

# BMS 수리모형하에서 시스템의 수리효과 및 고장강도함수의 모수추정

윤원영\* · 정석주\*\* · 정일한\* · 김종운\* · 정상욱\*\*\*

## Estimating Repair Effect and Parameters of Intensity Function under BMS Repair Model

Won-Young Yun\* · Seock-Joo Choung\*\* · Il-Han Chung\* ·  
Jong-Woon Kim\* · Sang-Wook Jung\*\*\*

### ■ Abstract ■

Estimation problems of parameters of the failure process and the repair effect in repairable systems are considered. We propose estimation procedures in repairable systems without preventive maintenances. The failure process is modeled by a proportional age reduction model (Brown, Mahoney, Sivazlian [5]) which is able to consider both aging and repair effects. Maximum likelihood method is used to estimate the repair effect and parameters of intensity function simultaneously. Simulations are performed to evaluate the accuracy of estimators. A numerical example is also presented.

## 1. 서 론

발전소나 자동 생산 시스템 및 통신 시스템과 같은 고 신뢰성을 요구하는 시스템에 대해서는 신뢰도가 시스템 운영에 있어 주요 척도가 되고 있으

므로 시스템의 신뢰도 분석은 일반적으로 시스템의 안정성과 효율적 운영을 위해 중요한 의미를 가지고 시스템의 개선 및 유지에 필수적인 요소이다.

기존의 신뢰성 모형들은 대부분 고장간 시간(inter Failure Times)이 IID(Independently and Identically

\* 부산대학교 산업공학과

\*\* LG 전자

\*\*\* 전남대학교 산업공학과

Distributed)라는 가정하에 통계적 분석 절차를 수행하였다. 다수의 부품으로 구성된 시스템에 대한 신뢰성 모형화 및 분석은 IID 모형화와 같은 방법론을 사용하면 분석이 쉬워지는 반면 수리 후에 수리전의 상태에 영향을 받을 수 있는 현실적 상황을 고려할 수 없다. 특히 분석대상 시스템이 수리 가능하다면 시스템 고장시 수행되는 수리의 형태에 따라 이후의 고장시간이 영향을 받기 때문에 모형화에 반영해야 할 요소가 많아져서 분석도 어려워진다.

본 연구의 초점이 수리 가능한 시스템이기 때문에 모형화에 반영하는 특성 요소로서 노후화와 수리효과와 두 가지를 고려하는데 여기서 노후화는 시스템의 작동 시간이 증가함에 따라 고장강도(Failure Intensity)가 증가함을 의미하며 고장과 수리가 반복되는 가운데 고장간 시간을 점차 감소하도록 만드는 요소이고 수리효과는 수리나 예방보전 등에 의해 시스템의 노후화 정도가 개선되는 것을 말하며 고장과 수리가 반복되는 가운데 고장간 시간간격의 감소를 억제하는 요소이다. 즉, 본 연구는 수리 가능한 시스템들의 고장자료를 바탕으로 노후화를 반영하는 시스템 고장모형의 모수와 수리효과를 추정하는 것으로 요약할 수 있다. 기존의 연구에서는 두 요소 중 하나에 주목하여 모형화를 하는 것이 일반적이어서 노후화에 초점을 맞추어 모형화 하는 경우 불균일 포아송 과정(Non-Homogeneous Poisson Process)으로 모형화하고 수리효과에 초점을 맞추는 경우 재생과정(Renewal Process)으로 모형화 하였다.

본 연구는 두 요소를 고려하는 비례 수명감소(Proportional Age Reduction) 모형에서 모수를 추정하는 방법을 제안한다. 비례 수명감소 모형은 시스템의 고장 강도를 증가시키는 원인이 되는 누적 가동시간이 보전에 의해 일정한 비율로 감소하는 모형으로 이와 같은 비례 수명감소 모형으로 수리 가능한 시스템의 고장을 모형화하면 고장간 시간들이 동일한 분포를 따르지 않을 뿐만 아니라 고장간 시간들간에 상호 종속성이 존재하기 때문에 기

존의 모수 추정 방법으로는 비례 수명감소 모형의 모수 추정이 불가능하다. 따라서, 수리 가능한 시스템의 고장을 비례 수명감소 모형으로 모형화하려면 고장간 시간들의 비동일 분포성과 상호 종속성을 고려할 수 있는 모수 추정법을 제안한다. 이러한 비례 수명감소 모형으로는 Malik 모형[11]과 Brown, Mahoney, Sivazlian 모형[5]이 있는데 본 연구는 Brown, Mahoney, Sivazlian 모형에 대해 다룬다

수리유형에 따라 고장자료로 고장률 함수의 모수를 추정하는 문제에 많은 연구가 되어왔으며 기존 연구를 살펴보면 다음과 같다.

최소수리에 대해서는 Higgins와 Tsokos[8]는 quasi-Bayes 방법으로 고장률을 추정하였고, Tsokos와 Rao[16]는 Weibull process에 대한 고장강도함수를 추정하는 문제에 대해 연구하였다. Coetzee [7]는 최소수리하에서의 고장자료 분석에서 불균일 포아송 (NHPP)과정의 모수추정과 비용모형을 제시하였고, Park과 Pickering[13]는 많은 시스템으로부터 얻어진 고장시간 자료를 사용하여 모수를 추정하는 문제를 다루었다.

