

고유구조 지정기법 : 연구동향과 전망

A Survey on Eigenstructure Assignment

최재원, 서영봉
(Jae Weon Choi and Young Bong Seo)

Abstract : This survey paper presents an overview on eigenstructure assignment (EA) control design methodologies. EA is an excellent control design method which may be used to assign the entire eigenstructure(eigenvalues, and right or left eigenvectors) of a closed-loop linear system via a full state or an output feedback control law. In general, EA is well-suited for incorporating classical specifications on damping, settling time, and mode or disturbance decoupling into a modern multivariable control framework. The purpose of this paper is to provide an extensive survey on EA control design methods that might serve as an introduction to a study on EA. The fundamental concepts and formulations for understanding EA problems are extensively described. The recently reported results on EA are also presented.

Keywords : eigenstructure assignment, survey

I. 서론

되먹임(feedback)에 의한 제어는 제어 이론의 기본 주제들 중에 하나이다. 실제적으로 되먹임의 목적은 시스템의 안정도 특성을 향상시키거나 확보하는 것, 모델링 오차에 대한 시스템의 감도를 줄이는 것, 시스템의 외란 분리 특성과 짐음제거 특성을 향상시키는 것, 그리고 시스템의 과도 응답을 개선시키는 것 등이다[1]~[4]. 단입력 시스템에 대한 고전적인 제어시스템 설계의 대표적인 목적은 되먹임 이득을 조절하여 폐루프 시스템으로 하여금 요구되는 고유치 패턴을 갖도록 하는 것인데, 이는 대체로 극점 또는 고유치들에 의하여 시스템의 반응이 특징지워지고 또한, 극점들에 의하여 대상 시스템의 안정성이 결정되기 때문에 극점 배치가 중요한 제어목적이 된다[5]~[12]. 특히, 계단 입력에 대한 시스템의 오버슈트와 정착시간은 기본 모드(fundamental mode)의 감쇠율에 의해 결정되며, 고유주파수는 시스템의 응답 속도 및 대역폭과 밀접한 관계가 있다[13]. 그러나, 시스템이 단입력이 되면 응답은 고유치들 뿐만 아니라 고유벡터들에 의해서도 영향을 받게 된다[14]~[15]. 단입력 가제어 시스템의 경우 폐루프 시스템의 고유치들을 임의의 원하는 위치로 옮길 수 있게 하는 이득 행렬은 유일하게 존재하지만[15], 단입력 가제어 시스템의 경우는 이득행렬이 유일하게 결정되지 않고 일반적으로 무한히 많은 해가 존재하게 되는데 이는 옮기고자 하는 고유치들의 수보다 이득행렬에 주어지는 자유도가 많기 때문이다[16]. 따라서, 이러한 여유 자유도를 시스템의 응답 형태를 원하는 형태로 바꾸는데 사용하기 위하여 고유치들 뿐만 아니라 고유벡터들도 동시에 원하는 방향을 갖도록 폐루프 시스템을 설계하고자 하는 문제가 바로 고유구조(고유치/고유벡터) 지정 문제가 된다[17].

1967년 Wonham[11]은 선형 시불변 다변수 가제어시스템에서 고유치 지정에 대한 기초적인 연구결과를 제시하

였다. 즉, 임의의 가제어 시스템의 폐루프 고유치는 상태되먹임 제어에 의해 임의로 지정될 수 있다는 결과를 제시하였으며, 이후 Moore[12]는 선형 시불변 다입력 다출력 시스템에 대하여 여분의 자유도를 고유벡터 지정에 이용할 수 있음을 발견하였다. 이후에는 상태[1][2]와 출력 되먹임 제어[3][4][16]에 관한 수많은 방법과 알고리즘이 제시되었다. 대략 20년 전까지만 하더라도 다변수 제어시스템 설계에 접근하는 방법에 다소 한계가 있었기 때문에 고유구조 지정을 위하여 주파수역 방법의 활용은 생각하지 않았다. 또한, 상태 되먹임에 의한 고유구조 지정기법에도 다소 제약이 있었고, 출력 되먹임에 의한 고유구조 지정기법은 그 제약성 때문에 일반화된 연구결과는 발표되지 않았을 뿐만 아니라, 제어시스템의 견실성 확보, 고장 감지 및 분리, 대규모 시스템의 분산제어, 그리고 선형 시변시스템의 제어기 설계 등의 문제에까지 관심을 두지 못하였다. 그러나 최근의 고유구조 지정에 관련된 연구분야는 이러한 모든 주제를 다루고 있고, 각 분야는 실제 적용될 수 있을 만큼 충분히 성숙되고 있다. 이것은 다른 제어기법들에 비해 상대적으로 이해 및 활용이 쉬울 뿐만 아니라 고유구조 지정기법에 의하여 설계된 제어법칙이 실제로도 충분히 적용 가능하기 때문이다.

본 논문에서는 고유구조 지정제어 기법에 관련된 다양한 연구 영역들에 대하여 과거로부터 최근의 연구결과에 이르기까지 개관하고 향후 연구주제들에 관하여 조망해 보고자 한다. 본 논문의 구성은 다음과 같다. 먼저 I장에서는 고유구조에 대한 정의와, 고유구조 지정 설계에 대하여 이용가능한 자유도, 허용가능한 고유벡터 부분공간, 고유치 및 고유벡터 지정에 대한 기본적 개념에 대해 기술한다. II장에서는 고유구조 지정기법의 여러 연구분야와 실제 적용된 여러 가지 사례 및 최근의 연구성과들도 간략하게 소개한다. 각각의 연구분야에 대한 연구개요와 연구동향을 각 절의 서두에 따로 소개하고 거기에 속하는 연구내용을 병렬적으로 구성하여 고유구조 지정기법의 여러 연구분야에 대한 이해를 도울 수 있도록 하였다. 먼저, 고유

치 및 우 고유구조 지정기법, 좌 고유구조 지정기법, 그리고, 동시 고유구조 지정기법을 사용한 일반적인 고유구조 지정기법에 대하여 소개한다. 다음으로, 견실 고유구조 지정기법에 관하여서는 시스템의 각 파라미터 변동을 직접 고려한 직접 접근법, 고유구조에 의해 주어지는 시간역 성능 요건과 H_{∞} 제어에 의하여 고려되는 주파수역에서의 견실 성능 요건을 결합하여 공동 최적 제어 설계기법, 그리고 선형 이차 성능지수 함수를 만족하는 고유구조를 지정하는 견실 고유구조 지정 문제에 대해 소개한다. 또한 동적 시스템에서 고장 감지 및 분리에 대한 고유구조 지정 기법, 관측기 설계 문제에 제어기의 쌍대 문제로서의 고유구조 지정기법, 그리고 좌 고유구조 지정기법에 의한 고장 분리 필터 설계법에 대해 기술하였고, 대규모 시스템의 분산 고유구조 지정에 대하여 기술하고, 선형 시변시스템에 대한 고유구조 지정 문제에 대하여 선형 시변시스템에 대한 일반적인 고유치 개념과 고유벡터 개념을 설명하고 최근의 연구결과를 제시한다. 다른 고유구조 지정 분야로서 파라미터, 저감도, 다목적, 이산 데이터, 그리고 descriptor 시스템에 대한 고유구조 지정기법에 대해 간략하게 소개한다. 그리고, 고유구조 지정기법이 실제 응용된 여러 가지 사례에 대하여 간략히 언급하고 최근의 연구성과들을 소개한다. 마지막으로, IV장에서 본 연구에 대하여 결론을 맺고 향후 연구과제들에 대해 조망해 본다.

II. 고유구조 지정 문제의 설정

본 장에서는 고유구조에 대한 정의, 고유구조 지정 설계에 대하여 이용가능한 자유도, 허용가능한 고유벡터 부분 공간, 고유치 및 고유벡터 지정에 대한 기본적 개념을 기술한다.

1. 고유구조 지정 문제의 정의

다음과 같은 선형 시불변 다변수 제어 시스템을 고려하자.

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + Ef(t) \\ &= Ax(t) + \sum_{k=1}^m b_k u_k(t) + \sum_{l=1}^n e_l f_l(t)\end{aligned}\quad (2.1)$$

$$u(t) = Kx(t) \quad (2.2)$$

$$z_{j(t)} = D_j x(t), \quad j=1, 2 \quad (2.3)$$

여기서, $x \in R^N$, $u \in R^m$, $f \in R^n$, $z_1 \in R^{r_1}$, $z_2 \in R^{r_2}$, $(m \leq N, r_1 + r_2 \leq N)$ 는 각각 상태 벡터, 제어 입력, 외란 및 제어 대상이 되는 출력 벡터들이다. 그리고 b_k 와 e_l 은 각각 제어 입력 행렬 B 의 k 번째 및 외란 입력 행렬 E 의 l 번째의 열벡터를 나타낸다. 행렬 A, B, E, K 및 D_j 는 모두 실수 값을 갖는 상수행렬들로서 각각 적절한 차원들을 가지며, $\text{rank } B = m \neq 0$ 이라 가정한다.

(2.1)에 상태되먹임에 의한 제어 입력 (2.2)가 인가되면 전체적인 폐루프 시스템은 다음과 같이 구성된다.

$$\dot{x}(t) = (A + BK)x(t) + Ef(t) \quad (2.4)$$

상이한 공액복소수로 이루어진 집합 $\{\lambda_1, \dots, \lambda_N\}$ 를 Λ 라 하자. 그러면, 위의 폐루프 시스템에 대한 우 및 좌 고유치 문제는 각각 다음과 같이 정의된다.

$$(A + BK - \lambda_i I_N) \phi_i = 0 \quad (2.5)$$

$$(A + BK - \lambda_i I_N)^T \psi_i = 0 \quad (2.6)$$

여기서, I_N 은 $(N \times N)$ 차원의 단위행렬이고, ϕ_i, ψ_i 는 각각 우 및 좌 고유벡터를 나타낸다. 시스템이 중복 고유치를 갖는 경우에 대해서도 위의 고유치 문제는 쉽게 일반화 될 수 있다[4]. 따라서 식의 전개를 단순화시키기 위하여 본 논문에서는 상이한 고유치들만을 가진 시스템에 한정하여 문제를 기술하기로 한다. 위의 고유치 문제들로부터 우 고유구조(고유치 및 우 고유벡터) 및 좌 고유구조(고유치 및 좌 고유벡터) 지정 문제는 결국 요구되는 우 및 좌 고유구조를 만족시킬 수 있게 하는 되먹임 이득행렬 K 를 구하는 문제가 된다.

2. 이용가능한 고유구조 지정 자유도

일반적으로 고유구조 지정 설계에 이용가능한 자유도는 출력 되먹임을 이용하여 제어기를 설계하는 경우에 다음과 같이 주어진다.

정리 1[16] : 시스템 (C, A, B) 에 대해서 $\max(m, r)$ 개의 고유치가 정확히 지정가능하다. $\max(m, r)$ 개의 고유벡터 또는 쌍대성에 의한 상호(reciprocal) 벡터는 각 벡터의 $\min(m, r)$ 개의 요소가 부분적으로 지정가능하다. 여기서, $m = \text{rank}(B)$, $r = \text{rank}(C)$.

좌·우 고유벡터 사이의 정해진 수직조건을 만족시키기 위한 고유구조 지정 자유도를 회생한다면, 출력 되먹임 고유구조 지정 문제에서 $\max(m, r)$ 개 보다 더 많은 폐루프 고유치를 지정할 수 있는 자유도를 가지는 것도 가능하다. 고유벡터 경우 고유벡터의 $\min(m, r)$ 개의 요소보다 더 많은 요소를 지정하기 위해서는 허용가능한 고유벡터의 공간이 어떤 확실한 영역에 따라 정확히 선택되어야 한다. 이것은 원하는 고유벡터를 허용가능한 고유벡터의 부분공간에 투영(projection)함으로써 얻어질 수 있다. 허용가능한 고유벡터의 부분공간은 폐루프 고유치의 구체적인 선택에 따라 상태와 입력 행렬의 함수로 구성된다.

상태 되먹임을 이용하는 경우는 N 개의 고유치와 이에 대응하는 고유벡터 각각에 대하여 m 개의 요소를 정확히 지정할 수 있다.

