韓國軍事運營分析學會誌
第 26 券, 第 1 號, 2000. 6. 30.

전투종료규칙의 포괄적 적용방법
(An Inclusive Method for Application of Combat Termination Rules)

백 자 성*, 하 석 태**

Abstract

Occasionally, there are combat situations which one or both forces can't terminate the combat using selected combat termination rule according to given relationship between ratio of attrition rate coefficient and threshold values.

In this study, we classify the situations that one or both forces can't terminate the combat with selected combat termination rule into four conditions. Condition① is the situation which both Blue and Red can terminate the combat using all selected combat termination rules, condition② and condition③ are those which neither Blue or Red can terminate the combat using selected proportional decision rule, and condition ④ is that which both Blue and Red can't terminate the combat using selected proportional decision rule.

We analyze the effect of combat termination rules on parity number, final combat power, and combat durations for each conditions. Also, we propose the method to apply the analyzed effect of combat termination rules to combat analysis.

* 육군 제39보병사단
** 국방대학교 국방관리대학원

1. 서 론

제1차 세계대전 기간 중 F.W. Lanchester는 간단한 확정적 미분방정식을 이용한 전투모형을 개발하여 현대전하에서 집중의 원칙을 계량적으로 설명하였다. B와 R을 각각 시간 t에서 청군과 홍군의 전투력 규모라 하고, β를 홍군이 청군에 주는 그리고 γ를 청군이 홍군에 주는 손실률계수라고 할 때, Lanchester 방정식은 다음과 같이 표현된다:

$$dB/dt = -\beta R, \quad dR/dt = -\gamma B, \tag{1}$$

$$dB/dt = -\beta BR, \quad dR/dt = -\gamma BR. \tag{2}$$

식(1)은 현대전에 대한 Lanchester 방정식으로 손실과정은 자승법칙을 따르며, 식(2)는 지역사격에 대한 Lanchester 방정식으로 손실과정은 선형법칙을 따른다.

식(1) 및 (2)와 같은 고전적인 Lanchester 방정식들은 여러 학자들에 의해 역사적 전투자료의 연구를 통하여 다양한 형태의 전투력 방정식들로 발전되었는데 그것들은 다음과 같이 일반화될 수 있다[1]

$$(R_0^n - R^n) = (\gamma/\beta)(B_0^n - B^n), \tag{3}$$

여기에서 B_0 및 R_0는 각각 $t = 0$일 때의 청군과 홍군의 초기 전투력 규모를 의미하며, n은 손실법칙에 의존하는 상수이다. $n = 1$이면 선형법칙, $n = 2$이면 자승법칙을 따르는 전투력 방정식이다.

수리적 전투모형에서는 어떤 조건에서 전투가 종료되느냐에 따라 전투의 승패 및 최종생존자 수 등이 달라지게 된다. 이러한 전투종료조건은 전투를 수행하는 쌍방의 다양한 전술에 의해 결정될 수 있다. 그러므로 전투모형으로 산출된 전투결과의 신뢰도를 향상시키기 위해서는 합리적인 전투종료조건을 규정하는 것이 매우 중요하며, Lanchester 방정식에 대한 연구에서도 이 분야는 주요 관심사가 되고 있다.

Jaiswal과 Nagabhushana[1]는 이전까지 연구된 전투종료조건들을 다음과 같은 네 가지의 전투종료규칙으로 정리하였다.

- 절대값 규칙(absolute decision rule: A 규칙): 전투력이 주어진 임계값에 도달하면 전투를 종료시키는 규칙.
- 비례 규칙(proportional decision rule: P 규칙): 쌍방의 상대적 전투력비가 주어진 임계값에 도달하면 전투를 종료시키는 규칙.
- AOP 규칙(either A or P): 전투력곡선이 A 규칙 또는 P 규칙의 전투종료 임계값에 도달하면 전투를 종료시키는 규칙.
- AAP 규칙(both A and P): 전투력곡선이 A 규칙과 P 규칙의 전투종료 임계값에 도달하면 전투를 종료시키는 규칙.

한편, 비례 규칙을 선택했을 때 B와 R의 전투종료임계값을 각각 $k_{b(P)}$와 $k_{r(P)}$라고 할 때, Jaiswal과 Nagabhushana[2]은 초기전투력비와 전투종료임계값간에 $k_{r(P)} < (R_0/B_0) < k_{b(P)}$인 관계가 성립한다고 가정하고 전투종료규칙에 따른 최종전투력, 등가전투력비(parity number), 전투지속시간을 [표 1], [표 2] 및 [표 3]과 같이 산출하였다. 이들이 설정한 가정은 쌍방이 선택한 모든 전투종료규칙에 의해 전투가 종료될 수 있다는 것을 의미하며, 또한 이것은 $k_{r(P)}^n < (\gamma/\beta) < k_{b(P)}^n$과 대등하다고 볼 수 있다.

표 1. 전투 종료 규칙에 따른 최종 전투력

B	R
$a_b = [f^n_{b(P)} k^n_b + (\gamma/\beta)(1-f^n_b)]^{1/n}$	$a_r = k_{r(P)} \left[\dfrac{\gamma/\beta}{(\gamma/\beta) f^n_r + k^n_{r(P)}(1-f^n_r)}\right]^{1/n}$
$S_{b(A)} = [B^n_0 - R^n_0(\beta/\gamma)(1-f^n_r)]^{1/n}$	$S_{r(A)} = [R^n_0 - B^n_0(\gamma/\beta)(1-f^n_b)]^{1/n}$
$S_{b(P)} = [((\gamma/\beta) B^n_0 - R^n_0)/((\gamma/\beta) - k^n_{r(P)})]^{1/n}$	$S_{r(P)} = k_{b(P)} [((\gamma/\beta) B^n_0 - R^n_0)/((\gamma/\beta) - k^n_{b(P)})]^{1/n}$

표 2 . 전투종료 규칙에 따른 등가 전투력 비

교차형태 (B - R)	등가전투력비	가능한 조합 (B - R)
A - P	$[(\gamma/\beta)(1-f^n_b) + f^n_b k^n_{r(P)})]^{1/n}$	A-P, A-AOP, A-AAP, AOP-P, AOP-AOP AOP-AAP
P - P	$(\gamma/\beta)^{1/n}$	P-P, P-AAP, AAP-P, AAP-AAP
A - A	$[((\gamma/\beta)(1-f^n_b))/(1-f^n_r)]^{1/n}$	A-A, A-AOP, A-AAP, AOP-A, AOP-AOP, AOP-AAP, AAP-A, AAP-AOP
P - A	$[(\gamma/\beta)/\{(1-f^n_r) + (\gamma/\beta)(f^n_r/k^n_{b(P)})\}]^{1/n}$	P-A, P-AOP, AOP-A, AOP-AOP, AAP-A, AAP-AOP

표 3. 전투 종료 규칙에 따른 전투 지속시간

종료규칙	종료대상	전투 지속 시간
A 규칙	B	$\dfrac{1}{\sqrt{\beta\gamma}} \ln\left[\dfrac{\{f^2_b - 1 + (\beta/\gamma)(R^2_0/B^2_0)\}^{1/2} - f_b}{\sqrt{\beta/\gamma}(R_0/B_0) - 1}\right]$
	R	$\dfrac{1}{\sqrt{\beta\gamma}} \ln\left[\dfrac{\{f^2_r - 1 + (\gamma/\beta)(B^2_0/R^2_0)\}^{1/2} - f_r}{\sqrt{\gamma/\beta}(B_0/R_0) - 1}\right]$
P 규칙	B	$\dfrac{1}{2\sqrt{\beta\gamma}} \ln\left[\dfrac{(B_0 + \sqrt{\beta/\gamma} R_0)(1 - \sqrt{\beta/\gamma} k_{b(P)})}{(B_0 - \sqrt{\beta/\gamma} R_0)(1 + \sqrt{\beta/\gamma} k_{b(P)})}\right]$
	R	$\dfrac{1}{2\sqrt{\beta\gamma}} \ln\left[\dfrac{(B_0 + \sqrt{\beta/\gamma} R_0)(1 - \sqrt{\beta/\gamma} k_{r(P)})}{(B_0 - \sqrt{\beta/\gamma} R_0)(1 + \sqrt{\beta/\gamma} k_{r(P)})}\right]$

그러나 한 전투에서 정보의 불확실성으로 인해 적의 전투력을 과소평가하거나, 회피할 수 없는 전투에서 아군의 전투력이 대적하기에는 불충분한 경우에 아군은 P 규칙에 의해 전투를 종료시킬 수 없는 상황이 발생한다. 이러한 경우에, 적절한 수준에서 전투를 종료시키려는 의도는 있었으나 결국은 자신의 전투력이 전멸되고 나서야 전투가 종료되는 상황을 맞게 된다.

본 연구의 목적은 손실률계수의 비와 전투종료임계값간의 관계가 다양하게 적용될 수 있는 전투상황에서 전투결과의 예측이 제한되는 기존 연구들의 문제점을 보완하는 것이다. 이를 위하여 먼저 P 규칙에 의해 전투를 종료시킬 수 없는 대상에 따라 네 가지의 조건을 분류하고 각 조건에서 전투종료규칙에 따른 등가전투력 비, 최종전투력 및 전투지속시간을 산출한다. 또한 전투종료규칙이 전투결과에 미치는 영향을 전투분석과정에 합리적으로 적용할 수 있는 방법을 게임이론을 이용하여 제시한다.

본 연구에서 사용되는 용어 및 변수들은 다음을 의미한다.

