

ATM LAN 시스템을 위한 NEXT 억제

정회원 원희철*, 임기홍*

NEXT Suppression for ATM LAN System

Hui-chul Won*, Gi-hong Im* *Regular Members*

요약

본 논문은 ATM LAN 시스템의 NEXT (near-end crosstalk) 억제에 관한 연구로서, cyclostationary 근단 누화 신호 (NEXT)가 존재하는 경우, NEXT 억제를 수행하는 PS-FSE (phase-splitting fractionally spaced equalizer)의 수렴 동작과 성능에 대하여 분석한다. 전체 수렴 속도와 수렴 후 성능은 신호와 근단 누화 신호와의 상대적 클럭 페이즈 (relative clock phase)에 따라 다르게 나타나고, 이러한 현상은 PS-FSE의 eigenstructure를 통해 설명할 수 있다. Cyclostationary 근단 누화 신호가 존재하는 경우 PS-FSE는 stationary 잡음의 경우와 다른 eigenstructure를 가진다. PS-FSE의 전체 수렴 속도는 근단 누화 신호 전력 스펙트럼에서 신호와 근단 누화 신호간의 cross 전력 스펙트럼을 뺀 값으로 구해지는 eigenvalue값에 의해 결정되고, 따라서, 신호와 근단 누화 신호간의 correlation에 의해 전체 수렴 속도가 좌우된다.

ABSTRACT

Near-end crosstalk (NEXT) suppression is studied for ATM LAN system application. In this paper, the convergence behavior and the steady-state performance of a phase-splitting fractionally spaced equalizer (PS-FSE) are analyzed in the presence of a cyclostationary crosstalk interference. We show that the FSE in the presence of cyclostationary crosstalk has different eigenstructure compared to the one in the presence of stationary noise. It is shown that the convergence rate of the PS-FSE in the presence of cyclostationary crosstalk is determined by the small eigenvalues that can be obtained by subtracting the cross power spectrum between the signal and the crosstalk from the aliased crosstalk power spectrum. We also show that the convergence characteristic of the PS-FSE varies depending on the relative clock phase between the signal and the crosstalk.

I. 서론

ATM LAN (asynchronous transfer mode local area network) 시스템 환경에서 고속의 데이터 전송을 방해하는 중요 요소가 이웃하는 선로 사이에서 발생하는 NEXT (near-end crosstalk)이다^{[4]-[12]}. 이러한 NEXT는 심볼 간격과 같은 크기의 주기를 가지고 통계가 반복되는 특성을 가진다. 이를 cyclostationarity 특성이라 한다. 고속의 데이터 전송에 널리 사용되는 FSE(fractionally spaced equalizer)

는 cyclostationary NEXT가 존재하는 경우 기존의 SRE (symbol rate equalizer)보다 좋은 성능을 가진다^{[4]-[10]}. 특히, 고속의 LAN 시스템에 적당한 PS-FSE (phase splitting FSE)는 통과 대역 실 신호를 입력으로 받아서 phase splitter와 FSE의 기능을 합친 역할을 한다^{[1]-[3]}. Stationary 특성의 잡음이 존재하는 경우 PS-FSE의 성능은 널리 연구되어 왔다^{[2],[3]}.

고속의 LAN 시스템에서는 대역폭을 효율적으로 이용하는 CAP (carrierless AM/PM) 전송 방식이

* 포항공과대학교 전자전기공학부(squiffy@postech.ac.kr)

논문번호 : 00010-0111, 접수일자 : 2000년 1월 11일

※ 본 연구는 정보통신연구진흥원 논문연구과제(2000-188-01)와 교육부 BK21 프로그램 지원으로 수행되었습니다.

사용된다^{[4]-[6]}. CAP 전송 방식은 기존의 QAM (quadrature amplitude modulation) 전송 방식과 유사한 방식으로, QAM 전송 방식에 비해 시스템 복잡도가 적은 장점을 가진다.

NEXT가 존재하는 경우, 올바른 성능을 얻기 위한 방법으로는 NEXT 제거 (NEXT canceller)를 설치하여 NEXT를 먼저 제거하고, 등화기를 통해 신호를 등화하는 NEXT 제거 (NEXT cancellation) 방법과 NEXT 제거기를 사용하지 않고 등화기만을 사용하여 NEXT 억제와 신호 등화를 동시에 수행하는 NEXT 억제 (NEXT suppression) 방법이 있다. 특히, NEXT 억제 방법은 등화기만을 사용함으로써 시스템 복잡도가 적고, cyclostationary NEXT가 존재하는 경우, 넓은 초과 대역폭 (excess bandwidth)을 사용함으로써 탁월한 NEXT 억제 효과를 얻을 수 있다^[4]. 또한, 신호와 NEXT와의 상대적 클럭 페이즈 (relative clock phase)에 따라 전체 수렴 속도와 수렴 후 성능이 큰 차이를 나타내는데, 본 논문에서는 이러한 현상을 PS-FSE의 eigenstructure를 통해 규명하고 실험 결과와 비교, 검증한다.

본 논문에서는 ATM LAN 시스템에서 성능 저하 요소인 NEXT가 존재하는 경우 PS-FSE의 eigenvalue를 유도하고, 유도된 eigenvalue값과 전체 수렴 속도와의 상관 관계를 살펴보고자 한다. 먼저, 제 2장에서는 ATM LAN 시스템 환경에 대하여 설명하고, 제 3장에서는 NEXT 개수에 따른 PS-FSE의 eigenvalue를 유도하며, 신호와 NEXT사이의 correlation과 eigenvalue와의 관계를 살펴 본다. 제 4장에서는 유도된 eigenvalue와 전체 수렴 속도와의 관계를 이론적으로 밝혀 실험 결과와 비교, 검증한다. 제 5장에서는 결론을 맺는다.