불완전 수리모형에 대해서 Brown과 Proschan [6]은 시스템의 고장발생시 확률  $p$ 로 완전 수리되고  $(1-p)$ 로 최소 수리되는 것으로 모형화하였고, Block, Borges, Savits[4]는 Brown, Proschan의 연구를 확장하여 시스템의 누적 가동시간  $t$ 에 따라 완전수리의 확률이 달라지는 것으로 모형화 하였다. Nakagawa와 Yasui[12]는 이들 연구를 발전시켜 고장발생시 수리 불가능한 경우까지 고려하여 확률  $p_1$ 으로 완전 수리되며 확률  $p_2$ 로 최소 수리되고  $1-p_1-p_2$ 로 수리 불가능한 상태가 되는 것으로 모형화 하였다. 또한 불완전 수리에서의 추정 문제에 대해서는 Lim[10]은 EM(Expectation Maximization)알고리즘을 사용하여 불완전 수리하의 시스템의 신뢰도 추정을 다루었고, 임태진[3]은 예방보전이 이루어지는 시스템에서 완전 예방보전의 확률을 추정하였다. 백상엽[1]은 임태진[3]의 연구를 확장하여 고장 원인이 다수인 경우의 신뢰성 모

형화에 대해 연구하였으며 이진승, 임태진, 이창훈 [2]은 완전수리의 확률이 외부효과에 종속적인 모형에 대해 연구하였다.

개선수리 모형에 대해 살펴보면 Malik[11]는 개선인자를 고려하여 예방정비 스케줄링하는 문제를 다루었고, Brown, Mahoney, Sivazlian[5]은 시스템의 서비스 수명이 임계 수준에 달하면 시스템을 교체하는 교체정책에 대해서 연구하였다. Shin, Lim, Lie[14]는 비례수명 감소모형 중 Malik 모형[11]으로 개선인자를 고려하여 효율적 CM(Corrective Maintenance)모형과 CM에서 최소수리하는 효율적 PM(Preventive Maintenance)모형에 대해 고장률의 모수 추정에 대해서 연구하였다. Lie, Hong, Kim, Baek, Lim[9]은 개선인자를 고려하는 개선수리가 이루어지는 시스템의 신뢰도를 추정하기 위한 모의실험의 절차를 제안하였다. 본 연구는 비례수명 감소모형 중 Brown, Mahoney, Sivazlian 모형 [5]으로 첫번째 고장시점까지의 시간이 와이블분포를 따를 때 고장수리의 경우에 최우추정량 (MLE)을 추정하는 방법에 대해 설명하며 추정한 모수의 정확성을 알아보기 위해 모의실험을 한다.

## 2. 수리가능 시스템의 수리효과 모형

### 2.1 수리 가능한 시스템의 수리모형

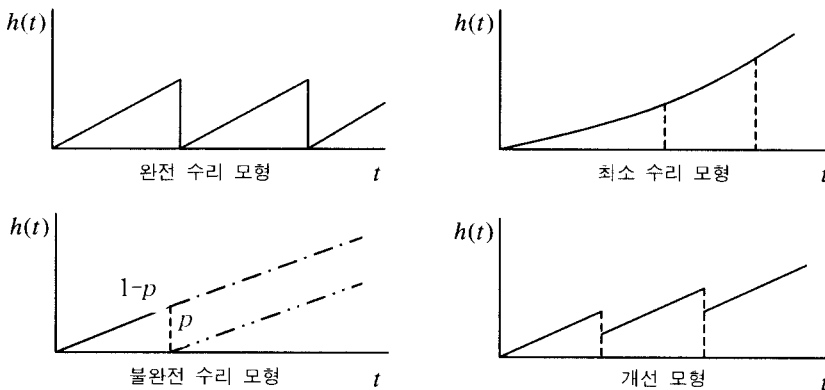
기존의 신뢰성 모형 중에서 고장간의 간격이

IID를 가정한 완전수리 모형(Perfect Repair Model)과 고장간의 간격이 IID 가정이 아닌 시스템 수명의 개선 및 노후화 경향을 나타낼 수 있는 최소수리 모형(Minimal Repair Model)과 불완전수리 모형(Imperfect Repair Model), 개선수리 모형(Improvement Model)에 대해 살펴본다.

완전수리 모형은 시스템의 고장 발생시 수리가 행해지며 수리후의 시스템의 상태는 새것과 같아진다(Good-As-New : GAN). 즉, 고장발생마다 시스템을 새것으로 교체하는 모형이다.

최소수리 모형은 시스템의 고장발생시 수리가 수행되며 수리 후 시스템의 상태는 고장직전의 상태(Bad-As-Old : BAO)로 된다. 이러한 수리를 최소수리(Minimal Repair)로 정의한다. 이러한 모형은 복잡한 시스템에서 시스템의 고장이 하나의 부품에 의한 경우에 수리 작업시 그 부품을 교체할지라도 수리 후의 시스템의 상태는 고장직전의 가동 시간이 수명인 상태임을 가정하고 있다. 그러나 수리가능한 시스템의 경우에는 수리를 통해 시스템의 수명이 개선되거나 교체 또는 완전수리가 일어난 경우의 모형화가 불가능한 단점이 있다.

불완전수리 모형은 시스템의 고장이 발생할 시, 완전수리와 최소수리가 확률적으로 선택되어 수행된다. 즉, 수리 후 시스템의 상태는  $p$ 의 확률로 완전수리되며  $1-p$ 의 확률로 최소수리된다. 불완전수리 모형에서  $p$ 가 0인 경우에는 최소수리 모형을



[그림 1] 수리모형에 따른 고장강도함수의 변화

나타내고  $\rho$ 가 1인 경우에는 완전수리 모형을 나타냄으로 이 모형은 최소수리 모형과 완전수리 모형을 포함하고 있음을 알 수 있다.