3. 허용가능한 고유벡터의 부분공간

획득가능한 고유벡터 ϕ_i^a 는 원하는 고유벡터 ϕ_i^d 의 $(\lambda_i I - A)^{-1} B$ 의 열들에 의해 확장된 부분공간에 투영된 것으로 정의할 수 있다[14]. 그림 1은 ϕ_i^d 와 ϕ_i^a 의 기하학적 표현을 도시한 것이다. ϕ_i^a 를 계산하기 위하여 다음 식을 정의한다.

$$L_i \equiv (\lambda_i I - A)^{-1} B \quad (2.7)$$

획득가능한 고유벡터는 허용가능한 고유벡터의 부분공

간에 속해야 하므로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\phi_i^a = L_i z_i, \quad z_i \in R^m \quad (2.8)$$

ϕ_i^d 의 획득가능한 부분공간에 투영된 것에 대응하는 z_i 는 다음 식을 최소화하는 것으로 선택한다.

$$J = \| \phi_i^d - \phi_i^a \|^2 = \| \phi_i^d - L_i z_i \|^2 \quad (2.9)$$

즉, 위 식을 z_i 에 대하여 미분하면 다음 식을 얻게 된다.

$$dJ/dz_i = 2L_i^T(L_i z_i - \phi_i^d) \quad (2.10)$$

다음으로 $dJ/dz_i = 0$ 으로 두면 z_i 는 다음과 같이 구해진다.

$$z_i = (L_i^T L_i)^{-1} L_i^T \phi_i^d \quad (2.11)$$

따라서, 획득가능한 고유벡터는 (2.8)과 (2.11)로부터 다음과 같이 구성된다.

$$\phi_i^a = L_i (L_i^T L_i)^{-1} L_i^T \phi_i^d \quad (2.12)$$

여기서, $L_i^T L_i$ 는 입력행렬 B 의 랭크에 따라서 역행렬의 존재유무가 결정된다.

4. 고유치와 고유벡터 지정에 대한 기본적 개념

제어 입력 $u(t)$ 과 외란 $f(t)$ 에 대한 시스템((2.1))의 응답을 모든 초기 조건을 0으로 가정하고 모드 분해(modal decomposition)를 이용하여 상태변수 및 제어 대상이 되는 출력변수에 대하여 구하면 각각 다음과 같다[17].

$$x(t) = \Phi \int_0^t e^{A(t-\tau)} \{ \Psi^T B u(\tau) + \Psi^T E f(\tau) \} d\tau \quad (2.13)$$

$$z_j(t) = D_j \Phi \int_0^t e^{A(t-\tau)} \{ \Psi^T B u(\tau) + \Psi^T E f(\tau) \} d\tau, \quad (2.14)$$

여기서, $j=1, 2$. $\Phi(\Psi)$ 는 폐루프 시스템의 우(좌)모드행렬이고, A 는 요구되는 고유치들로 구성된 대각행렬이다. λ_i , ϕ_i 및 ψ_i 는 각각 i 번째 고유치, 그리고 이에 대응하는 우 및 좌 고유벡터들을 나타내며, $u_k(t)$ 는 k 번째 제어입력이고, 행렬 $D_1 \in R^{r_1 \times N}$ 과 $D_2 \in R^{r_2 \times N}$ 는 각각 “수직 상태변수 선택행렬”과 “평행 상태변수 선택행렬”이라 칭하기로 하고, D_1 은 전체 상태변수들 가운데 외란이 분리되기를 원하는 상태변수들만을 선택할 수 있도록 구성되는 행렬이며 D_2 는 D_1 에 의해 선택되고 남은 상태변수들 가운데 모두 또는 일부를 선택할 수 있도록 구성되는 행렬이다.

먼저, 좌 고유구조의 관점에서 응답 특성을 살펴보기로 한다. 위의 (2.13)에서 알 수 있듯이, 외란 입력 행렬 E 의 각 열벡터들 e_j 가 좌모드행렬 Ψ 의 각 열벡터들 ψ_j 와 수직이면 외란은 시스템의 상태변수에 영향을 미치지 못

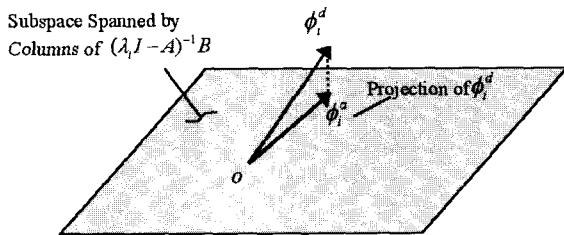


그림 1. 원하는 고유벡터의 투영(ϕ_i^d :원하는 고유벡터, ϕ_i^a :획득가능한 고유벡터).

Fig. 1. Projection of a desired eigenvector (ϕ_i^d :desired eigenvector, ϕ_i^a :achievable eigenvector).

하게 된다. 마찬가지로, 좌 고유벡터 (ψ_i)들의 방향이 제어 입력 행렬 B 의 각 열벡터들 (b_k)과 평행하게 되면 제어력은 가장 효과적으로 시스템의 상태변수에 전달된다. 그러므로, 제어력을 효과적으로 전달할 수 있으며 동시에 외란을 억제할 수 있는 고유구조를 성취하기 위해서는, 시스템의 좌 고유벡터들을 제어 입력 행렬 B 의 각 열벡터들과는 서로 평행하게 배치하고 동시에 외란 입력 행렬 E 의 각 열벡터들과는 서로 수직이 되게 하는 공간에 속하도록 제어기를 설계하여야 한다. 만일, 행렬 E 및 B 의 열벡터들의 방향이 서로 같은 경우에는 제어력의 효과적인 전달 능력 및 외란 억제 능력을 모두를 동시에 만족시킬 수 있도록 좌 고유구조를 지정하는 것은 불가능하다. 따라서 이러한 경우에는 위의 두 제어 목적 중 대상 시스템에 더욱 중요한 목적에 더 가중치를 부여하여 제어기를 설계하여야 할 것이다.

이제, 우 고유구조의 관점에서 살펴보면 다음과 같다. 위의 (2.14)로부터 각 초기 조건에 대하여 $t \geq 0$ 에서 $z_1(t)$ 가 모든 $f(\cdot)$ 에 대하여 같은 값을 가지면 준 시스템은 $f(\cdot)$ 와 $z_1(\cdot)$ 의 쌍에 대하여 “외란이 분리된다”라고 규정한다. 따라서 외란 분리는 간단히 $t \geq 0$ 및 모든 $f(\cdot)$ 에 대하여 다음의 관계가 성립함을 의미한다.

$$z_1(t) = D_1 \Phi \int_0^t e^{A(t-\tau)} \{ \Psi^T B u(\tau) + \Psi^T E f(\tau) \} d\tau = 0 \quad (2.15)$$

즉, (2.15)로부터 우모드 행렬 Φ 의 각 열벡터(ϕ_i ; 우 고유벡터)들이 행렬 D_1 의 행벡터들의 일차결합으로 생성되는 부분공간의 핵(kernel)의 부분공간에 속하게 되면 주어진 시스템에서 외란은 분리된다. 이는 D_1 에 의해 선택된 r_1 개의 상태변수로부터 외란이 분리됨을 의미한다. 그러므로 외란 분리 문제를 푸는 것은 결국 시스템의 우 고유구조를 적절하게 지정하는 문제와 같게 된다.

한편, D_2 에 의해 결정되며 $z_2(t)$ 를 구성하는 r_2 개의 상태변수에 대해서는 제어력의 효과적인 전달 능력 및 외란 억제 능력을 고려하여 설계한 좌 고유구조를 최대한 보존하기 위하여, 즉, (2.14)의 우변의 적분량을 최대한 보존

하기 위하여, 이번에는 각 우 고유벡터들을 행렬 D_2 의 행 벡터들의 일차결합으로 생성되는 부분공간에 속하도록 지정하면 설계목적을 달성하게 된다.

III. 고유구조 지정 관련 연구 개요

1. 좌·우 및 동시 고유구조 지정기법

본 절에서는 일반적으로 잘 알려져 있는 우 고유구조와 좌 고유구조 지정기법에 관한 연구결과들을 간략히 소개한다. 또한, 외란 또는 모드 분리 및 제어력의 효과적인 전달 능력과 외란의 억제 능력을 모두 고려하여 우 고유구조 뿐만 아니라 좌 고유구조까지 동시에 지정할 수 있는 동시 고유구조 지정기법을 소개한다.

1.1 우 고유구조 지정기법

우 고유구조(고유치와 우 고유벡터) 지정기법은 시스템 내부에서 외란 또는 모드 분리에 관계하므로 이러한 성질을 바탕으로 외란 분리 문제[18], 비행체의 모드 분리 문제 [15][19]~[26] 및 항공기 또는 유연(flexible) 우주구조물의 진동 억제 문제[27][28] 등에 꼭넓게 사용되어 왔다. Andry 등[14][29]은 비행제어시스템에서 출력 되먹임을 사용하여 비행기의 모드를 분리하는 테에 우 고유구조 지정법을 사용하였다. Sobel과 Lallman[21]은 추력 벡터 비행체의 여러 다른 앙각(angle of attack)에 대한 비행제어 법칙을 설계하는데 우 고유구조 지정기법을 이용하였다. 또한, 이 기법은 Lee 등[22]에 의해 STOVL(Short Takeoff Vertical Landing) 비행체에 대한 과도응답과 공중정지 제어 법칙을 설계하는데 적용되었다. Sobel과 Cloutier[24]는 미사일 동역학의 모드를 분리하는데 우 고유구조 지정기법을 사용하였다. Kim과 Kum[25]은 최소 이득(small gain) 제어기를 설계하는 목적에 Sylvester 방정식을 통한 반복적 우 고유구조 지정기법을 소개하였다. Siouris 등[19]은 우 고유구조 지정과 명령생성 추적방법을 사용하여 F-15 고성능 전투기에 대한 피치 지향 제어기(pitch pointing controller)를 개발하여 적용하였다. 그 외에도 많은 연구자들이 우 고유구조 지정 문제를 다루었다.

우 고유구조 지정 문제는 요구되는 우 고유구조 (Λ, ϕ) 를 얻을 수 있도록 하는 되먹임 이득행렬 K 를 구하는 문제이다. 문제의 기술을 위하여 다음과 같이 정의되는 행렬들을 먼저 정의한다.

$$S_{\lambda_i} \equiv [\lambda_i I_N - A \mid B],$$

$$R_{\lambda_i} \equiv \begin{bmatrix} N_{\lambda_i} \\ \cdots \\ M_{\lambda_i} \end{bmatrix}$$

여기서, 행렬 R_{λ_i} 의 열(column)들은 행렬 S_{λ_i} 의 영공간(null space)의 기저를 이룬다. 그리고 $\text{rank } B = m$ 이면 행렬 R_{λ_i} 의 부분행렬 N_{λ_i} 의 열들은 서로 일차독립이 된다.

다음 정리는 요구되는 우 고유구조를 생성시킬 수 있는 이득행렬 K 의 존재를 위한 필요충분 조건을 제공한다.

정리 1[15] : 집합 $\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N\}$ 의 원소들은 상이한 공액복소수로 이루어져 있다고 하자. 그러면 폐루프 시스템에 대한 고유치 문제 $(A + BK) \phi_i = \lambda_i \phi_i, i=1, 2, \dots, N$ 을 만족하는 실수로 이루어진 $(m \times N)$ 차원의 이득행렬 K 가 존재하기 위한 필요충분 조건은 다음과 같다.

1) 집합 $\{\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_N\}$ 은 N 차원의 복소벡터집합 C^N 에 속하고 일차독립인 집합이다.

2) 임의의 두 고유치가 $\lambda_i = \lambda_j^*$ 와 같이 공액복소수 관계를 가지면, 이에 대응하는 고유벡터들도 $\phi_i = \phi_j^*$ 와 같은 공액복소벡터 관계를 가져야 한다. 여기서, 위첨자 $(\cdot)^*$ $\phi_i \in$ 는 (\cdot) 의 공액복소수 또는 공액복소벡터를 의미한다.

3) $\text{span}\{N_{\lambda_i}\}$.

또한, K 가 존재하고 $\text{rank } B = m$ 이면 이때 K 는 유일하게 결정되고, 위에서 정의한 부분행렬 N_{λ_i} 과 M_{λ_i} 를 이용하여 구할 수 있다. 위의 정리 1을 살펴보면 상태 되먹임에 의해 폐루프 시스템의 우 고유구조를 지정하고자 할 때, 요구되는 우 고유벡터들은 행렬 $[\lambda_i I_N - A \mid B]$ 의 영공간으로부터 구성되는 열공간(column space)의 일부인 부분행렬 N_{λ_i} 로부터 생성되는 열공간에 속해야만 한다는 제약을 가지고 있음을 알 수 있다. 이러한 제약으로 인하여 획득가능한 우 고유벡터들은 m 과 N 의 관계에 따라 최소한 최소자승의 관점에서 최적인 값들을 가지게 된다.

