

# 점증하중을 받는 사질토 지반의 조밀화에 대한 유한요소해석

## A FEM Analysis to the Sand Densification due to an Increasing Loading

한 경 제\*

Han, Kyeong-Je

### Abstract

In this study, a ground densification due to an increasing loading is considered in a numerical settlement analysis by a FEM. which refreshes the parameter of hyperbolic model with respect to the density change.

For this purpose, the hyperbolic parameters to some relative densities were attained from triaxial tests under drain condition. With reference to the triaxial test result, the calculation of a hyperbolic parameter to a relative density is possible by using the Lagrange's polynomial numerical interpolation method. With consideration of a relative density change which is related to the sand densification, the FEM simulation of density change in the ground due to the increasing load is possible. The result from the newly developed analysis program on this study was compared with that of the model foundation loading test. In conclusion, it was more progressive than the conventional analysis.

### 요 지

본 논문에서는 사질토 지반에 일정기간 계속하여 증가되는 단계별 하중이 작용할 때 발생할 수 있는 지반의 밀도화 현상을 hyperbolic model의 매개변수 변화를 고려한 방법으로 유한요소법에 의한 수치적 침하해석에 반영해 주었다.

이를 위해 사질토의 상대밀도별 삼축압축시험을 실시하여 매개변수를 산정하였으며, 이를 토대로 각각의 상대밀도의 변화에 따른 매개변수값을 Lagrange의 다항식 수치 보간법으로 프로그램에 반영하였다. 또한 유한요소프로그램 내에서 요소의 체적을 계산하고 체적의 변화를 상대밀도 개념으로 접근함으로써 지반의 밀도화를 프로그램내에서 모사할 수 있도록 하였다. 본 연구에서 개발한 해석프로그램에 의한 지반의 밀도화현상의 모사 결과를 실내 모형기초재하실험에 의하여 비교 분석해 본 결과 기존의 해석 보다 향상된 결과를 나타냄을 알 수 있었다.

**Keywords** : Ground densification, Settlement analysis, Hyperbolic model, Interpolation method, Model foundation loading test

## 1. 서론

지반에 기초가 놓이게 되면 그림 1에서와 같이 기초 아래에 인접한 부분에서는 기초 하중으로 인한 흙의 조밀화(densification)가 진행되며, 이와 같은 상태에서 추가적인 하중이 가해질 경우에는 지반의 초기상태에 근거한 매

개변수를 적용하기보다는 1단계 하중으로 인해 지반이 조밀화된 정도에 따른 변화 값을 해석에 반영해 주어야 한다. 이는 연약지반의 단계성토의 경우에서와 같이 단일하중이 아닌 여러 단계로 나뉘어진 하중이 지반에 작용할 경우 하중 단계별로 지반의 조밀화가 진행되어 각각의 하중 단계에서 지반의 강도정수는 다르게 나타나기 때문이다.

\* 정회원, 보강기술(주) 기술연구실 실장

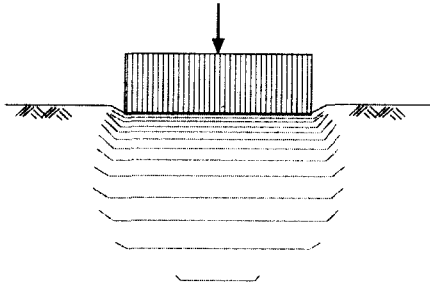


그림 1. 지반의 조밀화 현상

특히 이러한 지반의 상태를 수치적인 방법을 통해 해석하고자 할 경우, 수치해석의 전 과정에서 일정한 매개변수 값을 사용하기보다는 하중에 따른 지반의 조밀화에 따라 매개변수 값을 변화시켜 해석하는 것이 더 합리적이라고 할 수 있다(한경제,1992).