- 전투종료 결심공간(또는 결심공간): B, R의 시간에 따른 전투력을 횡축과 종축에 각각

표시한 좌표평면.

- 전투력곡선: 결심공간상에서 B, R의 전투력을 한 쌍의 좌표로 표현할 때 이 점이 최초의 (B_0, R_0)로부터 좌측 아래 방향으로 이동하면서 형성하는 궤적.
- 전투종료 결심선(또는 결심선): B, R의 A 규칙과 P 규칙의 임계값을 결심공간에 표시한 선.
- 등가전투력비: 한 전투에서 승패가 결정되지 않는 경우의 초기전투력 비(결심공간상에서 B, R의 전투종료 결심선이 교차하는 점에 전투력곡선이 도달하는 경우의 초기전투력비.
- 분기전투력: 한 편이 AOP 규칙이나 AAP 규칙을 선택했을 때 전투력곡선은 결심공간상에서 실제로 A 규칙이나 P 규칙의 임계값에 도달하여 전투가 종료되는데 이렇게 A 규칙과 P 규칙이 분기되는 초기전투력비.
- 교차형태: 결심공간상에서 실제로 교차하는 B, R의 A 규칙과 P 규칙의 조합, 교차형태 $P-A$는 결심공간상에서 B의 P 규칙과 R의 A 규칙이 교차하는 조합.
- $B(t)=B, R(t)=R$: 시간 t에서 청군과 홍군의 전투력
- B_0, R_0 : B, R의 초기전투력
- $k_{b(A)}$, $k_{r(A)}$: A 규칙을 선택했을 때 B, R의 전투종료임계값.
- f_b, f_r: B, R이 A규칙에 의해서 전투를 종료할 때, 초기전투력에 대한 전투력의 비 ($f_b = B/B_0$, $f_r = R/R_0$).
- $k_{b(P)}$, $k_{r(P)}$: P 규칙을 선택했을 때 B, R의 전투종료임계값.
- $S_{b(A)}$, $S_{r(A)}$: B, R이 A 규칙에 의해 전투를 종료할 때 B, R의 최종전투력.
- $S_{b(P)}$, $S_{r(P)}$: B, R이 P규칙으로 전투를 종료했을 때 B, R의 최종전투력.
- α_b, α_r: B, R의 분기전투력비.
- P_1: $A-P$인 경우의 등가전투력비.
- P_2: $P-P$인 경우의 등가전투력비.
- P_3: $A-A$인 경우의 등가전투력비.
- P_4: $P-A$인 경우의 등가전투력비.

2. 전투종료규칙에 의한 전투결과분석

전투종료규칙의 영향을 분석한 기존의 연구에서 가정한 손실률계수비와 전투종료임계값들의 상호관계는 $k^n_{b(P)} > (\gamma/\beta) > k^n_{r(P)}$에 한정된 것이다. 이렇게 한 가지의 관계만으로 한정하는 것은 다음과 같은 문제점을 내포하고 있다.

첫째, 실제 전투시 승패의 다양한 형태를 충분히 설명할 수 없다. 어느 한 편이 적절한 수준에서 전투를 종료시키려는 의도는 가지고 있으나 전투를 종료시키지 못하고 전멸직전까지 전투를 계속하던 중, 오히려 승리할 것 같이 보이던 편이 스스로의 판단에 의해 전투를 종료시킴으로써 전투의 승패가 결정될 수 있다.

둘째, 고정된 한 가지만의 관계가 성립하려면 전투종료 임계값의 성격은 모든 전투를 분석할 때마다

다르게 적용되는 일시적인 것으로 한정되어야 한다. 하지만 전투종료임계값은 작전형태,부대형태 및 규모 등을 고려한 전략 및 전술개념으로부터 파생된 것이므로 이 임계값은 일관성있게 적용될 수 있는 특성도 가지고 있다.

셋째, 손실률계수의 비와 전투종료 임계값의 관계를 한 가지로 한정하려면, 전투분석시에 상대편에 대한 완전한 정보를 가질 수 있다는 가정이 필요하다. 그러나 상대편의 교리나 전술에 근거한 전투종료임계값을 추정하여 사용할 수 있음을 직시하여야 한다. 이러한 이유 때문에 전투종료규칙의 영향을 연구할 때 기존의 연구에서 한정한 손실률계수와 전투종료임계값의 관계를 확대해서 적용할 필요가 있다.

손실률 계수와 전투종료임계값의 관계는 기존 연구에서 취급하였던 관계를 포함하여 다음과 같은 여섯 가지에 대하여 고려할 수 있다.

- $(\gamma/\beta) > k^{n}_{b(P)} > k^{n}_{r(P)}$,
- $(\gamma/\beta) > k^{n}_{r(P)} > k^{n}_{b(P)}$,
- $k^{n}_{b(P)} > (\gamma/\beta) > k^{n}_{r(P)}$,
- $k^{n}_{b(P)} > k^{n}_{r(P)} > (\gamma/\beta)$,
- $k^{n}_{r(P)} > k^{n}_{b(P)} > (\gamma/\beta)$,
- $k^{n}_{r(P)} > (\gamma/\beta) > k^{n}_{b(P)}$.

그렇다면 이러한 관계가 전투모형측면에서 어떠한 의미가 있는지 살펴보자. 주어진 한 전투에서 $(\gamma/\beta) > k^{n}_{b(P)} > k^{n}_{r(P)}$인 관계가 성립한다고 가정하자. 이때의 손실률계수와 전투종료 임계값을 Jaiswal과 Nagabuhushana[2]가 산출한 전투지속시간의 식에 대입하여 각 전투종료규칙별로 도식하면 [그림 1]과 같다. 여기에서 P, U를 지나

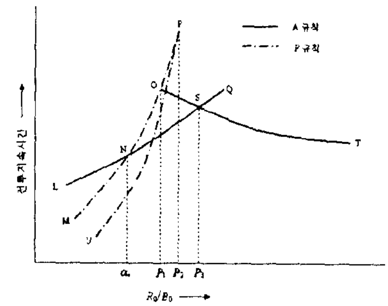

그림 1. 전투종료규칙에 의한 전투지속시간

는 곡선은 B가 P 규칙에 의해 전투를 종료시킬 때 초기전투력 비에 따른 전투지속시간을 나타내고 있다. 이 곡선을 그대로 해석하면 B의 초기전투력이 R에 비해 상대적으로 작아질수록 전투지속시간은 길어진다는 의미가 된다. 이것은 상식적으로 납득할 수 없는 상황이며 실질적으로 이러한 상황에서 B는 P 규칙에 의해 전투를 종료시킬 수 없다는 것을 암시하고 있으며, 이러한 상황이 발생하는 이유를 알아보자.

손실과정이 Lanchester 자승법칙을 따르는 전투에서 시간에 따른 쌍방의 전투력 함수는 식(4)와 같다.

$$B(t) = B_0 \cosh\sqrt{\beta\gamma}\,t - \sqrt{\beta/\gamma}\ R_0 \sinh\sqrt{\beta\gamma}\,t\ ,$$
$$R(t) = R_0 \cosh\sqrt{\beta\gamma}\,t - \sqrt{\gamma/\beta}\ B_0 \sinh\sqrt{\beta\gamma}\,t. \tag{4}$$

식(4)에서 $B_0 = 100$, $R_0 = 135$, $\beta = 0.03$, $k_{r(P)} = 0.7$, $\gamma = 0.05$ 및 $k_{b(P)} = 1.0$이라고 가정하자. 이때, 시간에 따른 쌍방의 전투력 및 상대적 전투력비의 변화를 표시한 것이 [그림 2]이다. 이 전투에서 전투종료규칙을 고려하지 않는다면, $(R_0/B_0) > \sqrt{\gamma/\beta}$이므로 B가 패하게 된다. 한편, 손실률계수의 비와 전투종료임계값간에는

$(\gamma/\beta) > k^{\,n}_{b(P)} > k^{\,n}_{r(P)}$의 관계가 성립하는 경우이다. 이런 상황에서 B가 P 규칙에 의해 전투를 종료하려고 한다면, 상대적 전투력 비가 최초부터 1보다 크므로 전투를 회피해야 했으며 만약 전투가 시작되었다면, 시간이 경과되더라도 [그림 2]에서와 같이 상대적 전투력 비가 1보다 작아지는 경우는 없으므로 상대적인 전투력 비가 임계값인 1에 도달함으로써 전투가 종료되는 상황은 발생할 수 없다. 결국 B는 어떻게든 P 규칙에 의해서는 전투를 종료시킬 수 없다. 이것은 B가 전멸될 때까지 전투를 계속하는 결과를 초래하게 된다. 이런 상황에서 전투력곡선이 R이 선택한 전투종료규칙의 임계값에 먼저 도달하게 되면 R에 의해 전투가 먼저 종료되며, B는 전투력이 전멸되는 위기를 모면할 수 있는 것이다. 이러한 전투의 역학관계 때문에 $(\gamma/\beta) > k^{\,n}_{b(P)} > k^{\,n}_{r(P)}$인 관계가 성립하는 상황에서 B가 P 규칙을 선택했을 때, [그림 1]의 P, U를 지나는 곡선이 의미하는 것과 같은 모순이 발생된다

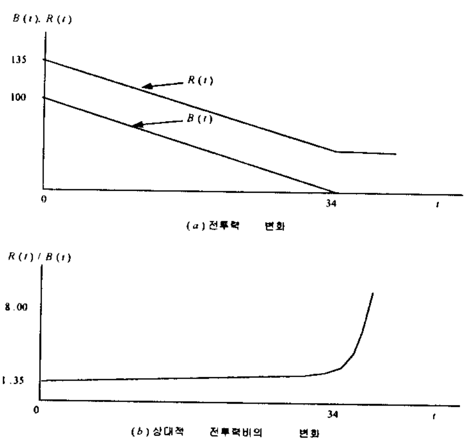

그림 2. 전투력 변화 및 상대적 전투력비의 변화

이와 같이 전투종료임계값에 대한 다른 특성을 고려한다면 기존연구에서와 같이 쌍방은 주어진 전투상황에서 모든 전투종료규칙에 의해 전투를 종료시킬 수는 없게 된다. 하지만 이것이 전투종료규칙을 선택할 수 없다는 의미는 아니다.