1.2 좌 고유구조 지정기법

제어력의 효과적인 전달 능력과 외란의 억제 능력을 동시에 가진 제어기의 설계는 시스템의 좌 고유구조(고유치와 좌 고유벡터)의 적절한 지정을 통하여 성취할 수 있다. 좌 고유구조는 Zhang 등[30]에 의해 일정 유연빔(uniform flexible beam)의 진동 제어 문제에서 시스템에 가해지는 바람직하지 않은 입력 즉, 외란을 억제하기 위하여 사용을 시도한 바 있으며, Kim과 Junkins[31]는 유연구조물의 진동 제어용 작동기의 배치를 최적화 함으로써 유연구조물 시스템의 가제어성을 향상시켰는데, 이때 최적화의 기준으로 좌 고유구조가 활용되었다. 그러나 Zhang 등의 결과에는 제어력 전달의 효율성은 설계 과정에 고려되지 않았으며, Kim과 Junkins의 결과에는 외란 억제 문제가 고려되지 않았다. 그 후, Choi 등[15][32]에 의해 좌 고유구조는 시스템 내부에서 제어력의 상태변수에로의 효과적인 전달 능력과 외란의 억제 능력에 영향을 미친다는 사실이 규명되고, 위의 두 가지 제어 목적들을 동시에 고려할 수 있는 체계적인 좌 고유구조 지정기법들이 각각 영공간(null space) 접근법[15] 및 Sylvester 방정식 접근법[32]에 근거하여 처음으로 제안되었다.

시스템의 좌 고유구조는 제어력의 전달 능력과 외란의 억제 능력을 지배한다. 본 절에서는 좌 및 우모드행렬들 사이의 상호 수직조건을 활용한 좌 고유구조 지정 알고리즘에 대하여 간략히 기술한다. 본 기법은 원하는 좌 고유벡터들이 획득가능한 부분공간에 속하게 되는 경우에는 요구되는 좌 고유구조를 정확히 획득할 수 있도록 보장하

며, 요구되는 좌 고유벡터들이 획득가능한 부분공간에 속하지 않게 되는 경우에는 원하는 고유치들은 정확히 성취할 수 있게 하고 좌 고유벡터들은 최소자승의 관점에서 최적인 값들을 가지도록 보장한다[15]. 정리 1에 따르면 획득가능한 우 고유벡터 ϕ_i^a 는 부분행렬 $\{N_{\lambda_i}\}$ 의 열공간에 속해야 하며, 이러한 ϕ_i^a 들로 우모드행렬 Φ^a 를 구성하면 다음과 같다.

$$\Phi^a = [\phi_1^a, \phi_2^a, \dots, \phi_i^a, \dots, \phi_N^a] \quad (3.1)$$

그리고 ϕ_i^a 는 N_{λ_i} 의 열들의 일차결합으로 주어지므로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\phi_i^a = N_{\lambda_i} p_i \quad (3.2)$$

이때, (3.2)에서 $(m \times 1)$ 차원의 계수벡터 p_i 를 다음과 같이 정의되는 성능지표 함수를 최소화하도록 선택하게 되면 요구되는 좌 고유구조를 최적으로 성취하게 된다.

$$J = \|(\Psi^d)^T \Phi_{aug}^a P - I_N\| \quad (3.3)$$

(3.3)과 같이 주어지는 성능지표 함수의 최소화 문제는 결국 좌 및 우모드행렬들 사이의 상호 수직조건 $\Psi^d = (\Phi^a)^{-T}$ 를 만족하게 하는 계수벡터를 해석적으로 구하는 문제가 된다. (3.3)에서 $(mN \times N)$ 차원의 계수행렬 P 와 $(N \times mN)$ 차원의 확장된 획득가능한 우모드행렬 Φ_{aug}^a 는 다음과 같이 구성된다.

$$P = \text{block diag} [p_1, p_2, \dots, p_i, \dots, p_N] \quad (3.4)$$

$$\Phi_{aug}^a = [N_{\lambda_1}, N_{\lambda_2}, \dots, N_{\lambda_i}, \dots, N_{\lambda_N}] \quad (3.5)$$

그리고 $(N \times N)$ 차원의 요구되는 좌 고유벡터들로 구성된 요구 좌모드행렬 Ψ^d 는 참고문헌 [15]에 기술된 방법에 따라 가제어성 척도 및 외란 가역제성 척도를 제어 목적에 따라 적절하게 고려하여 설정할 수 있다. 따라서 (3.3)에서 Ψ^d 및 Φ_{aug}^a 는 사전에 알 수 있는 값들이 되므로 이 값들을 이용하여 Ψ^d 를 가장 최적으로 만족시키는 계수행렬 P 를 구할 수 있게 된다.

이 과정을 구체적으로 기술하면 다음과 같다. 먼저, (3.4)에서 P 의 임의의 한 원소인 계수벡터 p_i 는 성능지표 함수 J 를 최소화하도록 다음과 같이 결정된다.

$$p_i = (\Omega_i)^+ n_k \quad (3.6)$$

여기서, $(N \times m)$ 차원의 행렬 Ω_i 는 다음과 같이 주어지는 $(N \times mN)$ 차원의 행렬 $\{(\Psi^d)^T \Phi_{aug}^a\}$ 의 부분행렬이 된다.

$$[\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_i, \dots, \Omega_N] = \{(\Psi^d)^T \Phi_{aug}^a\} \quad (3.7)$$

그리고 벡터 n_k 는 행렬 $\{(\Psi^d)^T \Phi_{aug}^a\}$ 의 k 번째 부분행

렬에 대응하는 $(N \times N)$ 차원의 단위행렬의 k 번째 열에 해당한다. 따라서 이와 같이 구한 행렬 P 와 (3.5)의 Φ_{aug}^a 를 이용하면 획득가능한 우모드행렬 Φ^a 는 다음 식과 같이 구해진다.

$$\Phi^a = \Phi_{aug}^a P \quad (3.8)$$

획득가능한 좌모드행렬 Ψ^d 는 좌 및 우모드행렬들 사이의 상호 수직조건을 이용하여 위에서 구한 우모드행렬 Φ^a 로부터 다음과 같이 계산된다.

$$\Psi^d = (\Phi^a)^{-T} \quad (3.9)$$

마지막으로, 이러한 Ψ^d 를 성취하기 위한 상태 되먹임 이득행렬 K 는 행렬 S_{λ_i} 의 영공간과 위에서 구한 획득가능한 우모드행렬 Φ^a 를 이용하면 구할 수 있다.

1.3 동시 고유구조 지정기법

고유구조를 이용한 제어기 설계 문제에서는 좌 고유벡터들에 의해 지배되는 제어력의 효과적인 전달능력, 외란의 억제 능력, 그리고 우 고유벡터들에 의해 지배되는 외란의 분리 능력 모두 중요하기 때문에 이들을 모두 동시에 고려할 수 있는 제어기 설계 알고리즘이 필요하다. 그러나 이러한 좌 및 우 고유벡터들은 서로 수직인 관계를 가지고 즉, 이는 우 고유구조가 먼저 결정되면 이에 따라 좌 고유구조가 저절로 결정되고 그 반대의 경우도 마찬가지이므로 이러한 상호보순되는 제어목적들을 동시에 만족시키는 것은 불가능하게 알려져 있었으나 최소자승의 관점에서 가중치에 따라 좌 및 우 고유구조를 동시에 지정할 수 있는 새로운 동시 고유구조 지정기법이 Choi[17]에 의해 제안되었다. 이러한 서로 상충되는 요구조건들은 다음의 세 가지 조건식들로 표현될 수 있고, 이와 같은 세 가지 조건들을 동시에 최소자승의 관점에서 만족시키는 계수행렬 P 를 구하는 것이 본 제어기 설계의 핵심내용이 된다.

$$q_1[(\Psi^d)^T \cdot \Phi_{aug}^a P - I_N] = 0, \quad (3.10)$$

$$q_2 D_1 \cdot \Phi_{aug}^a P = 0, \quad (3.11)$$

$$q_3(D_2^T \hat{K} - \Phi_{aug}^a P \cdot S) = 0. \quad (3.12)$$

여기서, q_i 는 각 조건에 대한 가중치를 나타내고 $0 \leq q_i \leq 1$, ($i = 1, 2, 3$)이며 $\sum_{i=1}^3 q_i = 1$ 인 관계를 가진다. 그리고 $P \in C^{mN \times N}$ 는 위의 세 조건들을 만족시키도록 결정되어야 할 계수행렬이다.

(3.10)으로 주어지는 첫째 조건은 요구되는 좌모드행렬 $(\Psi^d)^T$ 와 획득가능한 우모드행렬 $\Phi_{aug}^a P$ 사이의 상호 수직조건을 나타낸다. 이 조건은 3절의 1.2항의 좌 고유구조 지정 알고리즘을 구성하는 조건이 된다. (3.11)로 표현되

는 둘째 조건은 수직 상태변수 선택행렬 D_1 과 획득가능한 우모드 행렬 $\Phi_{aug}^a P$ 사이의 수직조건을 나타내고 있는

데, 이 조건은 D_1 에 의해 선택되는 상태변수들로부터 외란을 분리해 내기 위하여 도입된 조건이다. 마지막으로 (3.12)로 표시되는 셋째 조건은 평행 상태변수 선택 행렬 D_2 와 $\Phi_{\text{aug}}^a P$ 사이의 평행 관계를 나타내는 조건으로, D_1 에 의해 선택된 상태변수들을 제외한 나머지 상태변수들에 의하여 첫째 조건에 의해 설계된 좌 고유구조를 최대한 보존하기 위하여 도입한 조건이다. 여기서, 행렬 \hat{K} 는 일차 결합 계수 행렬이며, $S = [s_1, s_2, \dots, s_n]$ 는 행렬 $\Phi_{\text{aug}}^a P$ 의 각 열벡터들을 S 의 각 원소 s_i 를 통하여 임의로 선택할 수 있도록 구성되며 D_2 의 i 번째 행벡터의 전치벡터(transpose)와 같게 된다. 그러므로 위의 세 조건들이 동시에 만족되면 요구되는 고유치들은 정확히 원하는 값을 갖도록 지정되고 좌 및 우 고유벡터들은 최소자승의 관점에서 가중치에 따라 최적인 방향을 가지도록 지정된다.

2. 견실 고유구조 지정기법

본 절에서는 견실 고유구조 지정기법에 관하여 간략히 기술한다. 먼저, 시스템의 각 파라미터 변동을 직접 고려한 직접 접근법에 대하여 기술한다. 다음으로, 고유구조에 의해 주어지는 시간역 성능 요건과 H_∞ 제어에 의하여 고려되는 주파수역에서의 견실 성능 요건을 결합하여 공동 최적 제어 설계기법에 대하여 기술하며, 마지막으로 LQR의 성능지수 함수를 통한 견실 고유구조 지정 문제를 언급한다.

2.1 시스템 변동함을 고려한 고유구조 지정기법

대부분의 제어시스템은 모델링을 단순화하는 과정에서 무시된 파라미터의 영향이나 비행제어시스템에서와 같이 급격한 가속도 및 속도의 증감, 이에 따른 급격한 연료 소비뿐만 아니라 갑작스럽게 일어나는 돌풍 등의 영향으로 인하여 시스템의 각 파라미터에 변화가 생기기도 한다. 이런 경우에 파라미터의 변동을 전혀 고려하지 않은 공칭 시스템에 대하여 일반적인 고유구조 지정법을 사용하여 제어기를 설계한다면 만족할 만한 성능을 기대하기 어렵다. 따라서, 최근에는 시스템의 파라미터에 변동이 발생하더라도 고유구조 지정법의 특성을 살리면서 시스템을 안정화시키는 제어기를 설계하기 위한 견실 고유구조 지정법 [33]-[37]에 관하여 많은 연구가 진행되고 있다. 견실 고유구조 지정법의 일반적인 방법은 어떤 주어진 문제에 대하여 적절한 구속 조건을 이용하여 원하는 고유구조와 페루프 시스템이 실제 가지는 고유구조 사이의 오차를 최소화하는 것이다. Wilson 등[33]은 Lyapunov 방정식과 고유구조 방정식의 구속조건 하에서, 원하는 고유구조와 실제 얻게 되는 페루프 시스템의 고유구조 사이의 오차를 최소화하는 방법을 제시하였다. 그리고, Sobel 등[34]과 Yu 등 [35]은 시스템의 파라미터에 변동성이 존재할 때, 페루프 시스템의 고유치의 실수부, 우 고유벡터 및 좌 고유벡터를 이용하여 시스템을 안정화시킬 수 있는 제어이득 범위에 대한 충분조건을 해석적으로 제시하였으며, 최근에는 여러 다른 연구자들에 의해 그 범위를 확장하기 위한 연구가 수행되고 있다.

