

## 네트워크형 이산 시스템의 동정에 관하여

석 상 문\* · 강 기 중\*\* · 이 철 영\*\*\*

On Identification of Discrete System Expressed by Network Model

*S. M. Soak · K. J. Kang · C. Y. Lee*

**Key Words** : 시스템 동정(System Identification), 유전자 알고리즘(Genetic Algorithm), PERT Arrow Diagram, 단위 부하량(Unit Load)

### Abstract

A discrete system has interpreted by using the network model, and PERT network is one of these methods. For the purpose of analysing the real system, it is necessary to measure the parameter of the real system. And system identification problem is to assume the parameter of a real system when we get to know the system model, the input data and output data.

System identification method has been only developed to a system of which a structure has expressed a differential equation or a polynomial expression. But it has been scarcely developed yet in that case of network model.

The aim of this paper is to examine a changes when new system is introduced to the present system. The changes are as follows: how the present system will be changed, when the changes will be happened. In this paper, genetic algorithm is used to assume the parameter.

\* 정회원, 한국해양대학교 물류시스템공학과 석사과정

\*\* 정회원, 한국산업안전공단 창원지도원 교육 홍보실과장

\*\*\* 정회원, 한국해양대학교 물류시스템공학과 교수

## 1. 서 론

시스템 공학에서 다루고자하는 대상이 복잡해지면 이것을 제어하기 위해서나 최적화하기 위해서 통상적인 기법이 사용되는 일이 많다. 이러한 대규모 시스템을 수리론적으로 취급할 목적에서 분산 제어, 계층제어이론, 분해원리, 네트워크이론, 집합론을 이용한 대규모 시스템 이론등이 발달해왔다. 그리고 이산적인 시스템은 때때로 Network 모델을 사용하여 해석되고 있으며, PERT는 그 해석법 중의 하나이다. 이 해석법을 사용하여 실제 시스템을 분석하기 위해서는, 실제 시스템을 측정하여 결정해야 한다. 따라서 실제 시스템의 이들 파라메타 값들을 동정하는 방법이 필요하다.

지금까지는 시스템의 구조가 미분방정식 또는 다항식으로 표현되는 시스템에 대해서만 동정방법이 개발되어 있으나, Network모델의 경우에는 아직 까지 개발이 미흡하다.

본 논문에서는 동정문제의 모델이 PERT Arrow Diagram으로 표현된 경우를 고려하며 output data로서 각 부서(작업장 또는 Subsystem)에 있어서의 부하의 시간변동을 취할 경우 각 Activity의 부하가  $P(\text{인원}) \times Q(\text{시간}) = \text{작업량} \times \text{단위 부하량}$ 으로 나타내지는 각 Activity의 P, Q 각각의 값을 구하는 시스템의 역 문제를 다루고자 한다. 그리고 각 P, Q 값을 알아내는 것은 단위 부하량을 계산해 낼 수 있을 경우에 Combinatorial Problem이되며 Activity의 수가 증가할수록 계산량이 지수함수의 형태로 증가하는 특성이 있으므로 현재까지 이러한 특성을 가진 문제들에 적용되어 많은 좋은 결과를 도출해내고 있는 유전자 알고리즘(G.A : Genetic Algorithm)을 이용하여 각 P, Q를 계산해 내도록 한다.

본 논문의 목적은 이렇게 구해진 각 파라메타를 이용해서 단일 작업장에서 모든 작업이 이루어지는 경우에는 부하가 많이 발생하는 지점의 부하를 한가한 곳으로 옮겨서 시스템 전체의 부하를 균등하게 분산시키거나 고려중인 시스템에 어떤 변화

가 발생했을 경우에 시스템 전체에 어떤 영향을 미치고 또한 새로운 시스템의 도입등으로 인한 효과가 현재의 시스템에 어떤 변화를 일으킬 것인가를 알아보고자 하는 것이다.

본 연구의 구성은 2장에서 PERT Arrow Diagram의 동정을 다루고, 3장에서는 유전자 알고리즘에 대해 개략적으로 설명을 하며, 4장에서는 동정방법 및 프로그램 수행단계에 대해서 설명을 하며 5장에서는 예제를 이용해서 결과를 도출해내고, 끝으로 6장에서 결론을 맺는다.