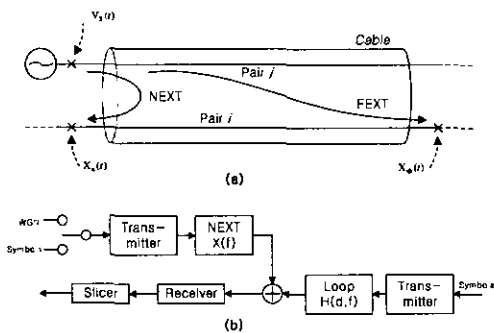


그림 1. (a) NEXT와 FEXT 발생 (b) NEXT를 포함한 채널 모델

II. ATM LAN 시스템 환경

근거리 네트워크 (LAN) 시스템에서 UTP (unshielded twisted-pair) 선로를 사용하는 송수신기에 있어서, 성능 저하를 가져오는 두 가지 대표적인 요소가 전송 선로 감쇄 (propagation loss)와 그림 1(a)와 같은 선로 간의 누화 (crosstalk)이다. LAN 시스템에서는 NEXT (near-end crosstalk)가 FEXT (far-end crosstalk)보다 훨씬 더 심각하다. 그림 1(b)는 전체적인 통신 시스템 모델을 보여주고 있다. 오른쪽의 송신기는 전송 함수 $H(d, f)$ 의 선로를 통해 신호를 보내고, 선로를 통과한 신호는 선로간의 누화에 의해 발생한 NEXT신호가 더해져서 수신기에 전달된다. 전송 신호와 누화 신호가 같은 전송 구조를 가지는 경우 누화 신호 NEXT를 self-NEXT라고 한다. 그림 1(b)에서 누화 신호의 송신기 입력이 백색 가우시안 잡음 (white Gaussian noise)이면 NEXT는 stationarity 특성을 가지게 되고, 심볼이 입력되면 cyclostationarity 성질을 가지게 된다. 길이 d 의 전송 선로 함수 $H(d, f)$ 는 식 (1)로 표현된다.

$$H(d, f) = e^{-d\gamma(f)} = e^{-\alpha d(f)} e^{-j\beta d(f)}. \quad (1)$$

선로 감쇄 $L_p(f)$ 는 식 (1)로부터 다음과 같이 얻어지고, dB로 표시되었다.

$$L_p(f) = -20 \log_{10} |H(1, f)| = a'\sqrt{f} + b'f. \quad (2)$$

표 1은 TIA/EIA-568-A 표준^[11]에 규정된 category 케이블의 최악의 전송 선로 감쇄를 나타낸다. 이론적인 NEXT 채널의 전송 함수 $X(f)$ 와 NEXT 감쇄 $L_N(f)$ 는 각각 식 (3)과 (4)로 표현되고, 식 (4)는 dB 단위이다.

표 1. TIA/EIA-568-A 최악의 전송 선로 감쇄

TIA/EIA Cable	Propagation Loss $L_p(f)$ in dB per 100m	Frequency Range (MHz)
Category 3	$2.320\sqrt{f} + 0.238f + 0.000/\sqrt{f}$	$0.772 \leq f \leq 16$
Category 4	$2.050\sqrt{f} + 0.043f + 0.057/\sqrt{f}$	$0.772 \leq f \leq 20$
Category 5	$1.967\sqrt{f} + 0.023f + 0.050/\sqrt{f}$	$0.772 \leq f \leq 100$

$$|X(f)|^2 = \chi f^{3/2}. \quad (3)$$

$$L_N(f) = -10 \log |X(f)|^2 = K - 15 \log f. \quad (4)$$

여기서, χ 는 NEXT 채널의 커플링 계수이다.

표 2. TIA/EIA-568-A 최악의 선로간 NEXT감쇄

TIA/EIA Cable	Coupling Coefficient χ	NEXT Loss $L_N(f)$ in dB	Frequency Range (MHz)
Category 3	7.39×10^{-5}	$43 - 15 \log(f/f_0)$	$0.772 \leq f \leq 16$
Category 4	2.34×10^{-6}	$58 - 15 \log(f/f_0)$	$0.772 \leq f \leq 20$
Category 5	5.87×10^{-7}	$64 - 15 \log(f/f_0)$	$0.772 \leq f \leq 100$

표 2는 TIA/EIA-568-A 표준에 규정된 선로간 NEXT 감쇄의 예를 보여주고 있다. 이 때, f_0 는 0.772MHz이다. 표 1과 2의 선로에 대한 전송 선로 감쇄와 NEXT 감쇄를 그림 2에 나타내었다. 그림 2는 100m category 케이블에 대한 이론적인 값을 보여주고 있고, 그림 3은 실제 측정된 100m category

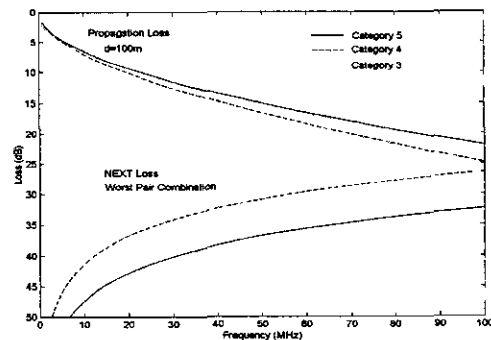


그림 2. TIA/EIA-568-A 표준 최악의 전송 선로 감쇄와 선로간 NEXT 감쇄

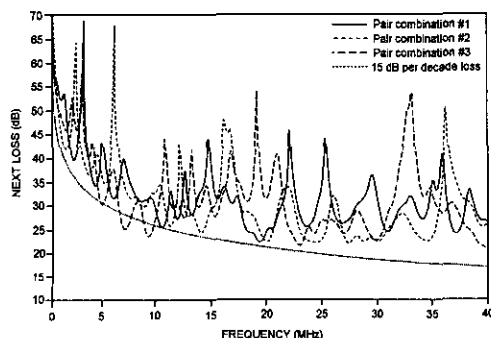


그림 3. Category 3 케이블의 NEXT 감쇄 측정치

3 케이블에 대한 NEXT 감쇄를 보여주고 있다. 그림 2를 통해 category 3 케이블이 가장 열악함을 알 수 있다.

III. 등화기의 eigenvalues

NEXT 억제를 수행하는 PS-FSE는 신호와 누화 신호간의 상대적 클락 페이즈에 따라 수렴 속도와 수렴 후 성능이 크게 차이가 난다. 이러한 현상을 규명하기 위해, 본 장에서는 cyclostationary 누화 신호가 존재하는 경우 신호와 누화 신호간의 상대적 클락 페이즈에 따른 PS-FSE의 eigenvalue를 이론적으로 유도하고, 실험값과 비교, 검증한다.

1. 1개의 NEXT가 존재하는 경우

1개의 NEXT가 존재하는 경우, 완벽한 NEXT 억제를 위해서는 적어도 100% 이상의 excess bandwidth를 사용해야 한다^[4]. 또한, 등화기의 유향 탭을 고려하여 120%의 excess bandwidth를 사용해야 올바른 결과를 얻을 수 있다.

