

단순유한요소모델을 이용한 차체필라 형상최적설계

이상범*

Design Optimization for Vehicle Pillar Section Shape Using Simple Finite Element Model

Sang Beom Lee*

Abstract

Vibrational characteristics of the vehicle structure are mainly influenced by the shape of the pillar cross section. In this paper a vehicle structural optimization technique has been developed to investigate a lightweight vehicle structure subject to constraints on natural frequencies in a simple beam-and-shell model. In this technique, the optimization procedures involve two stages. In the first stage, the section properties of beam elements of the vehicle structure has been optimized to have minimum weight while satisfying the constraints of natural frequencies. And, in the second stage, the shape of the cross section of the elements of the structure has been determined.

Key Words : Sensitivity Analysis(민감도 해석), Design Optimization(설계 최적화), Pillar Design(필라 설계), Thin Walled Beam(박판보), Shape Optimization(형상 최적화), Section Property(단면 계수), Finite Element Model(유한요소모델)

1. 서론

최근 자동차 산업의 급속한 발전에 따라 다양한 종류의 새로운 차종이 많이 생산되고 있으며 승차감, 안정성, 조향성 등과 관련되어 각 차량의 동적 특성을 비교·해석하고 향상시키기 위한 많은 연구들이 진행되어 왔으며 지금도 꾸준히 연구되고 있다.⁽¹⁻¹²⁾ 이러한 자동차의 동적 특성은 차체, 현가장치, 타이어, 엔진마운트 시스템 등에 의하여 영향을 받으며 이러한 동특성이 그 자동차의 성능 및

품질을 결정하게 된다.⁽¹³⁾ 그 중에서 특히 차체는 차량의 형상을 유지하고 주행시 외부로부터 전달되는 하중을 지지하며 차량 충돌이나 전복 등으로부터 승객을 보호하는 안전성에 많은 영향을 미치게 된다.⁽¹⁴⁻¹⁶⁾ 따라서 이러한 차체에 대한 적절한 해석 및 설계는 자동차 회사들의 기술력 축적 및 경쟁력 확보에 매우 중요한 역할을 하고 있다. 이러한 차체는 차량의 종류에 따라 B.I.W.(body in white), 프레임 등으로 구성되어 있는데, 그 기능과 외관 때문에 매우 복잡한 구조로 되어 있으며 차량 전체 중량

* 국민대학교 자동차공학 전문대학원, 연구교수

의 많은 부분을 차지하고 있다. 그러므로 차체를 설계한다는 것은 차체의 동적·정적 강성도, 주행시 승차감, 충돌 및 전복 등으로 인한 안전도 향상 등을 위하여 구체적이고 정량적인 목표를 설정한 후 차체 판재의 두께, 기하학적 형상 등을 주어진 시간 내에 계산해 내는 것이다. 이러한 차량 개발에 있어 B.I.W.모델의 강성은 초기 개념설계 단계에서 결정되어야 하며, 초기에 충분한 강성이 확보가 안되면 N.V.H.(noise, vibration, and harshness), 승차감, 피로파괴 측면에 대해 결정적인 악영향을 미친다. 특히 저진동 차체 설계의 목표는 최적의 진동특성을 갖는 차체를 만들어내는 것이며 요구하는 진동특성을 얻기 위해서는 적절한 강성을 확보해야 한다. 이런 강성은 차체의 여러 부분구조 및 부분구조의 합성에 의하여 결정된다.

따라서 본 연구에서는 차량의 B.I.W.모델에 대하여 설계자가 요구하는 고유진동수를 만족하는 차체 설계계를 위하여 먼저 전체 차체 구조물에 대한 민감도해석을 수행하고 이를 통하여 나온 결과를 이용하여 차체 필라단면에 대한 형상최적설계를 수행한다.

2. 설계민감도해석

Fig. 1은 본 연구에서 이용되는 자동차의 B.I.W. 유한요소모델을 나타내고 있으며, 1321개의 요소와 1094개의 절점으로 구성되어 있다. 그림에서 보는 바와 같이 필라(pillar), 루프레일(roof rail) 등은 빔요소로, 루프(roof), 플로어(floor) 등은 쉘요소로 구성하였으며 필라와 루프레일 등이 교차하는 결합부에는 스프링요소로 모델링하였다.

이 모델을 이용하여 설계자가 요구하는 진동모드에 대한 고유진동수를 만족하는 차체 민감도해석 및 최적설계를 수행한다.