현재까지 점토 및 사질토의 거동에 대한 수치해석에 많이 사용되는 Cam-clay model, Hyperbolic model 등의 흙의 구성모델은 시간 의존적이며, 비선형 비탄성인 흙의 실제 거동특성을 현실적으로 가장 근접하게 모사해 주는 좋은 방법이긴 하지만, 모델에 사용되는 흙의 매개변수는 하중 단계와는 상관없이 대부분 초기값을 적용함으로써 사실상 지반의 밀도화로 인한 매개변수 값의 변화까지는 해석에 반영해 주지 못하고 있다(이영생,1990).

본 연구에서는 지반의 밀도변화 현상을 고려할 수 있는 유한요소해석 프로그램을 개발하여 그 결과를 모래질 흙을 사용한 기초 모형 실험의 결과와 비교 분석하고, 지반 내 밀도변화를 고려한 수치해석과 그렇지 않은 경우의 수치해석 결과를 비교 분석하고자 한다.

## 2. 삼축압축시험 및 모형기초재하실험

### 2.1 개요

수치해석에 필요한 매개변수를 얻고, 수치해석 결과와 비교 검증하기 위하여 상대밀도별 삼축압축시험 및 모형 기초재하실험을 수행하였다. 삼축압축시험 및 모형실험에 사용한 흙은 한강에서 채취한 자연사로서 균등한 입도 분포를 얻기 위하여 No.10 체를 통과한 흙만을 사용하였다. 이 흙의 유효입경은 0.22 mm, 균등계수 2.14, 비중 2.64로 비교적 균등한 모래질 흙이며, 그 기본 성질은 표 1과 같고, 입도분포곡선은 그림 2에 나타내었다.

### 2.2 상대밀도별 삼축압축시험

모형기초의 재하시험에 앞서 쌍곡선 함수 모델에 사용된 매개변수를 구하고 밀도 변화에 따른 매개변수 값의 변화 정도를 알기 위하여 배수삼축압축시험을 실시하였다. 삼축압축시험에서는 상대 밀도에 따른 매개변수 값의 변화를 알기 위해서 상대밀도 98%, 83%, 70%, 43%의 공시체를 제작하여 각각의 구속압력을 30, 50, 70, 100 KPa로 하여 매개변수 값들을 구하였다. 이 때 공시체의 제작은 그림 3과 같이 직경 3.5 cm, 높이 80 cm의 분리형 몰드(split mold)를 결합하여 몰드 내부에 고무막을 씌워 시료를 부어넣는 방식(Bowles,1986)을 택하였는데, 일정한 부피의 몰드에 대해서 상대밀도가 다른 공시체를 형성하기 위해서 원하는 상대밀도에 대한 단위중량을 환산하여 시료의 무게를 결정하고, 각각의 상대밀도에 대한 시료 형성방식을 일정하게 하여 조성하였다.

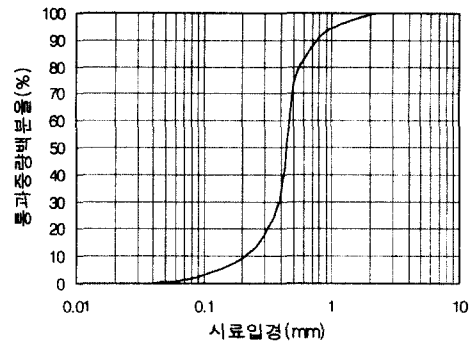


그림 2. 시료의 입도분포

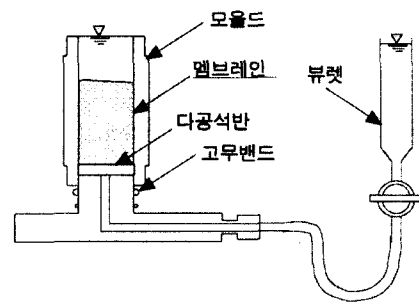


그림 3. 삼축 압축 시료 형성 방법 (Bowles,1986)