2.1 조건별 전투종료규칙에 의한 전투결과 분석

손실률계수비와 전투종료임계값간의 상호관계를 조건별로 분류하여 각 조건이 쌍방의 전투종료규칙에 어떠한 영향을 미치는가를 살펴보기로 하자. 여기에서 P 규칙에 의해 전투종료가 제한되는 경우만을 다루는 것은 어떠한 조건 아래에서도 쌍방은 A 규칙에 의해 전투를 종료시킬 수 있기 때문이다. $(\gamma/\beta) > k^{\,n}_{b(P)} > k^{\,n}_{r(P)}$인 관계에서는 B가 P 규칙에 의하여 전투를 종료시킬 수 없는 조건이다. 손실률계수비와 전투종료임계값의 관계에 따라 P 규칙에 의해 전투를 종료시킬 수 없는 대상이 [표 1]에 나타나 있다. [표 1]에서 고려할 수 있는 관계들은 모두 여섯 가지이지만 실제로 전투종료가 제한되는 대상에 따라 네 가지의 조건으로 구분할 수 있다. 조건①은 기존연구에서 취급했던 경우이고, 조건②는 B가 P 규칙에 의해 전투를 종료시킬 수 없는 경우이며, 조건③은 R이 P 규칙에 의해 전투를 종료시킬 수 없는 경우이다. 그리고 조건 ④는 B, R 모두 P 규칙에 의해 전투를 종료시킬 수 없는 경우이다. 그렇다면 이렇게 P 규칙에 의해 전투를 종료시킬 수 없는 편이 P 규칙을 선택했을 때 등가전투력 비, 최종전투력 및 전투지속시간에 어떠한 영향을 미치는지 알아보자.

2.1.1 등가전투력 비에 미치는 영향

2.1.1.1. 조건②의 경우

조건②는 B가 P 규칙에 의해 전투를 종료시킬 수 없는 경우이다. 이때 R은 어떠한 전투종료규칙을 선택하든 전투를 종료시킬 수 있다. 만약, B가 패하는 전투에서 B는 P 규칙을 선택하고 R이 A 규칙을 선택했을 때 식(5)의 조건이 동시에 만족되면 전투의 승패는 결정되지 않으므로 이때의 초기전투력비가 등가전투력 비이다. 식

$$B(t) = 0, \quad R(t) = f_r R_0. \tag{5}$$

(5)의 값들을 식(3)에 대입하고 (R_0/B_0)에 대하여 정리하면 식(6)과 같이 등가전투력비를 얻을 수 있다. 이것은 B가 P 규칙을, R이 A 규칙을 선택한 경우로써 이것을 P_4'라고 정의하자.

$$P_4' = [(\gamma/\beta)/(1-f_r^n)]^{1/n}. \tag{6}$$

$(R_0/B_0) > (\gamma/\beta)^{1/n}$의 관계가 성립되는 전투에서는 B가 패한다. B가 P 규칙에 의해 전투를 종료시킬 수 없는 조건②에서 $(\gamma/\beta) > k_{r(P)}^n$의 관계가 성립된다. 결국, B가 패하는 전투에서 P 규칙에 의해 전투를 종료시킬 수 없는 경우에는 $(R_0/B_0) > (\gamma/\beta)^{1/n} > k_{r(P)}$의 관계가 성립된다. 또한, B가 패하는 전투에서의 상대적 전투력 비인 $R(t)/B(t)$는 [그림 2]에서와 같이 비감소함수이므로 $R(t)/B(t) > (R_0/B_0)$가 성립된다. 따라서, 최종적으로 $R(t)/B(t) > k_{r(P)}$의 관계가 성립된다. 이러한 관계는 B가 패하는 전투에서 B와 R이 모두 P 규칙을 선택했을 때, R이 먼저 P 규칙에 의해 전투를 종료시킬 수 없다는 것을 의미한다. 이 경우에 전투는 B가 전멸될 때까지 계속된다. 이 때는 쌍방의 전투력이 동시에 0이 되기 위한 초기전투력 비가 등가전투력 비가 되며, 이것은 식(3)의 B, R에 모두 0을 대입하여 식(7)과 같이 표시할 수 있다. 이 값은 쌍방이 모두 P 규칙을 선택한 경우의 등가전투력비로써 이것을 P_2'라고 정의하자.

$$P_2' = (\gamma/\beta)^{1/n}. \tag{7}$$

2.1.1.2. 조건③의 경우

조건③의 경우는 R이 P 규칙에 의해 전투를 종료시킬 수 없는 상황이다. 이때 B는 어떤 전투종료규칙에 의해서든 전투를 종료시킬 수 있다. 만약, R이 패하는 전투에서 B가 전투종료를 위해 A 규칙을 선택하고 R이 P 규칙을 선택했을 때 식(8)의 조건이 동시에 만족되면 전투의 승패가 결정되지 않으므로 이때의 초기 전투력비가 등가전투력비가 된다.

$$R(t) = 0, \quad B(t) = f_b B_0, \tag{8}$$

등가전투력비는 식(8)의 값들을 식(3)의 B, R에 대입하고 (R_0/B_0)에 대해 정리함으로써 식(9)와 같이 얻을 수 있다. 이 값은 B가 A 규칙을, R이 P 규칙을 선택한 경우의 등가전투력비이며, 이것을 P_1'으로 정의하자.

$$P_1' = [(\gamma/\beta)(1-f_b^n)]^{1/n}. \tag{9}$$

R이 패하는 전투에서 B와 R이 모두 P 규칙을 선택하면 조건②에서와 같은 이유로 B는 R이 전멸될 때까지는 P 규칙에 의해 전투를 종료시킬 수 없게 된다. 그러므로 쌍방의 전투력이 모두 0이 되는 초기전투력비가 등가전투력비가 되며 이 값은 식

표 4. 조건별 등가전투력비

조건	제한대상	상대의 선택	등가전투력 비	비 고
②	B	A 규칙	$P_4^{'}=[(\gamma/\beta)/(1-f_r^n)]^{1/n}$	$P_4 \to P_4^{'}$
		P 규칙	$P_2^{'}=(\gamma/\beta)^{1/n}$	$P_2^{'}=P_2$
③	R	A 규칙	$P_1^{'}=[(\gamma/\beta)(1-f_b^n)]^{1/n}$	$P_1 \to P_1^{'}$
		P 규칙	$P_2^{'}=(\gamma/\beta)^{1/n}$	$P_2^{'}=P_2$
④	B	A 규칙	$P_4^{'}=[(\gamma/\beta)/(1-f_r^n)]^{1/n}$	$P_4 \to P_4^{'}$
		P 규칙	$P_2^{'}=(\gamma/\beta)^{1/n}$	$P_2^{'}=P_2$
	R	A 규칙	$P_1^{'}=[(\gamma/\beta)(1-f_b^n)]^{1/n}$	$P_1 \to P_1^{'}$
		P 규칙	$P_2^{'}=(\gamma/\beta)^{1/n}$	$P_2^{'}=P_2$

(7)과 같다.

2.1.1.3. 조건④의 경우

조건 ④의 경우는 B, R 모두가 P 규칙에 의해 전투를 종료시킬 수 없는 경우이므로 조건 ②와 조건③인 경우의 결과가 동시에 적용되어야 한다. 즉, 어느 한편이 P 규칙을 선택했을 때 상대편이 A 규칙을 선택한다면 이때의 등가전투력비는 $P_1^{'}$ 또는 $P_4^{'}$이 되며 쌍방이 모두 P 규칙을 선택한다면 이때는 $P_2^{'}$가 등가전투력비가 된다.

[표 4]에는 P 규칙에 의해 전투를 종료시킬 수 없는 편이 전투종료를 위해 P 규칙을 선택했을 때, 상대방이 선택한 전투종료규칙에 따라 새롭게 정의된 등가전투력비들이 제시되어 있다. 각 조건별로, 선택된 쌍방의 전투종료규칙이 [표 4]와 다른 경우의 등가전투력비는 Jaiswal과 Nagabhushana[2]의 연구에서 산출된 [표 2]의 등가전투력 비를 상황에 맞게 사용하면 된다.

2.1.2 최종전투력에 미치는 영향

P 규칙에 의해 전투를 종료시킬 수 없는 편이, 패하는 전투에서 전투종료를 위해 P 규칙을 선택했을 때 쌍방의 최종전투력에 미치는 영향을 알아보자.

