, 주제 선정방법등을 안내한다.	6

<표 5> 5학년 2학기 단원2. 소수곱셈과 나눗셈의 전체구성의 예

Lesson	학 습 주 제	학 습 활 동	예상 차시
lesson1	(1) 분수와 소수의 관계	활동1, 소수의 역사 알아보기 활동2. 분수를 소수로 치환하는 문제해결하기 활동3. 분수의 소수 치환을 위한 Benchmarks형성	1
lesson 2	(1) 소수개념을 구체물로 표현하기(복습) (2) 소수의 덧셈과 곱셈개념(복습)	활동1. 구체물(종이판)을 이용한 소수개념(복습) 활동2. 소수의 덧셈개념(복습) 활동3. 소수의 곱셈개념(복습)	1
lesson 3	(1) 소수 나눗셈의 개념 이해와 알고리즘의 발견	활동1. 구체물(소수판)을 이용한 소수나눗셈의 문제해결과 알고리즘의 발견	2
lessen 4	(1) 소수 나눗셈의 개념 이해와 알고리즘의 발견	활동1. 구체물(소수판)을 이용한 소수나눗셈의 문제해결과 알고리즘의 발견 ▶소수점 아래 0을 내려 계산하는 소수의 나눗셈	2
lessen 5	(1) 소수 나눗셈의 형식적 알고리즘 정착과 무한 소수의 처리 (2) 소수의 어림	활동1. 주사위게임을 통한 소수나눗셈 알고리즘의 훈련과 무한소수의 처리 활동2. 소수 나눗셈의 문제상황에서 이림하여 문제해결하기	2
lessen 6	(1) 생활 속의 소수 나눗셈의 문제해결	활동1. 지역사회연구에서의 소수의 나눗셈 활동2. 신문등의 생활정보지에서의 소수의 나눗셈	2

<표 6> 개발된 단원 2. 소수의 곱셈과 나눗셈의 4차시 수업지도안의 예

목표	개념적 지식	소수의 나눗셈은 자연수의 나눗셈의 연산규칙을 이용한 알고리즘으로 정리된다.		
	절차적 지식	구체물을 이용하여 소수의 나눗셈의 원리를 추론하고 나타낸다. 구체물을 이용하여 소수의 나눗셈의 원리가 자연수의 나눗셈의 연산규칙을 이용한 관계임을 의사소통한다.		
주제	알고리즘/관계		자료	집단 편성
활동 1	① 구체물(종이판)을 이용하여 몫이 소수 한자리의 소수인 소수÷자연수의 문제해결하기 교사는 각 조 책상의 중앙에 소수판(decimal squares)를 나누어 준다. "0.9÷3, 1.2÷4, 3.6÷2의 문제를 짝과 함께 소수판을 이용하여 해결해 보세요"라고 한다. 교사는 학생들이 나름대로의 방식으로 여러 가지 소수판을 사용하여 문제를 해결할 수 있도록 안내한다. 또한 "다 해결한 짝들은 자신이 한 것을 종이에 붙이고 어떻게 해결하였는지를 글로 쓰도록 하세요"라고 제안한다. ② 소수판을 이용하여 몫이 소수 두자리의 소수인 소수÷자연수의 문제해결하기 교사는 "이제 1.04÷4, 0.95÷5의 문제를 짝과 함께 소수판을 이용하여 해결해 보세요"라고 한다. 역시 교사는 학생들이 나름대로의 방식으로 여러 가지 소수판을 사용하여 문제를 해결할 수 있도록 안내하고 자신의 문제해결방법과 과정을 나누어준 종이에 붙이고 설명하도록 한다. *다양한 방법으로 할 것을 격려한다.		8 절 종이	협동 학습 (pairs check)
활동 2	① 소수 나눗셈의 원리를 일반화하기 교사는 "활동 1을 통하여 소수의 나눗셈의 원리에 대해 짝과 함께 의논한 것을 조원들과 함께 의논해보고 의논하는 내용을 써봅시다."라고 제안한 후 "이제 조원들과 함께 의논한 내용을 이야기해봅시다."라고 제안하고 각 아동들이 검토해서 가장 적절한 것을 종합하고 선택하여 구성하여 각 조의 문제해결방법과 과정을 칠판에 붙이고 발표하게 한다. ② 교사는 조별 발표를 통하여 학급 전체의 소수의 나눗셈의 원리에 대해 학생들이 정리할 수 있도록 하고 특히 자연수의 나눗셈의 원리와의 상호연관성에 대하여 정리할 수 있도록 한다. *예상:자연수의 나눗셈의 원리와 비교한다. ③ 교사는 교과서 p 43, 44의 빈칸 채우기를 통해 소수÷자연수의 형식적 알고리즘 발견하도록 한다. 또한 유사한 문제인 교과서 p 46, 48의 네모칸을 채워오는 과제를 내 준다.		8 절 종이	협동 학습 (group)