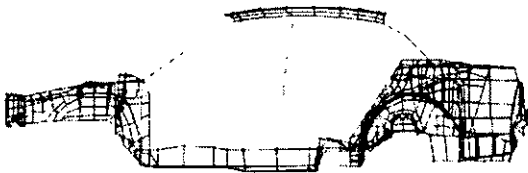


Fig. 1 B.I.W. finite element model

2.1 정적 민감도해석

제약함수 $G_j(x, U)$ 에 대한 설계변수 x_j 의 정적 민감도는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{dG_i}{dx_j} = \frac{\partial G_i}{\partial x_j} + \frac{\partial G_i^T}{\partial U} \frac{\partial U}{\partial x_j} \quad (1)$$

식 (1)의 우측 두 번째 항은 다음의 식 (2), (3)과 같다.

$$\frac{\partial G_i^T}{\partial U} = \left[\frac{\partial G_i}{\partial U_1} \quad \frac{\partial G_i}{\partial U_2} \quad \frac{\partial G_i}{\partial U_i} \right] \quad (2)$$

$$\frac{\partial U}{\partial x_j} = \left[\frac{\partial U_1}{\partial x_j} \quad \frac{\partial U_2}{\partial x_j} \quad \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right]^T \quad (3)$$

여기서 U 는 절점의 변위를 나타내고 있다.

식 (3)의 $\partial U / \partial x_j$ 를 계산하기 위해서는 식 (4)와 같은 평형방정식을 이용한다.

$$[K]\{U\}_k = \{P\}_k \quad (4)$$

여기서 $[K]$ 는 시스템의 강성계수행렬, $\{U\}_k$ 는 하중조건 k 에 대한 절점의 변위벡터, 그리고 $\{P\}_k$ 는 외부에서 작용하는 절점 하중벡터이다. 따라서 변위에 대한 설계변수의 편도함수는 식 (4)를 이용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{\partial \{U\}_k}{\partial x_j} = -[K]^{-1} \frac{\partial [K]}{\partial x_j} \{U\}_k \quad (5)$$

여기서 $[K]^{-1}$ 은 분해강성행렬을 나타내고 있다.

차체의 필라, 루프레일 등의 빔요소는 단면계수인 A, I_y, I_z, J 등의 특성값으로 구성되어 있다. 따라서 이러한 차체 구조물에 대하여 정적하중 $\{P\}_k$ 가 작용할 때 처짐 $\{U\}_k$ 의 j 번째 설계변수에 대한 설계민감도는 다음과 같은 형태로 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \{U\}_k}{\partial x_j} &= \frac{\partial \{U\}_k}{\partial A} \frac{\partial A}{\partial x_j} + \frac{\partial \{U\}_k}{\partial I_y} \frac{\partial I_y}{\partial x_j} \\ &+ \frac{\partial \{U\}_k}{\partial I_z} \frac{\partial I_z}{\partial x_j} + \frac{\partial \{U\}_k}{\partial J} \frac{\partial J}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (6)$$

2.2 고유진동수 민감도해석

고유진동수에 대한 민감도해석을 위해 이용하는 지배

방정식은 다음과 같다.

$$([K] - \lambda_n[M])\{\phi_n\} = 0 \quad (7)$$

여기서 λ_n 은 n 번째 고유치, $\{\phi_n\}$ 은 n 번째 고유벡터, $[K]$ 는 구조강성행렬, 그리고 $[M]$ 은 구조질량행렬이다. 그리고 식 (7)을 설계변수 x_i 로 미분하면 다음과 같은 식으로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} &([K] - \lambda_n[M])\frac{\partial\{\phi_n\}}{\partial x_i} + \left(\frac{\partial[K]}{\partial x_i} - \lambda_n\frac{\partial[M]}{\partial x_i}\right)\{\phi_n\} \\ &= \frac{\partial\lambda_n}{\partial x_i}[M]\{\phi_n\} \end{aligned} \quad (8)$$

또한 식 (8)의 양변을 $\{\phi_n\}^T$ 로 곱하면 왼쪽 첫 번째 항은 0이 된다. 따라서 고유치 도함수는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial\lambda_n}{\partial x_i} = \frac{\{\phi_n\}^T \left(\frac{\partial[K]}{\partial x_i} - \lambda_n\frac{\partial[M]}{\partial x_i}\right)\{\phi_n\}}{\{\phi_n\}^T[M]\{\phi_n\}} \quad (9)$$