## 2. PERT Arrow Diagram의 동정

동정문제는 일반적으로 시스템 모델, 시스템의 input, output로부터 모델의 각 파라메타를 추정하는 것으로 정의 할 수 있다.

여기에서 다룰 기호의 정의 및 동정문제의 모델, input, output data는 다음과 같다.

### 2.1 기호의 정의

$A$  : 모든 F-D에 나타나는 Activity의 집합.

$x_i, i \in A$  : Activity  $i$ 의 단위 부하량.

$D$  : 부서의 집합, 단 F-D에 나타나는 것

$J$  : 모든 작업의 집합, 작업  $k \in J$ 에 대한 J-D를 J-D $_k$ 로 나타낸다.

따라서,  $J$ 는 J-D의 집합이다.

$W_i^{(k)}, k \in J, i \in A^{(k)}$  : 작업  $k$ 의 Activity  $i$ 의 작업량.

$s^{(k)}, k \in J$  : 작업  $k$ 의 도착시간.

$e^{(k)}, k \in J$  : 작업  $k$ 의 납기.

$A^{(k)}, k \in J$  : J-D $_k$ 에 있어서의 Activity의 집합.

$A_j^{(k)}, k \in J, j \in D$  : J-D $_k$ 에 있어서 그 부서의  $j$ 인 Activity의 집합.

$\tilde{s}_i^{(k)}, k \in J, i \in A^{(k)}$  : J-Dk에 있어서

Activity  $i$ 의 작업개시시각(계산치)

$\tilde{e}_i^{(k)}, k \in J, i \in A^{(k)}$ : J-Dk에 있어서

Activity  $i$ 의 작업종료시각(계산치)

$sl_t$  : 임의구간  $t$ 의 시작시간.

$el_t$  : 임의구간  $t$ 의 종료시간.

$P\_Height_t$  : 임의구간  $t$ 의 인원수.

$(P_i^{(k)}, Q_i^{(k)}), k \in J, i \in A^{(k)}$ : J-Dk에 있어서 Activity  $i$ 의 부하.

동정계산에 대한 입력data는 작업과 그 작업에 의해 선택되는 AD를 일체화한 AD의 집합이다. 각 작업에 대한 AD는 다음과 같이 정한다.

- 작업의 항목 (i)에 따라 요구기능을 나타내는 AD를 선택한다.
- 각 Activity의 단위 부하가 주어져 있으므로 항목 (ii)에 따라 그 작업의 작업량을 처리하는 데에 필요한 각 Activity의 부하가 정해진다.
- 항목 (iii)에 따라 그 AD의 최초 착수시각과 납기가 정해진다.

## 2.2 모델

본 연구에서 다루는 모델은 시스템의 기능을 나타내며 그 기능이 PERT Arrow Diagram으로 표현된 경우를 생각하기로 한다.

일반적으로 시스템은 복수의 기능을 지니고 있으므로 시스템 모델은 복수의 Arrow Diagram (AD)으로 구성된다.

AD의 각 arrow로 표현되는 하위(sub)기능을 아래에서는 Activity라 부르기로 한다.

각 Activity가 단위 작업량을 처리하는데에 필요한 자원을 (p, q)로 나타낸다. 여기서 p는 인원(작업설비), q는 시간을 나타낸다.

그리고 이 pair를 단위 부하라 부르기로 한다. 또, p와 q의 곱 (p×q)를 단위 부하량이라 한다.

여기서 기능을 나타내는 AD를 Function-diagram(F-D), 동정계산의 입력data인 AD를 Job-diagram(J-D)라 두어 구별한다.

아래에서는 각 Activity의 부하에 대하여 설명한다.