2.1.2.1. 조건②의 경우

B가 P 규칙으로 전투를 종료시킬 수 없는 상황에서 B가 P 규칙을, R이 A 규칙을 선택하는 경우에 B가 승리하는 즉, $(R_0/B_0)<P_4^{'}$의 관계가 성립되면, 전투종료시 R의 전투력은 $f_r R_0$이 된다. 이 값을 식(3)의 R에 대입하고 B에 대하여 정리함으로써 B의 최종전투력은 [표 1]의 $S_{b(A)}$와 같이 산출된다. 반대로, R이 승리한다면 즉, $(R_0/B_0)>P_4^{'}$의 관계가 성립된다면 전투종료시 B의 전투력은 0이 되므로 식(3)의 B에 0을 대입하고 R에 대해 정리함으로써 R의 최종전투력은 식(10)과 같이 산출된다. 이 값은 B가 P 규칙을 선택함으로써 파생된 결과이며, 이것을 $S_r(P)^{'}$라고 정의하자. 이 값은 B가 전멸될 때까지 전투가 계속되는 경우의 값과 동일하다.

$$S_r(P)^{'}=[R_0^n-(\gamma/\beta)B_0^n]^{1/n}. \quad (10)$$

B가 P 규칙에 의해 전투를 종료시킬 수 없는 상황에서 B와 R 모두 P 규칙을 선택하는 경우,

B가 승리하는 즉, $(R_0/B_0) < P_2^{'}$의 관계가 성립되면 전투종료시 R의 전투력은 $k_{r(P)}B(t)$가 되므로 이 값을 식(3)의 R에 대입하고 B에 대해 정리하면, B의 최종전투력은 [표 1]의 $S_{b(P)}$와 같이 산출된다. 반대로, R이 승리하는 즉, $(R_0/B_0) > P_2^{'}$의 관계가 성립된다면, 전투종료시 B의 전투력은 0이 되므로 식(3)의 B에 0을 대입하고 R에 대해 정리함으로써 R의 최종전투력은 식(10)과 같이 산출된다. B가 P 규칙에 의해 전투를 종료시킬 수 없는 상황에서 P 규칙을 선택하는 경우의 최종전투력을 [표 1]과 비교하면 $S_{r(P)}$만 $S_{r(P)}'$로 바뀌게 된다.

2.1.2.2. 조건③의 경우

R이 P 규칙에 의해 전투를 종료시킬 수 없는 상황에서 R이 P 규칙을 그리고 B가 A 규칙을 선택하는 경우, B가 승리하는 즉, $(R_0/B_0) < P_1^{'}$의 관계가 성립되면 전투종료시 R의 전투력은 0이 된다. 식(3)의 R에 0을 대입하고 B에 대해 정리함으로써 B의 최종전투력은 식(11)과 같이 얻을 수 있다. 이것은 R이 P 규칙을 선택함으로써 파생된 결과이며, 이것을 $S_{b(P)}'$이라고 정의하자. 이 값은 R이 전멸될 때까지 전투가 계속되는 경우의 값과 동일하다.

$$S_{b(P)}' = \left[B_0^n - (\beta/\gamma) R_0^n \right]^{1/n}. \tag{11}$$

반대로, R이 승리하는 즉, $(R_0/B_0) > P_1^{'}$의 관계가 성립되면, 전투종료시점에서 B의 전투력은 $f_b B_0$이다. 이 값을 식(3)의 B에 대입하고 R에 대해 정리함으로써 R의 최종전투력은 [표 1]의 $S_{r(A)}$와 같이 산출된다.

R이 P 규칙으로 전투를 종료시킬 수 없는 상황에서 P 규칙을 선택하고 B도 P 규칙을 선택하는 경우, B가 승리하는 즉, $(R_0/B_0) < P_2^{'}$의 관계가 성립되면 전투종료시 R의 전투력은 0이 되므로 식(3)의 R에 0을 대입하고 B에 대해 정리하면 B의 최종전투력은 식(11)과 같이 산출된다. 반대로, R이 승리하는 즉, $(R_0/B_0) > P_2^{'}$의 관계가 성립되면 전투종료시 B의 전투력은 $R(t)/k_{b(P)}$이며, 이 값을 식(3)의 B에 대입하고 R에 대해 정리함으로써 R의 최종전투력은 [표 1]의 $S_{r(P)}$와 같이 산출된다. R이 P 규칙에 의해 전투를 종료시킬 수 없는 상황에서 P 규칙을 선택하는 경우의 최종전투력을 [표 1]과 비교하면 $S_{b(P)}$만 $S_{b(P)}'$로 바뀌게 된다.

2.1.2.3. 조건④의 경우

B, R 모두가 P 규칙에 의해 전투를 종료시킬 수 없는 상황에서 P 규칙을 선택하면 조건②와 ③의 경우가 동시에 적용되며, 이때 최종전투력을 [표 1]과 비교하면, $S_{r(P)}$과 $S_{b(P)}$는 각각 $S_{r(P)}'$ 과

표 5. 조건별 최종전투력

조건	패 자	최종전투력	비 고
②	B	$S_{r(P)}' = [R_0^n - (\gamma/\beta) B_0^n]^{1/n}$	$S_{r(P)} \to S_{r(P)}'$
③	R	$S_{b(P)}' = [B_0^n - (\beta/\gamma) R_0^n]^{1/n}$	$S_{b(P)} \to S_{b(P)}'$
④	R	$S_{b(P)}' = [B_0^n - (\beta/\gamma) R_0^n]^{1/n}$	$S_{b(P)} \to S_{b(P)}'$
	B	$S_{r(P)}' = [R_0^n - (\gamma/\beta) B_0^n]^{1/n}$	$S_{r(P)} \to S_{r(P)}'$

$S_{b(P)}'$로 변한다. [표 5]에는 P 규칙에 의해 전투를 종료시킬 수 없는 편이 패하는 전투에서 P 규칙을 선택했을 때 새롭게 정의된 최종전투력이 표시되어 있다. 각 조건별로, 패자가 [표 5]와 다른 경우의 최종전투력은 [표 1]의 최종전투력을 상황에 맞게 사용할 수 있다.

2.1.3 전투지속시간에 미치는 영향

식(4)를 연립해서 풀면 다음과 같은 전투지속시간 t를 구할 수 있다.

$$t = (1/\sqrt{\beta\gamma})\ \ln\left[\frac{B(t)-\sqrt{\beta/\gamma}R(t)}{B_0-\sqrt{\beta/\gamma}\ R_0}\right]. \qquad (12)$$

각 조건에서 쌍방이 선택한 전투종료규칙에 따른 최종전투력을 구한 후에 이 값들을 식(12)의 $B(t)$와 $R(t)$에 대입하면, 쌍방의 전투종료규칙에 따른 전투지속시간을 각 조건별로 산출할 수 있다.

2.1.3.1. 조건②의 경우

B가 P 규칙에 의해 전투를 종료시킬 수 없는 경우에, Lanchester의 자승법칙을 따르는 전투에서 P 규칙을 선택한 B에 의해 전투가 종료되었다면 즉, B가 전멸됨으로써 전투가 종료되었다면 R의 최종전투력은 $S_{r(P)}'$이 된다. 이때의 최종전투력을 식(12)의 $B(t)$와 $R(t)$에 대입하면 전투지속시간은 식(13)과 같이 산출된다.

$$t = \frac{1}{2\sqrt{\beta\gamma}}\ \ln\left[\frac{\sqrt{\gamma}B_0+\sqrt{\beta}R_0}{\sqrt{\beta}R_0-\sqrt{\gamma}B_0}\right]. \qquad (13)$$

만약에 R이 A 규칙을 사용하여 전투를 종료시켰다면, 이때 B의 최종전투력은 $S_{b(A)}$가 되고 R의 최종전투력은 $f_r\ R_o$이 된다. 이 값들을 식(12)의 $B(t)$와 $R(t)$에 대입하면 전투지속시간은 [표 3]의 두 번째 식과 같이 산출된다.

2.1.3.2. 조건 ③의 경우

R이 P 규칙에 의해 전투를 종료시킬 수 없는 경우에, Lanchester의 자승법칙을 따르는 전투에서 P 규칙을 선택한 R에 의해 전투가 종료되었다면 즉, R이 전멸됨으로써 전투가 종료되었다면 B의 최종전투력은 $S_{b(P)}'$가 된다. 이때의 최종전투력을 식(12)의 $B(t)$와 $R(t)$에 대입하면 전투지속시간은 식(14)와 같이 표시된다.

$$t = \frac{1}{2\sqrt{\beta\gamma}}\ \ln\left[\frac{\sqrt{\gamma}B_0+\sqrt{\beta}R_0}{\sqrt{\gamma}B_0-\sqrt{\beta}R_0}\right]. \qquad (14)$$

만약에 B가 A 규칙을 사용하여 전투를 종료시켰다면, 이때 R의 최종전투력은 $S_{r(A)}$가 되고 B의 최종전투력은 $f_b\ B_0$가 된다. 이 값들을 식(12)의 $B(t)$와 $R(t)$에 대입하면, 전투지속시간은 [표 3]의 첫 번째 식과 같이 구해진다.

2.1.3.3. 조건④의 경우

B, R 모두가 P 규칙에 의하여 전투를 종료할 수 없는 경우에, P 규칙을 선택한 B에 의해 전투가 종료되었다면, 이때의 전투지속시간은 식(13)이 적용되고; P 규칙을 선택한 R에 의해 전투가 종료되었다면 전투지속시간은 식(14)가 적용된다. 만약에 B가 A 규칙에 의해 전투를 종료시키거나 R이 A 규칙에 의해 전투를 종료시켰다면 이때의 전투지속시간은 각각 [표 3]의 첫 번째와 두 번째 식이 적용된다. [표 6]에는 P 규칙에 의해 전투를 종료시킬 수 없는 편이 패하는 전투에서 P 규칙을 선택했을 때 새롭게 정의된 전투지속시간이 제시되어 있다.