시스템 변동함을 고려한 고유구조 지정기법의 결과를

간단하게 살펴보기 위하여 (2.1)의 선형 시불변 다변수 공칭 시스템을 고려하여, 공칭 시스템이 각각 $\Delta A(t)$ 와 $\Delta B(t)$ 로 표현되는 선형 시변 불확정성을 가지고 있다고 가정한다. $\Delta A(t)$ 와 $\Delta B(t)$ 가 $t \in (-\infty, \infty)$ 에서 연속이라고 가정하고 공칭 페루프 시스템이 원하는 동적 특성을 가지도록 하는 되먹임 이득 행렬 $F \in R^{m \times r}$ 가 주어질 때, 불확정성을 가진 페루프 시스템은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\dot{x}(t) = (A + BFC)x(t) + \Delta A(t)\Delta B(t)FCx(t) \quad (3.13)$$

안정도 견실성 문제에 대해 Sobel 등[34]에 의해 제시된 해는 다음 조건을 만족하면 불확정 페루프 시스템이 모든 $\Delta A(t)$ 와 $\Delta B(t)$ 에 대해 점근적으로 안정하다는 것이다.

$$\alpha < \lambda_{\max}[(M^{-1})^+ [A_{\max} + B_{\max}(FC)^+] M^+] \quad (3.14)$$

여기서, $\alpha = -\max \operatorname{Re}[\lambda_i(A + BFC)]$, $(\cdot)^+$ 는 (\cdot) 의 요소들을 그들의 절대값으로 대치한 행렬, M 은 $(A + BFC)$ 의 모드 행렬, 그리고 음이 아닌 행렬 $\lambda_{\max}(\cdot)$ 은 모든 고유치 λ_i 에 대해 $\lambda_{\max} \geq |\lambda_i|$ 인 음이 아닌 실수 고유치 $\lambda_{\max} \geq 0$ 를 나타낸다.

위의 조건은 공칭 페루프 시스템의 고유구조 관점에서 안정도 견실성 확보를 위한 충분조건이다. 그 이외에도 시스템의 특이값 민감도(singular value sensitivity)[36]나 고유벡터의 미분값[37]을 이용하여 고유구조 지정법의 견실성을 확보하기 위한 연구들이 수행되었다.

2.2 H_∞ 제어기법을 이용한 견실 고유구조 지정기법

잘 알려진 표준 H_∞ 제어기법은 페루프 시스템의 안정도를 보장하기 위해 외란과 제어출력 사이의 전달함수의 무한대 놈(norm)을 최소화하는 되먹임 이득을 구하는 문제이다. 그러나 제어 설계의 실제적인 관심분야는 페루프 고유치에 의해 주로 좌우되는 시간역 성능 요건이다.

표준 H_∞ 제어 설계가 우선적으로 페루프 안정도와 주파수역 성능 요건을 다루는 반면에, 과도응답에 관해서는 거의 언급하지 않고 있다. 그러므로, 고유구조에 의해 제공되는 시간역 성능 요건과 H_∞ 제어에서 고려된 주파수역에서 견실 성능 요건을 결합하는 것이 매우 유용하며, 이로부터 공동 최적 견실성을 확보할 수 있게 된다. 견실 성능 지수는 H_∞ 최적화에서 널리 이용되고 있는 주파수역에서 페루프 시스템의 감도 함수의 결합형태로 고려된다 [38]-[40]. 유전자(genetic) 알고리즘과 경사기반(gradient-based) 최적화 기법이 견실 고유구조 지정 문제에서 광역(global) 최적해를 얻는데 이용된다[41]-[42].

그림 2에 도시된 구조화되지 않은 곱셈형 출력 섭동 Δ 를 가진 제어시스템에 대하여, 시간역 성능과 견실 성능은 혼합 감도 행렬의 H_∞ 놈 구속조건들로서 다음과 같이 고려할 수 있다.

$$J_H = \sup_{\omega \in F} \bar{\sigma} \left\{ \begin{bmatrix} S \\ C_{KS} \end{bmatrix} \right\} \quad (3.15)$$

여기서, $S = (I - GK)^{-1}$, $C_{KS} = -K(I - GK)^{-1}$, $G = (j\omega I - A)^{-1}B$ 이고, F 는 관심있는 주파수 영역이다. $\bar{\sigma}[\cdot]$ 는 행렬 $[\cdot]$ 의 최대 특이값을 나타내고, S 는 감도 함수이다. 그러므로, (3.15)의 최소화 문제는 다음과 같이 안정한 제어기 K 의 전체 집합을 구하는 것으로 나타낼 있다.

$$\min_K J_H \quad (3.16)$$

실제로, 성능지수 J_H 에 대한 가중행렬 \tilde{W}_1 과 \tilde{W}_2 는 다음과 같이 표현된다.

$$J_{HW} = \sup_{\omega \in F} \bar{\sigma} \left\{ \begin{bmatrix} \tilde{W}_1 S \\ \tilde{W}_2 C_{KS} \end{bmatrix} \right\} \quad (3.17)$$

가중행렬 \tilde{W}_1 과 \tilde{W}_2 는 저주파수대에서는 $\tilde{W}_1 S$ 가 지배적으로, 고주파수대에서는 $\tilde{W}_2 C_{KS}$ 가 지배적이 되도록 정한다. 이 최적화 문제의 목표는 성능향상, 즉 고주파수대에서 구조화되지 않은 곱셈형 오차에 대하여 견실 안정성을 향상시키는 동시에 저주파수대에서 외란을 분리해내고자 하는 것이다. 앞 장에서 언급한 바와 같이 제어기 K 는 고유값으로 구성된 대각행렬 Λ 와 우 고유벡터로 구성된 우 모드행렬 Φ 에 의해 결정된다. 성능지수 J_H 를 Λ 와 Φ 의 항으로 나타내면, 결국 견실 최적화 문제는 다음과 같이 된다.

$$\min_{A, \Phi} J_H \quad (3.18)$$

그러므로, 이 문제는 시간역 및 주파수역 성능 요구조건을 모두 고려할 수 있다. 이와 같이 해서, 고유치 위치를 잘 지정할수록 견실성 또한 나아지게 된다. 안정도 견실성과 성능 견실성 모두를 얻기 위해 고유구조 지정의 여분의 자유도가 견실 성능 지수를 최적화하는데 이용될 수 있다.

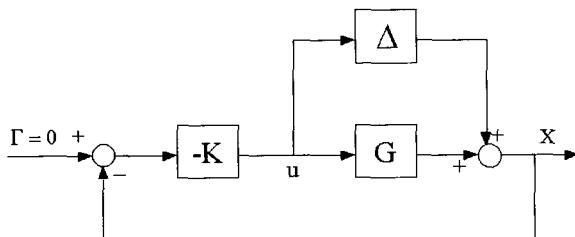


그림 2. 구조화되지 않은 곱셈형 출력 섭동을 가진 제어시스템의 블록 선도.

Fig. 2. Block diagram for a control system with unstructured multiplicative output perturbation.

2.3 LQR과 고유구조 지정기법과의 결합

몇몇 연구자들은 LQR의 성능지수 함수를 통하여 견실 고유구조 문제를 다루었다[43]~[47]. 중요한 아이디어는 결과로서 주어지는 최적 제어 법칙이 가격함수를 최소화 할 뿐만 아니라 폐루프 시스템의 고유공간 정보를 미리 정한 어떤 위치들로 배치할 수 있도록, 성능지수 함수의 가중 행렬을 적절히 선택하는 것이다.

Wilson과 Cloutier[46]는 바람직한 고유치와 고유벡터에 대해 부분적으로 요구되는 고유구조를 만족시키면서 동시에 가격함수를 최소화하는 기법을 제안하였으며, Broussard [47]는 되먹임 이득행렬을 포함하는 가격함수를 최소화하는 알고리즘을 제안하였다. 그러나 이러한 방법들은 고유구조 전체를 임의로 지정하지 못하는 한계를 가지고 있다.

최근에 Choi와 Seo[48]~[52]는 선형 다입출력(MIMO) 시스템에 대한 LQR의 안정도-견실성 특성을 보장하면서 동시에 원하는 고유구조를 지정할 수 있는 유용성을 가진 고유구조와 LQR을 결합한 새로운 제어방법에 대한 연구 결과를 발표하였다. Choi와 Seo의 연구결과를 간략하게 기술하면 다음과 같다.

먼저, 최적인 LQR 이득 $K = R^{-1}B^T P$ 를 개루프 시스템에 적용하면 폐루프 시스템은 다음과 같이 된다.

$$\dot{x} = (A + BR^{-1}B^T P)x \quad (3.19)$$

이때, 획득가능한 폐루프의 고유치 λ_i 는 행렬 $A + BR^{-1}B^T P$ 의 고유치로 주어진다. 그리고, 획득가능한 우 고유벡터 ϕ_i 는 다음 식의 해로서 구해진다.

$$[\lambda_i I - (A + BR^{-1}B^T P)] \phi_i = 0 \quad (3.20)$$

여기서, 행렬 A 와 B 는 시스템이 정해지면 고정되므로 폐루프 시스템의 고유구조를 바꾸려면 행렬 R 및 P 의 조정에 의해서만 가능하게 된다. 그러나 P 는 대수 Riccati 방정식의 양의 한정인 해로 주어지며 동시에 Q 와 R 의 합수가 된다.

먼저, 개루프 시스템을 변환행렬 T 를 이용하여 다음과 같이 변환한다.

$$\begin{aligned} \bar{A} &= T^{-1}AT \\ \bar{B} &= T^{-1}B = \begin{bmatrix} I_m \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.22)$$

여기서, $\text{rank } \bar{B} = m$ 이다. 변환된 시스템에 대하여 폐루프 시스템의 고유구조를 지정할 수 있는 P 및 R 의 구조는 다음과 같이 된다.

$$P = \begin{bmatrix} RK_1 & RK_2 \\ RK_2^T & I_m \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} 1 & \frac{k_3 - k_2}{k_1 - k_4} \\ \frac{k_3 - k_2}{k_1 - k_4} & 1 \end{bmatrix}$$

여기서, K_1 은 변환된 시스템이 원하는 고유공간 정보를 지니도록 하는 다음과 같은 이득행렬의 부분행렬이 된다.

$$K = \begin{bmatrix} K_1 & | & K_2 \\ m \times m & & m \times (N-m) \end{bmatrix}$$

그리고, k_1, k_2, k_3, k_4 는 K_1 의 각 요소들을 나타낸다.

현재, 제안한 제어방법에 대한 주파수역 특성에 대한 연구[53][54]와 더불어 관련 제어이론 및 응용에 관한 연구가 계속 진행되고 있다.

3. 고장감지를 위한 고유구조 지정기법

본 절에서는 동적 시스템에서 고장 감지 및 분리에 대해서 고유구조 지정기법 적용 결과들을 기술한다. 또한, 관측기 설계 문제에 제어기의 쌍대문제로서 고유구조 지정법을 이용한 결과들을 소개하고, 좌 고유구조 지정기법에 의한 고장분리 필터 설계를 위한 최근의 방법을 기술한다.

3.1 고유구조 지정기법을 이용한 잔차 생성기법

미지 입력 관측기를 이용한 고장 감지에 대해서 다양한 접근법들이 최근에 수행되었다. 대다수 접근법들의 기본적인 원리는 외란과 독립된 상태 추정 오차를 만드는 것이다. 고유구조 지정에 의한 관측기 설계는 Tsui[55], Sobel과 Banda[56], 그리고 Burrows와 Patton[57]에 의해 보고되었다.

잔차 생성과 응답에 대해 알아보기 위해 다음과 같이 미지 입력 항이 첨가된 연속 시스템을 고려하자.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + R_1f(t) + Ed(t) \quad (3.23)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) + R_2f(t) \quad (3.24)$$

여기서, $x(t) \in R^n$ 은 상태 벡터, $y(t) \in R^m$ 은 출력 벡터, $u(t) \in R^m$ 은 기지(known) 입력 벡터, 그리고 $d(t) \in R^q$ 는 미지(unknown) 입력(또는 외란) 벡터, $f(t) \in R^q$ 는 미지 시간 함수로 고려된 고장 벡터를 나타낸다. A, B, C, D 및 E 는 각각 적합한 차원을 가진 알려진 행렬들이다. 행렬 R_1 과 R_2 는 시스템 고장이 감지되고 분리되는 곳을 설계자가 알아내었다고 가정했을 때의 고장분포 행렬이다. 또한, 행렬 E 는 완전 열계수(full column rank)를 갖는다고 가정한다.

전차수 관측기에 기초한 잔차 생성기는 다음과 같이 표현된다.

$$\hat{x}(t) = (A - KC)\hat{x}(t) + (B - KD)u(t) + Ky(t) \quad (3.25)$$

$$\hat{y}(t) = c\hat{x}(t) + Du(t) \quad (3.26)$$

$$r(t) = Q[y(t) - \hat{y}(t)] \quad (3.27)$$

여기서, $r \in R^p$ 는 잔차 벡터, \hat{x} 와 \hat{y} 는 각각 상태와 출력 추정치이다. 행렬 $Q \in R^{p \times m}$ 은 잔차에 대한 가중 인자이다. 잔차는 출력 추정치 오차의 선형 변환으로, 잔차 차원 p 는 출력 차원 m 보다 작다. 때문에 선형독립인 여분의 잔차 요소가 FDI(Fault Detection & Isolation)에 유

용한 다른 정보를 주지는 못한다.