어떤 작업에 대한 각 Activity의 부하는 단위부하와 마찬가지로, 그 작업을 처리하는 데에 필요한 인원(P)와 시간(Q)의 pair로 나타낸다. 그런데 P, Q의 의미로부터 P, Q의 곱은 다음식과 같다.

$$P \times Q = \text{작업량}(W) \times \text{단위부하량}(p \times q) \quad (1)$$

식(1)에서 구한 P×Q로부터 P, Q의 각각의 값을 어떻게 결정할 것인가가 문제이다. 다만, P는 양의 정수이다. 이 P, Q 각각의 값을 구하는 것이 동정계산법의 핵심이다.

## 2.3 input

시스템의 input은 시스템에 가해지는 작업이며 작업은 다음의 3가지 항목들로 구성된다.

(i) 작업의 종류명 - 이것은 시스템에서 그 실행이 요구되는 기능을 나타낸다.

이 요구기능이 하나의 작업에 대해 단 하나인 경우를 생각한다.

(ii) 작업의 작업량

(iii) 작업의 도착시각 및 납기(종료시각)

## 2.4 output

본 연구에서 다루는 시스템의 output으로는 각 부서에 있어서의 부하의 시간변동을 취하기로 한다. 그리고, 시스템의 필요인원은 peak부하로 결정한다. 시스템을 운용하는데에 필요한 비용은 이 인원에 의해 정해질 것으로 생각된다. 따라서, peak부하를 최소화하지 않으면 안 된다.

본 연구에서 다루고 있는 단위 부하량의 경우 장비(or 기계)의 효율성이나 시스템의 관리자들로부터 구해낼 수 있으므로 결국에는 식(1)에서 P, Q 각각의 값을 결정하는 문제가 된다.

따라서 본 연구에서는 각 Activity의 단위 부하량을 1로 가정하고 각 Activity의 파라메타인 P(인원)과 Q(시간)값을 추정하도록 한다.

### 3. 유전자 알고리즘

#### 3.1 유전자 알고리즘 (Genetic Algorithm) 의 소개

현재까지의 상당수의 최적화 문제가 NP-Complete인 것으로 알려져 있다. 이러한 대규모의 계산량을 요하는 문제를 해결하기 위해서는 각 문제의 고유한 특징을 이용해서 휴리스틱 기법(heuristic method)을 개발할 수밖에 없다. 하지만 휴리스틱 해법의 적용은 특정한 문제에 한정되고, 또한 그 해법의 성능에 대해 아무런 보장도 할 수 없다는 문제점을 지니고 있다.

이러한 문제들에서 휴리스틱 기법과는 달리 알고리즘이 다소 간단하며 그 해법의 성능을 인정받고 있는 기법들로는 Simulated Annealing, Tabu Search, Genetic Algorithm 등이 있다. 이들 중 특히 Genetic Algorithm의 경우 전역적(global) 최적해를 발견할 높은 가능성과 목적함수에 대한 수학적 제약이 거의 없기 때문에 최적화 문제, 적응적 탐색과 학습, 분류시스템, 신경회로망의 학습 문제, 퍼지 규칙 베이스의 자동 생성등의 여러 응용분야에 적용되고 있다.

유전자 알고리즘은 1970년대에 미국의 John Holland에 의해 정립된 이론으로 생태계의 자연선택(natural selection)과 적자 생존(survival of the fitness)의 원리를 이용한 탐색기법의 하나로, 일련의 인자(parameter)로 구성되는 집단에 대해 선택(selection), 재생산(reproduction), 교배(crossover), 그리고 돌연변이(mutation)등을 수행함으로써 적합

도(fitness) 혹은 목적함수 (evaluation function)를 향상시켜 나가면서 원하는 해에 근접해 가도록 하는 문제 풀이 해법이다. 즉, 일련의 개체(individual)로 구성된 집단으로부터 새로운 집단을 구성할 때 적합도를 보다 향상시킬 수 있는 개체가 생존하도록 유전 연산자를 적용시킴으로써 주어진 적합도(fitness) 혹은 목적함수(evaluation function)에 대하여 보다 나은 집단으로 발전 시켜 나가도록 하는 것을 기본 원리로 하고 있다.