3. 차체 구조물의 민감도해석

본 연구에서 이용한 차체의 민감도해석을 위하여 설계 변수는 필라, 루프레이, 로커 등 범요소로 구성된 부위에 대하여 단면계수 I_y, I_z, J 를 설정하였다. 그리고 구속조건은 1차 굽힘모드에 대한 고유진동수가 기존의 1차 굽힘모드에 대한 고유진동수인 43.3 Hz보다 5% 증가시킨 45.5 Hz 이상이 되도록 설정하였다. 또한 목적함수는 질량을 최소화시키도록 설정하였다.

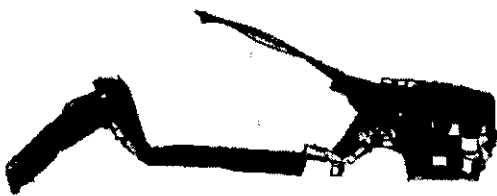


Fig. 2 1st bending mode of vehicle structure

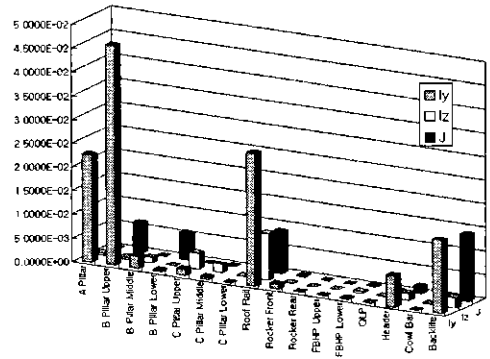


Fig. 3 Design sensitivity of design variables for the 1st bending mode

1차 굽힘진동모드를 Fig. 2에 나타내었으며, 해석결과를 Fig. 3에 그래프로 나타내었다. 이 그래프를 통하여 각 필라의 단면계수 중에서 차체의 고유진동모드에 민감하게 영향을 미치는 설계변수를 알 수 있는데 Fig. 3를 통하여 1차 굽힘진동모드에 대하여 B-pillar의 단면계수 I_y 의 기여도가 큰 것을 알 수 있다.

4. 차체 필라의 최적설계

최적설계의 문제는 여러 가지 제약조건을 모두 만족시키면서 목적함수를 최소 또는 최대로 하는 설계변수를 결정하는 문제가 된다.

이러한 것을 수식으로 표현하면 다음과 같다.⁽¹⁷⁾

$$\text{Minimize : } F(x) \quad (10)$$

$$\text{Subject to : } G_j(x) - G_j^u(x) \leq 0 \quad (11)$$

$$G^l(x) - G_l(x) \leq 0 \quad (12)$$

$$x^l \leq x \leq x^u \quad (13)$$

앞의 수식에 있어서 $F(x)$ 는 목적함수로서 일반적으로 설계요소의 질량으로 설정하고 있다. 그리고 $G_j(x)$ 는 시스템의 구속조건이고, $G^l(x)$ 는 구속조건 하한값, $G^u(x)$ 는 상한값이 된다. 여기서 x 는 설계변수벡터로서 $\{x\} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 이며, x^l 은 이러한 설계변수의 하한값, x^u 는 설계변수의 상한값이다.

4.1 차체구조물 최적설계

차체 구조물 문제에 대한 최적설계 수식으로 표현하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\text{Minimize: } F(x) = \sum W_i \quad (i = 1, n) \quad (14)$$

$$\text{Subject to: } f_b^s - f_b \leq 0 \quad (15)$$

$$f_i^s - f_i \leq 0 \quad (16)$$

$$t_i^l \leq t_i \leq t_i^u \quad (17)$$

$$y_i^l \leq y_i \leq y_i^u \quad (18)$$

$$z_i^l \leq z_i \leq z_i^u \quad (19)$$

식 (14)에서 W_i 는 차체를 구성하는 요소의 질량을 나타내는데, 여기서 i 는 설계에 적용한 각각의 요소들을 나타내고 있으며 n 은 요소의 총 갯수를 나타내고 있다. 그리고 식 (15)와 (16)은 각각 굽힘과 비틀림모드의 고유진동수에 대한 구속조건을 나타내고 있으며, 식 (15)에서 f_b^s 와 f_b 는 각각 굽힘진동모드에 대한 고유진동수와 고유진동수에 대한 목표값을 나타내고 있으며, 식 (16)에서 f_i^s 와 f_i 는 각각 비틀림 진동모드에 대한 고유진동수와 고유진동수에 대한 목표값을 나타내고 있다. 식 (17)은 두께 설계변수를 나타내고 있는데 t_i 는 i 번째 두께 설계변수를 나타내고, t_i^l 은 그것의 하한값을 나타내며, t_i^u 는 상한값을 나타낸다. 또한 식 (18)과 (19)는 형상설계변수인 단면의 좌표값 및 상·하한값을 나타내고 있다.