표 6. 조건별 전투지속시간

조건	패자	전투지속시간
②	B	$\frac{1}{2\sqrt{\beta\gamma}} \ln\left[\frac{\sqrt{\gamma}B_0+\sqrt{\beta}R_0}{\sqrt{\beta}R_0-\sqrt{\gamma}B_0}\right]$
③	R	$\frac{1}{2\sqrt{\beta\gamma}} \ln\left[\frac{\sqrt{\gamma}B_0+\sqrt{\beta}R_0}{\sqrt{\gamma}B_0-\sqrt{\beta}R_0}\right]$
④	B	$\frac{1}{2\sqrt{\beta\gamma}} \ln\left[\frac{\sqrt{\gamma}B_0+\sqrt{\beta}R_0}{\sqrt{\beta}R_0-\sqrt{\gamma}B_0}\right]$
	R	$\frac{1}{2\sqrt{\beta\gamma}} \ln\left[\frac{\sqrt{\gamma}B_0+\sqrt{\beta}R_0}{\sqrt{\gamma}B_0-\sqrt{\beta}R_0}\right]$

각 조건별로, 패자가 [표 6]과 다른 경우의 전투지속시간은 [표 3]의 전투지속시간을 상황에 맞게 사용하면 된다.

지금까지 각 조건별로 전투종료규칙이 등가 전투력비, 최종전투력 및 전투지속시간에 미치는 영향을 분석하였다. 각 조건에 따라 전투종료규칙의 영향에 차이가 발생하는 것은 근본적으로 P 규칙에 의해 전투를 종료시킬 수 없는 편이 전투종료를 위해 P 규칙을 선택하기 때문이다. [그림 1]은 조건②의 관계를 조건①에서 산출된 [표 3]의 전투지속시간에 대입하여 도식하였을 때 모순이 발생한다는 사실을 나타내고 있다. 이 모순은 [그림 1]에서 문제가 되었던 [표 3]의 세 번째 식을 본 연구에서 산출된 식(13)으로 대치함으로써 해결되며 그 결과가 [그림 3]에 나타나 있다. [그림 1]에서 좌측 아래쪽 방향이었던 점 P, U를 지나는 곡선이 연구결과를 적용한 [그림 3]에서는 방향이 다시 우측 아래쪽으로 바뀜으로써 조건②의 경우에 전투종료규칙이 전투지속시간에 미치는 영향을 합리적으로 설명할 수 있게 되었다. 한편, 조건②에서 B가 패하는 경우에는 A 규칙과 P규칙을 나타내는 곡선이 서로 교차하지 않는다는 사실을 주목할 필요가 있다. 전투종료규칙의 분기가 일어나는 분기전투력비가 없어짐으로써

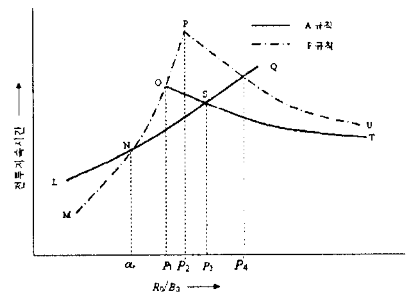

그림 3. 전투종료규칙에 따른 전투지속시간(조건②)

결국 AOP 규칙과 AAP 규칙의 분석에 영향을 미치게 된다. 즉, 조건②의 경우 B가 패하는 전투에서 AOP 규칙을 선택하면 그 결과는 A 규칙을 선택했을 때와 항상 동일하고 AAP 규칙을 선택하면 그 결과는 P 규칙을 선택했을 때와 항상 동일하게 된다.

2.2 교차형태와 조건들을 고려한 등가 전투력 비

전투모형에서 전투종료규칙이 가장 결정적인 영향을 미치는 분야는 등가전투력비이다. 지금까지 조건별로 산출된 전투종료규칙에 따른 등가 전투력비는 A 규칙이나 P 규칙에 관련된 것이었다. 쌍방이

AOP 규칙이나 AAP 규칙을 선택하는 경우의 등가전투력 비는 쌍방이 선택한 전투종료규칙이 결심공간상에서 실제로 어떤 교차형태를 이루는가에 따라 달라질 수 있다. 말하자면, B가 AOP 규칙을 선택하고 R이 AAP 규칙을 선택했을지라도 결심공간상에서는 실제로 교차형태 인 $A-A$ 및 $A-P$에 의해 등가전투력비가 결정될 수 있다. 이렇게 쌍방이 선택한 한 가지 쌍의 전투종료규칙에 대해서 다양한 등가전투력비가 산출될 수 있는 것은 적용되는 손실률계수와 전투종료 임계값에 따라 분기전투력비가 달라질 수 있기 때문이다.

2.2.1 분기전투력 비가 등가전투력 비의 결정에 미치는 영향

[그림 4]에는 조건①의 경우에 전투종료규칙이 전투지속시간에 미치는 영향이 등가전투력비의 크기 순서의 조합에 따라 서로 다른 형태로 제시되어 있다. 적용되는 손실률계수와 전투종료 임계값에 따라 분기전투력 비와 등가전투력비들간의 크기 순서가 바뀌게 된다. 이러한 순서의 변동으로 인해 쌍방이 선택한 한 가지 쌍의 전투종료규칙에 대해 상이한 등가전투력비들이 결정된다. 예를 들어, B가 AOP 규칙을 선택하고 R이 AAP 규칙을 선택했을 때, [그림 4]의 (a)에서는 등가전투력비가 P_1이 되지만 (d)에서는 등가전투력비가 P_3가 된다.

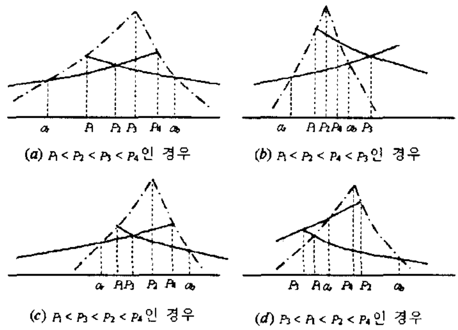

그림 4. 분기전투력비와 등가전투력비와의 상호관계

뒤에서 논의하게 될 연구를 위하여, 각 등가전투력비들의 크기 순서에 의한 조합, 그리고 분기전투력비와 등가전투력비간의 크기 순서에 의 한 조합을 같이 표현해 보면 [표 7]과 같다. [표 7]에서 첫 번째 행에 해당되는 등가전투력비간의 관계가 성립될 때 분기전투력비와 등가전투력 비간에는 두 번째 행에 해당되는 관계가 성립된다는 것이다. 이러한 관계는 앞으로 한 가지 형태로만, 또는 두 가지 형태 모두로 표현되며 이것은 동일한 의미를 갖는다.

[그림 4]에서 $P_1<P_2<P_3<P_4$인 관계가 성립되는 (a)의 경우에 B가 AAP 규칙을 선택하고 R이 A 규칙이나 AOP 규칙을 선택하면 이때의 등가전투력비는 P_4가 된다. 이와 같은 방법으로, 조

표 7. 분기전투력비와 등가전투력비간의 관계

등가전투력 비만의 크기순 조합	$P_1<P_2<P_3<P_4$	$P_1<P_2<P_4<P_3$	$P_1<P_3<P_2<P_4$	$P_3<P_1<P_2<P_4$
분기전투력 비와 등가전투력 비간의 크기순 조합	$P_3<P_4<\alpha_b$, $\alpha_b<P_1<P_3$	$\alpha_b<P_4<P_3$	$P_3<P_4<\alpha_b$, $\alpha_b<P_1<P_3$	$P_3<P_1<\alpha_r$

표 8. 조건 ①인 경우의 등가전투력비

$P_1 < P_2 < P_3 < P_4$					$P_1 < P_2 < P_4 < P_3$				
	A	P	AOP	AAP		A	P	AOP	AAP
A	P_3	P_1	P_3	P_1	A	P_3	P_1	P_3	P_1
P	P_4	P_2	P_4	P_2	P	P_4	P_2	P_4	P_2
AOP	P_3	P_1	P_3	P_1	AOP	P_4	P_1	P_4	P_1
AAP	P_4	P_2	P_4	P_2	AAP	P_3	P_2	P_3	P_2

$P_1 < P_3 < P_2 < P_4$					$P_3 < P_1 < P_2 < P_4$				
	A	P	AOP	AAP		A	P	AOP	AAP
A	P_3	P_1	P_3	P_1	A	P_3	P_1	P_1	P_3
P	P_4	P_2	P_4	P_2	P	P_4	P_2	P_4	P_2
AOP	P_3	P_1	P_3	P_1	AOP	P_3	P_1	P_1	P_3
AAP	P_4	P_2	P_4	P_2	AAP	P_4	P_2	P_4	P_2

건①에 대해서 쌍방이 선택한 각 전투 종료규칙에 따른 등가전투력 비를 등가전투력비의 크기 순서에 의한 조합별로 구분하여 산출한 결과가 [표 8]에 제시되어 있다.

2.2.2 교차형태와 조건들을 고려한 등가 전투력비

[표 8]의 등가전투력비는 조건①의 경우 즉, $> k^{n}_{r(P)}$일 때에 대한 값이다.

주어진 조건에서 등가전투력비를 산출하려면 모든 상황이 고려된, 일목요연하게 정리된 일람표가 효율적이다. 주어진 조건에서 쌍방이 선택한 전투종료규칙을 알면 등가전투력비를 산출할 수 있게 되고, 주어진 전투력비와 산출된 등가전투력비를 비교하여 승자 및 최종 생존자 수를 결정할 수 있게 된다. 그러므로 여기에서는 등가전투력비의 일람표만을 제시한다. [표 9]에는 네 가지 조건 아래에서 교차형태에 따라 산출되는 등가전투력비가 행렬형태로 표시되었으며 쌍방이 선택가능한 전투종료규칙은 표시되지 않았다. B의 전투종료규칙은 서로 방향으로, R의 것은 가로 방향으로 A, P, AOP 및 AAP 규칙 순서이다.