T/6 PS-FSE의 입력 실 신호 $x(t)$ 는 다음과 같다.

$$x(t) = \text{Re} \left[\sum_{m=-\infty}^{\infty} s_m h(t-mT) + c_m x(t-mT-lT) \right], \quad l=0,1,2,3,4,5. \quad (5)$$

여기서, $h(t)$ 와 $x(t)$ 는 각각 신호 (s_m)과 누화 신호 (NEXT) (c_m)에 대한 전체 analytic 통과 대역 임펄스 응답이고, l 은 신호와 NEXT 사이의 상대적 클락 페이즈 (relative clock phase)이다. 복소 신호 시퀀스 (s_m)와 복소 누화 신호 시퀀스 (c_m)은 서로 uncorrelated이고, 백색의 제로 평균을 가진다. k 번째 샘플링 순간의 $x(t)$ 값을 $x(kT)$ 이라고 하면,

$$x(kT) = \frac{1}{2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} s_m h(kT-mT) + s_m^* h^*(kT-mT) + c_m x(kT-mT-lT) + c_m^* x^*(kT-mT-lT). \quad (6)$$

식 (6)의 수신된 신호 $x(kT)$ 는 $h(kT)$, $h^*(kT)$, $x(kT)$ 과 $x^*(kT)$ 에 의해 결정되고, 이 값들은 각각 그림 4의 스펙트럼 $H(\omega)$, $H^*(-\omega)$, $X(\omega)$ 와 $X^*(-\omega)$ 를 가진다.

N 심볼을 span하는 T/6 PS-FSE의 시간 nT 에서

의 입력 데이터 벡터 $\mathbf{r}(nT)$ 를 식 (7)로 정의한다.

$$\mathbf{r}(nT) = [r(nT + 6NT'/2 \cdots r(nT + T')r(nT) \cdots r(nT - 6NT'/2 + T')]^T \quad (7)$$

$\mathbf{r}(nT)$ 의 autocorrelation 행렬 \mathbf{A} 는 다음과 같다.

$$\mathbf{A} = E[\mathbf{r}(nT)\mathbf{r}'(nT)] \quad (8)$$

행렬 \mathbf{A} 의 characteristic 식은

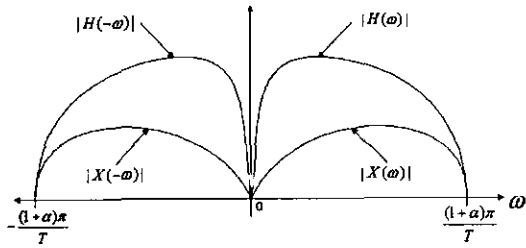


그림 4. 수신된 실 샘플의 전력 스펙트럼

$$\sum_{i=-\infty}^{\infty} a(kT, iT) v_i = \lambda v_k, k = -\infty, \dots, \infty. \quad (9)$$

여기서, $a(kT, iT)$ 은 \mathbf{A} 의 (k, i) 번째 요소이고, λ 는 \mathbf{A} 의 eigenvector \mathbf{v} 에 해당하는 eigenvalue이며, v_i 와 v_k 는 각각 \mathbf{v} 의 i 와 k 번째 요소이다. $r(kT)$ 가 주기 6의 cyclostationarity 특성을 가지고, $a(kT + rT, iT + sT)$ 이 $k - i$ 값에 의존하므로⁽³⁾ $a_{rs}[(k-i)T]$ 로 사용하여, 식 (9)를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\sum_{i=-\infty}^{\infty} a_{r0}[(k-i)T] v_{6i} + \cdots + a_{r5}[(k-i)T] v_{6i+5} = \lambda v_{6k+r}, k = -\infty, \dots, \infty, r = 0, 1, 2, 3, 4, 5. \quad (10)$$

식 (10)의 Fourier 변환을 취하면,

$$\mathbf{A}(\omega)\mathbf{V}(\omega) = \lambda\mathbf{V}(\omega) \quad (11)$$

이 때, $\mathbf{V}(\omega)$ 는 $r=0, \dots, 5$ 에 대한 $[F(v_r)]^T$ 를 r 번째 요소로 가지는 6×1 행렬이고, $\mathbf{A}(\omega)$ 는 $r, s=0, \dots, 5$ 에 대한 $F[a_{rs}(nT)]$ 를 (r, s) 번째 요소로 가지는 6×6 행렬이다. 여기서, $F(\cdot)$ 는 Fourier 변환을 의미하고, 윗첨자 t 는 transpose를 의미한다. 식 (6), (8)과 (10)을 이용하여 식 (11)의 $\mathbf{A}(\omega)$ 를 계산하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(\omega) &= \mathbf{H}^{*+}(\omega)\mathbf{H}^{++}(\omega) + \mathbf{H}^{-}(\omega)\mathbf{H}^{-}(\omega) \\ &+ \mathbf{X}^{*+}(\omega)\mathbf{X}^{++}(\omega) + \mathbf{X}^{-}(\omega)\mathbf{X}^{-}(\omega) \end{aligned} \quad (12)$$

여기서, $\mathbf{H}^{+}(\omega), \mathbf{H}^{-}(\omega), \mathbf{X}^{+}(\omega)$ 와 $\mathbf{X}^{-}(\omega)$ 는 각각 아래와 같은 요소를 가지는 6×1 행렬이다.

$$\begin{aligned} H_{r+}^{+}(\omega) &= F[\frac{1}{2} h(mT - rT)] \\ &= \frac{1}{2} e^{-j\omega r T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} [H(\omega - \frac{2\pi k}{T}) e^{-j\frac{2\pi k r}{6}}], \\ H_{r-}^{-}(\omega) &= F[\frac{1}{2} h^{*}(mT - rT)] \\ &= \frac{1}{2} e^{-j\omega r T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} [H^{*}(-\omega - \frac{2\pi k}{T}) e^{-j\frac{2\pi k r}{6}}], \\ X_{r+}^{+}(\omega) &= F[\frac{1}{2} x(mT - rT - lT)] \\ &= \frac{1}{2} e^{-j\omega(r+l)T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} [X(\omega - \frac{2\pi k}{T}) e^{-j\frac{2\pi k(r+l)}{6}}], \\ X_{r+}^{-}(\omega) &= F[\frac{1}{2} x^{*}(mT - rT - lT)] \\ &= \frac{1}{2} e^{-j\omega(r+l)T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} [X^{*}(-\omega - \frac{2\pi k}{T}) e^{-j\frac{2\pi k(r+l)}{6}}], \end{aligned} \quad (13)$$

신호와 NEXT간의 전력 비가 크다고 가정하면, 부록 A에서와 같이, 1개의 NEXT가 존재하는 경우 $\mathbf{A}(\omega)$ 의 eigenvalue는 다음과 같이 유도된다.