4.2 박판보 단면 최적설계

박판보의 단면 최적화 문제는 앞에서 설명한 최적화 문제와 마찬가지로 다음과 같은 세 가지의 입력 데이터가 필요하다.

(1) 목적함수 : 최적설계시 최소화시키려는 값으로서 박판보 단면적이 이에 해당되며 설계변수의 함수로 되어 있다.

(2) 구속조건 : 최적설계시 만족시켜야 하는 응답조건들로서 단면계수와 비틀림상수가 이에 해당되며 설계변수의 함수로 되어 있다.

(3) 설계변수 : 설계하려는 정량적인 값으로서 단면의 기하학적 형상을 이루는 절점의 좌표와 판재의 두께가 이에 해당된다.

이러한 목적함수와 구속조건을 수식으로 나타내면 다음

의 식 (20), (21)과 같다.

$$\text{minimize: } F(x_1, x_2, x_3, L, x_n) = A \quad (20)$$

$$\text{Subject to: } G_i(x_1, x_2, x_3, L, x_n) = 0 \quad (21)$$

식 (20)에서 F 는 목적함수로서 박판보의 단면적 A 를 나타내는데 최적화를 통하여 목적함수의 최소값을 구한다. 여기서 x_n 은 설계변수로서 각 요소의 두께 t , 길이 l 이 된다. 또한 식 (21)에서 G_i 는 구속조건으로서 관성모멘트 I_y, I_z 와 비틀림상수 J 를 나타낸다.

5. 통합최적설계

설계자가 요구하는 고유진동수를 만족하는 차체 필라의 형상 및 두께를 결정하기 위해서는 기본적으로 두 가지의 프로그램이 필요하다. 하나는 설계자가 요구하는 구속조건인 고유진동수를 만족시키고 목적함수인 구조물의 질량을 최소화시키면서 설계변수인 단면계수를 최적화시키기 위한 프로그램이다. 그리고 다른 하나는 앞 단계를 통하여 최적화된 단면계수를 구속조건으로 만족하고 목적함수인 필라 단면적을 최소화시키면서 설계변수인 단면의 기하학적 형상과 판재의 두께를 최적화시키는 프로그램이다. 따라서 본 연구에서는 구조물의 단면계수 최적화를 위하여 상용 유한요소해석 프로그램인 MSC/NASTRAN⁽¹⁸⁾을 이용하였으며, 단면 형상 최적설계 프로그램은 SECOPT⁽¹⁹⁾을 이용하였다.

전체적인 최적설계 및 해석에 대한 흐름을 Fig. 4에 나타내었다. 즉, 그림에서 보는 바와 같이 먼저 설계자가 설계 변경하려는 필라단면의 형상 데이터인 요소의 좌표값을 SECOPT 프로그램에 입력하여 초기설계값 I_y, I_z, J 들을 계산하고, 상용유한요소 프로그램인 I-DEAS⁽²⁰⁾로 모델링된 필라 구조물의 데이터를 MSC/NASTRAN 데이터로 변환시킨다. 이 데이터를 기초로 SECOPT에서 얻은 초기설계값 I_y, I_z, J 를 MSC/NASTRAN 데이터 파일의 Physical property인 PBAR에 대치시켜 입력 파일을 만든다. 그러면 이 두 개의 파일이 데이터베이스에서 통합환경에 의해 MSC/NASTRAN으로 정적해석과 진동해석을 수행하며, 이때 해석을 하고 나온 결과값에 대한 오류가 있는지 통합환경에서 확인하는 작업을 거치게 된다.

MSC/NASTRAN에서 진동해석에 의해 구해진 고유진동수를 구속조건으로 하고, 단면계수 및 비틀림 상수값들

을 설계변수로 하는 최적설계가 1차적으로 수행된다.