(3.25)-(3.27)의 잔차 생성기가 (3.23)-(3.24)의 시스템에 인가되면, 상태 추정치 오차와 잔차는 다음 식에 의해 지배를 받게 된다.

$$\dot{e}(t) = (A - KC)e(t) + Ed(t) + R_1f(t) - KR_2f(t) \quad (3.28)$$

$$r(t) = He(t) + QR_2f(t) \quad (3.29)$$

여기서, $H = QC$ 이다. 잔차와 외란에 Laplace 변환을 적용하면 잔차 응답은 다음과 같다.

$$r(s) = QR_2f(s) + H(sI - A + KC)^{-1}(R_1 - KR_2)f(s) + H(sI - A + KC)^{-1}Ed(s) \quad (3.30)$$

잔차 $r(t)$ 와 상태추정치 오차는 시스템에 고장오차가 없을 때라도 0은 아니다. 잔차 $r(t)$ 를 외란에 독립적으로 만들기 위해서는 잔차와 외란 사이의 전달함수의 각 요소를 0으로 만들 필요가 있다. 즉,

$$G_{rd}(s) = QC(sI - A + KC)^{-1}Ed(s) = 0 \quad (3.31)$$

이것은 선형 제어 이론에서 잘 알려진 “출력을 0으로 만드는 문제” [58]의 특별한 경우에 해당된다. E 를 알고 있다면 남은 문제는 (3.31)을 만족하는 행렬 K 와 Q 를 찾는 문제로 되고, 이것은 FDI 성능을 최적화하는 적합한 고유치를 선택하는 문제가 되기도 한다.

고유구조 지정기법을 이용한 직접적 접근법은 관측기의 몇몇 좌 고유벡터를 외란의 분포 방향에 수직이 되도록 지정한다. 이렇게 하면 잔차는 외란에 대하여 독립적이 되도록 만들어질 수 있다[56].

3.2 제어기의 쌍대 개념을 이용한 고장감지 기법

한편, 관측기 설계 문제에 제어기의 쌍대(dual) 문제로서 고유구조 지정기법이 사용되어 왔다[29][56][59]. 즉, 제어기에서의 우(좌) 고유구조는 관측기에서는 좌(우) 고유구조에 대응되므로 이러한 관계에 기초하여 관측기 설계문제에서는 주로 좌 고유구조의 지정에 관한 연구가 수행되었다. 쌍대 개념을 적용하면 관측기의 좌 고유치 문제는 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$\{\psi_i^T(A - HC)\}^T = (A^T - C^T H^T) \psi_i = \lambda_i \psi_i \quad (3.32)$$

결과적으로 관측기의 좌 고유구조는 제어기 설계에 있어서 우 고유구조와 같다. 그러므로 관측기의 좌 고유구조를 원하는 값 및 방향을 갖도록 설정하기 위해서는 먼저 관측기 시스템에 쌍대 개념을 적용하여 제어기 설계문제와 같은 놓고 관측기의 좌 고유구조를 지정한다.

Patton 등[60]은 견실한 고장 검출 필터 설계에 좌 고유구조 지정기법(제어기 설계시의 우 고유구조 지정기법에 해당)을 도입하였다. Park과 Rizzoni[61]는 고장 검출 필터 설계시에 검출공간(detection space)의 개념을 적용하였으며, Burrows와 Patton[62]은 최적 외란 분리 또는 시스템

에 작용하는 초기 외란의 영향을 최소화시키는 문제에 좌고유구조를 이용하였다.

3.3 좌 고유구조 지정기법을 이용한 고장분리 필터 설계법

Liu와 Si[63]는 새로운 고장검출 필터 설계 방법을 제안하였는데, 제안된 필터는 그 목적을 근사적으로 동시 다발적인 고장을 하나의 전상태 관측기를 통하여 분리하는데 두고 있다. Choi와 Lee[64]는 좌 고유구조 지정 개념을 관측기에 도입한 새로운 고장분리 필터 설계법을 제안하였다. 시스템의 모드 분석에 착안하여, 1차적으로 좌모드 행렬 Ψ 를 지정하여 고장입력들이 서로 분리되도록 하였고, 다시 잔류오차 행렬 R 을 지정하여 우모드행렬 Φ 와 출력행렬 C 를 거치는 동안 다시 뒤섞여질 고장입력을 2차적으로 분리하도록 구성하였다. 또한 고장분리가 성립되기 위해 요구되는 조건들을 제시하고, 이 조건들을 만족시키는 고유구조 지정기법을 새로이 제안하였다.

좌 고유구조 지정기법을 이용한 고장분리 필터 설계 방법을 간단하게 기술하면 다음과 같다. 먼저, 다음과 같이 표현되는 고장분리 필터(관측기) 방정식을 고려한다.

$$\begin{aligned}\hat{x}(t) &= A\hat{x}(t) + Bu(t) + H(y(t) - C\hat{x}(t)), \\ \hat{x}(t_0) &= \hat{x}_0 \\ r(t) &= R(y(t) - C\hat{x}(t))\end{aligned}\quad (3.34)$$

여기서 $r(t) \in R^m$ 은 잔류오차 벡터이다.

이제 $\varepsilon = x - \hat{x}$ 를 상태 추정 오차라 두면, 잔류오차 $r(t)$ 는 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{\varepsilon}(t) = (A - HC)\varepsilon(t) + Ef(t), \quad \varepsilon(t_0) = x_0 - \hat{x}_0 \quad (3.35)$$

$$r(t) = RC\varepsilon(t) \quad (3.36)$$

여기서 $\varepsilon(t_0)$ 는 상태추정의 초기 오차이다. 적절한 차원의 행렬 H 와 R 을 선정하면 잔류오차의 i 번째 요소는 i 번째 고장에 의해서만 근사적으로 영향을 받게 된다. (3.35) 및 (3.36)으로 기술되는 관측기를 고려하면 잔류오차 $r(t)$ 는 다음의 식과 같이 시간응답에 대한 식으로 다시 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned}r(t) &= RCe^{(A-HC)(t-t_0)}\varepsilon(t_0) \\ &\quad + RC \int_{t_0}^t e^{(A-HC)(t-\tau)}Ef(\tau)d\tau\end{aligned}\quad (3.37)$$

여기서 초기 상태 추정오차 $\varepsilon(t_0)$ 는 미지수로 가정한다. 만일 $(A - HC)$ 의 고유치들이 음의 실수부를 가지도록 H 를 설계하면 초기 추정오차의 영향은 시간 t 가 무한대로 접근함에 따라 사라지게 된다. 따라서 위의 (3.37)은 다음과 같이 더 단순화된 식으로 표시할 수 있다.

$$r(t) = RC \int_{t_0}^t e^{(A-HC)(t-\tau)}Ef(\tau)d\tau \quad (3.38)$$

고장 $f(t)$ 에 기인한 주어진 시스템의 응답은 우 및 좌모드 행렬을 사용하여 표현하면 다음과 같다[64].

$$x(t) = RC\Phi \int_{t_0}^t e^{A(t-\tau)}\Psi^T Ef(\tau)d\tau \quad (3.39)$$

여기서 A 는 원하는 고유치들이 대각선상에 배치된 대각행렬이고, Φ 와 Ψ 는 각각 주어진 시스템의 우 및 좌모드 행렬이다. 결국 고장분리 필터의 설계 문제는 (3.39)에서 알 수 있는 바와 같이 초기오차 항의 영향을 줄이면서 고장 분리가 성립되도록 설계 파라미터 행렬 H 와 R 을 선정하는 문제가 된다.

4. 분산 고유구조 지정기법

본 절에서는 대규모 시스템의 분산 고유구조 지정에 대하여 기술한다. 분산 극점 배치기법과 부분 고유구조 지정기법, 그리고 분산출력 되먹임을 이용한 고유구조 지정기법에 대하여 간략하게 서술한다.

대규모 시스템의 분산제어는 경제성의 원리에서 대규모 시스템을 여러 개의 부시스템들로 나누고 나뉘어진 각 부시스템에 대하여 제어기를 설계하는 개념의 제어법칙이다. 전력 공급 시스템이나 전체 공정 시스템과 같이 시스템이 거대해지면 전체 시스템에 대하여 제어기를 설계한다는 것은 비용 문제와 더불어 현실적으로 불가능한 경우가 종종 있다[65]. 이러한 경우, 각 부시스템의 상태변수가 되먹임 상태변수가 되는 제어기를 설계하는 것이 경제적이고 현실적이다. 그러나, 부시스템간의 내부 간섭(interaction)에 의하여 전체 시스템의 응답은 부시스템들만 가지고는 예측할 수 없다.

이러한 대규모 시스템에 대한 분산제어 기법으로서 고유구조 지정기법을 활용한 다음의 세 가지 유형의 방법들이 연구되고 있다. 먼저, 분산 극점 배치기법은 각 부시스템의 극점을 설계자가 지정하는 방법으로 각 부시스템의 극점을 원하는 대로 지정할 수 있는 장점이 있지만 고유벡터의 특성을 제어기 설계에 적용할 수는 없다. 그러나, 모든 부시스템의 극점과 동시에 전체 시스템의 극점까지 모두 지정할 수 있어 실제 시스템에 대해 많이 적용되어 왔다[66]~[68]. 다음으로, 부분 고유구조 지정기법은 전체 고유구조에서 시스템의 응답을 지배하는 임의의 고유구조만을 지정하는 기법으로, 지정할 수 있는 고유구조의 수가 한정되는 반면 정확한 고유구조의 지정이 가능하다는 점에서 효과적이다[69]. 마지막으로, 분산 출력 되먹임을 이용한 고유구조 지정기법은 각 부시스템의 출력이 각 부시스템에 되먹임되는 제어 구조를 가지며, 모든 고유구조를 정확하게 지정하는 것은 불가능하며 수치 해석적인 방법을 사용하는 것이 유효한 것으로 알려져 있다[70].

분산 출력 되먹임을 이용한 고유구조 지정기법을 기술하기 위하여 다음과 같은 분산 시스템을 고려한다.

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + \sum_{i=0}^{\nu} B_i u_i(t), \\ y_i &= C_i x(t), \quad i=1, \dots, \nu\end{aligned}\quad (3.40)$$

여기서 $x(t) \in R^n$ 은 상태, $u_i(t) \in R^{m_i}$, $y_i(t) \in R^{r_i}$ 는 각각 i 번째 부 제어시스템의 입력 및 출력이다. 행렬 A , B_i 와 C_i , $i=1, 2, \dots, \nu$ 는 각각 적합한 크기를 가진

실수이고 상수인 행렬들이다.

이 시스템에 대하여 분산 제어법칙 $u_i = F_i C x(t)$, $F_i \in R^{m_i \times r_i}$, $i=1, \dots, \nu$ 을 인가하면 폐루프 시스템은 다음과 같이 구성된다.

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= \left(A + \sum_{i=1}^{\nu} B_i F_i C_i \right) x(t) \\ &= (A + BFC)x(t)\end{aligned}\quad (3.41)$$

여기서, $B = [B_1 \ \cdots \ B_\nu] \in R^{n \times m}$, $m = \sum_{i=1}^{\nu} m_i$,

$F = \text{Block diag } [F_1 \ \cdots \ F_\nu] \in R^{m \times r}$,

$$C = \begin{bmatrix} C_1 \\ \vdots \\ C_\nu \end{bmatrix} \in R^{r \times n}, \quad r = \sum_{i=0}^{\nu} r_i.$$

분산 시스템의 고유치 지정을 위해서는 다음의 정리가 필요하다.

정리 2[70] : μ_i 를 폐루프 시스템의 고유치라 하고, $\{\mu_i, i=1, \dots, k\} \cap \Lambda(A) = \emptyset$ 이면 다음이 성립한다.

1) μ_i 가 실수이면, $p_i \in R^m$, 그리고 $\mu_i = \mu_j^*$ 이면 $p_i = p_j^* \in C^m$.