개선수리 모형은 시스템의 고장 발생시 수리는 수명의 일정부분을 감소시키므로 수리후의 고장강도가 GAN와 BAO의 사이인 것으로 가정하는 모형이다. 이때의 수리는 시스템의 나이를 감소시키는데 이러한 감소효과를 개선효과(Improvement Effect) 혹은 수리효과(Repair Effect)라고 하며 감소시키는 일정부분을 개선인자(Improvement Factor) 혹은 수명감소 인자(Age Reduction Factor)라고 한다.

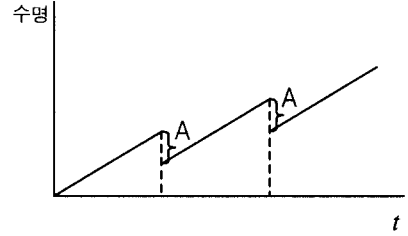
이러한 수리 모형과 고장강도  $h(t)$ 와의 관계는 [그림 1]와 같이 나타내어 진다.

2.2 개선수리 모형

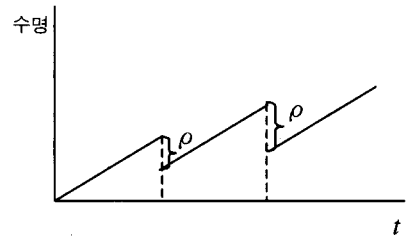
수리가 이루어진 후의 시스템의 상태는 대상 부품의 수리효과에 따라 달라지므로 모든 고장자료에 GAN이나 BAO 가정은 무리이므로 개선수리 모형은 가장 일반적인 개선효과 모형으로 수리 직후의 고장강도가 GAN과 BAO의 사이인 것으로 가정하는 모형으로 수리후의 상태가 부분적으로 개선되는 것을 의미한다. 즉, 수리가 작동시간을 일정한 비율로 감소시키는 효과를 갖는 것으로 감소비율을 개선인자라 하며 본 연구에서는  $\rho$ 로 나타낸다.  $\rho$ 의 범위는[0, 1]이 된다. 따라서  $\rho$ 가 1인 경우는 완전수리를 나타내며 0인 경우는 최소수리를 나타낸다.

개선모형에는 비례 수명감소 모형과 고정 수명감소 모형이 있다. 고정 수명감소 모형은 [그림 2-a]와 같이 수리를 할 때마다 고장시점의 일정수명 만큼씩 감소하는 모형이며 비례 수명감소 모형

은 [그림 2-b]와 같이 수리로 인하여 고장시점의 수명이 일정비율  $\rho$ 만큼 감소하는 모형이다.



(a) 고정 수명감소 모형



(b) 비례 수명감소 모형

[그림 2] 개선수리 모형의 종류

비례 수명감소 모형에는 Malik 모형[11]과 Brown, Mahoney, Sivazlian 모형[5]이 있다. 이들 모형의 차이점은 수리로 인한 시스템의 수명감소에 있다. 즉, Malik의 모형은 고장시점마다 수명감소가 직전의 고장시간 간격에만 영향을 주는 모형이고 Brown, Mahoney, Sivazlian 모형은 고장시점마다 수리로 인하여 시스템의 전체 수명에 감소를 주는 모형이다. 수리의 효과가 시스템의 수명에 주는 영향을 살펴보면 <표 1>과 같이 나타낼 수 있다.

Malik 모형은 시스템의 노후화로 인해 보전 효과가 직전 고장시간과의 간격에만 영향을 미치는 모형으로 시스템의 노후화를 중점적으로 잘 나타낸다. Malik의 모형에 대한 고장강도 함수와 보전

<표 1> Malik 모형과 Brown, Mahoney, Sivazlian 모형에서의 수명 감소 비교

모형	1번 수리후 시스템 수명	2번 수리후 시스템 수명	...	n번 수리후 시스템 수명
Malik	$(1 - \rho)(t_1 - t_0)$	$t_2 - t_0 - \rho t_2 + \rho t_0$	...	$t_n - t_0 - \rho t_n + \rho t_0$
Brown MahoneySivazlian	$(1 - \rho)(t_1 - t_0)$	$(1 - \rho)\{(1 - \rho)(t_1 - t_0) + (t_2 - t_1)\}$	...	$\sum_{i=1}^n (1 - \rho)^i (t_{n-i+1} - t_{n-i})$

효과를 추정하는 문제는 Shin, Lim, Lie[14]에 의해 연구되어졌다.

Brown, Mahoney, Sivazlian 모형은 시스템의 노후화를 나타내면서 수리효과가 수리시점의 수명에 영향을 주는 모형으로 시스템의 수리효과를 중점적으로 나타낸다.

여기서 Malik 모형은 고장으로 인해 인간에게 치명적인 위험을 줄 수 있는 원자력 발전소와 같은 고도의 신뢰성을 요구하는 시스템의 경우, 수리나 예방보전이 철저히 이루어짐에도 불구하고 가동시간이 많아질수록 고장간의 시간이 짧아져 개선정도가 줄어들어 이러한 상황을 잘 나타내지 못한다. 따라서 Brown, Mahoney, Sivazlian 모형은 고도의 신뢰성을 요구하는 시스템인 경우 혹은 수리나 예방보전이 철저히 이루어지는 시스템에 대해서 적합한 모형이다.