표 1. 시료의 기본 성질

상대밀도, %	단위중량, t/m <sup>3</sup>	간극비, e
0	1.305	1.023
100	1.640	0.610

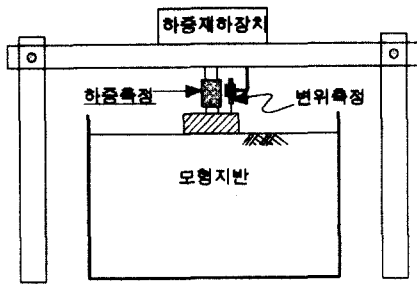


그림 4. 모형 실험 장치

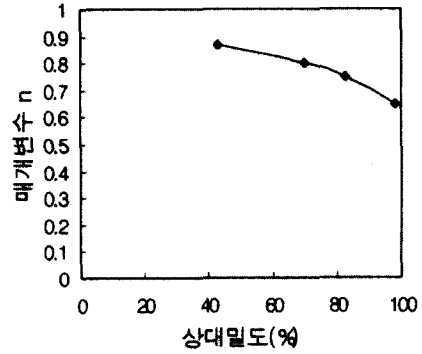


그림 5. 상대밀도-n

표 2. 쌍곡선모델 매개변수

시 료		쌍곡선함수모델의 매개변수			
$R_d$ (%)	$\gamma_c$ ( $t/m^3$ )	$\phi$	K	n	$R_f$
98	1.63	44.2	530	0.65	0.83
83	1.57	41.9	430	0.75	0.81
70	1.52	40.0	380	0.80	0.83
43	1.43	37.0	330	0.87	0.82

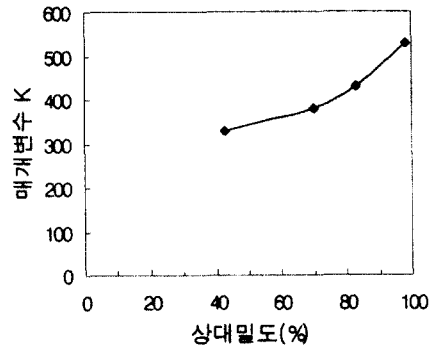


그림 6. 상대밀도-K

### 2.3 모형기초재하실험

모형 실험은 가로 100 cm, 세로 80 cm, 높이 60 cm의 강재 모형조에 삼축압축시험에 사용된 시료와 동일한 모래질 흙으로 모형조 위의 일정한 높이에서 레이닝방식으로 균질한 지반을 조성하고 직경 15 cm의 재하판을 올려놓은 다음 하중을 증가시켜 가며 실시하였는데, 모형지반의 상대밀도를 알기 위하여 모형지반 아래 약 30cm 되는 지점에 직경 5 cm, 높이 2 cm인 9개의 can을 일정한 간격으로 놓아 모형지반의 건조단위 중량을 측정하였다. 모형기초재하시의 하중 재하장치는 그림 4와 같다.

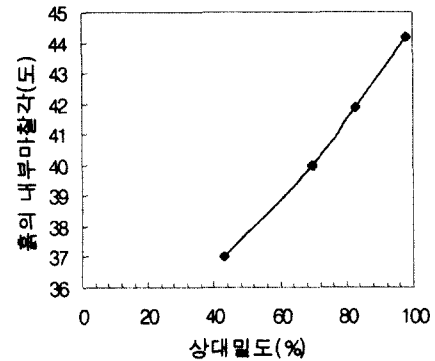


그림 7. 상대밀도- $\phi$

### 3. 상대밀도와 흙의 매개변수

지반 위에 기초가 놓이게 되면 기초의 하중으로 인하여 기초아래 지반의 밀도는 증가되며, 이에 따라 흙의 응력-변형률 관계를 나타내는 매개변수 값에도 변화가 있을 것으로 예상된다. 실제로 같은 구속 조건에서 사질토의 상대밀도별로 삼축압축시험을 수행해 보면, 흙의 매개변수 값들이 상대밀도에 따라 변화함을 알 수 있다(한경제, 1992).