여기서 얻어진 단면계수 I_x, I_y, J 를 다시 SECOPT에 입력하고, 이 단면계수값 I_x, I_y, J 를 구속조건으로 하는 최적설계를 수행하면 기하학적 형상 및 두께에 관한 설계결과를 얻을 수 있으며 이러한 구조물 최적설계의 전체 과정이 자동적으로 실행될 수 있도록 하였다.

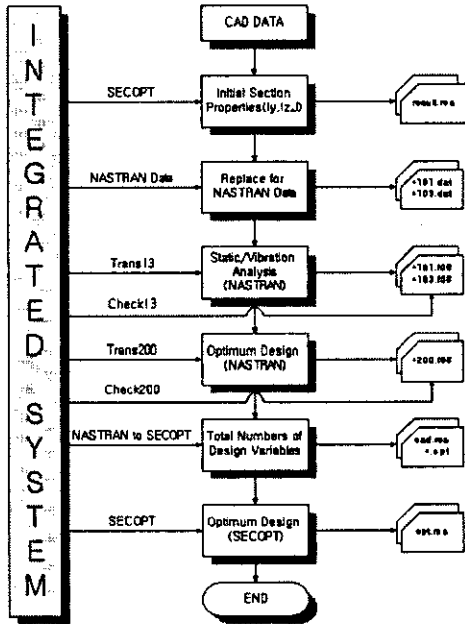


Fig. 4 Analysis and design optimization procedure

6. 차체필라 형상최적설계

민감도해석을 통하여 1차 굽힘진동모드에 가장 큰 영향을 주는 설계변수는 B-pillar의 단면계수 I_x 라는 것을 알 수 있었다. 따라서 전체 차체 구조물 중에서 Fig. 5와 같은 B-pillar를 4 개의 단면으로 나누어 각 단면에 대한 두께와 기하학적 형상을 이루는 절점 좌표에 대한 최적설계를 수행하였다.

각 단면은 Fig. 6에서 보는 바와 같이 외판, 내판, 그리고 보강판으로 구성되어 있다.

Table 1은 각 단면의 단면계수에 대한 초기값을 나타내고 있으며 이 모델의 1차 고유진동수는 굽힘진동모드로서 56.83 Hz이다.

최적설계시 목적함수로는 필라 단면적을 최소화시키는 것으로 설정하고, 구속조건으로는 이 모델의 1차 굽힘진동모드에 대한 고유진동수를 원래 모델보다 10 % 증가시킨 62.51 Hz 이상의 진동특성을 얻을 수 있도록 설정하였다. 외판두께, 내판두께, 보강판의 두께와 절점 18의 y 방향, 절점 25의 z방향, 절점 26의 z방향의 위치를 설계변수로 설정하였다.

또한 Fig. 7은 최적화된 단면형상을 보여주고 있다. 즉, 최적화를 통하여 내판에 설정된 절점들은 차체 내부 방향으로 이동된 것을 알 수 있다.

Table 2는 최적화된 각 단면의 단면계수와 판재두께를 나타내고 있으며, Table 3은 최적화된 각 단면에 대한 절점의 좌표값들을 보여주고 있다. 또한 Table 4는 설계변경 전 · 후의 고유진동수와 질량을 나타내고 있는데 구속조건으로 설정한 고유진동수를 만족하고 있으며, 질량은 2.35 Kg에서 2.12 Kg으로 감소하였다.

또한 Fig. 8과 Fig. 9에 구속조건 및 목적함수에 대한 이력선도를 각각 나타내었다. 이들 선도로부터 최적화 과정을 통하여 필라의 각 단면에 대한 기하학적 형상이 변경됨에 따라 목적함수인 필라의 질량이 줄어든 반면 구속조건인 굽힘 고유진동수는 증가하므로써 설계자가 요구하는 조건을 만족함을 알 수 있다.