그리고 유전자 알고리즘은 단일해가 아닌 해 집단을 사용하므로 전역적인 최적해를 발견할 높은 가능성을 가지는 반면에 유전자 알고리즘에는 지역적 미세 조정을 위한 메카니즘이 존재하지 않으므로 학습초기에는 빠른 수렴속도를 보이다가 최적해 부근의 탐색에서는 수렴속도가 급격히 떨어지는 단점이 있다.<sup>2)</sup>

#### 3.2 유전자 알고리즘의 절차

일반적인 유전자 알고리즘의 절차는 다음과 같다.<sup>3)</sup>

Procedure : Genetic Algorithms	
begin	
	t ← 0;
	initialize P(t);
	evaluate P(t);
	while (not termination condition)
do	
	recombine P(t) to yield C(t);
	evaluate C(t);
	select P(t+1) from P(t) and C(t);
	t ← t+1;
end	
end	

##### 1) 초기해 생성

본 연구에서는 실질적인 시스템의 파라메타인 P(인원 or 장비대수), Q(시간)를 구해내기 위해서 정수로 구조화하여 초기집단을 발생시켰다.

그 이유는 P(인원 or 장비대수)값 자체가 정수 값이므로 2진 string 구조를 가질 경우 탐색해야할 공간이 넓어져서 수행시간이 오래 걸릴 것으로 생각되기 때문이다. 그리고 정수 string 구조를 가질 경우 일반적인 TSP나 Layout문제등과는 달리 한 string 내의 여러 bit 간에 중복도 허용되므로 한 bit가 한 Activity의 P(인원 or 장비대수)값을 나타내도록 random 하게 발생 시켰다.

다음 Fig. 1과 Fig. 2는 2진 string 과 정수 string 구조를 가지는 bit string의 구조를 보이고 있다.

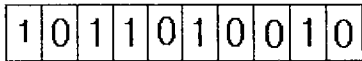


Fig. 1 Binary bit string structure of a substitute solution

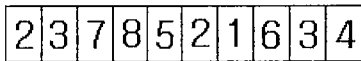


Fig. 2 Integer bit string structure of a substitute solution

2) 평가 함수

여기서는 각 집단에 있는 각 chromosome들을 평가(evaluation)한다.

본 연구에서는 Output data에서 꺾이는 부분모두를 세로축을 기준으로 나누어서 그 구간에 포함되는 Activity들의 P값들의 합과 실제 Output data에서의 높이 즉, 인원수의 차의 제곱의 합과 식(3)을 만족하는 즉, 각각의 임의구간에서의 면적의 오차의 제곱의 합, 이 두 식의 값을 합한 값이 최소가 되도록 하는 것을 적합도 평가 함수로 설정하였다.

임의구간을 구분하는 방법을 Fig. 3에서 보이고 조건식은 식(2)와 같다.

$$[(\tilde{s}_i^{(k)} \geq sl_t) \text{ AND } (\tilde{s}_i^{(k)} < el_t)] \text{ OR } [(\tilde{e}_i^{(k)} > sl_t) \text{ AND } (\tilde{e}_i^{(k)} \leq el_t)] \text{ OR } [(\tilde{s}_i^{(k)} \leq sl_t) \text{ AND } (\tilde{e}_i^{(k)} \geq el_t)]$$

$$k \in J, i \in A^{(k)}, t : t\text{번째 임의구간.} \quad (2)$$

$$\sum_{k \in J} \sum_{i \in A^{(k)}} x_i w^{(k)} [\max\{\min(e_i^{(k)}, e_i^{(l)}) - \max(\tilde{s}_i^{(k)}, s_i^{(l)}), 0\} / Q_i^{(k)}] = \int_{s^{(l)}}^{e^{(l)}} P_{Height}(t) dt, \quad j \in D, l \in J \quad (3)$$

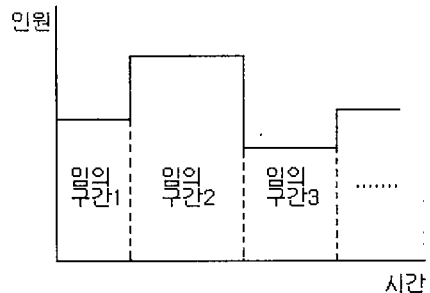


Fig. 3 A division of optional blocks

이러한 방식으로 구해진 각 chromosome의 적합도는 그 chromosome이 다른 chromosome보다 상대적으로 우열 정도에 대한 정보를 지니고 있으며 이 값들은 다음 세대에서 offspring(자손)을 차별적으로 생성시키는데 사용된다.