2) $[I - FH(\mu_i)]p_i = 0$, $i=1, \dots, k$,

$$H(s) = C(sI - A)^{-1}B.$$

벡터 $p_i \in C^m$ 가 정리 2의 조건을 만족한다면, μ_i 와 관계있는 폐루프 시스템의 고유벡터는 다음과 같이 주어진다.

$$v_i = (\mu_i I - A)^{-1}Bp_i \quad (3.42)$$

A 의 고유치들이 서로 다를 때, $\{\lambda_i, i=1, \dots, k\} \subset \Lambda(A)$ 과 v_i, w_i 를 각각 A 의 우 및 좌 고유벡터라 하고 T 를 다음과 같이 정의한다.

$$T = \begin{bmatrix} (C_1 v_1)^T \otimes (w_1^T B_1) & \cdots & (C_\nu v_1)^T \otimes (w_1^T B_\nu) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ (C_1 v_k)^T \otimes (w_k^T B_1) & \cdots & (C_\nu v_k)^T \otimes (w_k^T B_\nu) \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

여기서, $M \otimes V$ 는 M 과 V 의 Kronecker 곱을 나타낸다.

$\text{rank}(T) = k$ 이면, 분산 시스템의 제어이득 F 가 존재하게 되고 다음과 같이 주어진다.

$$F_i = E_i[p_1, \dots, p_k][H_i(\mu_1)p_1, \dots, H_i(\mu_k)p_k]^{-1} \quad (3.44)$$

한편, 분산 시스템의 고유벡터 지정 문제는 다음 식을 최소화하는 매개변수 p_i 를 구하는 문제가 된다.

$$\min_{p_i, i=1, \dots, k} \sum_{i=1}^k (v_i(p_i) - v_i^d) W_i (v_i(p_i) - v_i^d) \quad (3.45)$$

분산 시스템의 고유구조 지정기법은 분산 시스템의 구조적인 문제로 인해 기존의 고유구조지정기법을 적용하기

에 자유도가 부족한 형태이기 때문에 정확한 고유구조의 지정이 어렵다. 따라서 이러한 문제를 해결하기 위한 연구가 계속 진행되고 있다.

5. 선형 시변시스템을 위한 고유구조 지정기법

본 절에서는 선형 시변시스템에 대한 고유구조 지정 문제에 대하여 기술한다. 선형 시변시스템에 대한 일반적인 고유치 개념과 고유벡터 개념을 설명하고, 최근의 연구결과를 제시한다.

선형변환(linear transformation)의 고유치 및 고유벡터는 선형 시불변 시스템의 해석에 대단히 중요한 역할을 한다. 특히, 시스템의 안정성 판단이나 시스템 변환 등에 대단히 유용하다. 그러나 선형 시변시스템의 경우, 시스템 행렬 $A(t)$ 의 매 순간의 고유치 정보로는 선형 시변시스템의 안정성을 결정할 수 없다는 사실은 이미 잘 알려져 있다[71].

Wu[71]는 선형 시변시스템에 대한 일반적인 고유치 개념으로 생각되는 X-고유치를 제안하였으나, 이 X-고유치 개념은 고유치와 대응하는 고유벡터가 유일한 짙을 이루지 않는다는 문제점을 가지고 있어서 시변시스템의 해석상의 문제를 유발할 수 있다. 그 외에도 Richards[72]는 선형 주기 시스템에 대한 플로켓 특성 지수(floquet characteristic exponent)를 연구하여 선형 주기 시변시스템의 해석에 공헌하였으며, Nemytskii와 Stepanov[73]는 Lyapunov 특성 지수에 대하여 연구하였고, Kamen[74]은 시변 영점과 극점의 개념을 제안하였으며, Zhu와 Morales[75]는 co-eigenvalue 개념을 발표하였다. Zhu와 Johnson[76]은 SD와 PD-eigenvalue 개념을 이용하여 조직적이며 정확도가 높은 플로켓 특성 지수를 밝혀 내었으며, Tsakalis와 Ioannou[77]는 그들이 제안했던 확장된 고유치 개념을 이용하여 선형 시변시스템의 극점배치 문제를 제안하였다.

최근에 Kamen[78]에 의해 선형 시변시스템의 고유구조에 대한 개념이 제시되었다. Zhu는 선형 시변시스템에 대한 고유치/고유벡터를 정의[79]하였고, 선형 시변시스템의 고유치를 이용한 안정도 판별법[80]에 관한 내용을 발표하였다. 더 나아가 우 PD-고유구조 지정기법[81]을 제안하였다. 더 최근에 Choi 등은 Zhu에 의해서 제안된 선형 시변시스템의 고유구조 개념을 이용하여 시스템의 안정화 조건[82]과 가지어성 및 기관축성 척도[83][84]를 새로이 제안하였다. 또한 현재 제시된 선형 시변시스템에 대한 고유구조 지정기법은 제어 이득이 모두 고유치를 옮기는데 사용되는 단점이 있다는 것을 발견하고, 이러한 단점을 극복하고 제어 성능을 만족하도록 하는 고유구조 지정기법에 대한 연구를 최초로 수행하였다[85]-[87]. Sylvester 방정식을 이용한 선형 시변시스템의 고유구조 지정기법에서 이득행렬은 선형 시변시스템의 PD-고유치는 정확하게 지정하고, 우PD-모드행렬은 최소자승의 관점에서 최적으로 배치하게 된다.

Sylvester 방정식을 이용한 선형 시변시스템의 고유구조 지정기법을 간단히 소개하면 다음과 같다. 먼저, 다음 식과 같이 주어지는 n 차 스칼라 선형 시변 동적 시스템을

고려한다.

$$\begin{aligned} y'' + \alpha_n(t)y^{(n-1)} + \dots + \alpha_2(t)\dot{y} + \alpha_1(t)y &= 0 \\ y^{(k)}(t_0) = y_k &; k=0, 1, \dots, n-1 \end{aligned} \quad (3.46)$$

(3.46)의 해 $\{y_i(t)\}_{i=1}^n$ 은 $\{y_i(t) = \exp(\int \rho_i(t) dt)\}_{i=1}^n$ 이다. 여기서 $\rho_i(t)$ 는 PD-고유치라 정의한다.

표준 좌표변환 행렬 $V(t)$ 는 PD-고유치 $\{\rho_k(t)\}_{k=1}^n$ 에 대응되는 모드 표준 행렬(modal canonical matrix)이라고 불린다. $V(t)$ 의 열벡터 $v_i(t)$ 는 다음의 식을 만족한다.

$$A_c(t)v_i(t) - \rho_i(t)v_i(t) = \dot{v}_i(t) \quad (3.47)$$

그리고 $U(t) = V^{-1}(t)$ 의 행벡터 $u_i^T(t)$ 는 다음 식을 만족한다.

$$u_i^T(t)A_c(t) - \rho_i(t)u_i^T(t) = -\dot{u}_i^T(t) \quad (3.48)$$

따라서, $v_i(t)$ 와 $u_i^T(t)$ 를 각각 $\rho_i(t)$ 에 대응된 $A_c(t)$ 와 D_a 의 우 PD-고유벡터(right PD-eigenvector), 좌 PD-고유벡터(left PD-eigenvector)라고 정의한다.

주어진 시스템을 Lyapunov 변환을 통하여 시스템 행렬 $A(t)$ 가 동반행렬 $A_c(t)$ 의 형태로 되도록 변환한 후, 변환된 시스템에 대하여 요구되는 폐루프 시스템의 PD-고유치들로 구성된 $Y(t)$ 와 요구하는 우PD-모드행렬 $V_d(t)$ 를 선정한다. 그리고, 선정된 $Y(t)$ 와 $V_d(t)$ 를 미분 Sylvester 방정식에 대입하여 매개행렬 $H(t)$ 를 다음 식을 이용하여 계산한다.

$$\begin{aligned} H(t) &= -B^+(t)(A_c(t)V_d(t) \\ &\quad - V_d(t)Y(t) - \hat{V}_d(t)) \end{aligned} \quad (3.49)$$

여기서, $B^+(t)$ 는 $B(t)$ 의 의사역행렬을 나타낸다.

$V_d(t)$ 를 구하기 위해서 (3.49)에서 구한 $H(t)$ 를 사용하여 다음과 같이 주어지는 미분 Sylvester 방정식을 푼다.

$$A_c(t)V_d(t) - V_d(t)Y(t) + B(t)\hat{H}(t) = \hat{V}_d(t) \quad (3.50)$$

이득행렬 $\bar{K}(t)$ 는 다음 식으로부터 구할 수 있다.

$$\bar{K}(t) = \hat{H}(t)V_d^{-1}(t) \quad (3.51)$$

$\bar{K}(t)$ 는 Lyapunov 변환을 통하여 변환된 시스템에 대한 이득행렬이므로 다시 Lyapunov 역변환을 통하여 원 시스템에 대한 이득행렬 $K(t)$ 를 구한다. 이렇게 구한 이득행렬 $K(t)$ 는 선형 시변시스템의 PD-고유치는 정확하게 지정하고, 우 PD-모드행렬은 최소자승의 관점에서 최적으로 배치하게 된다.

6. 기타 고유구조 지정기법 연구동향

본 절에서는 앞에서 언급한 연구 주제 외에 다른 고유구

조 지정 분야로서 파라미터, 저감도, 다목적, 이산 데이터, 그리고 descriptor 시스템에 대하여 적용된 내용들을 간략하게 소개한다.

먼저, 파라미터 고유구조 지정기법은 특이값 분해를 이용하여 고유벡터의 파라미터 표현과 일반화된 고유벡터를 유도한다. 이러한 파라미터 표현에 기초를 둔 제어기 형태 [88]-[90]는 저감도와 견실 고유구조 지정 문제 모두의 기초가 된다. 다음으로, 저감도 고유구조 지정기법에서 고유치 조건 척도[91][92]는 동적 시스템의 좌, 우 고유벡터의 관점에서 정의되고 이용된다. 또한, 직접 고유구조 지정 [93]과 재귀 고유구조 지정[94]을 이용한 저감도 고유구조 지정을 포함하고 있으며 널리 사용되고 있다. 한편, 다목적 제어시스템 설계 방법은 상충되는 많은 제어목적들을 동시에 만족시키는 것을 목적으로 하는데 이를 위하여 고유구조 지정기법이 이용되기도 한다[40][95]. 다목적 성능 지수는 시간역에서 개개의 고유치 감도와 주파수역에서 여러 가지의 함수를 포함하여 많은 제어목적들을 동시에 고려할 수 있도록 설정된다[96]. 그리고, 이산 시스템에 대한 고유구조 지정기법은 single-rate 경우 연속시간과 플랜트의 이산시간 모두에 대하여 유효한 단일화된 델타(delta) 모델로 확장하여 시스템에 적용한 결과가 보고되어 있으며[97][98], multi-rate의 경우에는 더 많은 고유치와 고유벡터의 요소가 임의로 지정될 수 있도록 여분의 자유도를 제공하므로, 고유치 및 고유벡터 지정 또는 모델 분리를 보다 더 완벽하게 수행할 수 있다[99][100].

마지막으로, 선형 다변수 descriptor 시스템에 대해서는 고유구조 지정기법이 성립하기 위한 필요 충분조건이 대수적인 접근법을 이용하여 제안되었고[101][102], 기하학적 접근법[103]과 유사 변환 접근법[104]이 상태 되먹임을 이용하여 descriptor 시스템의 고유치를 지정하는 것에 적용한 연구들이 수행되었다.

7. 고유구조 지정기법의 응용 사례들과 최신의 연구성과

본 절에서는 고유구조 지정기법이 실제 응용된 여러 가지 사례에 대하여 간략히 언급하고 고유구조 지정기법에 관한 가장 최신의 연구성과들을 소개한다.

고유구조 지정기법은 다양한 종류의 실제적인 다변수 제어시스템, 예를 들면, 헬리콥터[27][39], 비행기[19][23][105], 미사일[24], 발전기 전압 조정기[106], 그리고 기계 시스템들[107][108]에 적용되었다. 헬기 제어시스템 설계에 대한 모드 분리, 안정화 및 견실성 향상 문제[65], 안정화 및 응답의 분리[109] 등 내부 루프(inner-loop) 제어 법칙을 설계하는 문제와 직접적으로 바람직한 응답 형태를 설계[27]하는 데에도 이용되었다. 또한, 고유구조 지정기법은 L-1011 비행기의 횡동역학에 대한 출력 되먹임 제어기 설계[14][15]와 중거리 공대공 미사일의 자동조종장치(autopilot) 설계에 적용되었다[24].

최근에 선형화된 전투기 모델[48][52]과 1/2 자동차 현가장치 모델[49][51]에 대하여 고유구조와 LQR을 결합한 제어방법론을 이용하여 시스템을 안정화시키는 동시에 견실성을 보장하기 위해 성공적으로 적용되었고, 순항중인 L-1011 비행체의 측면 동역학 모델에 고장입력을 고려하

여 구성된 식에 대하여 좌 고유구조 지정기법을 이용한 고장분리 필터[64]가 설계되었다. 병렬형 역전자[110] 및 指南車[111]의 불연성화 제어에 고유구조가 이용되었고, 선형 시변시스템에 대한 고유구조 지정기법[85]~[87]은 수치 예제를 통하여 그 유용성이 검증되었고, 실제 시스템에의 적용 연구가 진행되고 있다.