<표 7> 창의적 문제 해결력 신장을 위한 수업 점검표

번호	질문		예	아니오
1	수업이 학습 목표와 일치하였는가?			
2	수업 내용이 교육과정의 주제를 선명히 담고 있는가?	알고리즘		
		규칙과 일반화		
		관계		
		다양한 표현		
3	비판적 사고	분석을 유도하는 발문을 하였나?		
		추론을 유도하는 발문을 하였나?		
		정교성을 유도하는 발문을 하였나?		
4	확산적 사고	독창성을 유도하는 발문을 하였나?		
		융통성을 유도하는 발문을 하였나?		
		유창성을 유도하는 발문을 하였나?		
5	동기적 요소	수업이 학생들의 참여를 유도하는 몰입의 기회를 제공할 만큼 흥미로운가?		
		수업 분위기는 민주적이고 수용적이고 화기애애한 것이었나?		
		활동 내용이 학생들의 실제 생활을 반영하거나 근접하였는가?		
		학생들의 직관적인 생각을 발산시키도록 유도하는 발문을 하였나?		

4. 효과검증과정

효과검증을 위하여는 서울시내 사립초등학교 5학년 4학급중 2개학급을 연구대상학급으로 선정하여 각각 실험반(31명)과 비교반(34명)으로 배정하고 위에서 개발된 5개 단원 총 32차시의 수업을 1999학년도 2학기 9월에서 12월에 걸쳐 실시하였다.

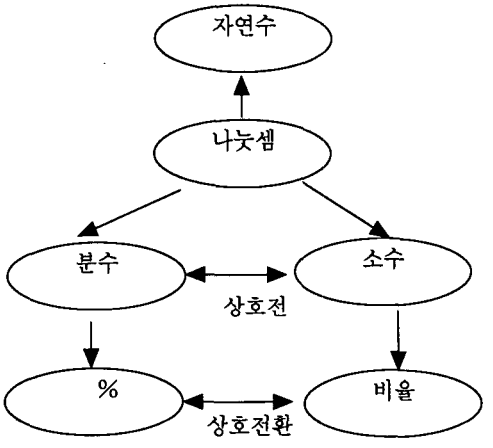
프로그램을 시행하기 전 두 집단의 동질성을 확인해 보기 위하여, 연구팀이 개발한 창의적 문제해결검사도구로 창의적 문제해결력에 있어서 최초 두 집단의 평균이 유의미한 차이를 보이는지 검증하였다. 검증결과, 두 집단의 평균 차이가 유의미하지 않았으며 이는 두 집단이 동질함을 보여주는 결과라고 볼 수 있었다. 따라서 동질하다고 판단된 두 집단 중 한 집단을 실험집단으로, 다른 한 집단을 통제집단으로 선정하여 6차 교육과정에 근거하여 실험집단과 같은 내용을 일반적인 수업방법으로 진행하였고, 실험집단에만 프로그램을 투여하였다.