표 2 및 그림 5, 그림 6, 그리고 그림 7은 배수삼축압축시험을 실시한 결과 4가지의 상대밀도에 대한 쌍곡선함수(hyperbolic)모델 매개변수 값의 변화를 나타낸 것이다.

이 결과에 의하면 밀도가 증가함에 따라, 내부마찰각  $\phi$ 는 직선 형태로 증가하고, 매개변수 K는 포물선 형태로 증가하며, 매개변수 n은 포물선 형태로 감소한다.

이상의 결과를 종합해 볼 때 지반의 밀도변화에 따라 해당 요소의 매개변수 값을 다르게 산정하여 침하 해석을 하는 것이 일정한 매개변수를 사용하는 것보다 더 합리적인 방법이라고 생각된다. 이러한 해석 과정은 일반 침하이론에 의한 해석적인 방법으로는 고려해 주는데 어려움이 있으나 수치적 방법을 이용하면 근사적인 해결이 가능해진다.

## 4. 수치해석

### 4.1 개요

본 연구에서는 지반밀도변화과정을 수치해석상에 반영한 유한요소해석 프로그램을 개발하였다. 프로그램에 사용된 언어는 포트란 77이며, 비선형 수치해석의 알고리즘으로는 증분법을 채택하였다. 개발된 프로그램은 삼축 압축시험 결과와 비교 검증하여 그 유효성을 확인한 후 모형기초재하실험결과에 대해 모사하여 비교·분석하였다. 삼축압축시험 및 모형기초재하실험에 대한 해석조건은 축대칭해석(axisymmetric analysis)을 적용하였다.

### 4.2 수치해석절차

지반의 밀도변화를 수치해석상에서 고려해 주기 위해서는 우선, 유한요소해석을 위하여 분할한 흙체의 각 요소의 체적이 계산되어야 하는데, 이는 요소의 각 절점변위를

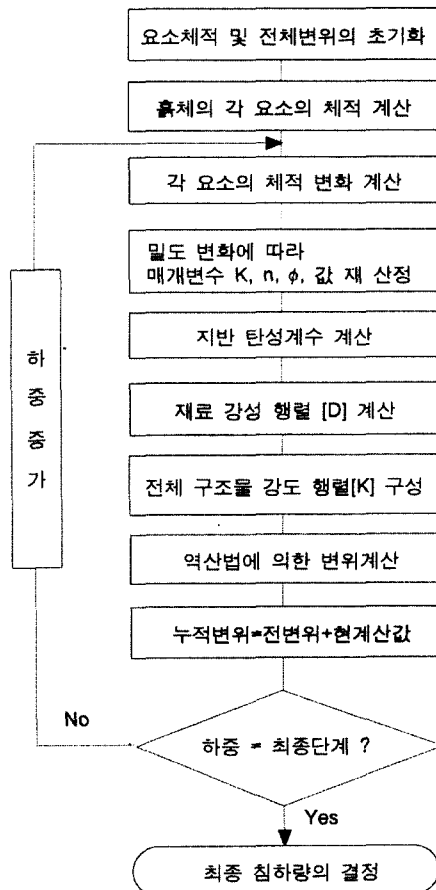


그림 8. 수치해석 흐름도

계산한 다음 요소의 강도 매트릭스의 체적을 계산할 때와 같은 방법인 가우스 수치적분법(Gauss-Legendre quadrature)을 이용하여 계산할 수 있다(Hinton & Owen, 1979). 본 연구에서 개발한 프로그램에서는 이와 같은 방식으로 계산 수행중의 각 하중 단계마다 변형된 개별 요소의 체적을 계산하여 밀도의 변화정도를 계산하고, 변화된 밀도의 크기에 따라 매개변수  $K, n, \phi$ , 값들을 변화시켜 계산할 수 있도록 하였다. 즉, 단계별 하중에 의해 요소에 체적변화가 일어날 때마다 매개변수들을 변화된 요소의 체적에 맞는 값으로 다시 산정하여 계산할 수 있도록 한 것이다. 이 과정에서 임의의 밀도에 대한 매개변수 값은 삼축 압축 시험을 실시하여 시료의 밀도 변화에 따른 매개변수 값의 변화경향에 대해 Lagrange의 다항식 수치 보간법을 적용하여 구할 수 있다. 그림 8은 이러한 과정들을 간단히 요약한 밀도 변화에 대한 수치해석 절차를 나타낸다.