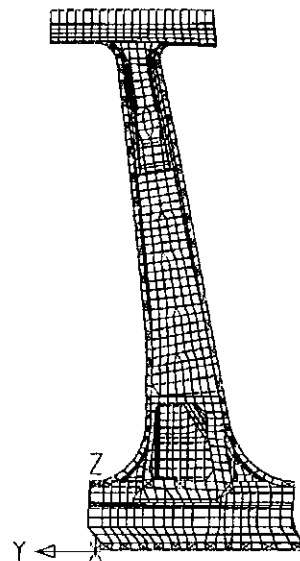


Fig. 5 Finite element model of the B-pillar

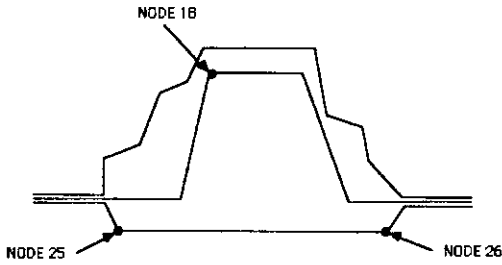


Fig. 6 Initial section shape of the B-pillar

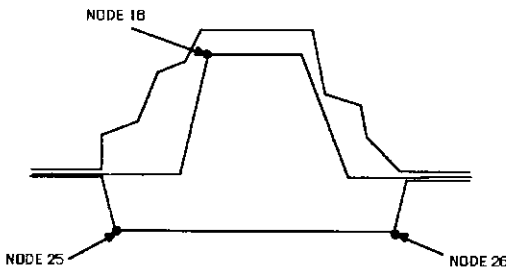


Fig. 7 Optimized B-pillar section

Table 1 Initial section properties

units I_y, I_z, J : mm⁴
thickness : mm

	outer panel thick.	reinf. panel thick.	inner panel thick.	I_y	I_z	J
E1	0.8	1.2	0.8	6.37E+4	3.05E+5	7.44E+4
E2	0.8	1.2	0.8	6.37E+4	3.05E+5	7.44E+4
E3	0.8	1.2	0.8	6.37E+4	3.05E+5	7.44E+4
E4	0.8	1.2	0.8	6.37E+4	3.05E+5	7.44E+4

Table 2 Optimal section properties

units I_y, I_z, J : mm⁴
thickness : mm

	outer panel thick.	reinf. panel thick.	inner panel thick.	I_y	I_z	J
E1	0.84	0.96	0.89	7.91E+4	3.08E+5	1.18E+5
E2	1.04	1.25	0.70	5.71E+5	5.84E+5	4.16E+5
E3	0.64	0.96	0.64	1.18E+5	3.12E+5	4.86E+5
E4	0.64	0.96	0.64	2.57E+5	3.18E+5	2.86E+5

Table 3 Optimized value of coordinates at nodes

unit : mm

	y coordinate of node 18	y coordinate of node 25	y coordinate of node 26
E1	3403.76	559.342	553.390
E2	3360.76	475.507	587.727
E3	3429.81	544.063	542.002
E4	3400.13	505.486	531.447

Table 4 Comparison of initial and optimal values

	initial value	optimum value
1st bending mode frequency	56.83 Hz	62.80 Hz
mass	2.35 Kg	2.12 Kg

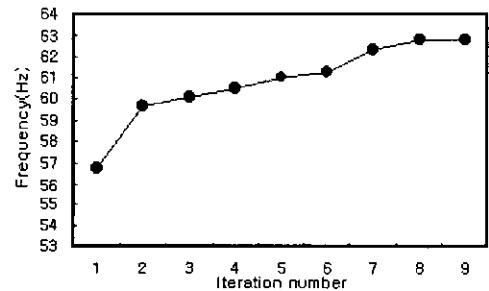


Fig. 8 History of design constraint

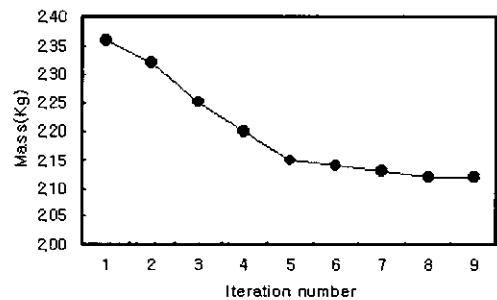


Fig. 9 History of objective function

7. 결론

차량의 초기설계에 있어서 차체의 기본적인 강성을 확보하는 것은 매우 중요한 일이다. 따라서 본 연구를 통해

여 설계자가 요구하는 고유진동수를 만족하는 차체 필라 단면의 형상최적설계를 효율적으로 수행하기 위한 기법을 제시하였으며 또한 이를 위한 최적설계 통합시스템을 구축하였다. 그 결과는 다음과 같다.