본 연구의 가정을 정리하면 다음과 같다.

1. 비례수명 감소모형 중 Brown, Mahoney, Sivazlian 모형하의 시스템에 대해 다룬다.
2. Weibull 분포에 대해 다룬다.
3. MLE 추정 문제를 다룬다.

### 3. 수리가능 시스템의 고장자료분석

본 장에서는 고장을 비례 수명감소 모형으로 모형화할 때 모수 추정 방법을 설명한다. 비례 수명 감소 모형하에서는 고장간격 시간들이 동일한 분포를 따르지 않을 뿐만 아니라 각 고장간격 시간들의 고장강도가 이전 고장이력에 종속적이 된다. 따라서 각 고장간격 시간들의 조건부 확률분포를 유도하여 고장시간들의 우도 함수를 구하여 수리효과와 고장분포를 추정하고자 한다. 이 장에서 사용될 기호는 다음과 같다.

#### 기 호

- $n$  : 관측된 고장 개수
- $t_i$  :  $i$  번째 고장의 시간 ( $i = 1, \dots, n$ ), 관찰값
- $z_i$  :  $i-1$  번째 고장시간과  $i$  번째 고장시간의

고장간격시간 (IFT)

$$z_i = t_i - t_{i-1}$$

$x_i$  :  $i$  번째 고장시점의 시스템 수명

$$x_i = \sum_{j=1}^i (1-\rho)^{j-1} z_{i-j+1}$$

$y_i$  :  $i$  번째 고장 수리후의 시스템의 수명

$$y_i = \sum_{j=1}^i (1-\rho)^j z_{i-j+1}$$

$\rho$  : 개선인자

$f(x)$  : 첫번째 고장까지 시간의 확률밀도함수(p.d.f.)

f.) 본 논문에서는 첫번째 고장시간의 분포가 와이블인 경우만을 고려하므로

$$f(x) = \alpha x^{\alpha-1} / \beta^\alpha \exp[-(x/\beta)^\alpha], x \geq 0$$

$R(x)$  : 신뢰도 함수

$$R(x) = \exp[-(x/\beta)^\alpha], x \geq 0$$

$\alpha$  : 형상모수 ( $\alpha \geq 1$ )

$\beta$  : 척도모수 ( $\beta \geq 0$ )

#### 3.1 고장시간의 조건부 확률분포

비례 수명감소 모형에서 고장시간의 분포는 시간  $t$  와  $t$  이전의 고장시간들에 종속적이므로 고장 시간  $t_1, t_2, \dots, t_{i-1}$ 가 주어질 경우  $i$  번째 고장간격 (IFT)  $Z_i$ 의 분포를 구할 수 있다.  $n$ 개의 고장간격에 대한 확률변수  $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$ 와 고장시간  $T_1, T_2, \dots, T_n$  사이에는  $Z_i = T_i - T_{i-1}$ 과 같은 일대일 대응관계가 있어 자코비안(Jacobian)이 1이므로  $T_i$ 의 조건부 확률분포를 유도하는 것은  $Z_i$ 의 조건부 확률분포를 유도하는 것과 동일한 의미를 가진다. 이때  $y_{i-1}$ 이 주어졌을 때  $X_i$ 의 조건부 확률 밀도함수는 다음의 식 (1)과 같다.

$$f(x | y_{i-1}) = f_0(x_i) / R(y_{i-1}) = ( \alpha x^{\alpha-1} / \beta^\alpha ) \exp[-(x_i/\beta)^\alpha] \exp[-(y_{i-1}/\beta)^\alpha] \quad (1)$$

$$(y_{i-1} \leq x_i < \infty)$$

즉,  $x_i$  와  $y_{i-1}$ 에 값을 대입하면 식 (2)와 같다.

$$f(x | y_{i-1}) = \frac{\alpha}{\beta^\alpha} \left( \sum_{j=1}^i (1-\rho)^{j-1} z_{i-j+1} \right)^{\alpha-1} \exp \left[ - \left( \sum_{j=1}^i (1-\rho)^{j-1} z_{i-j+1} / \beta \right)^\alpha \right] \exp \left[ \left( \sum_{j=1}^i (1-\rho)^j z_{i-j+1} / \beta \right)^\alpha \right] \quad (2)$$

### 3.2 고장시간의 결합 확률 분포

일련의 고장시간  $(t_1, t_2, \dots, t_n)$ 의 개선인자가  $\rho$ 인 비례 수명감소 모형을 따르는 결합 확률밀도 함수는 식 (3)과 같다.

$$f\{t_1, t_2, \dots, t_n\} = f\{z_1, z_2, \dots, z_n\} = \frac{\prod_{i=1}^n f_0 \left( \sum_{j=1}^i (1-\rho)^{j-1} z_{i-j+1} \right)}{\prod_{i=1}^{n-1} R \left( \sum_{j=1}^i (1-\rho)^j z_{i-j+1} \right)} \quad (3)$$

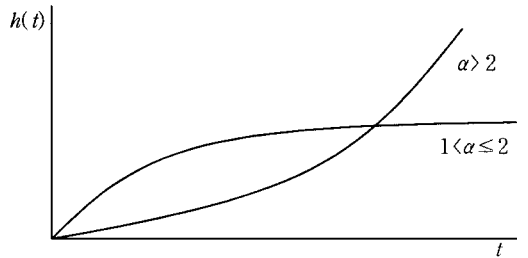
즉, Weibull 분포에 대해서는 식 (4)와 같다.