3) 유전연산자(Genetic Operator)

일반적인 유전자 알고리즘에 적용되는 유전 연산자로는 Selection(선택), Crossover(교배), Mutation(돌연변이)가 있다.

(1) Selection(선택)

본 연구에서는 룰렛휠(roulette wheel)전략을 이용하고 있으며 이는 각 개체의 적합도 평가 값에 비례하여 확률적으로 개체를 선택하는 기법으로 룰렛휠 선택전략은 그 특성상 같은 개체가 동시에

새로운 집단 속으로 선택될 수 있다. 그리고 룰렛 휠 선택 전략만을 사용할 경우 우수한 자손을 다음 세대에서 잃어버릴 우려가 있으므로 이 자손을 유지할 수 있도록 엘리트 선택 전략을 추가하여 이용하였다. 이 선택법은 이전의 평가 함수 값과 현재의 평가 함수값과의 비교를 통해서 이전의 값이 더 좋다면 이전의 string을 유지하는 전략으로서 탐색 결과의 수렴성을 보장 시켜주는 방법중의 하나로 많이 이용되고 있다.

#### (2) Crossover(교배)

Crossover란 선택단계이후 집단내의 두 개체간의 정보를 교환하여 새로운 개체를 만들어 내는 방법으로 Crossover 될 개체는 일반적으로 무작위적으로 선택된다. 만일 이러한 무작위 개체 선택에서 적합도가 비슷한 개체간의 Crossover는 지역적 탐색이 되고, 적합도가 상이한 개체간의 교차변이는 전역적 탐색이 된다.

일반적으로 Crossover방법에는 여러 가지가 있는데 본 연구에서는 two point crossover를 이용하였다.

#### (3) Mutation(돌연변이)

돌연변이 연산은 집단의 다양성을 유지하기 위하여 혹시 있을 지도 모르는 유용한 개체를 잠정적으로 복구하는 유전연산자로 일반적으로 탐색의 방향이 지나치게 무작위적으로 바뀌지 않아야 함으로 돌연변이 확률은 아주 낮게 한다.

본 연구에서는 일반적인 돌연변이 연산자에서처럼 선택된 bit가 0 일 경우 1로 1 일 경우 0으로 바꾸는 돌연변이 연산이 불가능함으로 선택된 bit를 다시 random number를 발생시켜 다른 값으로 바꾸어주는 돌연변이 연산자를 개발하여 이용하였다.

#### 4) 종료 조건

본 연구에서는 종료조건으로 각 임의구간에서의 목적함수의 값이 최소가되는 시점을 종료 조건으로 설정하였다.

## 4. 동정방법

### 4.1 동정방법의 단계

<단계 0> 초기값들을 입력한다.

단위 부하량( $X_i$ ), 작업량( $W$ ), 임의 구간, P\_Height, population의 크기, 교배 가능률, 돌연변이 가능률등을 입력한다.

<단계 1> 초기 string을 생성.

각 임의구간 중 일부에서의 (식2)를 만족하는 값들을 초기 string로 생성한다.

<단계 2> (식1)을 이용해서 Q값을 계산한다. 이를 이용해서 각 Activity의 시작시간 ( $\tilde{s}_i^{(k)}$ )과 종료시간 ( $\tilde{e}_i^{(k)}$ )을 계산한다.

<단계 3> 3절에서 설명한 방법으로 평가 함수를 계산한다.

<단계 4> 재생(Reproduction)

룰렛휠 전략과 엘리트 전략 이용.

<단계 5> 교배(Crossover)

<단계 6> 돌연변이(Mutation)

<단계 7> 종료조건을 만족하면 <단계 9>로, otherwise, <단계 3>으로 돌아가서 계산과정을 반복 수행한다.

동정방법의 Flowchart는 다음 Fig. 4와 같다.