IV. 결론

고유구조 지정기법은 좋은 성능 특성을 가진 안정한 다입출력 시스템 제어에 많이 사용되어 온 설계 기법 중 하나이다. 본 논문에서는 고유구조 지정기법을 대상 시스템에 따라 그 동안의 연구동향을 정리하고 각각의 기법들에 대하여 최근의 연구성과까지 간략하게 정리하였다.

먼저 고유구조에 대한 정의, 고유구조 지정 설계에 대하여 이용가능한 자유도, 허용가능한 고유벡터 부분공간, 고유치와 고유벡터 지정에 대한 기본적 개념에 관해 소개하였고, 고유구조 지정기법의 연구분야에 대해서 다루었다. 그리고 고유치 및 우 고유구조 지정기법, 좌 고유구조 지정기법, 그리고, 동시 고유구조 지정기법을 사용한 일반적인 고유구조 지정기법에 대하여 소개하였다. 견실 고유구조 지정기법에 관하여서는 시스템의 각 파라미터 변동을 직접 고려한 직접 접근법, 고유구조에 의해 주어지는 시간역 성능 요건과 H_{∞} 제어에 의하여 고려되는 주파수역에서의 견실 성능 요건을 결합하여 공동 최적 제어 설계기법, 그리고 선형 이차 성능지수 함수를 만족하는 고유구조를 지정하는 견실 고유구조 지정 문제에 대해 소개하였다. 또한 동적 시스템에서 고장 감지 및 분리에 대한 고유구조 지정기법, 관측기 설계 문제에 제어기의 쌍대 문제로서의 고유구조 지정기법, 그리고 좌 고유구조 지정기법에 의한 고장분리 필터 설계법에 대해 기술하였고, 대규모 시스템의 분산 고유구조 지정에 대하여 기술하였으며, 선형 시변 시스템에 대한 고유구조 지정 문제에 대하여 선형 시변 시스템에 대한 일반적인 고유치 개념과 고유벡터 개념을 설명하고 최근의 연구결과를 제시하였다. 다른 고유구조 지정 분야로서 파라미터, 저감도, 다목적, 이산 데이터, 그리고 descriptor 시스템에 대한 고유구조 지정기법에 대해 간략하게 소개하고, 마지막으로 고유구조 지정기법이 실제 응용된 여러 가지 사례에 대하여 간략한 언급과 함께 최근의 연구성과들을 소개하였다.

현재까지 고유구조 지정기법에 대한 연구는 주로 선형 시불변 시스템을 대상으로 많은 제어문제들을 다루어 왔는데 이는 고유구조 지정제어 기법이 시스템에 적용하기가 대단히 용이하고 이해하기 쉬운 장점을 가진 점 때문으로 판단된다. 그러나 시스템의 견실성 확보 및 선형 시변 시스템, 그리고 비선형 시스템의 선형화 제어 문제 등에 대한 적용 연구는 대단한 과급효과를 가지고 있음에도 불구하고 아직은 주요 연구결과가 보고되고 있지 않다. 따라서, 이러한 분야에 대한 활발한 연구가 기대된다.

참고문헌

- [1] G. Klein and B. C. Moore, "Eigenvalue-generalized eigenvector assignment with state feedback," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 22, no. 1, pp. 140~141, February 1977.
- [2] M. M. Fahmy and H. S. Tantawy, "Eigenstructure assignment via linear state-feedback control," *International Journal of Control*, vol. 40, no. 1, pp. 161~178, 1984.
- [3] B. A. White, "Eigenstructure assignment by output feedback," *International Journal of Control*, vol. 53, no. 6, pp. 1413~1429, 1991.
- [4] B. H. Kwon and M. J. Youn, "Eigenvalue-generalized eigenvector assignment by output feedback," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 32, no. 5, pp. 417~421, 1987.
- [5] W. L. Brogan "An application of a determinant identity to pole placement and observer problem," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 19, no. 10, pp. 612~614, 1974.
- [6] H. H. Rosenbrock and G. E. Hayton, "The general problem of pole assignment," *International Journal of Control*, vol. 27, pp. 837~852, 1978.
- [7] N. Murno, "Pole assignment," *Proceedings of the Institute of Electrical Engineers*, vol. 126, pp. 549~551, 1979.
- [8] N. K. Nichols and P. Van Dooren, "Robust pole assignment and optimal stability margins," *Electronics Letters*, vol. 20, pp. 660~661, 1984.
- [9] G. S. Miminis and C. C. Paige, "A direct algorithm for pole assignment of time invariant multiinput linear systems using state feedback," *Automatica*, vol. 24, no. 6, pp. 579~588, 1988.
- [10] H. Katayama and A. Ichikawa, "Pole assignment by state transition graph," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 37, no. 8, pp. 1196~1201, 1992.
- [11] W. M. Wonham, "On pole assignment in multi-input, controllable linear systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 12, pp. 660~665, 1967.
- [12] B. C. Moore, "On the flexibility offered by state feedback in multivariable systems beyond closed-loop eigenvalue assignment," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 21, no. 6, pp. 689~692, 1976.
- [13] G. P. Liu and R. J. Patton, *Eigenstructure Assignment for Control System Design*, John Wiley & Sons, pp. 14~15, 1998.
- [14] A. N. Jr. Andry, E. Y. Shapiro, and J. C. Chung, "Eigenstructure assignment for linear systems," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 19, no. 5, pp. 711~729, 1983.

- [15] J. W. Choi, J. G. Lee, Y. Kim, and T. Kang, "Design of an effective controller via disturbance accommodating left eigenstructure assignment," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 18, no. 2, pp. 347-354, March-April 1995.
- [16] S. Srinathkumar, "Eigenvalue/Eigenvector assignment using output feedback," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 23, no. 1, pp. 79-81, 1978.
- [17] J. W. Choi, "A simultaneous assignment methodology of right/left eigenstructures," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 34, no. 2, pp. 625-634, April 1998.
- [18] W. M. Wonham, *Linear Multivariable Control: A Geometric Approach*, 2nd ed., Springer-Verlag, New York, pp. 86-92, 1979.
- [19] G. M. Siouris, J. G. Lee, and J. W. Choi, "Design of a modern pitch pointing control system," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 31, no. 2, pp. 730-738, April 1995.
- [20] T. Kang and J. G. Lee, "Comment on 'eigenstructure assignment for linear systems,'" *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 28, no. 3, pp. 920-921, 1992.
- [21] K. M. Sobel and F. J. Lallman, "Eigenstructure assignment for a thrust-vectorized high angle-of-attack aircraft," *Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, Minneapolis, MN, USA, pp. 408-413, August 15-17, 1988.
- [22] H. P. Lee, H. M. Youssef, and R. P. Hanel, "Application of eigenstructure assignment to the design of STOVL flight control systems," *Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, Minneapolis, MN, USA, pp. 736-748, August 15-17, 1988.
- [23] K. M. Sobel and F. J. Lallman, "Eigenstructure assignment for the control of highly augmented aircraft," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 12, no. 3, pp. 318-324, 1989.
- [24] K. M. Sobel and J. R. Cloutier, "Eigenstructure assignment for the extended medium range air-to-air missile," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 15, no. 2, pp. 529-531, 1992.
- [25] Y. Kim and D. Kum, "Design of small gain controller via iterative eigenstructure assignment," *Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, Monterey, CA, USA, pp. 63-72, August 9-11, 1993.
- [26] K. M. Sobel, E. Y. Shapiro, and A. N. Jr Andry, "Eigenstructure assignment," *International Journal of Control*, vol. 59, no. 1, pp. 13-37, 1994.
- [27] W. L. Garrard E. Low, and S. Prouty, "Design of attitude and rate command systems for helicopters using eigenstructure assignment," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 12, no. 6, pp. 738-791, 1989.
- [28] B. S. Liebs and W. L. Garrard, "Design of an active flutter suppression system," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 9, no. 1, pp. 64-71, 1986.
- [29] A. N. Andry, J. C. Chung, and E. Y. Shapiro, "Modalized observers," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 29, no. 7, pp. 669-672, 1984.
- [30] Q. Zhang, G. L. Slater, and R. J. Allemand, "Suppression of undesired inputs of linear systems by eigenspace assignment," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 13, no. 3, pp. 330-336, 1990.
- [31] Y. Kim, and J. L. Junkins, "Measure of controllability for actuator placement," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 14, no. 5, pp. 895-902, 1991.
- [32] J. W. Choi, "Left eigenstructure assignment via sylvester equation," *KSME International Journal*, vol. 12, no. 6, pp. 1034-1040, December 1998.
- [33] R. F. Wilson, J. R. Cloutier, and R. K. Yedavalli, "Control design for robust eigenstructure assignment in linear uncertain systems," *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 12, no. 5, pp. 29-34, 1992.
- [34] K. M. Sobel, S. S. Banda, and H. H. Yeh, "Robust control for linear systems with structured state space uncertainty," *International Journal of Control*, vol. 50, no. 5, pp. 1991-2004, 1989.
- [35] W. Yu, J. E. Piou, and K. M. Sobel, "Robust eigenstructure assignment for the extended medium range air-to-air missile," *Automatica*, vol. 29, no. 4, pp. 889-898, 1993.
- [36] S. Garg, "Robust eigenstructure assignment using singular value sensitivities," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 14, no. 2, pp. 416-424, March-April 1991.
- [37] M. S. Jankovic, "Exact n -th derivatives of eigenvalues and eigenvectors," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 17, no. 1, pp. 136-144, January-February 1994.
- [38] L. H. Keel, K. B. Lim, and J. N. Juang, "Robust eigenvalue assignment with maximum tolerance to system uncertainties," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 14, no. 3, pp. 615-620, 1991.

- [39] P. R. Apkarian, "Structured stability robustness improvement by eigenspace techniques: A hybrid methodology," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 12, no. 2, pp. 162-168, 1989.
- [40] G. P. Liu and R. J. Patton, "Robust control design using eigenstructure assignment and multiobjective optimization," *International Journal of Systems Science*, vol. 27, no. 9, pp. 871-879, 1996.
- [41] B. Porter and M. Borairi, "Genetic design of linear multivariable feedback control systems using eigenstructure assignment," *International Journal of Systems Science*, vol. 23, no. 8, pp. 1387-1390, 1992.
- [42] R. J. Patton and G. P. Liu, "Robust control design via eigenstructure assignment, genetic algorithms and gradient-based optimization," *IEE Proc.-D: Control Theory and Applications*, vol. 141, no. 3, pp. 202-208, 1994.
- [43] J. C. Doyle and G. Stein, "Multivariable feedback design: Concepts for a classical/modern synthesis," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 26, no. 1, pp. 4-16, February 1981.
- [44] L. S. Shieh, H. M. Dib, and S. Ganesan, "Linear quadratic regulators with eigenvalue placement in a specified region," *Automatica*, vol. 24, no. 6, pp. 819-823, 1988.
- [45] M. Saif, "Optimal modal controller design by entire eigenstructure assignment," *IEE Proc.-D: Control Theory and Applications*, vol. 136, no. 6, pp. 341-344, 1989.
- [46] R. F. Wilson and J. R. Cloutier, "Optimal eigenstructure achievement with robustness guarantees," *Proceedings of the 1990 American Control Conference*, San Diego, USA, pp. 952-957, May 1990.
- [47] J. R. Broussard, "A quadratic weight selection algorithm," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 27, pp. 945-947, August 1982.
- [48] 최재원, 서영봉, "고유구조 지정기능을 갖는 LQR 설계 및 비행제어시스템에의 응용," 제어·자동화·시스템공학 논문지, 제4권, 제3호, pp. 280-288, 1998. 6.
- [49] 최재원, 서영봉, 유완석, "LQR 특성을 갖는 고유구조 지정 제어기법 및 자동차 능동 현가장치 제어에의 응용," 한국정밀공학회지, 제15권, 제11호, pp. 108-120, 1998. 11.
- [50] J. W. Choi and Y. B. Seo, "Control design methodology using EALQR," *Proceedings of the 37th SICE Conference (SICE'98)*, Chiba, Japan, pp. 969-974, July 29-31, 1998.
- [51] J. W. Choi, Y. B. Seo, W.-S. Yoo, and M. H. Lee, "LQR approach using eigenstructure assignment with active suspension control application," *Proceedings of the IEEE Conference on Control Applications*, Trieste, Italy, pp. 1235-1239, September 1-4, 1998.
- [52] J. W. Choi and Y. B. Seo, "LQR design with eigenstructure assignment capability," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 35, no. 2, pp. 700-708, April 1999.
- [53] Y. B. Seo and J. W. Choi, "Frequency domain properties of EALQR with indefinite weighting matrix," *Proceedings of the Fourth Asian/Pacific International Symposium on Instrumentation, Measurement & Automatic Control*, Beijing, China, pp. 222-226, August 20-24, 1999.
- [54] 서영봉, 최재원, "비한정 Q를 갖는 EALQR의 주파수特性 해석," 제어·자동화·시스템공학 논문지, 제5권, 제6호, pp. 676-682, 1999. 8.
- [55] C. C. Tsui, "A new algorithm for the design of multifunctional observers," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 30, no. 1, pp. 89-93, 1985.
- [56] K. M. Sobel and S. S. Banda, "Design of a modalized observer with eigenvalue sensitivity reduction," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 12, no. 5, pp. 762-764, 1989.
- [57] S. P. Burrows, and R. J. Patton, "The design of low-sensitivity modalized observers using left eigenstructure assignment," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 15, no. 3, pp. 779-782, 1990.
- [58] N. Karcanias and B. Kouvaritakis, "The output zeroing problem and its relationship to the invariant zero structure," *International Journal of Control*, vol. 30, pp. 395-415, 1979.
- [59] 최재원, 김진변, "출력 되먹임 제어에서 일반화된 고유구조지정을 위한 쌍대정리," '98 한국자동제어학술 회의 논문집, 부산, 제1권, pp. 271-274, 1998. 10.
- [60] R. J. Patton, S. M. Willcox, and S. J. Winter, "A parameter insensitive technique for aircraft sensor fault analysis," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 10, no. 3, pp. 359-367, 1987.
- [61] J. Park and G. Rizzoni, "An eigenstructure assignment algorithm for the design of fault detection filters," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 39, no. 7, pp. 1521-1524, 1994.
- [62] S. P. Burrows and R. J. Patton, "Design of low-sensitivity modalized observers using eigenstructure assignment," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 15, no. 3, pp. 779-782, 1992.
- [63] B. Liu and J. Si, "Fault isolation filter design for linear time-invariant systems," *IEEE Transactions*