검사문항 제작을 위하여는 권오남과 김 경자(1997)의 초등수행평가제작 및 평가, Cresst(http://cresst96.cse.ucla.edu//index,htm), Charles 외(1996)의 문제해결과정의 평가기법, 그리고 한국교육개발원(1998)에서 개발된 수학적 창의적 문제해결력 검사도구가 참고 되었다. 개발된 검사도구는 <부록>에서 보는 바와 같은 수행과제를 중심으로 한 개방형문제를 중심으로 구성되었는데 사전 집단간 동질성검사와 사후 집단간 효과의 차이를 알아보기 위한 도구 2종이 개발되었다. 각각 검사지는 실시된 5개의 단원의 내용에 대응하여 5개 문항으로 구성되었고 전체 소요시간은 약 1시간으로 보았다. 개발된 수행평가 검사지는 예비실시를 통해

수정보완되었고 수행평가와 교육평가 그리고 창의성 전문가에 의해 검증을 받았다.

검사결과의 채점을 위하여는 <그림 4>와 같이 모범답과 4등급으로 등급화한 채범기준표를 만들어 채점하였다. 채점기준표에서는 정,오답에 관련한 비판적 사고요소보다는 확산적 사고요소에 중점을 두어 채점하도록 마련되었다. 채점의 신뢰도를 높이기 위하여 3인의 채점자가 채점자간 일치도가 .8에서 .9가 되도록 훈련한 후 채점하였고, 실제 채점결과의 채점자간 일치도는 .81-,99로 높게 나타났다. 검사 결과분석에서 창의적 문제해결력의 집단간 차이를 알아보기 위해서는 처치전의 집단간 동질성이 구해졌으므로 집단의 사후결과의 차이에 대한 T검증을 실시하였다.

참고 가능한 답 < 예 1 >



0	전혀 이해를 못하고 개념지도를 그리지 못하는 경우
1	2-3개의 단어들의 타당한 관계를 파악하여 개념 지도를 작성 한 경우
2	4-5개의 단어들의 타당한 관계를 파악하여 개념 지도를 작성 한 경우
3	6가지 단어들의 관계를 모두 파악하여 개념 지도를 작성한 경우

<그림 4 > 채점기준의 예

IV. 창의적 문제해결력 신장을 위한 수학교육과정 적용 결과

프로그램 투여 후 실시한 창의적 문제해결력 검사 점수의 각 집단별 기초통계치는 <표 8>과 같다. 각 문항은 최저점수 0점에서 시작하여 4등급으로 5점, 10점, 그리고 최고점수 15점까지로 하였다. 총 5문항으로 75점 만점에 실험집단은 평균 52.63과 편차 15.35를, 통제집단은 평균 44.95와 편차 13.04를 기록하였다.

프로그램 실시 이후 위의 두 집단의 수학 창의적 문제해결력 검사를 실시하였는데, 프로그램을 시행하기 전 두 집단의 동질성을 사후 검사와 동질한 수학 창의적 문제해결력검사를 통해 확보하였기 때문에 두 집단의 점수차이에 대한 유의미성을 T검증하였다. <표 9>에서 보는 바와 같이 검사결과, 검사총점에서는 집단간 평균차이가 유의미하였다. 따라서, 전체적인 총점으로 보았을 때, 개발된 창의적 문제해결력 신장을 위한 수학교육과정은 효과가 있다고 보아졌다.

문항별로 볼 때는 4번 문항과 5번 문항에서는 집단간 평균차이가 유의미하였고 2번 문항은 P-value가 .05인 것으로 보아 프로그램 처치 효과의 가능성이 잠재되어 있다고 볼 수 있었다. 그러나 1번과 3번 문항

<표 8> 각 집단별 검사 기초통계치

변수	평균	표준편차	최소값	최대값
◉ 실험집단(N=31)				
1번	10.48387097	4.71784533	0	15.0000000
2번	9.08602151	4.51004454	0	15.0000000
3번	12.25806452	5.29759532	0	15.0000000
4번	12.09677179	4.23756879	5.0000000	15.0000000
5번	8.70967742	5.91153420	0	15.0000000
검사 총점	52.63440860	15.35248920	15.0000000	75.0000000
◉ 통제집단(N=34)				
1번	10.14705882	4.17156575	5.0000000	15.0000000
2번	7.00980392	3.88772158	0	15.0000000
3번	12.20588235	4.11780621	0	15.0000000
4번	9.70588235	5.06640397	0	15.0000000
5번	5.88235294	4.51774083	0	15.0000000
검사 총점	44.95098039	13.04928042	10.0000000	65.0000000