[표 9]에서 그림자 색깔로 표시된 부분은 $\alpha_b < P_4 < P_3$ 의 관계가 성립될 때, B가 AOP 규칙을 선택하는 경우, R이 선택하는 전투 종료규칙에 따른 등가전투력 비가 조건에 따라 상이하게 산출된다는 사실을 나타내고 있다.

3. 전투분석에 전투종료규칙의 적용 방법

지금까지는 손실률계수의 비와 전투종료임계값간의 다양한 관계에 따른 등가전투력비, 최종 생존자의 수 및 전투지속시간을 분석하였다. 쌍방의 전투력 및 전투종료규칙 등이 결정되어 있는 경우에는 각 상황에 적합한 분석결과 적용될 수 있다. 그러나 전투결과에 영향을 미치는 요소들이 불확실한 상황 아래에서전투결과를 예측하기 위해서는, 다양한 분석결과 중에서 어떤 값을 적용해야 할 것인지에 대한 선택의 문제가 대두된다. 따라서 지금

부터 전투결과를 전투분석에 적용할 수 있는 합리적인 방법을 모색하기로 한다.

3.1 전투종료규칙이 등가전투력 비에 미치는 영향의 적용

3.1.1 등가전투력 비의 초기값

고전적인 의미의 등가전투력비는 쌍방이 교전할 때, 전투력이 동시에 0이 되는 초기전투력의 비를 말한다. 이러한 등가전투력비는 식(3)의 B와 R에 각각 0을 대입함으로써 식(15)와 같이 구할 수 있다. 이 값은 쌍방이 전투종료에 대한 어떠한 전투종료규칙도 선택하지 않았을 때의 값으로써 이것을 등가전투력비의 초기값 P_0으로 정의하자.

$$R_0/ B_0 = (\gamma/\beta)^{1/n}. \tag{15}$$

3.1.2 게임이론의 적용가능성 검토

전투종료규칙을 고려하지 않은 경우의 등가전투력비는 식(15)를 이용하여 간단하게 구할 수 있다. Lanchester형 전투모형을 응용하는 대부분의 분석기

표 9. 등가전투력비 일람표

구 분	조건 ①				조건 ②				조건 ③				조건 ④			
$P_1 < P_2 < P_3 < P_4$	P_3	P_1	P_3	P_1	P_3	P_1	P_3	P_1	P_3	P'_1	P_3	P'_1	P_3	P'_1	P_3	P'_1
$(P_3 < P_4 < \alpha_b)$,	P_4	P_2	P_4	P_2	P'_4	P'_2	P'_4	P'_2	P_4	P'_2	P_4	P'_2	P'_4	P'_2	P'_4	P'_2
$(\alpha_r < P_1 < P_3)$	P_3	P_1	P_3	P_1	P_3	P_1	P_3	P_1	P_3	P'_1	P_3	P'_1	P_3	P'_1	P_3	P'_1
	P_4	P_2	P_4	P_2	P'_4	P'_2	P'_4	P'_2	P_4	P'_2	P_4	P'_2	P'_4	P'_2	P'_4	P'_2
$P_1 < P_2 < P_4 < P_3$	P_3	P_1	P_3	P_1	P_3	P_1	P_3	P_1	P_3	P'_1	P_3	P'_1	P_3	P'_1	P_3	P'_1
$(\alpha_b < P_4 < P_3)$	P_4	P_2	P_4	P_2	P'_4	P'_2	P'_4	P'_2	P_4	P'_2	P_4	P'_2	P'_4	P'_2	P'_4	P'_2
	P_4	P_1	P_4	P_1	P_3	P_1	P_3	P_1	P_4	P'_1	P_4	P'_1	P_3	P'_1	P_3	P'_1
	P_3	P_2	P_3	P_2	P'_4	P'_2	P'_4	P'_2	P_3	P'_2	P_3	P'_2	P'_4	P'_2	P'_4	P'_2
$P_1 < P_3 < P_2 < P_4$	P_3	P_1	P_3	P_1	P_3	P_1	P_3	P_1	P_3	P'_1	P_3	P'_1	P_3	P'_1	P_3	P'_1
$(P_3 < P_4 < \alpha_b)$,	P_4	P_2	P_4	P_2	P'_4	P'_2	P'_4	P'_2	P_4	P'_2	P_4	P'_2	P'_4	P'_2	P'_4	P'_2
$(\alpha_r < P_1 < P_3)$	P_3	P_1	P_3	P_1	P_3	P_1	P_3	P_1	P_3	P'_1	P_3	P'_1	P_3	P'_1	P_3	P'_1
	P_4	P_2	P_4	P_2	P'_4	P'_2	P'_4	P'_2	P_4	P'_2	P_4	P'_2	P'_4	P'_2	P'_4	P'_2
$P_3 < P_1 < P_2 < P_4$	P_3	P_1	P_1	P_3	P_3	P_1	P_1	P_3	P_3	P'_1	P_3	P'_1	P_3	P'_1	P_3	P'_1
$(P_3 < P_1 < \alpha_r)$	P_4	P_2	P_4	P_2	P'_4	P'_2	P'_4	P'_2	P_4	P'_2	P_4	P'_2	P'_4	P'_2	P'_4	P'_2
	P_3	P_1	P_1	P_3	P_3	P_1	P_1	P_3	P_3	P'_1	P_3	P'_1	P_3	P'_1	P_3	P'_1
	P_4	P_2	P_4	P_2	P'_4	P'_2	P'_4	P'_2	P_4	P'_2	P_4	P'_2	P'_4	P'_2	P'_4	P'_2

$$P_1 = [(\gamma/\beta)(1-f_b^n)+f_b^n\ k_r^n)]^{1/n}, \qquad P'_1 = [(\gamma/\beta)(1-f_b^n)]^{1/n}$$

$$P_2 = P'_2 = (\gamma/\beta)^{1/n}$$

$$P_3 = [((\gamma/\beta)(1-f_b^n))/(1-f_r^n)]^{1/n}$$

$$P_4 = [(\gamma/\beta)/\{(1-f_r^n)+(\gamma/\beta)(f_r^n/k_b^n)\}]^{1/n}, \qquad P'_4 = [(\gamma/\beta)/(1-f_r^n)]^{1/n}$$

법에서는 실제로 이렇게 구해진 등가전투력비가 활용된다. 그러나 분석과정에서 전투종료규칙을 고려한다면 상이한 등가전투력비들에 대한 선택의 문제가 발생된다. 주어진 전투에서 피·아 모두 다양한 전투종료규칙을 선택할 수 있고, 쌍방이 선택한 전투종료규칙에 따라 산출되는 등가전투력비가 달라진다는 점을 고려한다면 최적의 등가전투력비를 산출하기 위하여 게임이론에 의한 접근이 가능할 것이다. 즉, 쌍방이 선택할 수 있는 전투종료규칙이 각각의 전략이 되고 하나의 전략이 선택되었을 때 등가전투력비를 상대적 이득의 값으로 표현할 수 있다면 이것은 2인 비협조 행렬게임으로 표현하는 것이 가능하다.

등가전투력비의 상대적 이득은 등가전투력비의 초기값을 기준으로 결정할 수 있다. 다음과 같은 상황을 가정하자:

① R의 초기전투력은 주어져 있다.

② B와 R의 전투력 형태는 정해져 있으며 이에 따라 쌍방이 교전할 때 적용되는 손실률계수 β와 γ를 알 수 있다.

③ 쌍방의 전투종료 임계값들은 알려져 있다.

④ B는 R에 대응할 수 있는 전투력 소요판단을 위해 등가전투력비를 결정하려 한다.

R_0가 주어져 있으므로 B의 입장에서는 등가전투력비가 클수록 유리하다. 등가전투력비가 커진다는 것은 주어진 조건하에서 상대편과 전투능력이 동일해지는데 필요한 최소전투력의 크기가 줄어든다는 것을 의미하기 때문이다. 그러므로 B가 하나의 전투종료규칙을 선택했을 때 등가전투력비의 값이 초기값보다 크면 이득이 발생하고 작으면 손해가 발생하게 된다. 이것이 전투종료규칙의 선택에 따른 이득의 개념이다.

한편, 전투의 특성 때문에 전투과정에서 쌍방은 서로 협조할 수 없다. 또한, 등가전투력비의 초기값은 쌍방에게 동시에 적용되는 값이다. 그러므로, 어떤 전투종료규칙을 선택하든 쌍방에게 적용될 수 있는 이득은 B가 얻을 수 있는 이득밖에 없다. 따라서 전투종료규칙에 따른 상이한 등가전투력비의 선택문제에 2인 비협조 영합게임이론의 적용이 가능해진다.