## 5. 예 제

다음의 예제는 어느 회사의 장비수리계획의 일부를 나타내고 있다. 장비수리계획의 네트워크구성은 Fig. 5와 같고 input data 와 output data는 Table 1, Fig. 6과 같다.

단위 부하량의 경우 장비(or 기계)의 효율성이나 관리자들로부터 구해낼 수 있으며 본 예제에서는 각 Activity의 단위 부하량을 1로 가정하고 각 Activity의 parameter인 P(인원)과 Q(시간)값을 4장의 동정방법을 이용하여 추정하도록 한다.

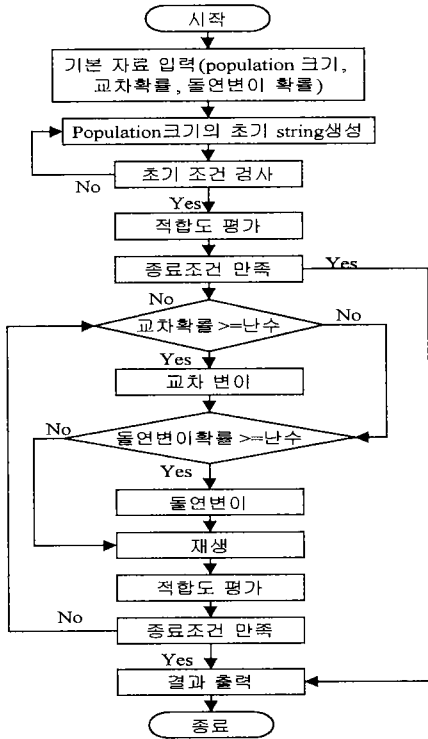


Fig. 4 Flowchart of the program

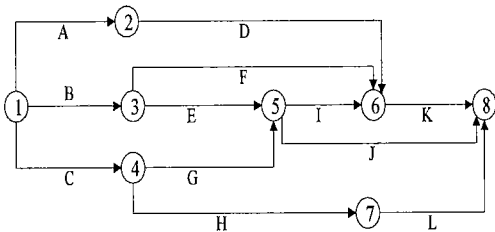


Fig. 5 Network of a facility repair plan(J-D).

5.1 Program 수행결과

4장에서 설명한 동정 방법을 바탕으로 프로그램을 수행한 결과는 Table 2와 같다. 아래 결과표에서 보는 바와 같이 일치하는 값이 출력됨을 알 수 있다. 프로그램 수행결과의 output data는 Fig. 7과 같다.

Table 1 Input data of a facility repair plan

Activity	기호	작업량	작업시작 시간	작업종료 시간
1 - 2	A	20	0일	48일
1 - 3	B	16		
1 - 4	C	112		
2 - 6	D	80		
3 - 5	E	48		
3 - 6	F	60		
4 - 5	G	80		
4 - 7	H	16		
5 - 6	I	12		
5 - 8	J	12		
6 - 8	K	40		
7 - 8	L	36		

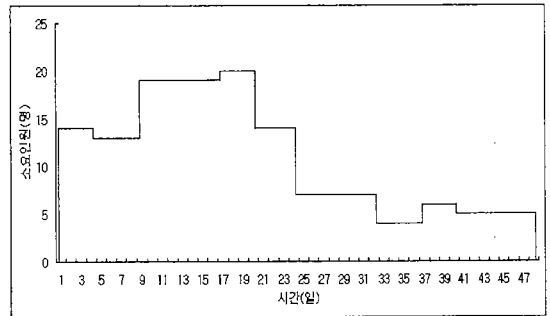


Fig. 6 Output data of a facility repair plan

5.2 개선된 시스템

본 예제의 경우는 16일에서 20일 사이에 peak치인 20명의 인원이 투입되게 되는데 이의 원인은 F작업의 마감 시간 때문에 peak때에 20명이 투입되는 결과를 초래하는 것으로 밝혀졌다. 따라서 추정된 파라메타 값들을 이용해서 F작업이 K작업이 시작되기 전까지 작업마감시간을 연장시킴으로써 해서 peak때의 인원수가 20명에서 17명으로 감소하게 됨을 알 수가 있다. 개선된 시스템의 output은 Fig. 8과 같다.