$$f\{t_1, t_2, \dots, t_n\} = f\{z_1, z_2, \dots, z_n\} = \prod_{i=1}^n \frac{\alpha}{\beta^\alpha} \left( \sum_{j=1}^i (1-\rho)^{j-1} z_{i-j+1} \right)^{\alpha-1} \exp \left[ - \left( \sum_{j=1}^i (1-\rho)^{j-1} z_{i-j+1} / \beta \right)^\alpha \right] \prod_{i=1}^{n-1} \exp \left[ \left( \sum_{j=1}^i (1-\rho)^j z_{i-j+1} / \beta \right)^\alpha \right] \quad (4)$$

### 3.3 모수모형에 대한 최우추정

본 연구의 대상은 작동시간이 증가함에 따라 노후화함으로 고장강도가 시간에 따라 단조 증가하는 형태를 가지게 된다. 따라서 고장 강도함수의 모수적 모형으로 거듭제곱 모형을 고려하였다. 노후화가 일어나는 경우를 대상으로 하므로 고장강도가 증가하는 형태를 갖는 것으로 한정하므로 거듭제곱 모형의 모수  $\alpha > 1, \beta > 0$ 의 경우만을 고려한

다. 거듭제곱 모형의 고장강도함수가 Weibull 분포의 고장률과 같아서 거듭제곱 모형을 Weibull 과정이라 하기도 한다. 또한 함수의 형태를 결정하는  $\alpha$ 의 값에 따라 볼록, 오목의 형태를 가질 수 있다. 즉,  $\alpha > 2$ 이면 볼록이며  $2 \leq \alpha < 1$ 이면 오목의 형태를 가지게 된다. [그림 3]는 고장강도함수에서  $\alpha$ 에 따른 고장강도의 형태를 나타낸다.



[그림 3]  $\alpha$ 에 따른 고장 강도함수의 형태 (거듭제곱 모형)

예방보전이 없는 시스템으로부터  $n$ 개의 고장자료를 얻었다고 하면 우도함수는 다음 식 (5)와 같다.

$$L(\rho, \alpha, \beta) = n \log \alpha - n \alpha \log \beta + (\alpha - 1) \sum_{i=1}^n \log \left[ \sum_{j=1}^i (1-\rho)^{j-1} z_{i-j+1} \right] + \sum_{i=1}^n \left[ - \left( \sum_{j=1}^i (1-\rho)^{j-1} z_{i-j+1} / \beta \right)^\alpha \right] + \sum_{i=1}^{n-1} \left[ \left( \sum_{j=1}^i (1-\rho)^j z_{i-j+1} / \beta \right)^\alpha \right] \quad (5)$$

식 (5)는  $\rho, \alpha, \beta$ 에 대한 비선형 방정식이므로 이 식을 최대화하는 모수  $\rho, \alpha, \beta$ 의 최우추정치를 구하는 것이 문제가 된다.

이와 같은 문제의 해법으로는 다양한 근사적 알고리즘이 개발되어 있는데 본 연구에서는 quasi-Newton 방법을 이용하여 추정치를 구한다. 최우추정을 위한 기호를 정의하고 추정절차를 살펴보면 다음과 같다[15].

#### 최대 우도 추정을 위한 기호

$\theta$  : 모수 벡터  $(\rho, \alpha, \beta)$

$\Theta$  :  $\{(\rho, \alpha, \beta) \mid 0 \leq \rho \leq 1, \alpha > 1, \beta > 0\}$

$L(\theta)$  : 대수 우도함수

$\theta^{(k)}$  :  $k$ 번째 해의 추정치 ( $k=0, 1, 2, \dots$ )

$g^{(k)}$  :  $k$ 번째 해의 추정치에 대한 법선 벡터

$$g^{(k)} = \left( \frac{\partial L}{\partial \rho}(\theta^{(k)}), \frac{\partial L}{\partial \alpha}(\theta^{(k)}), \frac{\partial L}{\partial \beta}(\theta^{(k)}) \right)$$

$H_k$  :  $k$ 번째 해의 추정치에 대한 역 헤시안 행렬(Inverse Hessian Matrix)

$d_k$  :  $k$ 번째 탐색 방향

$\alpha_k$  :  $k$ 번째 이동 길이

$\epsilon$  : 수렴한계

**모수 추정 알고리즘**

초기화 : 초기해 결정

$$\theta^{(0)}, \theta^{(1)}, H_1, k=1$$

단계 1 : 수렴도 검증

$$|\theta^{(k)} - \theta^{(k-1)}| < \epsilon \text{ 이면 종료}$$

단계 2 : 탐색방향  $d_k$  결정

$$d_k = -H_k g^{(k)}$$

단계 3 : 이동길이  $\alpha_k$  계산

$$\begin{aligned} \max L(\theta^{(k)} + \alpha_k d_k) \\ \text{subject to } \theta^{(k)} + \alpha_k d_k \in \Theta \subset R^3, \alpha_k > 0 \end{aligned}$$

단계 4 : 해의 추정치 수정

$$\theta^{(k+1)} \leftarrow \theta^{(k)} + \alpha_k d_k$$

단계 5 : 역 헤시안의 수정

$H_{k+1}$ 의 값 계산

$$k \leftarrow k + 1$$

단계 1로

비례 수명감소 모형에서 모수를 추정하는 우도함수는 세 개의 모수를 가진다. 그러나  $\beta$ 에 대한 1계 도함수를 이용하면 변수를 2개로 줄이는 것이 가능하며 이것을 이용하면 모수 추정상 계산시간을 줄일 수 있다.