3.1.3 이득행렬의 구성

쌍방이 선택할 수 있는 전략은 네 가지 즉, A, P, AOP 및 AAP 규칙이다. 이러한 전략의 선택에 따른 이득을 구하기 위해서는 식(15)와 [표 9]를 이용하는 것이 편리하다. [표 9]를 이용하여 상이한 전투종료규칙 아래에서의 등가전투력비를 산출하고, 산출된 각각의 값들을 식(15)의 등가전투력비에 대한 초기값과 비교함으로써 각 전략에 대한 이득을 산출할 수 있다. 여기에서, 등가전투력비의 초기값은 실제로 [표 9]의 P_2 및 P'_2와 같은 값이다. [표 9]에서 조건 ①의 경우 $P_1 < P_2 < P_3 < P_4$의 관계가 성립할 때, 등가전투력 비에 대한 이득행렬을 구성하면 다음과 같다:

$$
\mathrm{A} = \begin{array}{c|cccc}
 & \mathrm{A} & \mathrm{P} & \mathrm{AOP} & \mathrm{AAP} \\
\hline
\mathrm{A} & P_3 - P_0 & P_1 - P_0 & P_3 - P_0 & P_1 - P_0 \\
\mathrm{P} & P_4 - P_0 & P_2 - P_0 & P_4 - P_0 & P_2 - P_0 \\
\mathrm{AOP} & P_3 - P_0 & P_1 - P_0 & P_3 - P_0 & P_1 - P_0 \\
\mathrm{AAP} & P_4 - P_0 & P_2 - P_0 & P_4 - P_0 & P_2 - P_0
\end{array}
$$

다른 교차형태와 조건을 고려한 이득행렬들도 같은 방법으로 구성된다.

3.1.4. 최적 등가전투력비의 결정

이득행렬 A는 각 요소에 P_0를 더하여 다음과 같이 변형시킬 수 있다:

$$A' = \begin{array}{c|cccc} & A & P & AOP & AAP \\ A & P_3 & P_1 & P_3 & P_1 \\ P & P_4 & P_2 & P_4 & P_2 \\ AOP & P_3 & P_1 & P_3 & P_1 \\ AAP & P_4 & P_2 & P_4 & P_2 \end{array}$$

변형된 이득행렬 A'으로부터 쌍방의 안전수준은 다음과 같이 구해진다:

$$\max_i \min_j a_{ij} = P_2,$$

$$\min_j \max_i a_{ij} = P_2.$$

이 경우에는 안점(saddle point)이 존재하므로 게임값은 $P_2 - P_0 = 0$이 되고 B의 최적전략은 P 규칙 또는 AAP 규칙이 된다. 최적의 전투종료규칙을 선택했을 때 적용되는 등가전투력비를 최적 등가전투력비라고 하면, 이때 B의 최적 등가전투력비는 P_2가 된다. 이러한 방법으로, 교차형태와 조건을 모두 고려한 16 가지의 이득행렬에 대해 최적전략과 최적 등가전투력비를 산출하면 모두 B가 P 규칙 또는 AAP 규칙을 선택했을 때 P_2 (또는 P_2')가 된다. 이것은 전투종료규칙이 하나의 전술로 선택될 수 있는 불확실한 상황하에서 등가전투력비의 초기값을 최적 등가전투력비로 사용할 수 있다는 것을 의미한다.

3.2 전투종료규칙이 최종전투력에 미치는 영향의 적용

3.2.1 최종전투력의 초기값

전투종료규칙을 고려하지 않은 전투에서 B가 승리할 조건은 다음과 같다:

$$R_0 / B_0 < (\gamma/\beta)^{1/n}. \qquad (16)$$

이때 B의 최종 전투력을 S_b라고 하면, R이 전멸될 때까지 전투를 계속하는 경우 S_b는 식(3)에 의해서 다음과 같이 산출된다.

$$S_b = \left[B_0^n - (\beta/\gamma) R_0^n \right]^{1/n}. \qquad (17)$$

한편, R이 승리하기 위한 조건은 식(18)과 같으며, R의 최종 전투력을 S_r이라고 하면 B가 전멸될 때까지 전투를 계속하는 경우 S_r은 식(3)에 의해서 식(19)와 같이 산출된다.

$$R_0 / B_0 > (\gamma/\beta)^{1/n}, \qquad (18)$$

$$S_r = \left[R_0^n - (\gamma/\beta) B_0^n \right]^{1/n}. \qquad (19)$$

식(17)과 (19)는 각각 B와 R이 승리했을 때의 최종전투력이며 이때 패한 쪽의 최종 전투력은 0이다. 이러한 값들은 전투종료규칙을 고려하지 않았을 때의 값이므로 최종 전투력의 초기값으로 정의한다.

3.3.2 게임이론의 적용가능성 검토

승패가 결정된 전투에서는 패자가 선택한 전투종료규칙에 따라 승자 및 패자의 최종 전투력이 결정된다. 그러므로, 승자가 자신의 최종 전투력을 판단하려면 패자가 선택할 수 있는 전투종료규칙만 고려하면 된다. 예를 들어, 승자가 최저수준의 최종전투력을 산출하려고 한다면, 패자가 선택할 수 있는 가능한 전투종료규칙 중에서 자신의 최종전투력을 최소화시키는 경우만 고려하면 된다. 그러나 이 논리는 상황에 따라 달라질 수 있다. 다음과 같은 상황

을 가정해 보자.

① 쌍방의 초기전투력, 손실률계수 및 전투종료 임계값들은 모두 알려져 있다.

② 쌍방은 어떠한 전투종료규칙이라도 선택할 수 있다.

③ B는 최종전투력을 산출하려고 한다.

전투종료규칙을 고려하지 않고 어느 한편이 전멸될 때까지 전투를 계속하는 경우라면 B는 간단하게 최종전투력을 산출할 수 있다. 즉, 주어진 초기전투력과 손실률계수를 이용하여, 식(16)과 (18) 중에서 어느 조건을 만족하는가를 확인하여 자신의 승패여부를 판단한다. B가 패하는 경우에는 0, 승리하는 경우에는 식(17)의 값이 최종전투력이 된다. 그러나 전투종료규칙을 고려하게 되면 이러한 절차는 근본적으로 변경되어야 한다.

전투종료규칙을 고려하게 되는 경우에는 먼저 승자를 결정하는 기준부터 달라진다. 즉, 쌍방이 어떠한 전투종료규칙이라도 선택할 수 있으므로 선택된 전투종료규칙에 따라 결정되는 등가전투력비를 먼저 산출한 후, 이를 주어진 초기전투력 비와 비교하여 승자를 결정해야 한다. 이렇게 하여 승패가 결정되면 각각이 선택한 전투종료규칙에 따른 최종전투력을 산출할 수 있다. 이처럼 쌍방이 선택한 전투종료규칙에 따라 등가전투력비가 산출되고 이렇게 산출된 등가전투력비는 주어진 조건에서 전투의 승패에 영향을 미친다. 또한 전투의 승패에 따라 최종전투력이 결정되므로 결국, 쌍방의 최종 전투력은 쌍방이 선택한 전투종료규칙 모두의 영향을 받는다.

전투종료규칙을 선택함으로써 얻는 이득을 쌍방이 선택한 전투종료규칙에 따른 최종전투력에서 최종전투력의 초기값을 뺀 값으로 정의하자.

이상과 같이 쌍방이 선택할 수 있는 전략이 존재하고 선택된 각 전략에 따른 최종전투력의 이득을 산출할 수 있다면, 다양한 상황에서 최적의 최종전투력을 산출하기 위해 2인 비협조 게임이론을 적용할 수 있다. 게임이론의 적용을 위해서는 추가적으로 쌍방의 이득이 어떤 형태인지를 결정해야 한다. 쌍방이 하나의 전투종료규칙을 선택했을 때 등가전투력 비가 결정되고 최종전투력에 대한 쌍방의 상이한 이득이 산출되므로 한 쌍의 전략에 대해 두 가지의 이득이 존재함을 알 수 있다. 그러므로 전투종료규칙의 선택이 불확실한 상황에서, 최적의 최종전투력 산출을 위하여 2인 비협조 쌍행렬 (비영합)게임이론을 적용하는 것이 가능해진다.

3.2.3 이득행렬의 구성절차

최종전투력에 대한 이득행렬을 이득행렬 A 나 A'처럼 일반화된 형태로 표현하기는 곤란하다. 그러므로 여기에서는 이득행렬의 구성절차만을 제시하고 구체적인 방법은 적용사례에서 설명하기로 한다. 앞에서 일부 언급된 내용을 종합하여 이득행렬의 구성절차를 정리하면 다음과 같다

① 최종전투력의 초기값을 계산한다.

② [표 9]를 이용하여 주어진 손실률계수, 전투종료임계값 등의 관계에 따라 조건을 결정하고, 조건에 맞는 등가전투력비를 각 전략의 쌍별로 산출한다.

③ 각 전략의 쌍에 대해 주어진 초기전투력비와 산출된 각 등가전투력비들을 비교하여 전투의 승패를 결정한다.

④ ③의 결과에 따라 각 전략의 쌍에 대해 쌍방의 최종전투력을 계산한다(이 때 [표 1]과

[표 5]를 이용).

⑤ ④-①의 값들로 쌍방의 이득행렬을 구성한다.

3.2.4 최적 최종전투력의 결정

상대편이 어떠한 전투종료규칙을 선택하더라도 게임이론을 이용하여 최적의 최종전투력을 결정할 수 있다. 이러한 절차에 의해 산출된 값을 최적의 최종전투력으로 정의한다. 2인 비협조 쌍행렬게임에서는 순수전략과 혼합전략에 의해 안전수준을 산출할 수 있다. 본 연구에서는, 분석하고자 하는 대상이 일회성의 특성을 갖는 전투이므로 순수전략에 의해 산출된 안전수준을 게임의 값으로 사용하는 것이 합리적이라 할 수 있다. 구체적인 해법은 적용사례에서 설명한다. 이러한 절차에 의한 최적 최종전투력 산출방법은 쌍방이 어떠한 전투종료규칙을 선택할지 모르는 불확실한 상황에서 최적의 최종전투력을 산출하고자 할 때에 적용될 수 있다.