Table 2 Result of program

기호	실제값		계산값	
	P(인원)	Q(시간)	P(인원)	Q(시간)
A	5	4	5	4
B	2	8	2	8
C	7	16	7	16
D	4	20	4	20
E	3	16	3	16
F	5	12	5	12
G	4	20	4	20
H	4	4	4	4
I	3	4	3	4
J	3	4	3	4
K	5	8	5	8
L	3	12	3	12

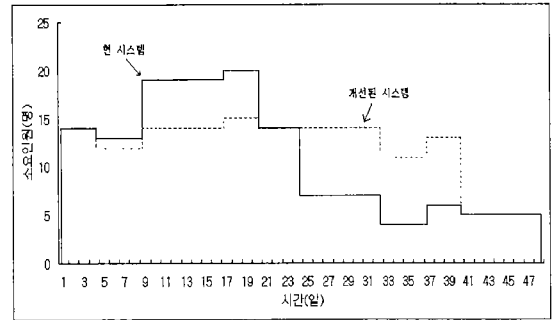


Fig. 8 Output of the improved system

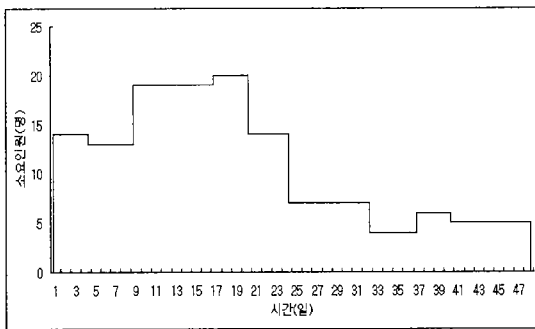


Fig. 7 Output data of the performed result of the system

### 6. 결론

본 연구는 시스템의 모델(네트워크로 표현), input(작업량, 작업의 시작시간, 종료시간), output data로부터 각 Activity의 parameter를 추정하는 시스템 동정문제를 다루었다. 그리고 간단한 예제

를 이용하여 프로그램을 수행해 보았으며, 또한 그 실행결과를 이용해서 개선안을 제시하여 개선된 시스템의 변화를 보여 주었다. 이렇게 네트워크를 이용한 시스템 동정 문제는 그 동안 연구가 미흡했으며, 기존의 연구 또한 대상 시스템을 잘 아는 전문가에 의해서만 수행하는 시행 착오법(try & error method)이었다는 한계가 있다. 하지만 본 연구는 비록 비전문가라 할지라도 일반화된 방법론을 이용하여 시스템 동정을 할 수 있도록 했다는데 그 의의가 있다고 하겠다.

본 연구의 앞으로의 과제는 보다 현실과 일치하는 데이터를 이용한 프로그램 수행과 사용자들이 사용하기 편리하도록 하는 user interface를 제공하는 일이 필요하다. 그리고 시스템의 규모가 커질 경우 Parameter를 추정하는데 소요되는 시간을 줄일 수 있는 유전 연산자의 개발이 요구된다.

### 참고문헌

- 1) 明石吉三, 三森定道, PERT아로-다이아그램에서表現されるシステムの同定手法, 電氣學會論文誌.
- 2) 임영희, 박대회(1995), 유전자 알고리즘과 신경망의 융합을 이용한 퍼지추론 모델의 최적화, 한국정보과학회지, 제22권 제5호.



- 3) Mitsuo Gen, Runwei Cheng(1997), Genetic Algorithms and Engineering Design, John Wiley & Sons. Inc.
- 4) David E. Goldberg(1989), Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning, Addison-Wesley Inc.
- 5) 고시근(1996), 유전 알고리즘을 이용한 블록조립 공장의 생산일정계획, 경영과학회지, 제13권 제1호.
- 6) 한용호, 류광렬(1995), 기계-부품군 형성문제의 사례를 통한 유전 알고리즘의 최적화 문제에의 응용, 경영과학회지, 제12권 제2호.
- 7) 전인식(1992), PERT이론과 실제, 건설연구사.
- 8) 李舜堯(1995), PERT·CPM실무, 養英閣.