$$L(\rho, \alpha) = n \log \alpha$$

$$+ (\alpha - 1) \sum_{i=1}^n \left( \log \left( \sum_{j=1}^i (1 - \rho)^{j-1} z_{i-j+1} \right) \right)$$

$$- n \log \left[ \sum_{i=1}^n \left( \sum_{j=1}^i (1 - \rho)^{j-1} z_{i-j+1} \right)^\alpha \right]$$

$$- \sum_{i=1}^{n-1} \left( \sum_{j=1}^i (1 - \rho)^j z_{i-j+1} \right)^\alpha$$

$$+ n \log n - n$$

여기서

$$\begin{aligned} \beta = & \left[ \left( \sum_{i=1}^n \left( \sum_{j=1}^i (1 - \rho)^{j-1} z_{i-j+1} \right)^\alpha \right. \right. \\ & \left. \left. - \sum_{i=1}^{n-1} \left( \sum_{j=1}^i (1 - \rho)^j z_{i-j+1} \right)^\alpha \right) / n \right]^{1/\alpha} \end{aligned}$$

**4. 모의 실험**

비례 수명감소 모형의 추정에 있어서 추정문제 특성을 알아보기 위한 모의실험을 시행하였다. 모의실험의 과정은 특정한 모수 값에 대하여 고장시간을 발생시키고 이들의 고장시간에 대해 본 모형의 모수를 추정하여 추정의 정확성에 있어서의 특성을 살펴보았다.

**4.1 모의 고장시간의 발생**

$(k-1)$ 번째 고장시간까지 발생되었다고 하면  $k$ 번째 고장시 시스템의 수명  $X_k$ 는 다음과 같다.

$$U = F_k(x_k) = P[X_k < x_k \mid X_k > y_{k-1}]$$

단,  $U$ 는 Uniform  $(0, 1)$ 의 확률변수

$y_k$ 는  $k$ 번째 고장 수리후의 시스템 수명

위의 식을 Weibull의 경우에 대해서 풀면 다음의 식과 같다.

$$X_k = \beta [(y_{k-1}/\beta)^\alpha - \log U]^{1/\alpha}$$

따라서 고장 간격시간은  $Z_k = X_k - Y_{k-1}$ 이 된다.

위의 식으로 모의 고장자료를 발생시켜 최대우

도추정법을 적용하여 추정치를 구한다.

### 4.2 고장개수의 영향

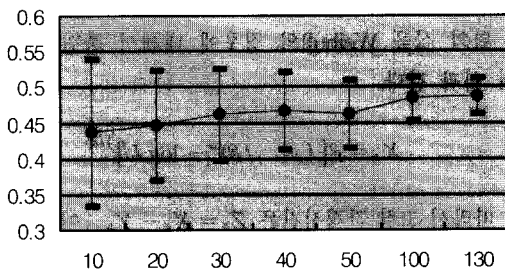
고장개수가 추정의 정확성에 미치는 영향을 알아보기 위해서  $\rho = 0.5, \alpha = 2, \beta = 1$ 의 실험조건 하에  $n$ 이 10, 20, 30, 40, 50, 100, 130인 경우에 대해 각각 1000회 모의실험을 하였다. 각 경우에 대해 최우추정을 시행하여 추정치의 평균과 표준편차는 <표 2>와 같은 결과를 얻었다.

<표 2> 고장개수가 추정치에 미치는 영향

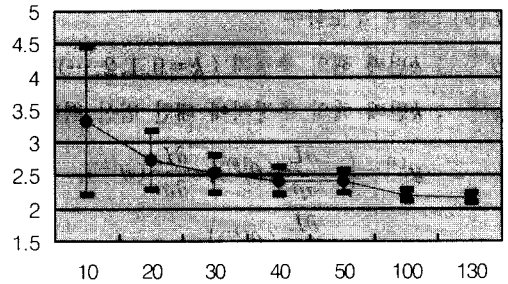
n	$\hat{\rho}$		$\hat{\alpha}$		$\hat{\beta}$	
	Mean	Std	Mean	Std	Mean	Std
10	0.437269	0.165096	3.326334	1.807973	1.234693	0.400486
20	0.445857	0.175442	2.723809	1.005889	1.232791	0.385141
30	0.461544	0.178537	2.531890	0.790022	1.207411	0.381667
40	0.466650	0.176807	2.420384	0.669596	1.197780	0.381819
50	0.462201	0.171833	2.412599	0.654898	1.205555	0.383309
100	0.484274	0.157650	2.195090	0.464729	1.129142	0.341670
130	0.487437	0.141237	2.164490	0.400130	1.104041	0.295506

<표 2>에 나타나듯이 고장자료가 많아질수록 추정치들의 평균값이 참값에 점점 근사해가며 표준편차는 줄어드는 특성이 있다. 고장 데이터가 개수가 다소 적은 10~50개인 경우에는 추정치의 평균과 표준편차의 변이가 불안정한 변을 보였으나 고장 개수가 100개 이상인 경우 추정치의 평균과 표준편차의 변이가 안정화 됨을 볼 수 있다. [그림 4]는 실험결과로 얻어진 각 모수의 95% 신뢰구간 (Confidence Interval)을 나타내며 세 모수의 고장개수가 증가함에 따라 대체로 신뢰구간이 좁아짐

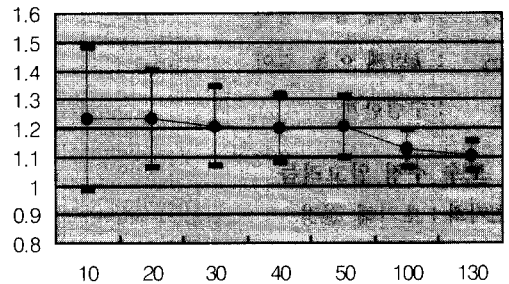
95% CI of LOU



95% CI of ALPHA



95% CI of BETA



[그림 4] 고장개수에 따른 각 모수의 95% 신뢰구간

과 참값에 점점 근사해 가는 것을 알 수 있다.