### 4.3 쌍곡선함수모델

쌍곡선 함수 모델은 초기에 Kondner 등에 의해서 도입된 응력-변형률 관계 곡선의 쌍곡선 표현식을 Duncan 과 Chang(1970)이 응력과 변형을 받는 흙체에 대한 유한 요소 해석을 하여 제안한 것으로, 구속 응력과 응력 수준에 따라 탄성계수  $E$ 를 다르게 산정하게 된다. 이 모델은 흙의 비선형 거동을 일련의 선형 증분으로 나누어 근사시키는 증분 해석을 위하여 개발되었다.

쌍곡선 함수 모델은 점토, 모래질 흙, 자갈성분 흙 등의 응력-변형률 관계에 적용할 수 있으며, 댐의 안정문제, 굴착 등의 여러 가지 지반-구조물 상호작용 문제 등에 광범위하게 사용되어왔다(Duncan, 1981). 이 모델의 장점은 삼축 시험이나 평면 변형률 시험, 직접전단시험 등의 비교적 간단한 실내 시험으로부터 손쉽게 매개변수들을 구할 수 있으며, 유한 요소 해석에 적용하기 적합한 간단한 식으로 표현된다는 데 있다. 물론 구성방정식의 단순성으로 인한 오차, 그리고 '응력-변형률 곡선에서 극점 이후의 거동을 설명할 수 없다'는 등의 한계성을 갖기는 하지만, 흙의 응력-변형률 거동의 3 가지 주요한 측면인 비선형성, 응력의 존성, 비탄성 등을 내포하므로 많은 실제적인 목적에 대해서도 충분히 정확할 수 있다. 변형률과 구속압에 대한 응력의 상관관계를  $K, n, c, \phi, R_f$  등의 5개의 매개변수로서 표현한 쌍곡선함수모델은 다음과 같다(Duncan and Chang, 1970).

$$E_t = \left( 1 - \frac{R_f \cdot (1 - \sin \phi)(\sigma_1 - \sigma_3)}{2c \cdot \cos \phi + 2\sigma_3 \cdot \sin \phi} \right)^2 K \cdot P_a \cdot \left[ \frac{\sigma_3}{P_a} \right]^n \quad (1)$$

여기서,

$E_t$ : Hyperbolic 모델에 의한 흙의 비선형 탄성계수

$R_f$ : 파괴비  $\left( = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}}{(\sigma_1 - \sigma_3)_f} \right)$ , 0.75~1.00 사이의 값

$(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$  = 축차응력의 접근값

$(\sigma_1 - \sigma_3)_f$  = 압축강도 또는 파괴시의 축차응력

$P_a$ : 대기압( $\sigma_3$ 와 같은 단위)