$$\begin{aligned} \lambda_{large}^{+}(\omega) &= \sum_{r=0}^5 |H_{r+}^{+}(\omega)|^2 + \frac{[\sum_{r=0}^5 H_{r+}^{+}(\omega) X_{r+}^{++}(\omega)]^2}{\sum_{r=0}^5 |H_{r+}^{+}(\omega)|^2 - |X_{r+}^{++}(\omega)|^2}, \\ \lambda_{large}^{-}(\omega) &= \sum_{r=0}^5 |H_{r-}^{-}(\omega)|^2 + \frac{[\sum_{r=0}^5 H_{r-}^{-}(\omega) X_{r-}^{--}(\omega)]^2}{\sum_{r=0}^5 |H_{r-}^{-}(\omega)|^2 - |X_{r-}^{--}(\omega)|^2}, \\ \lambda_{small}^{+}(\omega) &= \sum_{r=0}^5 |X_{r+}^{++}(\omega)|^2 - \frac{[\sum_{r=0}^5 H_{r+}^{+}(\omega) X_{r+}^{++}(\omega)]^2}{\sum_{r=0}^5 |H_{r+}^{+}(\omega)|^2 - |X_{r+}^{++}(\omega)|^2}, \\ \lambda_{small}^{-}(\omega) &= \sum_{r=0}^5 |X_{r-}^{--}(\omega)|^2 - \frac{[\sum_{r=0}^5 H_{r-}^{-}(\omega) X_{r-}^{--}(\omega)]^2}{\sum_{r=0}^5 |H_{r-}^{-}(\omega)|^2 - |X_{r-}^{--}(\omega)|^2} \end{aligned} \quad (14)$$

신호와 누화 신호간의 전력비가 크다고 하면, 식 (14)로부터 전체 eigenvalue가 λ_{large} 와 λ_{small} 로 나뉘어짐을 알 수 있다. 크기가 큰 eigenvalue λ_{large} (λ_{large}^{+} 와 λ_{large}^{-})는 신호 전력 스펙트럼에 신호와 NEXT간의 cross 전력 스펙트럼을 더한 값

이고, 작은 eigenvalue λ_{small} (λ_{small}^+ 와 λ_{small}^-)은 NEXT 전력 스펙트럼에서 cross 전력 스펙트럼을 뺀 값으로 계산된다. 그림 5는 1개의 NEXT가 존재하는 경우 100m category 3 케이블을 통해 수신기에 전달된 16-CAP 신호의 eigenvalue를 보여주고 있다. PS-FSE가 NEXT 억제를 수행함에 있어 가장 빠른 수렴 속도를 나타내는 상대적 클락 페이즈와 가장 느린 수렴 속도를 나타내는 상대적 클락 페이즈에 대하여, 그림5의 점선은 식 (14)를 통해 계산한 이론적인 eigenvalue이고, 실선은 N (N=20)개 심볼을 span하는 PS-FSE의 eigenvalue를 시뮬레이션을 통해 직접 구한 값이다. 두 결과가 거의 일치함을 볼 수 있다.

2. 2개의 NEXT가 존재하는 경우

2개의 NEXT가 존재하는 경우, 등화기의 유한 탭을 고려하여 220%의 excess bandwidth를 사용해야 효과적인 NEXT 억제 결과를 얻을 수 있다^[4].

T/8 PS-FSE의 수신된 신호의 autocorrelation 행렬 $A(\omega)$ 는 식 (12)와 같은 방식으로 다음과 같이 표현된다.

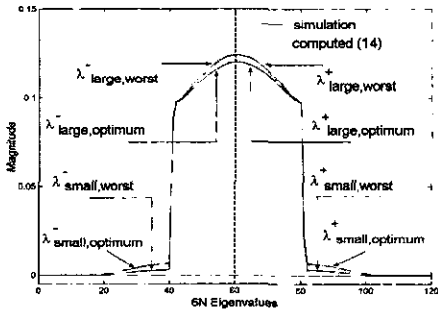


그림 5. 최적과 최악의 수렴 속도와 성능을 나타내는 상대적 클락 페이즈에 대한 PS-FSE의 eigenvalue

$$\begin{aligned}
 A(\omega) = & \mathbf{H}^{+*}(\omega)\mathbf{H}^{+}(\omega) + \mathbf{H}^{-*}(\omega)\mathbf{H}^{-}(\omega) \\
 & + \mathbf{X}_1^{+*}(\omega)\mathbf{X}_1^{+}(\omega) + \mathbf{X}_1^{-*}(\omega)\mathbf{X}_1^{-}(\omega) \\
 & + \mathbf{X}_2^{+*}(\omega)\mathbf{X}_2^{+}(\omega) + \mathbf{X}_2^{-*}(\omega)\mathbf{X}_2^{-}(\omega) \quad (15)
 \end{aligned}$$

신호와 NEXT간의 전력 비가 크다고 가정하면, 부록 A의 1개 NEXT가 존재하는 경우와 같은 방법으로, 식 (15)의 eigenvalue를 구하면 다음과 같다.

$$\lambda_{large}^{\pm}(\omega) = \sum_{r=0}^7 |H_r^{\pm}(\omega)|^2 + \sqrt{CPS(H^{\pm}, X_{1,2}^{\pm})}$$

$$\begin{aligned}
 \lambda_{middle}^{\pm}(\omega) = & \sum_{r=0}^7 |X_{1,r+l_1}^{\pm}(\omega)|^2 - \frac{1}{2} \sqrt{CPS(H^{\pm}, X_{1,2}^{\pm})} \\
 & + \frac{1}{2} \sqrt{CPS(H^{\pm}, X_{1,2}^{\pm}) + CPS(X_1^{\pm}, X_2^{\pm}) - CPS(H^{\pm}, X_1^{\pm}, X_2^{\pm})} \\
 \lambda_{small}^{\pm}(\omega) = & \sum_{r=0}^7 |X_{2,r+l_2}^{\pm}(\omega)|^2 - \frac{1}{2} \sqrt{CPS(H^{\pm}, X_{1,2}^{\pm})} \\
 & - \frac{1}{2} \sqrt{CPS(H^{\pm}, X_{1,2}^{\pm}) + CPS(X_1^{\pm}, X_2^{\pm}) - CPS(H^{\pm}, X_1^{\pm}, X_2^{\pm})} \quad (16)
 \end{aligned}$$

여기서, $CPS(\cdot)$ 는 cross 전력 스펙트럼을 뜻하며 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned}
 CPS(H^{\pm}, X_{1,2}^{\pm}) = & \frac{[\sum_{r=0}^7 H_r^{\pm}(\omega) X_{1,r+l_1}^{\pm}(\omega)]^2 + [\sum_{r=0}^7 H_r^{\pm}(\omega) X_{2,r+l_2}^{\pm}(\omega)]^2}{\sum_{r=0}^7 |H_r^{\pm}(\omega)|^2} \\
 CPS(X_1^{\pm}, X_2^{\pm}) = & 4[\sum_{r=0}^7 X_{1,r+l_1}^{\pm}(\omega) X_{2,r+l_2}^{\pm}(\omega)]^2 \\
 CPS(H^{\pm}, X_1^{\pm}, X_2^{\pm}) = & 8Re[\sum_{r=0}^7 H_r^{\pm}(\omega) X_{1,r+l_1}^{\pm}(\omega) \sum_{r=0}^7 X_{1,r+l_1}^{\pm}(\omega) X_{2,r+l_2}^{\pm}(\omega) \\
 & \sum_{r=0}^7 X_{2,r+l_2}^{\pm}(\omega) H_r^{\pm*}(\omega)] / \sum_{r=0}^7 |H_r^{\pm}(\omega)|^2 \quad (17)
 \end{aligned}$$