- [63] E. W. Kamen, "The poles and zeros of a linear time-varying system," *Linear Algebra and Its Applications*, vol. 98, pp. 263–289, January 1988.
- [64] 최재원, 이대영, "좌 고유구조 지정기법을 이용한 고장분리 필터 설계," *제어·자동화·시스템공학 논문지*, 제4권, 제6호, pp. 567–574, 1998. 12.
- [65] M. Jamshidi, *Large-Scale Systems: Modeling and Control*, North-Holland Series in System Science and Engineering, Series vol. 9, Simon & Schuster, 1996.
- [66] J. B. Cruz, *Advances in Large Scale Systems*, A Research Annual, JAI Press Inc., 1984.
- [67] M. Tarokh, "Approach to pole assignment by centralized and decentralized output feedback," *IEE Proc.-D: Control Theory and Applications*, vol. 136, no. 2, pp. 89–97, March 1989.
- [68] D. K. Lindner, "Decentralized pole assignment: An example," *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 170–175, Florida, 1985.
- [69] J. Lu, H. D. Chiang, and J. S. Thorp, "Partial eigenstructure assignment and its applications to large scale systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 36, no. 3, pp. 340–347, March 1991.
- [70] J. Lu, H. D. Chiang, and J. S. Thorp, "Eigenstructure assignment by decentralized feedback control," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 38, no. 4, pp. 587–592, April 1993.
- [71] M. Y. Wu, "A note on stability of linear time-varying systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 19, no. 1, pp. 162, 1974.
- [72] J. A. Richards, *Analysis of Periodically Time-Varying Systems*, Springer-Verlag, New York, 1983.
- [73] V. V. Nemytskii and V. V. Stepanov, *Qualitative Theory of Differential Equations*, Prentice-Hall, NJ, 1960.
- [74] E. W. Kamen, "The poles and zeros of a linear time-varying system," *Linear Algebra and Its Applications*, vol. 98, pp. 263–289, January 1988.
- [75] J. Zhu and C. H. Morales, "On linear ordinary differential equation with functionally commutative coefficient matrices," *Linear Algebra and Its Applications*, vol. 170, pp. 81–105, June 1992.
- [76] J. Zhu and C. D. Johnson, "Unified canonical Forms for matrices over a differential ring," *Linear Algebra and Its Applications*, vol. 147, pp. 201–248, March 1991.
- [77] K. S. Tsakalis and P. A. Ioannou, *Linear Time-Varying Systems*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1993.
- [78] E. W. Kamen, "The poles and zeros of a linear time-varying system," *Linear Algebra and Its Applications*, vol. 98, pp. 263–289, January 1988.
- [79] J. Zhu, "A unified spectral theory for linear time-varying systems – progress and challenges," *Proceedings of the 34th IEEE Conference on Decision and Control*, New Orleans, LA, pp. 2540–2546, Dec. 1995.
- [80] J. Zhu, "A Necessary and Sufficient Stability Criterion for Linear Time-Varying Systems," *Proceedings of the 28th IEEE Southeastern Symposium on Systems Theory*, Baton Rouge, LA, pp. 115–119, April 1996.
- [81] J. Zhu, "PD-Eigenstructure assignment control for multivariable nonlinear tracking and decoupling," *Final Report for the 1995 AFOSR Summer Research Extension Program*, Armament Directorate, Eglin AFB, pp. 12–16, December 1996.
- [82] J. Zhu, 이호철, 최재원, "선형 시변시스템에 대한 잘 정의된 직렬 및 병렬 D-스펙트럼," *제어·자동화·시스템공학 논문지*, 제5권, 제5호, pp. 521–528, 1999. 7.
- [83] 최재원, 이호철, 이달호, "선형 시변시스템에 대한 가제어성 및 가관측성 측도," *제어·자동화·시스템공학 논문지*, 제5권, 제6호, pp. 647–655, 1999. 8.
- [84] J. W. Choi, H. C. Lee, and J. J. Zhu, "Measures of modal and gross controllability/observability for linear time-varying systems," *Proceedings of the 1999 American Control Conference(ACC'99)*, San Diego, CA, U.S.A., pp. 1774–1775, June 2–4, 1999.
- [85] 최재원, 이호철, "미분 Sylvester 방정식을 이용한 선형 시변시스템의 고유구조 지정기법," *제어·자동화·시스템공학 논문지*, 제5권, 제7호, pp. 777–786, 1999. 10.
- [86] J. W. Choi and H. C. Lee, "Eigenstructure assignment for linear time-varying systems via differential sylvester's equation," *Proceeding of the 1999 AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, Portland, OR, U.S.A., pp. 1400–1409, August 9–11, 1999.
- [87] J. W. Choi, H. C. Lee, and J. J. Zhu, "Decoupling and tracking control using eigenstructure assignment for linear time-varying systems," to appear in the *International Journal of Control*.
- [88] M. M. Fahmy and J. O'Reilly, "Parametric eigenstructure assignment by output-feedback control: the case of multiple eigenvalues," *International Journal of Control*, vol. 48, no. 4, pp. 1519–1535, 1988.
- [89] P. G. Maghami, J. N. Juang, and K. B. Lim, "Eigenstructure assignment with output feedback,"

- Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 15, no. 2, pp. 531–535, 1992.
- [90] S. Daley, “On eigenstructure assignability using parametric output feedback,” *International Journal of Systems Science*, vol. 24, no. 6, pp. 1081–1100, 1993.
- [91] V. Gourishankar and K. Ramar, “Pole assignment with minimum eigenvalue sensitivity to plant parameter variations,” *International Journal of Control*, vol. 23, no. 4, pp. 493–504, 1976.
- [92] J. W. Howze and R. K. Gavin III, “Regulator design with modal insensitivity,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 24, no. 3, pp. 466–469, 1979.
- [93] S. Shah, D. Fisher, and D. Seborg, “Eigenvalue invariance to system parameter variations by eigenvector assignment,” *International Journal of Control*, vol. 26, no. 6, pp. 871–881, 1977.
- [94] J. Kautsky, N. K. Nichols, and P. Van Dooren, “Robust pole assignment in linear state feedback,” *International Journal of Control*, vol. 41, no. 5, pp. 1129–1155, 1985.
- [95] G. P. Liu and R. J. Patton, “Multiobjective robust control design using eigenstructure assignment,” *Proceedings of the IFAC Symposium on Robust Control Design*, Brazil, 1994.
- [96] G. Roppeneker, “On parametric state feedback design,” *International Journal of Control*, vol. 43, no. 3, pp. 793–804, 1986.
- [97] W. W. Cimino and D. A. Hoskins, “Sampled data implementation of eigenstructure assignment technique,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 23, no. 5, pp. 710–712, 1987.
- [98] J. E. Piou and K. M. Sobel, “Robust sampled-data eigenstructure assignment using delta operator,” *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 16, no. 4, pp. 702–711, 1993.
- [99] Y. Patel, S. P. Burrows, and R. J. Patton, “Design of insensitive multirate aircraft control using optimized eigenstructure assignment,” *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 16, no. 1, pp. 118–123, 1993.
- [100] J. E. Piou and K. M. Sobel, “Robust multirate eigenstructure assignment with flight control application,” *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 18, no. 3, pp. 539–546, 1995.
- [101] L. R. Fletcher, J. Kautsky, and N. K. Nichols, “Eigenstructure assignment in descriptor systems,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 31, no. 12, pp. 1138–1141, 1986.
- [102] V. Kucera and P. Zagalak, “Fundamental theorems of state feedback for singular systems,” *Automatica*, vol. 24, no. 5, pp. 653–658, 1988.
- [103] K. S. Ozcaldiran and F. L. Lewis, “A geometric approach to eigenstructure assignment for singular systems,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 32, no. 7, pp. 629–632, 1987.
- [104] G. S. Miminis, “Deflation in eigenvalue assignment of descriptor systems using state feedback,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 38, no. 9, pp. 81–84, 1993.
- [105] E. Low and W. L. Garrad, “Design of flight control systems to meet rotorcraft handling qualities specifications,” *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 6, no. 1, pp. 69–78, 1993.
- [106] M. E. Aggoune, F. Boudjemaa, A. Bensenouci, A. Hellal, M. R. Elmesai, and S. V. Vadari, “Design of variable structure voltage regulator using pole assignment technique,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 39, no. 10, pp. 2106–2110, 1994.
- [107] M. J. Schulz and D. J. Inman, “Model updating using constrained eigenstructure optimization,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 178, no. 1, pp. 113–130, 1995.
- [108] M. J. Schulz and D. J. Inman, “Vibration suppression by eigenstructure optimization,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 182, no. 2, pp. 259–282, 1995.
- [109] G. Hughes, M. A. Manness, and D. J. Murray-Smith, “Eigenstructure assignment for handling qualities in helicopter flight control law design,” *Proc. of the 16th Annual European Rotorcraft Forum*, Royal Aeronautical Society, London, pp. III.10.2.1–13, 1990.
- [110] 김주호, 최재원, “고유구조 지정법을 이용한 연성된 병렬형 역진자의 불연성화 제어기 설계,” ‘98 한국 자동제어학술회의 논문집, 부산, 제1권, pp. 526–529, 1998. 10.
- [111] 김주호, 최재원, “CGT와 고유구조 지정법을 이용한 지남차의 불연성화 제어기 설계,” 한국정밀공학회지, 제16권, 제6호, pp. 176–182, 1999. 6.



최재원

1987년 서울대학교 제어계측공학 졸업. 1989년 서울대학교 제어계측공학 석사. 1995년 서울대학교 제어계측공학 박사. 1995년 2월~3월 일본 NASDA/TKSC 방문 연구원. 1995년 9월~1996년 2월 미국 USC PostDoc. 1998년 1월~2월, 1999년 12월~2000년 1월 미국 LSU 방문 교수. 1999년 8월~현재 IFAC Technical Committee on Aerospace 및 Technical Committee on Linear Systems 위원. 2000년 1월~현재 IEEE Control Systems Society Conference Editorial Board, Associate Editor. 2000년 1월~현재 제어·자동화·시스템공학 논문지 편집위원, 대한기계학회 동역학 및 제어부분 운영위원, 1996년~현재 부산대학교 기계공학부 전임강사, 조교수. 2000년 5월 한국과학기술단체총연합회 수여 제 10회 과학기술우수논문상 수상. 관심분야는 네트워크 차량의 항법 및 유도제어와 ITS에의 응용, 초소형 비행체의 항법 및 유도제어, 다중표적 추적필터 설계, 고장진단기반 제어기 재구성.



서영봉

1997년 부산대 기계설계공학과 졸업. 부산대 기계공학부 석사(1999), 1999~현재 부산대 기계공학부 박사과정, 1998년 5월 부산대학교 대학원 공학계열 학술상 수상. 관심분야는 최적제어 이론, 견실제어이론, 고유구조 지정 및 응용, 자동차 현가장치 제어.