$K, n$ : 시험에 의하여 결정되는 Hyperbolic 모델 매개변수

$c, \phi$ : 모아쿨롬의 강도정수

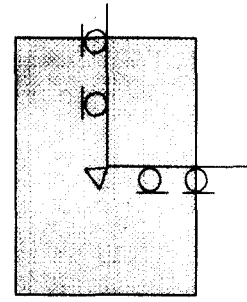


그림 9. 삼축 압축 시험의 모델링

식 (1)은 각 요소가 받고있는 구속압에 따라 다르게 산정되며, 특히 지반의 밀도변화에 따라 다르게 산정된다. 이때 밀도 변화에 따른 매개변수  $K, n, \phi$  값은 실험에 의해서 결정된 자료를 근거로 한 보간법으로 산정되며, 구속압력  $\sigma_3$ 는 초기응력 값과 응력의 증분에 따라서 결정된다. 또한 이 과정에서 매개변수 값은 응력과 변형률에 의존하고, 응력과 변형률은 매개변수 값에 관계되는 등의 상호 작용이 있기 때문에 매개변수 값과 응력 조건을 계의 각 요소에 적합하게 하기 위하여 계산을 반복하는 과정이 필요하다. (이영생, 1990) 따라서, 본 연구에서는 각 하중 단계마다 2회의 반복계산을 수행하여 보다 타당한 강도 매트릭스를 구성할 수 있는 알고리즘을 채택한 비선형 유한요소 해석 프로그램을 개발하였다.

#### 4.4 비선형 유한요소해석 프로그램

수치해석을 통한 문제 해결에 있어서는 해석상의 신뢰도를 알기 위한 검증이 필요한데 여기에서는 실제의 실험 결과들과 수치해석 결과를 비교해 봄으로써 본 연구에서 개발한 해석 프로그램의 적용성을 확인하고자 한다. 이를 위하여 먼저 삼축 압축 시험에 대한 수치해석 결과를 실험 결과와 비교 검토한 다음 모형기초재하실험 결과를 기준으로 지반의 밀도변화를 고려한 수치적 침하해석 결과와 그렇지 않은 경우의 해석 결과를 비교 분석하고자 한다.

삼축 압축 시험을 모형화 하기 위해서 시험 자체를 하나의 경계치 문제로 하여 시료 입자의 구성상태가 중간정도로 조밀한 경우의 실험 결과와 수치해석 결과를 비교해 보하고자 한다. 수치 해석을 위해 시험에 사용된 공시체를 모델링하여 그림 9와 같이 축대칭으로 4등분한 한개의 요소를 취하였다.

그림 10은 상대밀도 43%인 삼축 압축 시료에 대한 수치해석 결과와 실험 결과를 비교해 놓은 것이다. 그림에서

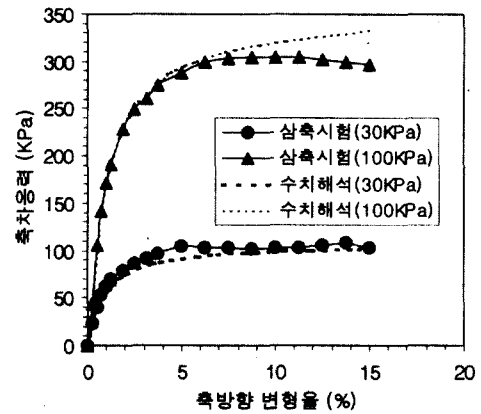


그림 10. 삼축 시험에 대한 수치해석결과

곡선의 경향이 극점(peak point) 이후에 감소하는 구속압력 100 KPa 인 경우에는 극점까지는 거의 일치함을 보이거나 그 이후의 거동의 양상은 서로 다르게 나타나는데, 이는 본 수치해석의 구성모델로 적용한 쌍곡선 함수 모델이 극점 이후의 거동의 모사를 반영하지는 못하는데 기인한 것이다. 그러나 구속압력 30 KPa 인 경우는 수치해석으로 구한 응력-변형률 특성 곡선이 실험 결과와 근사적으로 일치함을 보인다. 따라서 이 프로그램은 극점 이전까지의 거동을 잘 묘사하는 쌍곡선 함수 모델을 반영하므로 본 연구의 목적에 부합하는 해석 프로그램으로서의 타당성이 있다고 본다.