이 때, \pm 는 positive와 negative 스펙트럼을 의미하고, l_1 과 l_2 는 각각 신호와 첫 번째 NEXT, 신호와 두 번째 NEXT간의 상대적 클락 페이즈를 나타낸다. 첫 번째 eigenvalue λ_{large}^{\pm} 는 신호 전력 스펙트럼에 신호와 NEXT간의 cross 전력 스펙트럼을 더한 값이고, 두 번째 eigenvalue λ_{middle}^{\pm} 은 첫 번째 NEXT의 전력 스펙트럼에서 NEXT간의 cross 전력 스펙트럼을 더하고 신호와 두 개의 NEXT, 즉 세 요소간의 cross 전력 스펙트럼을 뺀 값이다. 세 번째 eigenvalue λ_{small}^{\pm} 은 두 번째 NEXT 전력 스펙트럼에서 신호와 NEXT간의 cross 전력 스펙트럼과 NEXT간의 cross 전력 스펙트럼을 빼고, 세 요소간의 cross 전력 스펙트럼을 더한 값으로, 신호와 NEXT간의 전력 비가 크면 λ_{large}^{\pm} 와 λ_{middle}^{\pm} 에 비해 매우 작은 크기를 가진다. 그림 6은 2개의 NEXT가 존재하는 경우, 220% excess bandwidth를 사용한 T/8 PS-FSE에 대하여, 상대적 클락 페이즈 $l_1=0, l_2=4$ 인 경우, 식 (16)을 통해 계산한 이론적인 eigenvalue와 시뮬레이션을 통해 얻은 eigenvalue가 거의 일치함을 보여주고 있다. 또한, 6N개의 nonzero eigenvalue가 존재하고, 2N개씩 크기가 다른 λ_{large}^{\pm} , λ_{middle}^{\pm} 과 λ_{small}^{\pm} 이 존재함을 확

인할 수 있다. 그림 7은 그림 6의 λ_{small}^{\pm} 을 확대하여 보여주고 있다. self-NEXT를 고려하여, 두 개의 NEXT의 상대적 클락 페이즈가 같은 경우에는 두 개의 NEXT가 선형적 종속 관계를 형성하여 크기가 2배인 하나의 NEXT가 존재하는 경우와 같게 된다. 따라서, 이 경우에는 식 (16)이 아닌, 식 (14)를 적용하여 4N개의 eigenvalue가 존재하게 된다.

IV. 등화기의 수렴 동작

본 장에서는 3장에서 유도된 eigenvalue를 이용하여 신호와 누화 신호간의 상대적 클락 페이즈에 따른 PS-FSE의 수렴 동작 원리를 규명한다.

Stationary 잡음이 존재하는 경우 PS-FSE의 수렴 동작은 다음과 같은 excess MSE $\epsilon_{ex}(n)$ 의 반복적 관계식으로 표현된다^[3].

$$\epsilon_{ex}(n+1) = \epsilon_{ex}(n)[1 - 2\Delta\bar{\lambda} + \Delta^2(2M)\lambda_{rms}^2] + \epsilon_{min}\Delta^2(2M)\lambda_{rms}^2 \quad (18)$$

여기서, Δ 는 LMS (least-mean square) 알고리즘의 스텝 사이즈이고, $\bar{\lambda}$ 와 λ_{rms} 는 각각 eigenvalue의 평균값과 rms (root-mean square)값이다. 식 (18)은 모든 nonzero eigenvalue의 크기가 거의 같다는 가정하에 유도된 식이다. 반면에, cyclostationary NEXT가 존재하는 경우, 식 (14)와 (16), 그림 5와 6에서와 같이 전체 nonzero eigenvalue의 크기가 확연히 구별되기 때문에 식 (18)을 직접 사용할 수 없다.

1. 1개의 NEXT가 존재하는 경우

Excess MSE $\epsilon_{ex}(n)$ 는 nT 순간의 계수 에러 벡터 $\delta C(n)$ 와 수신된 신호의 autocorrelation 행렬 A 로 다음과 같이 구성된다^{[3],[7]}.

$$\epsilon_{ex}(n) = E[(\delta C(n))^T A (\delta C(n))] \quad (19)$$

여기서, $\delta C(n)$ 는 nT 순간의 계수 벡터 $C(n)$ 에서 최적의 계수 벡터 C_{opt} 를 뺀 값이다.

$$\delta C(n) = C(n) - C_{opt} \quad (20)$$

Autocorrelation 행렬 A 는 아래와 같이 분리될 수 있다.

$$A = V D V^H \quad (21)$$

여기서, D 는 A 의 eigenvalue로 구성된 diagonal 행렬이고, V 는 A 의 eigenvector로 구성된 unitary 행렬이다. 회전된 계수 에러 벡터 $R(n)$, 즉, $R(n) = V \cdot \delta C(n)$ 을 이용하여 식 (19)를 변환하면,

$$\epsilon_{ex}(n) = E[(R(n))^T D (R(n))] \quad (22)$$

1개의 NEXT가 존재하는 경우 식 (21)의 diagonal 행렬 D 와 unitary 행렬 V 를 다음과 같이 나눌 수 있다.

$$D = D_{small} + D_{large} \\ = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{2N} & & & \\ & \mathbf{d}_{small} & & \\ & & \mathbf{0}_{2N} & \\ & & & \mathbf{d}_{large} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{2N} & & & \\ & & & \\ & & \mathbf{0}_{2N} & \\ & & & \mathbf{d}_{large} \end{bmatrix} \quad (23)$$