에서는 실험집단의 평균점수가 통제집단의 평균점수보다 높기는 하였으나 집단간 평균차이가 통계적으로 유의미하지 않았다. 다양한 해석의 가능성이 있을 수 있겠으나, 보다 근본적인 이유 중 하나는 창의적 문제해결력이란 장기간에 걸쳐 향상될 수 있는 능력이기 때문에 1학기간의 실시로서는 괄목할 만한 효과가 나타나기는 어렵다고 해석되어 질 수 있었다.

그러나 결론적으로 볼 때, (1) 교수적 차원에서는 확산적 사고와 비판적 사고를 조장하고 (2) 교육과정 차원에서는 연결주제로 개념적 지식의 심층구조를 강조하며 수학적 도구와 기술사용과 사고 요소 등의 절차적 지식을 강조하는 본 수학교육과정은 창의적 문제해결력 신장에 효과가 있는 것으로 검증되었다고 말할 수 있다.

V. 요약 및 결론

본 연구는 창의적 문제해결력 신장을 위한 수학 교육과정을 개발하고, 그 적용효과를 알아보고자 하는데 목적을 두었다. 개발된 창의적 문제해결력 증진을 위한 수학교육과정은 수학의 개념적 지식(내용)과 절차적 지식(기능), 그리고 창의적 사고요소 (확산적 사고와 비판적 사고) 등 3가지 요소를 기반으로 하였다. 세부적으로 보면 수학교육과정의 내용을 개념적 지식과 절차적 지식으로 이원화하여, 개념적 지식은 수학의 본질을 구성하는 4개의 주제를 중심으로 6개 하위영역을 연결하여 총괄 개념, 학년별 개념, 그리고 하위개념으로 구성하였고, 절차적 지식은 사고요소, 계산기능요소, 수학적 도구와 기술사용 등 3요소로 구성하였다. 한편 창의적 사고요소는 이러한 교육과정내용을 PBL을 기반으로 하는 단원개발을 하는 과정에서 융합되도록 하였다. 그 적용효과를 검증하기 위해서는 초등학교 5학년을 대상으로 1학기간 투입하고 수행과제를 통해 수학적 창의적 문제해결력 검사를 실시하여 집단간 점수차이를 검증하였다. 그 결과 본 교육과정은 아동의 수학적 창의적 문제해결력 신장에 효과가 있는 것으로 드러났다.

창의적 문제해결 신장을 위한 본 교육과정 개발은 창의성이란 관점에서 국가수준의 교육과정을 상세화한 작업이라고 할 수 있다. 3차년에 걸친 이러한 재구성

<표 9> 수학적 창의적 문제해결력 검사결과에 대한 T 검증 결과

문항	집단	평균	표준 편차	T	DF	Prob>|T|
1	실험	10.48387097	4.71784533	0.3055	63.0	0.7610
	통제	10.14705882	4.17156575			
2	실험	9.08602151	4.51004454	1.9927	63.0	0.0506
	통제	7.00980392	3.88772158			
3	실험	12.25806452	5.29759532	0.0447	63.0	0.9646
	통제	12.20588235	4.11780621			
4	실험	12.09677191	4.23756879	2.0528	63.0	0.0442
	통제	9.70588235	5.06640397			
5	실험	8.70967742	5.91153420	2.1777	63.0	0.0332
	통제	5.88235294	4.51774083			
검사총점	실험	52.63440860	15.35248920	2.1800	63.0	0.0330
	통제	44.95098039	13.04928042			

작업은 여러 가지 연구자원에 비해 너무도 방대한 작업이었으므로 아직 정교화되고 타당화가 되어야 할 부분을 많이 남기고 있고 특히 절차적 지식에 대한 정교화는 중요한 과제로 남아있다. 따라서 이러한 구성체제를 기반으로 학년별 초등교육과정을 계속 재구성하면서 정보화사회에서 요구되는 창의적인 문제해결력을 신장하기 위한 체계적이고 실질적인 수학교육과정으로서의 정교화를 계속해 나아가고자 한다. 그러나 개발되어진 수학교육과정틀은 아직 구성체제에서 큰 변화를 가져온 적이 없는 국가 수준의 수학 교육과정개발에 주는 하나의 자극제가 될 수 있으리라고 기대한다.