- (1) 차량 B.I.W. 모델을 이용하여 고유진동수에 대한 민감도 해석결과를 분석하여 설계자가 관심을 갖는 고유진동모드에 대하여 민감도가 큰 부분을 설계변경 부위로 결정하였다.
- (2) 결정된 설계변경부위에 대하여 설계자가 요구하는 고유진동모드에 대한 진동수를 구속조건으로 설정하고 질량을 최소화시키는 것으로 목적함수를 설정하였으며 설계변수인 각 부분의 단면적 및 단면계수를 최적화하였다.
- (3) 최적화된 단면계수를 구속조건으로 설정하고 필라 단면적을 최소화시키는 것으로 목적함수를 설정하였으며 설계변수인 기하학적 형상 및 판재 두께를 최적화하였다.
- (4) 이러한 기법을 실차 모델에 적용하여 초기 차체 설계시 효율적인 적용이 가능함을 보였다.

참 고 문 헌

- (1) Botkin, M.E., "Shape Optimization of Plate and Shell Structures", *AIAA Journal*, Vol.20, No.2, pp. 242~249., 1981.
- (2) Bennett, J.A., and Botkin, M.E., "Automated Design for Automotive Structures", *Journal of Mechanical Design*, Vol.104, pp. 799~805, 1982.
- (3) Bennett, J.A., and Botkin, M.E., "Shape Optimization of Two-Dimensional Structures with Geometric Problem Description and Adaptive Mesh Refinement", pp. 422~431, 1983.
- (4) Yang, R.J., and Botkin, M.E., "A Modular Approach for Three-Dimensional Shape Optimization of Structures", *AIAA Journal*, Vol.25, No.3, pp. 492~497, 1986.
- (5) Nishio, S., and Igarashi, M., "Investigation of Car Body Structural Optimization Method", *Int. J. of Vehicle Design*, Vol.11, No.1, pp. 79~86, 1990.
- (6) Song, J.O., "An Optimization Method for Crashworthiness Design", *AIAA Journal*, pp. 365~372, 1985.
- (7) 律田政明, 萩原一郎, "高精度感度解析を用いた車體

の複合最適化解析", 日本自動車技術會 學術講演會 前刷集861, pp. 241~246, 1986.

- (8) Sugihara, T., and Inoda, K., "Development of Structural Optimization SIOS", *マツダ技報*, No.6, pp. 129~137, 1988.
- (9) 松本政秀, 阿部淳平, 尾田十八, 山崎光悦, "構造最適化システムの開発とその二輪車體への應用について", 日本自動車技術會, 學術講演會前刷集872, pp. 725~730, 1987.
- (10) Hagiwara, I., Tsuda, M., Fujiwara, T., and Nakamura, K., "Optimization Analyses for Body Structures Using Stiffness and Eigen-Mode Sensitivity Analysis Methods", 日本自動車技術會論文集, No.35, pp. 81~87, 1987.
- (11) Park, K., Kang, S.Y., and Han, D.C., "A Study on the Optimal Design of a Vehicle Structure", *Seoul National Univ. J. Engineering Research*, Vol.20, No.1, pp. 15~21, 1988.
- (12) Suh, J.W., and Suh, M.W., "Shape Optimization for the Section Design of Vehicle Structure", 韓國自動車工學會 春季學術大會 論文集, pp. 305~314, 1993.
- (13) Kamal, M.M., and Wolf, J.A., *Modern Automotive Structural Analysis*, Van Nostrand Reinhold Company, 1982.
- (14) Bennett, J.A. and Nelson, M.F., "An Optimization Capability for Automotive Structures", *SAE Transactions*, Vol.88, pp. 3236~3244, 1979.
- (15) Miura, H., Rust, R.V., and Bennett, J.A., "Integrated Panel and Skeleton Automotive Structural Optimization", 4th SAE International Vehicle Structural Mechanics Conference Proceeding, pp. 161~168, 1981.
- (16) 임홍재, 이상범, "저진동 차체의 필라 설계 및 최적화 기법", 한국소음진동공학회지, 제5권, 제3호, pp. 395~402, 1995.
- (17) Vanderplaats, G.N., *Numerical Optimization Techniques for Engineering Design*, McGraw-Hill Publishing Co., 1984.
- (18) Moore, G.J., *MSC/NASTRAN Design Sensitivity and Optimization User's Guide*, MSC, 1993.
- (19) 이호용, "박판보 구조의 강성도 해석 및 최적설계", 국민대학교 석사학위 논문, 1995.
- (20) I-DEAD User's Guide, SDRC, 1994.