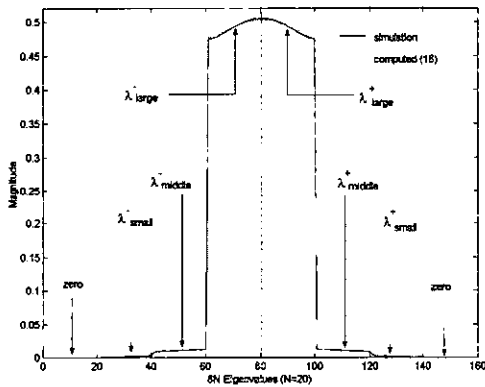


그림 6. 2개의 NEXT가 존재하는 경우 PS-FSE의 eigenvalues

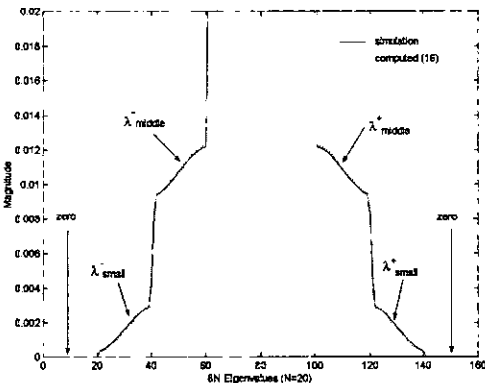


그림 7. 그림 6의 small eigenvalues

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_{small} + \mathbf{V}_{large}$$

$$= [\mathbf{v}_0 \quad \mathbf{v}_{small} \quad \mathbf{0}_{2N}] + [\mathbf{0}_{2N} \quad \mathbf{0}_{2N} \quad \mathbf{v}_{large}] \quad (24)$$

여기서, \mathbf{d}_{small} 과 \mathbf{d}_{large} 는 각각 $2N$ 개 λ_{small} 과 λ_{large} 로 구성된 $2N \times 2N$ diagonal 행렬이고, \mathbf{v}_0 , \mathbf{v}_{small} 과 \mathbf{v}_{large} 는 각각 zero eigenvalue와 λ_{small} , λ_{large} 에 해당하는 eigenvector로 구성된 unitary 행렬이다. 식 (23)과 (24)를 식 (21)에 대입하면,

$$\mathbf{A} = \mathbf{V}\mathbf{D}\mathbf{V}^* = \mathbf{V}_{small}\mathbf{D}_{small}\mathbf{V}_{small}^* + \mathbf{V}_{large}\mathbf{D}_{large}\mathbf{V}_{large}^* \quad (25)$$

식 (25)를 식 (19)에 대입하면, excess MSE $\epsilon_{ex}(n)$ 는 다음과 같이 두 요소의 합으로 표현된다.

$$\epsilon_{ex}(n) = E[(\mathbf{R}(n))^* \mathbf{D}(\mathbf{R}(n))]^2]$$

$$= E[(\mathbf{R}_{small}(n))^* \mathbf{D}_{small}(\mathbf{R}_{small}(n))]^2]$$

$$+ E[(\mathbf{R}_{large}(n))^* \mathbf{D}_{large}(\mathbf{R}_{large}(n))]^2]$$

$$= \epsilon_{ex_small}(n) + \epsilon_{ex_large}(n) \quad (26)$$

따라서, 식 (18)과 (26)으로부터, 1개의 NEXT가 존재하는 경우 excess MSE $\epsilon_{ex}(n)$ 의 반복적 관계식을 유도할 수 있다.

$$\epsilon_{ex}(n+1) = \epsilon_{ex_small}(n+1) + \epsilon_{ex_large}(n+1)$$

$$= \epsilon_{ex_small}(n)[1 - 2\Delta \bar{\lambda}_{small} + \Delta^2(2N)\lambda_{small_rms}^2]$$

$$+ \epsilon_{min} \Delta^2(2N)\lambda_{small_rms}^2$$

$$+ \epsilon_{ex_large}(n)[1 - 2\Delta \bar{\lambda}_{large} + \Delta^2(2N)\lambda_{large_rms}^2]$$

$$+ \epsilon_{min} \Delta^2(2N)\lambda_{large_rms}^2 \quad (27)$$

여기서, Δ 는 LMS 알고리즘의 스텝 사이즈이고, $\bar{\lambda}_{small}$ 과 λ_{small_rms} 는 각각 λ_{small} 의 평균값과 rms값이며, $\bar{\lambda}_{large}$ 와 λ_{large_rms} 는 각각 λ_{large} 의 평균값과 rms값이다. 식 (27)을 보면, 전체 excess MSE $\epsilon_{ex}(n)$ 는 λ_{small} 에 의한 $\epsilon_{ex_small}(n)$ 과 λ_{large} 에 의한 $\epsilon_{ex_large}(n)$ 의 합으로 표현된다. $\epsilon_{ex_small}(n)$ 과 $\epsilon_{ex_large}(n)$ 이 각각 수렴하기 위해서 스텝 사이즈의 범위는 아래와 같은 범위를 동시에 만족해야 한다.

$$\Delta \leq \frac{2\bar{\lambda}_{small}}{2N\lambda_{small_rms}^2}, \Delta \leq \frac{2\bar{\lambda}_{large}}{2N\lambda_{large_rms}^2} = \Delta_{max} \quad (28)$$

스텝 사이즈 $\Delta_{max}/2$ 값에 대하여 $\epsilon_{ex_small}(n)$ 과 $\epsilon_{ex_large}(n)$ 는 각각 아래와 같은 반복적 수렴 관계를 갖는다.

$$\epsilon_{ex_small}(n) \sim [1 - 2\frac{\bar{\lambda}_{large}\bar{\lambda}_{small}}{2N\lambda_{large_rms}^2}]^n,$$

$$\epsilon_{ex_large}(n) \sim [1 - 2\frac{(\bar{\lambda}_{large})^2}{2N\lambda_{large_rms}^2}]^n. \quad (29)$$

표 3은 1개의 NEXT가 존재하는 경우 최적과 최악의 수렴 속도를 나타내는 신호와 NEXT 사이의 상대적 클락 페이즈에 따른 eigenvalue값을 나타내고 있다. 표 3과 식 (27), (29)를 이용하여 그림 8로부터 그림 9의 실험 결과를 설명할 수 있다. 그림 8은 1개의 NEXT가 존재하는 경우 PS-FSE의 excess MSE 동작 모델이다. 표 3 과 식 (29)에 의해서 $\epsilon_{ex_small}(n)$ 은 매우 느린 속도로 수렴하고, $\epsilon_{ex_large}(n)$ 은 상대적으로 빠른 속도로 수렴한다. 전체 excess MSE는 $\epsilon_{ex_small}(n)$ 과 $\epsilon_{ex_large}(n)$ 의 합이므로 그림 8의 전체 excess MSE 곡선은 세 가지 영역으로 나누어지게 된다. 그림의 A영역에서는 $\epsilon_{ex_large}(n)$, B영역에서는 느리게 수렴하고 있는 $\epsilon_{ex_small}(n)$ 이, 마지막 C영역에서는 $\epsilon_{ex_large}(n)$ 이 전체 excess MSE $\epsilon_{ex}(n)$ 이 된다. 그림 9는 최적과 최악의 수렴 속도를 나타내는 상대적 클락 페이즈에 대해 시뮬레이션을 통해 얻은 PS-FSE의 수렴 동작 결과이다. 그림을 보면, ISI (intersymbol interference)가 제거되는 약 13 dB까지는 상대적 클락 페이즈에 관계없이 거의 같은 곡선을 가진다. A영역에서 전체 excess MSE는 $\epsilon_{ex_large}(n)$ 값이고, $\epsilon_{ex_large}(n)$ 을 결정하는 $\bar{\lambda}_{large}$ 값이 상대적 클락 페이즈에 관계없이 거의 같기 때문이다. ISI가 제거된 약 13 dB이후 최적의 수렴 속도를 나타내는 상대적 클락 페이즈를 가지는 곡선이 최악의 클락 페이즈를 가지는 곡선보다 약 2배 빠르게 수렴함을 볼 수 있다. B영역에서는 전체 excess MSE가 $\epsilon_{ex_small}(n)$ 값이고, $\epsilon_{ex_small}(n)$ 을 결정하는 $\bar{\lambda}_{small}$ 값이 표 3과 같이, 최적의 상대적 클락 페이즈의 경우 약 2배 크기 때문에 약 2배 빠른 수렴 속도를 가진다. 결국, PS-FSE의 전체 수렴 속도는 $\bar{\lambda}_{small}$ 값에 의해 결정되고, 식 (14)에 의해, 신호와 NEXT 간의 cross 전력 스펙트럼이 클수록, 즉 신호와 NEXT간의 correlation이 클수록 $\bar{\lambda}_{small}$ 값은 작아지