참 고 문 헌

교육부 (1992). 제 6차 수학과 교육과정. 서울: 교육부.

교육부 (1997). 제 7차 수학과 교육과정. 서울: 교육부.

권오남 · 김정효 (1997) 창의적 문제해결을 위한 초, 중등 수학교육과정 개발을 위한 기초연구. 초등교육학회 <초등교육연구> **11(1)**, 213-237.

권오남 · 김경자 (1997). 초등수행평가제작 및 평가. 서울: 양서원.

김경자 · 김아영 · 조석희 (1997). 창의적 문제해결력 신장을 위한 교육과정 개발의 기초: 창의적 문제해결의 개념모형 탐색. 교육과정학회 <교육과정연구>. **15(2)**, 129-153.

김상문 (1989). 수학기초론. 서울:민음사.

김정효 · 권오남 (1999). 창의적 문제해결력 신장을 위한 수학교육과정개발: 개념적 지식을 중심으로. 이화여자대학교 ,<교과교육연구> **3(2)**, 247-264.

송상헌 (1996). 수학영재교육 프로그램을 위한 수학적 영재성의 정의와 판별의 이론적 고찰. 대한수학교육학회 <대한수학교육학회 논문집> **6(2)**, 271-294.

청람수학교육 (1999). 제 8회 수학교육학 세미나 -창의성 신장을 위한 수학 교수 학습 방법 탐색-. 한국교원대학교 <청람수학교육> **8**.

한국교육개발원 (1997). 창의력 신장을 돕는 중학교 수학과 학습 평가 방법 연구. 연구보고. CR 97-10-1. 서울: 한국교육개발원.

한국교육개발원 (1998). 수학적 창의성 문제해결력 검사도구 초고.

Alberta Department of Education, Edmonton (1996). *Alberta program of Studies for K-9 mathematics.*. Alberta Department of Education, Edmonton.

Australian Education Council (1990). *A national statement on mathematics for australian schools.* Carlton : Curriculum Corporation.

Bezuk, N. S., et al.(1998). *Houghton Mifflin Math.* Atlanta: Houghton Mifflin Company.

Bruner, J. S. (1960). *The process of education.* Cambridge. MA: Harvard University Press.

California State Department of Education (1987). *Mathematics Model Curriculum guide Kindergarten through Grade eight.* California, CA: CSDF.

California Department of Education (1992). *mathematics framework for California public schools.* California, CA: California Department of Education.

California Department of Education (1998). *mathematics framework for California public schools.* California, CA: California Department of Education.

Charles, R.; Lester F. & O'daffer P. (1996). 문제해결과정의 평가기법(강 완,김진호, 신혜진 역). 서울: 동명사.

Cresst. http://cresst96.cse.ucla.edu //index,htm,

Davis P. J. & Hersh, R (1997). 수학적 경험 상(양영모 와 허민 역). 서울 : 경문사.

Devlin K. (1996). *Mathematics: Science of Patten*(수학 : 양식의 과학). 서울: 경문사.

Ervynck, G. (1991). Mathematical creativity. In D. Tall(Ed.). *Adavanced Mathematical Thinking.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Goldin, G. A. & McClintock, E., (1984). *Task variables in mathematical problem solving.* Philadelphia, Pa. : Franklin Institute Press.

Guilford, J. P. (1986). *Creative Talents.* Buffalo, N. Y. : Bearly Limited.

Haylock, D. W. (1987). A framework for assessing mathematical creativity in schoolchildren. *Educational Studies in Mathematics* **18**, 59-74.

Hiebert (1986). *Conceptual and procedual knowledge: The case of mathematics.* Hillsdale, HJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Howson, G. (1994). *Mathematics in the New Zealand Curriculum.* University of Southampton.