### 4.3 고장 강도함수 형태의 영향

다음은 고장 강도함수의 형태가 추정의 정확성에 미치는 영향을 알아본다. 고장 강도함수의 형태로는 블록, 오목등의 형태가 존재할 수 있는데 이를 위해 거듭제곱 모형에 있어서의 형태모수인  $\alpha$ 의 값을 1.5, 2.0, 3.0으로 하여 각 1000번 모의 실험하였다.  $\alpha = 0.5, \beta = 1$ 로 하였고 10번째의 고장시간까지 관찰하여 실험한 결과 다음의 <표 3>과 같다.

<표 3> 고장강도함수의 형태가 추정치에 미치는 영향

$\alpha$	$\hat{\rho}$		$\hat{\alpha}$		$\hat{\beta}$	
	Mean	Std	Mean	Std	Mean	Std
1.5	0.41941	0.16005	2.79378	1.46429	1.37513	0.47831
2.0	0.43617	0.16312	3.25173	1.51037	1.21360	0.36479
3.0	0.47631	0.14326	4.29973	1.61168	1.09418	0.25460



<표 3>을 살펴보면  $\alpha$ 의 값이 커질수록  $\hat{\rho}$ 와  $\hat{\beta}$ 의 평균값은 참값에 근사해지며 표준편차 또한 작아지는 특성이 있다. 즉, 고장강도함수의 형태가 오목인 경우보다 볼록인 경우  $\hat{\rho}$ 와  $\hat{\beta}$ 이 참값에 더 가까워진다.

4.4 수리효과의 영향

다음은 수리효과에 따른 추정의 정확성에 대해 살펴본다. 수리효과의 모수인  $\rho$ 의 값을 0.3, 0.5, 0.7로 증가시켜 가면서  $\alpha = 2.0$ ,  $\beta = 1.0$ 이고 고장개수가 10인 경우에 대해 각각 1000번 모의 실험한 추정의 결과는 <표 4>와 같다.

<표 4> 수리효과가 추정치에 미치는 영향

$\rho$	$\hat{\rho}$		$\hat{\alpha}$		$\hat{\beta}$	
	Mean	Std	Mean	Std	Mean	Std
0.3	0.34258	0.15606	3.42207	1.56731	1.15162	0.35509
0.5	0.43617	0.16312	3.25173	1.51037	1.21360	0.36479
0.7	0.49077	0.17689	3.25915	1.50473	1.27816	0.40437

결과를 보면  $\rho$ 가 0.3인 경우  $\hat{\rho}$ 의 평균값은 참값보다 큰 값으로 추정하였으나, 0.5와 0.7인 경우 참값보다 작은 값으로 추정하였으며 수리효과가 커질수록 표준편차 또한 커짐을 알 수 있다.  $\hat{\alpha}$ 의 평균값은 참값보다 큰 추정을 하고 있지만 표준편차는 작아짐을 알 수 있다.  $\hat{\beta}$ 는 수리효과가 클수록 참값에서 멀어지는 경향을 보였으며 표준편차도 불안정하였다.

4.5 수치예제

수리가능한 시스템을 예방보전 없이 운영하면서 고장자료가 <표 5>와 같다고 하고 수리효과와 고장률함수의 모수를 추정하고자 한다.

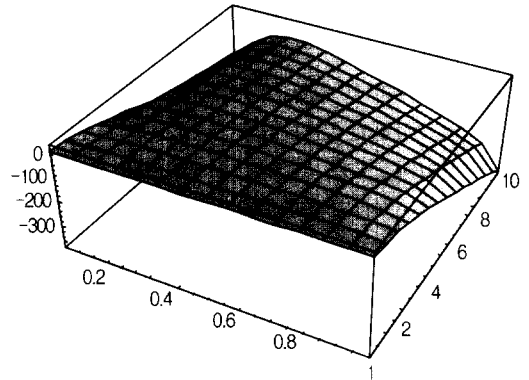
<표 5>의 고장자료의 로그우도함수의 형태는 [그림 5]과 같으며 이때의 최우추정치는  $\hat{\rho} = 0.460871$ ,

$\hat{\alpha} = 1.90748$ ,  $\hat{\beta} = 0.919058$ 이 된다.

<표 5> 예방보전이 없는 시스템의 고장자료

번호	고장시간	번호	고장시간	번호	고장시간	번호	고장시간
1	0.22290	11	5.84323	21	10.3001	31	15.6645
2	1.12928	12	6.05889	22	11.3121	32	15.9449
3	1.35844	13	6.75665	23	11.7342	33	16.6080
4	1.83051	14	6.97946	24	12.1591	34	16.8662
5	2.04455	15	7.05317	25	12.2972	35	17.1258
6	3.02784	16	8.22481	26	13.2370	36	18.4482
7	3.02994	17	9.00169	27	14.2118	37	19.3134
8	3.21263	18	9.33202	28	14.3595	38	19.3156
9	3.60517	19	9.47776	29	15.0907	39	19.4928
10	4.72420	20	10.1134	30	15.5846	40	19.5950

quasi-Newton 방법은 초기해에 영향을 많이 받으나 [그림 5]를 보면 단봉의 형태가 되어 초기해에 대한 영향이 적음을 알 수 있다.