고, 따라서, 느린 수렴 속도를 나타내게 된다.

2. 2개의 NEXT가 존재하는 경우

선형적 독립인 2개의 NEXT가 존재하는 경우, 1개의 NEXT가 존재하는 경우와 같은 방법으로 식 (16)의 eigenvalue를 사용하여 다음과 같은 excess MSE의 반복적 관계식을 얻을 수 있다.

표 3. Eigenvalue 평균 및 rms 값

	$\bar{\lambda}_{small}$	$\bar{\lambda}_{large}$	λ_{large_rms}
Worst Relative Phase	0.0020	0.1127	0.1131
Optimum Relative Phase	0.0043	0.1103	0.1105

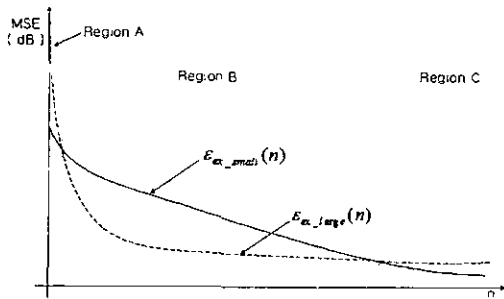


그림 8. PS-FSE의 수렴 동작 모델

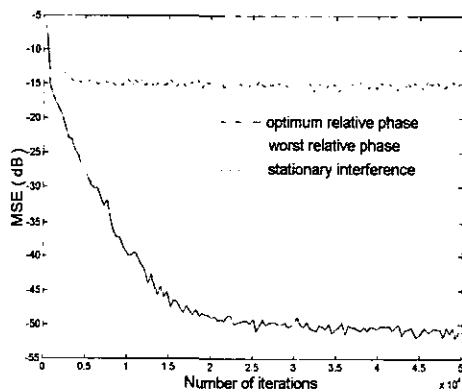


그림 9. 1개의 NEXT가 존재하는 경우 PS-FSE의 수렴 동작 실험 결과

$$\begin{aligned} \epsilon_{ex}(n+1) &= \epsilon_{ex_small}(n+1) + \epsilon_{ex_middle}(n+1) + \epsilon_{ex_large}(n+1) \\ &= \epsilon_{ex_small}(n)[1 - 2\Delta\bar{\lambda}_{small} + \Delta^2(2N)\lambda_{small_rms}^2] \\ &\quad + \epsilon_{min}\Delta^2(2N)\lambda_{small_rms}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ \epsilon_{ex_middle}(n)[1 - 2\Delta\bar{\lambda}_{middle} + \Delta^2(2N)\lambda_{middle_rms}^2] \\ &+ \epsilon_{min}\Delta^2(2N)\lambda_{middle_rms}^2 \\ &+ \epsilon_{ex_large}(n)[1 - 2\Delta\bar{\lambda}_{large} + \Delta^2(2N)\lambda_{large_rms}^2] \\ &+ \epsilon_{min}\Delta^2(2N)\lambda_{large_rms}^2 \end{aligned} \quad (30)$$

여기서, $\bar{\lambda}_{small}$ ($\bar{\lambda}_{middle}$, $\bar{\lambda}_{large}$)과 λ_{small_rms} (λ_{middle_rms} , λ_{large_rms})는 각각 식 (16)의 λ_{small} (λ_{middle} , λ_{large})의 평균값과 rms값이다. 식 (30)을 통해 전체 수렴 속도가 $\bar{\lambda}_{small}$ 에 의해 결정됨을 확인할 수 있다. 그림 10은 2개의 선형적 독립인 NEXT가 존재하는 경우 신호와의 상대적 클락 페이즈 l_1 과 l_2 가 각각 0과 4, 0과 6인 경우의 수렴 속도를 비교하고 있다. 0과 4의 상대적 클락 페이즈를 가지는 경우의 $\bar{\lambda}_{small}(=0.00181)$ 이 0과 6을 가지는 경우의 $\bar{\lambda}_{small}(=0.00088)$ 보다 약 2배 크기 때문에 전체 수렴 속도도 약 2배 빠름을 확인할 수 있다. 표 4는 신호와 2개의 NEXT사이의 상대적 클락 페이즈 l_1 과 l_2 에 따른 $\bar{\lambda}_{small}$ 값을 나타내고 있다. 상대적 클락 페이즈가 제로에 가깝고, 즉, 신호와의 correlation이 크고, 상대적 클락 페이즈가 서로 인접할수록, 즉, NEXT간의 correlation이 클수록 $\bar{\lambda}_{small}$ 의 크기가 작음을 볼 수 있다. 작은 크기의 $\bar{\lambda}_{small}$ 는 결국 느린 수렴 결과를 가지게 된다.