Khatena, J. (1982). *Psychology of the Gifted.* Library of Congress Cataloging-in-Publication Data.

Klien M. (1994) *Mathematics and the search for Knowledge*(지식의 추구와 수학). 서울: 이화여자대학교출판부.

Krulick, S. & Rudnick, J. A. (1989). *Problem solving : a handbook for senior high school teachers.* Boston : Allyn and Bacon.

Krutetskii, V. A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in school children.* Chicago: The Univ. of Chicago Press.

Lester, L. K. Jr. (1994). Musings about mathematical problem-solving research: 1970-1994. *Journal for Research in Mathematics Education* **25(6)**, 660-675.

Lubart, T. I. (1994). Creativity. In R. J. Sternberg, *Thinking and problem solving* (pp. 289-332). NY: Academic Press, Inc.

National Council of Teachers of Mathematics (1992). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics addenda series.* Reston,Va: NCTM.

NCTM:Standards2000:HomeContenthttp://standards-e.nctm.org/1.0/normal/standards.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D. A. Grows, (Ed.) *Handbook of research on mathematics teaching and learning.* Library of Congress Cataloging-in-Publication Data.

Schroeder, T. L & Lester, F. K. (1989). Developing understanding in mathematics via problem solving. In P. R. Trafton (Ed.). *New directions for elementary school mathematics* (pp. 31-56.). Reston, VA: NCTM.

Starko, A. J. (1995). *Creativity in the classroom.* White Plains. N.Y: Longman.

Sternberg, R. J .& Lubart, T. I. (1996). Investing in creativity. *American psychologist* **51(7)**, 677-688. The Univ. of Chicago Press.

The British Council (1997). *The national curriculum for maths.* The British Council.

Urban, K. K. (1995). *Creativity-Componential Approach.* Paper presented to China meeting of the 11th world conference on gifted and talented children. Beijing China. August 5-8.

Development and Implementation of Elementary Mathematics Curriculum to Enhance Creative Problem Solving Ability

Kim, Jung-hyo
Dept. of Elementary education, College of Education, Ewha Womans' University, 11-1 Daehyun-dong, Seodaemun-gu, Seoul, Korea. E-mail: junghyo@mm.ewha.ac.kr

Kwon, Oh-nam
Dept. of Mathematics education, College of Education, Ewha Womans' University, 11-1 Daehyun-dong, Seodaemun-gu, Seoul, Korea. E-mail: scheong@columbus.rr.com

The purpose of this study is to develop and implement an alternative elementary mathematics curriculum to enhance creative problem solving ability. The curriculum consisting of three main elements was developed. The three elements are content knowledge, process knowledge and creative thinking skills. The curriculum contents and the units were developed by mathematics educators, elementary educators, psychologists, elementary school teachers and curriculum specialists for 3 years.

In order to test the effectiveness of the developed curriculum, the 5 units based on a problem-based-learning(PBL) method were implemented in a 5th grade class as an experimental group during the second semester. For the comparison group the ordinary lesson based on the 6th national mathematics curriculum was implemented during the same period.

Performance assessment was developed and used for the pre and post test. T-test was used to testify that the effect of the curriculum is statistically significant. The results of the test showed that the experimental group progressed significantly in the creative problem solving ability, but the comparison group did not.