[그림 5] 로그 우도함수의 형태

<표 5>의 고장자료를 사용하여 각 고장에서 수리유형이 최소수리의 경우와 완전수리의 경우에 대해서 고장률함수의 모수를 추정한 결과를 보면 <표 6>과 같이 나타내어진다. 두 경우 모두  $\alpha$ ,  $\beta$ 를 과소 추정하는 결과를 가져오는 것을 알 수 있다.

<표 6> 수리유형에 따른 추정치의 비교

수리형태	$\hat{\rho}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$
본 연구의 모형	0.460871	1.90748	0.91906
최소수리		1.06092	0.60546
완전수리		1.13920	0.53293

## 5. 결 론

수리가능한 시스템의 고장에 대해서는 고장 시간이 갖는 특성에 따라 다양한 모형이 제안되어 왔다. 본 논문에서는 수리 가능한 시스템에서 고장데이터가 얻어졌을 때 보전이 시스템의 수명을 감소시키는 개선수리 모형으로 가정하여 수리효과 및 고장률함수를 추정하는 문제에 대해서 다루었다.

고장수리만 있는 경우에 대해서 우도함수를 유도하였고 수리효과와 고장강도 함수의 형태, 고장개수에 따라 추정치들의 특성을 파악하기 위하여 모의 실험을 시행하였다. 모의 실험의 결과를 통해서 추정의 유효성과 효율성을 확인하였으며 이를 실제 적용도 가능한 것이다.

본 연구에서 개발한 방법에 따라 고장률의 추정치로 최적 보전정책에 대한 연구와 여러가지 상황에 맞는 수리모형에 대한 신뢰도 분석도 필요할 것이다. 그리고, 수리나 예방보전에 대한 자료가 많은 정보를 포함하고 있는 경우에 대한 분석 방법과 수리효과가 시간에 따라 종속되는 경우의 연구도 필요할 것이다. 또한, 현장의 고장자료에 대한 더욱 일반적인 분석 기법에 대한 연구도 이루어져야 할 것이다.

## 참 고 문 헌

- [1] 백상엽, 임태진, 이창훈, “다수의 고장 원인을 갖는 기기의 신뢰성 모형화 및 분석”, 「대한산업공학회지」, 제21권, 제4호(1995). pp.609- 628.
- [2] 이진승, 임태진, 이창훈, “외부효과 종속적 수리 모형의 모수 추정”, 대한산업공학회/한국경영과학회 '98춘계공동기술대회 논문집(1998).
- [3] 임태진, “Brown-proschan 불완전 PM 모형에서 완전 PM 확률의 추정”, 「한국경영과학회지」, 제22권, 제4호(1997). pp.151-165.
- [4] Block, H.W., W.S. Borgers and T.H. Savits, “Age-dependent minimal repair”, *J. Appl. Prob.*, Vol.22 (1985), pp.370-385.
- [5] Brown, J.F., J.F. Mahoney and B.D. Sivazlian, “Hysteresis repair in discounted replacement problems”, *IIE Trans.*, Vol.15, No.2 (1983), pp.156-165.
- [6] Brown, M. and F. Proschan, “Imperfect repair”, *J. Appl. Prob.*, Vol.20 (1983), pp.851-859.
- [7] Coetzee, J.L., “The role of NHPP models in the practical analysis of maintenance failure data”, *Rel. Eng. and Sys. Safety*, Vol.56 (1997), pp.161-168.
- [8] Higgins, J.J. and C.P. Tsokos, “A quasi-bayes estimate of the failure intensity of a reliability-growth model”, *IEEE Trans. on Reliability*, Vol.R-30, No.5(1981), pp.471-475.
- [9] Lie, C.H., J.S. Hong, T.W. Kim, S.Y. Baek and T.J. Lim, “Simulator for estimating reliability of a system subject to imperfect repair”, *Proc. ESREL'97 International Conf. on Safety and Reliability* (1997), pp.2205-2211.
- [10] Lim, T.J., “Estimating system reliability with fully masked data under brown-proschan imperfect repair model”, *Rel. Eng. and Sys. Safety*, Vol.59 (1998), pp.277-289.
- [11] Malik, M.A.K., “Reliable preventive maintenance scheduling”, *AIIIE Trans.*, Vol.11, No.3 (1979), pp.221-228.
- [12] Nakagawa, T. and K. Yasui, “Opimum policies for a system with imperfect maintenance”, *IEEE Trans. on Reliability*, Vol.R-36, No.5 (1987), pp.631-633.
- [13] Park, W.J. and E.H. Pickering, “Statistical analysis of a power-law model for repair data”, *IEEE Trans. on Reliability*, Vol.46, No.1 (1997), pp.27-30.
- [14] Shin, I., T.J. Lim and C.H. Lie, “Estimating parameters of intensity function and maintenance effect for repairable unit”, *Rel. Eng. and Sys. Safety*, Vol.54 (1996), pp.1-10.
- [15] Tsokos, C.P. and A.N.V. Rao, “Estimation of failure intensity for the weibull process”, *Rel. Eng. and Sys. Safety*, Vol.45 (1994), pp. 271-275.