#### 4.5 수치해석과 실험 결과의 비교 분석

##### 4.5.1 유한요소 모델링

모형기초지반에 대한 유한요소 해석을 위하여 그림 11과 같이 8 절점 등매개변수(iso-parametric) 사변형 요소인 83 개의 요소 즉, 288개의 절점으로 이루어진 유한요소망

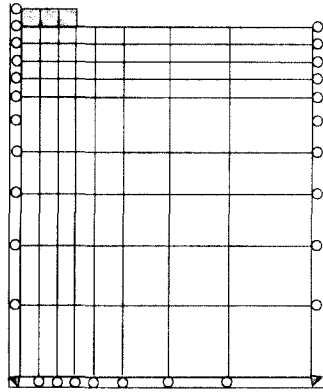


그림 11. 유한요소망(mesh)

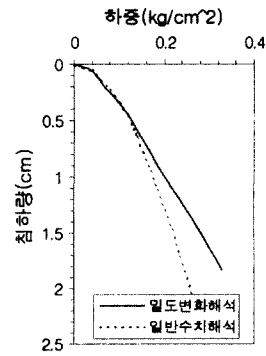


그림 12. 상대밀도 47%

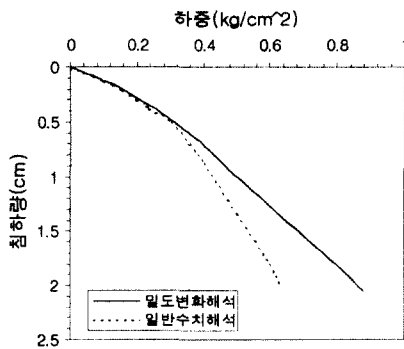


그림 13. 상대밀도 90%

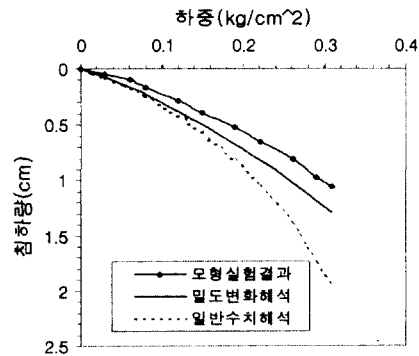


그림 14. 모형실험과 수치해석결과

(finite element mesh) 를 구성하였다.

#### 4.5.2 지반 상대 밀도에 따른 수치해석 결과

그림 12 및 13은 지반의 초기 상대 밀도가 각각 47%, 90%로 구성된 지반에서 하중으로 인한 지반의 밀도변화를 고려한 수치해석결과를 일반적인 수치해석의 결과와 비교한 것이다. 비교를 위해서 하중 강도  $0.24 \text{ kg/cm}^2$  ( $24\text{KPa}$ ) 일 때의 곡선의 차이를 살펴보면 지반의 초기 밀도가 높은 경우는 10% 이내의 차이를 나타내지만 중간정도 밀도의 경우는 약 43%의 상당한 차이를 보인다. 이로부터 동일한 단계별 하중이 지반에 가해지는 경우 지반의 초기밀도가 낮을 때에 지반의 밀도화 경향이 더 커지게 되는데 수치해석상에서도 이러한 점들이 잘 반영됨을 알 수 있다.

#### 4.5.3 모형실험과 수치해석 결과의 비교 분석

수치해석 결과와 모형실험 결과를 비교하기 위하여 지반의 초기 건조 단위중량이  $1.49 \text{ t/m}^3$  (상대밀도 62%)의 실험 결과를 택하여 이에 대한 수치해석을 수행한 결과를 그림 14에 나타내었다. 그림에서 보면 수치해석에 있어서 지반의 밀도변화를 고려해 준 경우가 그렇지 않은 경우에 비해서 상당히 향상된 결과로 나타나는데, Terzaghi의 극한 지지력 공식으로 구한 기초의 극한 지지력 ( $0.57 \text{ kg/cm}^2$ )의 50%인 하중강도  $0.285 \text{ kg/cm}^2$ 인 경우의 침하량과 비교해 보면 지반의 초기 상대밀도가 62%인 지반의 침하계산에 있어서 약 70% 정도 결과가 향상되었음을 알 수 있다.