<부 록>

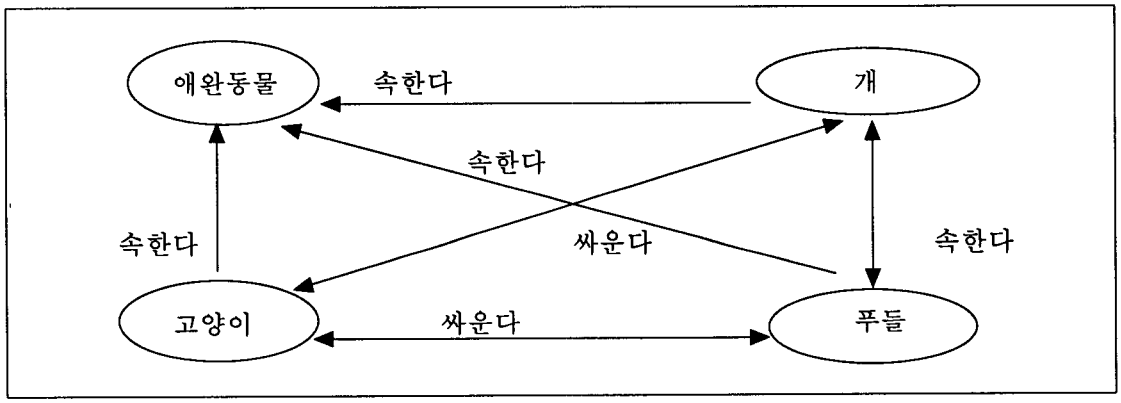
수학 창의적 문제해결력 검사지

1. (수와 연산)
다음에서 주어진 수들과 여러분이 알고 있는 모든 수학 기호를 이용하여 답이 12가 되는 식을 여러 가지 만들어 보세요. 단, 한 식에서 같은 수는 한 번밖에 쓸 수 없습니다.

	3/2	60	0.8	6
0.60	8/4	0.5	10	72

2. (수와 연산)
보기는 동그라미 안에 있는 단어들을 화살표로 연결지어 그 관계를 설명한 개념지도입니다. 다음의 주어진 단어들을 이용하여 그들간의 관계를 개념 지도로 나타내어 보세요.

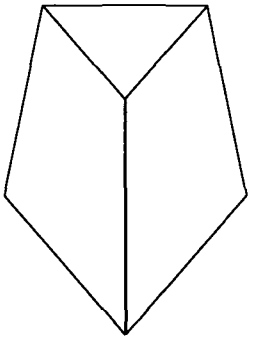
<보기>



<사용할 단어>

분수,	퍼센트,	소수,	나눗셈,	비율,	자연수

3. (도형)
동현이는 친구들과 함께 블록쌓기 놀이를 하고 있습니다. 그런데 블록을 쌓다보니 다음과 같은 삼각기둥 모양의 블록이 모자라서 도화지로 이와 똑같은 모양을 만들려고 합니다. 동현이가 블록을 만들기 위해서는 도화지에 삼각기둥 모양의 전개도를 그려야 합니다. 동현이가 그릴 수 있는 전개도는 어떤 모양일까요? 생각할 수 있는 여러 가지의 모양을 최대한 많이 그려 보세요 (크기에 상관없이 생각해 보십시오) .



4. (확률과 통계)
아래의 표는 미국 몬테나 주의 록키 산맥에 살고 있는 회색 곰과 검은 색 곰 몇 마리의 무게를 나타낸것입니다.

회색곰			검은색 곰		
곰돌이	수컷	100kg	갑순이	암컷	105kg
춘삼이	수컷	77kg	곰순이	암컷	68kg
곰두리	암컷	96kg	삼돌이	수컷	64kg
삼순이	암컷	150kg	삼룡이	수컷	105kg
향단이	암컷	86kg	방자	수컷	77kg
갑돌이	수컷	82kg	곰딴지	수컷	100kg
말순이	암컷	132kg	점순이	암컷	68kg
봉삼이	수컷	105kg	복돌이	수컷	91kg
			곰탱이	수컷	73kg
			봉순이	암컷	77kg

검은색 곰과 회색 곰 중 어떤 종류의 곰이 더 무거운 지 여러분이 알기 쉽게 위의 자료를 정리해 보세요. 검은색 곰과 회색 곰 중 한쪽이 다른 쪽에 비해 얼마나 더 무겁다고 말할 수 있을까요?

5. (규칙성과 함수)
자전거 만들기를 전문으로 하는 기술자 아저씨가 있습니다. 이 아저씨는 두 발 자전거와 세 발 자전거만을 만든다고 합니다. 어제 하루 동안 아저씨는 자전거를 만들기 위해 모두 21개의 바퀴를 사용하였습니다. 아저씨가 어제 만든 두발 자전거와 세 발 자전거는 각각 몇 개 일까요? 여러분이 생각한 답과 그 풀이 과정을 적어주세요.