표 4. 상대적 클락 페이즈에 따른 eigenvalue의 평균값

	$l_1=0, l_2=1$	$l_1=0, l_2=2$	$l_1=0, l_2=4$
$\bar{\lambda}_{small}$	0.00036	0.00087	0.00181
	$l_1=4, l_2=5$	$l_1=4, l_2=6$	$l_1=4, l_2=7$
$\bar{\lambda}_{small}$	0.00086	0.00172	0.00202

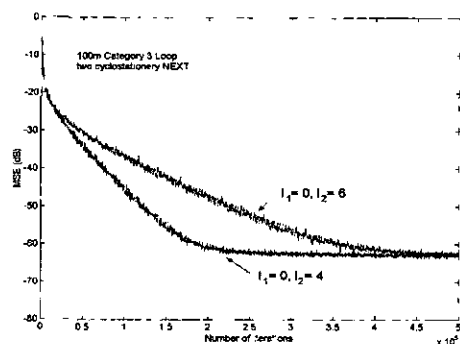


그림 10. 2개의 NEXT가 존재하는 경우 상대적 클락 페이즈에 따른 수렴 속도

V. 결론

NEXT 제거기를 통한 NEXT 제거 방법과 달리, NEXT 제거기 없이 등화기만을 이용하여 NEXT를 효과적으로 억제하기 위해서는 신호와 NEXT간의 상대적 클락 페이즈를 고려해야 한다. NEXT 억제를 수행하는 PS-FSE의 수렴 속도와 수렴 후 성능은 신호와 NEXT간의 상대적 클락 페이즈에 따라 큰 차이가 나고, 이러한 현상은 PS-FSE의 eigenstructure를 이용하여 규명할 수 있다. 먼저, 신호와 NEXT간의 상대적 클락 페이즈에 따른 PS-FSE의 eigenvalue를 이론적으로 유도하여 실험값과 비교, 검증하였고, 유도된 eigenvalue를 통해 PS-FSE의 전체 수렴 동작 원리를 밝혔다. 또한, PS-FSE의 전체 수렴 속도는 전체 eigenvalue 중에서 크기가 가장 작은 2N개 eigenvalue의 평균값에 의해 좌우됨을 확인할 수 있었다. 1개의 NEXT가 존재하는 경우 4N개의 nonzero eigenvalue가 존재하고, 2N개의 eigenvalue는 신호 전력 스펙트럼에 신호와 NEXT간의 cross 전력 스펙트럼을 합한 값이고, 나머지 2N개의 eigenvalue는 NEXT 전력 스펙트럼에서 cross 전력 스펙트럼을 뺀 값으로 형성된다. cross 전력 스펙트럼이 클수록, 즉, 신호와 NEXT간에 correlation이 많을수록 이 값은 작아지고, 결국 전체 수렴 속도는 느려지게 된다. 2개의 NEXT가 존재하는 경우 가장 크기가 작은 2N개 eigenvalue는 NEXT 전력 스펙트럼에서 신호와 NEXT간의 cross 전력 스펙트럼, NEXT간의 cross 전력 스펙트럼을 뺀 값으로, 신호와 NEXT간의 correlation이 작고, NEXT간의 correlation이 작을수록 빠른 수렴 결과를 얻을 수 있다.

부 록

식 (12)로 정의된 $A(\omega)$ 의 eigenvalue를 구하고자 한다. 식 (12)를 다시 나열하면,

$$A(\omega) = H^{**}(\omega)H^{-*}(\omega) + H^{-*}(\omega)H^{**}(\omega) + X^{**}(\omega)X^{+*}(\omega) + X^{+*}(\omega)X^{-*}(\omega) \quad (A.1)$$

여기서, $H^+(\omega), H^-(\omega), X^+(\omega)$ 와 $X^-(\omega)$ 는 각각 식 (13)의 6×1 행렬이다. $H^+(\omega)$ 와 $X^+(\omega), H^-(\omega)$ 와 $X^-(\omega)$ 사이에는 그림 4와 같이 spectral

overlap이 존재하기 때문에, 완전히 orthogonal하지는 않다. 반면에 $H^+(\omega)$ 와 $H^-(\omega)$ (또는 $X^-(\omega)$), $X^+(\omega)$ 와 $H^-(\omega)$ (또는 $X^-(\omega)$)는 spectral overlap이 존재하지 않기 때문에 서로 orthogonal하다. 따라서, $A(\omega)$ 의 rank가 4가 되고, eigenvector를 다음과 같은 4개 형식으로 설정한다.

$$a_1 H^{**}(\omega) + b_1 X^{**}(\omega), \quad a_2 H^{**}(\omega) + b_2 X^{**}(\omega), \\ a_3 H^{-*}(\omega) + b_3 X^{-*}(\omega), \quad a_4 H^{-*}(\omega) + b_4 X^{-*}(\omega). \quad (A.2)$$

식 (A.2)를 식 (11)에 대입하면 $A(\omega)$ 의 characteristic 식을 얻을 수 있다.

$$A(\omega)[aH^{**}(\omega) + bX^{**}(\omega)] = \lambda[aH^{**}(\omega) + bX^{**}(\omega)] \quad (A.3a)$$

$$A(\omega)[aH^{-*}(\omega) + bX^{-*}(\omega)] = \lambda[aH^{-*}(\omega) + bX^{-*}(\omega)] \quad (A.3b)$$

식 (A.1)을 식 (A.3a)에 대입하면,

$$a \left[\sum_{r=0}^5 |H_r^+(\omega)|^2 \right] H^{**}(\omega) + a \left[\sum_{r=0}^5 X_{r+1}^+(\omega) H_r^{**}(\omega) \right] X^{**}(\omega) \\ + b \left[\sum_{r=0}^5 H_r^+(\omega) X_{r+1}^{**}(\omega) \right] H^{**}(\omega) + b \left[\sum_{r=0}^5 |X_{r+1}^+(\omega)|^2 \right] X^{**}(\omega) \\ = \lambda[aH^{**}(\omega) + bX^{**}(\omega)] \quad (A.4)$$

식 (A.4)를 행렬 형태로 정리하면,

$$\begin{bmatrix} \sum_{r=0}^5 |H_r^+(\omega)|^2 - \lambda & \sum_{r=0}^5 H_r^+(\omega) X_{r+1}^{**}(\omega) \\ \sum_{r=0}^5 X_{r+1}^+(\omega) H_r^{**}(\omega) & \sum_{r=0}^5 |X_{r+1}^+(\omega)|^2 - \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = 0 \quad (A.5)$$

Nontrivial 해 a와 b가 존재하기 위해서 식 (A.5)의 행렬은 singular 행렬이어야 한다. 즉,

$$\left[\sum_{r=0}^5 |H_r^+(\omega)|^2 - \lambda \right] \cdot \left[\sum_{r=0}^5 |X_{r+1}^+(\omega)|^2 - \lambda \right] \\ - \left[\sum_{r=0}^5 H_r^+(\omega) X_{r+1}^{**}(\omega) \right] \cdot \left[\sum_{r=0}^5 X_{r+1}^+(\omega) H_r^{**}(\omega) \right] = 0 \quad (A.6)$$

같은 방법으로, 식 (A.1)을 식 (A.3b)에 대입하면, negative 스펙트럼에 의한 다음과 같은 2차 방정식