지금까지 전투종료규칙이 쌍방의 최종전투력에 미치는 영향의 적용 방법을 살펴보았다. 여기에서 우리는 전투의 승패에 대한 새로운 인식을 할 필요가 있다. 한 쪽이 전멸될 때까지 전투가 계속되는 상황이면 전투의 승패는 명확해진다. 그렇지 않은 상황이면 전투종료 자체는 다분히 전술 및 전략적 요소에 의해 결정되는 것이므로 경우에 따라서는 승패에 대한 명확한 구분이 없이 전투가 종료될 수 있다. 지금까지 설명한 전투의 승패문제도 이러한 맥락에서 인식되어야 한다. 끝까지 싸우는 전투에서 패하는 쪽이 상이한 전투종료규칙을 선택했다고 해서 전투에서 승리하는 것은 아니다. 단지 상대편이 자신의 전술적 판단에 의해 먼저 전투를 종료시키는 상황으로 인식하여야 한다. 동일한 조건에서도 단지 상이한 전투종료규칙의 선택에 의해 최종전투력이 달라질 수 있는 것이다.

3.3 적용사례

전투종료규칙이 최종전투력에 미치는 영향의 적용방법을 전투종료 후 전투력 보충소요를 산출하는 사례를 통해 구체적으로 살펴보자.

3.3.1 상황

① B는 R과의 예상되는 교전에서 전투력 손실을 판단하여 전투종료후의 보충소요를 결정하려 한다.

② 쌍방은 전술 목적상 어떠한 전투종료규칙이라도 선택할 수 있다.

③ 쌍방의 손실률계수와 예상되는 전투에 통상적으로 적용될 수 있는 전투종료임계값들은 모두 알려져 있다. ($\beta=0.10, \gamma=0.25$, $k_{b(P)}=1.5,\ k_{r(P)}=1.0$)

④ 쌍방은 동질부대로 구성되어 있으며 손실과정은 Lanchester의 자승법칙을 따른다.

⑤ B의 최초전투력은 400이며 예상되는 R의 최초전투력은 600이다.

3.3.2 전투종료규칙을 고려하지 않을 경우의 보충소요

전투종료규칙을 고려하지 않을 경우에 식(15)를 이용하여 등가전투력비를 산출하면 이 값은 1.581이 된다. 주어진 초기전투력비 (R_o/B_o)가 1.5로써 등가전투력비보다 작으므로 이 전투에서는 B가 승리한다. 이때 B의 최종전투력은 다음과 같이 주어진다:

$$S_b=\left[B_0^2-(\beta/\gamma)R_0^2\right]^{1/2}=126.$$

그러므로 교전종료 후 B의 보충 전투력소요는274가 된다.

3.3.3 전투종료규칙을 고려하는 경우의 보충소요

3.3.3.1. 이득행렬의 구성

최종전투력의 초기값은 $S_b = 126$, $S_r = 0$으로 산출된다. 주어진 손실률계수와 전투종료임계값들의 관계는 조건②의 경우가 되므로 [표 9]에 제시된 식을 이용하면 $P_1 = 1.458, P_2' = 1.581$, $P_3 = 1.917$ 및 $P_4' = 2.214$와 같이 구해지며 $P_1 < P_2' < P_3 < P_4'$의 관계가 성립된다. 그러므로 전투종료규칙에 따른 등가전투력비들은 [표 9]를 이용하여 쉽게 결정할 수 있으며 그 결과는 [표 10]에 표시되어 있다. 이제 전투종료규칙에 따른 등가전투력 비가 산출되고 초기전투력이 주어졌으므로 각 전략의 쌍에 대하여 전투의 승패를 결정할 수 있으며 그 결과도 [표 10]에 함께 표시되어 있다.

각 전략의 쌍에 대해 승자와 그때 패자가 선택한 전투종료규칙을 알 수 있으므로 전투종료후의 최종전투력은 [표 1]과 [표 5]를 이용하면 산출할 수 있다. 예를 들어, 쌍방이 모두 AOP 규칙을 선택하는 경우에는 B가 승리한다. 이때 초기전투력비가 분기전투력비인 α_r과 등가전투력비 사이의 값이므로 R은 실제로 A 규칙에 의해 전투를 종료하게 된다. 그러므로 쌍방의 최종전투력은 다음과 같이 구해진다.

표 10. 각 전략의 쌍에 대한 등가전투력비(승자)

구 분		R			
		A	P	AOP	AAP
B	A	1.917/B	1.458/R	1.917/B	1.458/R
	P	2.214/B	1.581/B	2.214/B	1.581/B
	AOP	1.917/B	1.458/R	1.917/B	1.458/R
	AAP	2.214/B	1.581/B	2.214/B	1.581/B

$$S_{b(A)} = \left[B_0^2 - R_0^2(\beta/\gamma)(1-f_r^2)\right]^{1/2} = 294,$$

$$k_{r(A)} = f_r R_0 = 420,$$

여기에서, $k_{r(A)}$는 R이 A 규칙에 의해 전투를 종료했을 때 자신의 최종전투력이다.

이와 같은 방법으로 각 전략의 쌍에 대한 쌍방의 최종전투력을 산출하면 [표 11]과 같다.

표 11. 쌍방의 최종전투력(B/R)

구 분		R			
		A	P	AOP	AAP
B	A	294/420	200/244	294/420	200/244
	P	294/420	163/163	294/420	163/163
	AOP	294/420	200/244	294/420	200/244
	AAP	294/420	163/163	294/420	163/163

[표 11]의 각 전략의 쌍에 대한 최종전투력에서 최종전투력의 초기값을 빼어줌으로써 B의 이득행렬 X와 R의 이득행렬 Y를 구성하면 다음과 같다:

$$X = \begin{bmatrix} 98 & 74 & 98 & 74 \\ 98 & 37 & 98 & 37 \\ 98 & 74 & 98 & 74 \\ 98 & 37 & 98 & 37 \end{bmatrix},$$

$$Y = \begin{bmatrix} 420 & 244 & 420 & 244 \\ 420 & 163 & 420 & 163 \\ 420 & 244 & 420 & 244 \\ 420 & 163 & 420 & 163 \end{bmatrix}.$$

3.3.3.2. 최적 전투력 소요 판단

이득행렬 X에서, 순수전략을 사용할 때 B의 안전수준은 74가 된다. 결국 전투종료규칙을 고려하는 경우, B의 최적 최종전투력은 200이 되므로 최적의 전투력 소요는 200이다. 이것은 전투종료규칙을 고려하지 않은 경우의 보충소요 274보다 작은 값이다. 지금까지 손실과정이 동일한 전투에서 쌍방이 선택한 전투종료규칙에 의해 전투종료 후의 보충소요가

달라지는 사례를 살펴보았다. 결국 전투종료규칙을 하나의 전술이라고 생각함으로써 전투분석의 결과가 달라진다는 것을 알 수 있다. 이것은 전투종료규칙이 전투분석에 중요한 하나의 고려사항이 된다는 것을 의미하고 있다.

4. 결　론

본 연구는 전투종료규칙이 전투결과에 미치는 영향에 대한 Jaiswal과 Nagabhushana의 연구를 바탕으로 전투상황의 불확실성을 추가적으로 고려하여 전투종료규칙에 따른 전투분석방법을 연구하였다.

전투상황의 불확실성이란 주로 적에 관한 정보의 불확실성을 의미하며 이러한 불확실성이 전투종료규칙에 미치는 영향은 다음과 같이 크게 네 가지의 조건으로 분류된다: 조건①은 양편 모두가 선택된 모든 전투종료규칙에 의해 전투를 종료시킬 수 있는 조건이며; 조건②와 ③은 어느 한쪽이 패하는 전투에서 선택된 P 규칙에 의해 전투를 종료시킬 수 없는 조건이며; 조건④는 양편 모두가 패하는 전투에서 선택된 P 규칙에 의해 전투를 종료시킬 수 없는 조건이다. 기존의 Jaiswal과 Nagabhushana의 연구는 조건①만을 고려하였으며 본 연구에서는 추가적으로 조건②, ③ 및 ④를 고려하여 전투종료규칙이 등가전투력 비, 최종전투력 및 전투지속시간에 미치는 영향을 분석하였다.

또한, 전투종료규칙이 전투결과에 미치는 영향을 전투분석에 적용하는 방법과 절차를 게임이론을 이용하여 제시하였다. R이 어떤 전투종료규칙을 선택하든 B의 최적 등가전투력비는 B가 A 규칙 또는 AAP 규칙을 선택했을 때 P_2 또는 $P_2^{'}$가 됨을 알 수 있었다. 최적 최종전투력을 산출하는 절차에서는 전투의 일회적 특성을 감안하여, 2인 비협조 쌍행렬게임에서 순수전략에 의해 산출된 안전수준을 적용하였다.

본 연구에서 분석된 추가적인 조건에 대한 전투결과와 전투분석에 전투종료규칙을 적용하는 방법을 활용한다면, 전투종료규칙의 선택이 불확실한 상황에서 쌍방의 전투력 및 전술적인 차원에서 합리적인 전투결과를 예측할 수 있을 것이다. 또한, Lanchester 방정식을 직.간접으로 응용하는 각종 전투모형들의 묘사능력을 향상시킬 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

[1]. Jaiswal, N. K. and Nagabhushana, B.S., "Combat Modeling with Spatial Effects, Reserve Deployment and Termination Decision Rules," *Computers and Operations Research*, Vol. 21, No. 6, 1994, pp. 615-628.

[2]. ________________, "Termination Decision Rules in Combat Attrition Models," *Warfare Modeling*, MORS, 1995.