### 5. 결론

본 논문에서는 침하해석에 있어서 기초 하중으로 인한 지반의 밀도 변화에 따라 흙의 매개변수 값들에도 변화가 있을 것으로 생각하여 그러한 변화를 해석상에 고려해 줄 수 있는 방법과 그 개념의 타당성에 관해서 연구해 보았다.

연구 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

## 참고문헌

- (1) 삼축압축시험 결과에 의하면 사질토의 경우 흙의 밀도에 따라 매개변수 값들에도 변화가 있으며 특히 응력 - 변형률 관계에 큰 영향을 주는 흙의 내부마찰각  $\phi$  값은 중간정도 조밀한 흙과 아주 조밀한 흙을 비교했을 경우 약 20 % 정도의 차이를 보인다.
- (2) 수치해석결과 초기지반의 상대밀도가 작을수록 밀도 변화를 고려한 해석과 일반해석과의 차이가 더 크게 나타나는 것으로부터 지반의 밀도화 경향성이 수치해석에 의해 잘 묘사될 수 있음을 알 수 있었다.
- (3) 모형재하실험과 수치해석 결과를 비교하여 보았더니, 수치해석의 과정에서 기초아래 지반의 밀도 변화에 따라 매개변수 값을 달리 산정 하여 지반의 침하를 해석한 결과가 더 향상된 것으로 나타났다. 즉, 초기상대밀도 63%인 사질토모형기초지반에 대한 지반의 밀도 변화를 고려한 수치 해석 결과는 밀도 변화를 고려하지 않은 일반해석의 경우 보다, 기초에 작용하는 하중의 크기가 극한 지지력의 50 %일 때 침하량 예측에 있어서 약 70 % 정도의 결과 향상을 이룰 수 있다.

1. 김창효(1988), "수치해법과 전산 프로그래밍", (주)교학사.
2. 이영생(1990), "유한 요소 해석을 위한 흙의 비선형 구성모델", 공학 박사 학위논문, 서울대학교대학원.
3. 임상전(外)(1990), "유한 요소법 입문", 동명사.
4. 한경제(1992), "지반의 밀도변화를 고려한 수치적 방법에 의한 침하 해석", 공학석사 학위논문, 서울대학교대학원.
5. Bowles, J.E.(1986), "Engineering Properties of Soils and Their Measurement", 3rd, McGRAW -Hill Int., Civil Engineering Series.
6. Duncan, J.M.(1981), "Hyperbolic Stress-Strain Relationships", Limit Equilibrium, Plasticity and Generalized Stress-Strain in Geotechnical Engineering, Yong, R.K. and Ko, H.Y. (editors), ASCE, pp.443-460.
7. Duncan, J.M. and Chang, C.Y.(1970), "Nonlinear Analysis of Stress and Strain in Soils", Jr. of Gt. Eng. Div., ASCE, vol.96, No, SM5, pp.1629-1653.
8. Dungar, R.(1970), "Linear analysis of statically and dynamically loaded geo-mechanical structures", Geomechanical Modelling in Engineering Practice, Dungar, R., Studer J.A. (editors), Rotterdam, Balkema, pp.167-187.
9. Lambe, T.W. and Whitman, R.V.(1979), "Soil Mechanics", SI Version, John Willy & Sons, New York, pp.97-160.
10. Fung, Y.C.(1965), "Foundations of Solid Mechanics", Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, NY.
11. Girijavallabhan, C.V. and Reese, L.C.(1968), "Finite-Element Method for Problems in Soil Mechanics", Jr. of the Gt. Eng., vol.94 No. SM2, pp.473-496.
12. Hinton, E. and Owen, D.R.J.(1979), "Finite Element Programming", Academic Press.
13. Owen, D.R.J. and Hinton, E.(1980), "Finite Elements in Plasticity Theory and Practice", Pineridge Press Ltd.

(접수일자 2000. 8. 9)