

대수 레이놀즈 응력모델에 의한 단이 진 벽면분류에 대한 수치해석

서호택* · 부정숙**
(2000년 4월 25일 접수)

Numerical Analyses on Wall-Attaching Offset Jet with Algebraic Reynolds Stress Model

Ho Taek Seo and Jung Sook Boo

Key Words: Wall Jet(벽면분류), Reattachment Length(재부착길이), k- ε 모델, Reynolds Stress Model (레이놀즈 응력모델),

Abstract

Algebraic Reynolds Stress (ARS) model is applied in order to analyze the turbulent flow of wall-attaching offset jet and to evaluate the predictability of model. The applied numerical schemes are the upwind scheme and the skew-upwind scheme. The numerical results show a good prediction in the first order calculations (i.e., reattachment length, mean velocity, pressure), however, slight deviations in the second order (i.e., kinetic energy and turbulence intensity). Comparing with the previous results using the k- ε model, the ARS model predicts better than the standard k- ε model, however, slightly worse than the k- ε model including the streamline curvature modification. Additionally this study can reconfirm that the skew-upwind scheme has approximately 25% improved predictability than the upwind scheme.

기호설명

C_{ps}	: 정압계수 [$= (P_s - P_{atm}) / (\frac{1}{2} \rho U_j^2)$]
C_{pw}	: 벽면정압계수 [$= (P_w - P_{atm}) / (\frac{1}{2} \rho U_j^2)$]
D	: 노즐출구 폭 ($= 21\text{ mm}$)
H	: 단 높이 ($= 2.5D$)
k	: 난류운동에너지
P_s , P_{atm} , P_w	: 정압, 대기압, 벽면 정압
U, V	: X, Y 방향의 평균속도
U_j , U_m	: 노즐출구 평균속도, 최대 평균속도
$u_i u_j$: 레이놀즈 응력 tensor
X_c , X_R	: Potential core 길이, 재부착길이
$Y_{1/2}$: U_m 의 반폭(half width)되는 Y축 위치

ε	: 난류운동에너지소산율
v, v_{eff}	: 동점성계수, 유효 동점성계수
—	: 시간평균값의 표시
MOCUP	: Result of MOdified k- ε model with streamline Curvature by UPwind scheme
MOCSK	: Result of MOdified k- ε model with streamline Curvature by SKew-upwind scheme
ARSUP	: Result of Algebraic Reynolds Stress Model by UPwind scheme
ARSSK	: Result of Algebraic Reynolds Stress Model by SKew-upwind scheme

1. 서 론

난류 전단류의 여러 가지 흐름의 형태중 분류 유동은 공학적으로 그 응용범위가 매우 넓기 때문에 많은 실험적 및 수치적 연구가 진행되어 왔

* 회원, 한국전력기술주식회사

E-mail : htseo@ns.kopec.co.kr

TEL : (042)868-8738 FAX : (042)861-3619

** 회원, 부산대학교 기계공학부, 기계기술연구소

다. 아울러, 컴퓨터의 급격한 발달에 의해 유체 유동을 수치해석하기 위한 난류모델의 적합성 및 개발 등에 관련된 많은 연구가 이루어지고 있다.

Ljubora & Rodi⁽¹⁾는 정지 및 균일유동장에 분사되는 평면벽면분류에서 $k-\epsilon$ 모델이 대수 레이놀즈 응력모델보다 더 간편하게 적용될 수 있음을 밝혔다.

백세진 등⁽²⁾은 박리-재부착 이후의 재발달 난류경계층에 $k-\epsilon$ 모델 및 레이놀즈응력모델을 채택하여 수치해석하였으며 두 모델 모두 재부착길이가 실험치보다 짧게 계산되었다.

박태선 등⁽³⁾은 감쇄함수의 독립변수를 새로이 정의하여 벽면근접효과 및 벽면에서 떨어진 지역에서의 비평형효과를 반영한 새로운 저 레이놀즈 수 $k-\epsilon$ 모델을 개발하여 후향계단 유동에 적용해 본 결과, 비평형효과를 고려한 경우가 평형상태의 모형보다 좋은 결과를 얻었다.

김경천 등⁽⁴⁾은 축대칭 후향계단에서 박리유선의 곡률효과에 대해 연구한 바 있으며, 신종근 등⁽⁵⁾은 직접 수치모사 자료를 이용하여 저 레이놀즈수 ϵ 방정식의 다중 생성률 모형 개발에 대한 기초적, 이론적 연구를 수행하였다.

김원갑 등⁽⁶⁾은 후방계단유동에 대한 저 레이놀즈수 난류모형의 예측에서 $k-\epsilon$ 모형의 단점으로 지적되고 있는 짧은 재부착길이와 큰 와점성계수, 큰 난류강도 등의 현상이 저 레이놀즈수 $k-\epsilon$ 모형에서도 나타남을 도출하였다.

양희천 등⁽⁷⁾은 renormalized group method $k-\epsilon$ 모델이 표준 $k-\epsilon$ 모델보다 개선된 결과를 도출하였으며, 안종우 등⁽⁸⁾은 경사진 계단유동에서 주 유동방향 섭동속도를 잘 예측하기 위해서는 레이놀즈 응력에 대한 적절한 비선형모형이 필요함을 밝혔다.

이성혁 등⁽⁹⁾은 압력구배가 있는 난류경계층의 유동장 해석에서 표준 $k-\epsilon$ 모델은 근본적으로 등방성이 기준하고 있기 때문에 레이놀즈 수직응력을 적절하게 예측하고 있지 못하며, 레이놀즈응력모델 역시 압력-변형율항의 모델에 대한 연구가 지속되어야 한다고 결론지었다.

한편, 단이 진 2차원 벽면분류(wall-attaching offset jet; 이하 "WAOJ")는 Fig. 1과 같이 자유분류와 벽면분류의 복합구조에 더불어 Coanda 효과에 의해 야기되는 재부착, 재순환유동 및 유선의 급격한 곡률 등 복잡한 난류유동장을 형성

한다.⁽¹⁰⁾ 따라서 난류모델의 적합성을 파악하기 위한 좋은 유동장중 하나이다.

난류모델로서 레이놀즈 응력모델은 와점성계수의 개념을 사용하는 $k-\epsilon$ 모델 등과는 달리 레이놀즈 응력방정식을 모형화하여 난류응력성분 각각에 관한 방정식들을 계산함으로써 난류점성의 비등방성이나 유선의 곡률 등의 효과를 자체적으로 반영할 수 있는 것으로 알려져 있다.

서호택 등⁽¹¹⁾은 Fig. 1의 WAOJ에 대해 upwind 기법으로 $k-\epsilon$ 모델과 유선곡률수정 및 preferential dissipation 수정을 고려한 수정모델을 개별적으로 적용하였으며, 유선곡률수정을 고려한 경우는 해석결과가 다소간 개선되었으나, preferential dissipation 수정만을 고려한 경우는 실험치와 많은 차이를 보였다.

상기 연구와 계속하여 서호택 등⁽¹²⁾은 skew-upwind 기법을 적용하여 재해석한 결과, skew-upwind 기법은 upwind 기법에 비해 재부착길이, 속도 및 압력 같은 1차 계산에는 약 25%의 향상을 보였으나 난류운동에너지와 같은 2차 계산에는 뚜렷한 개선효과가 나타나지 않았으며, 유선곡률수정만을 고려한 $k-\epsilon$ 모델이 가장 좋은 결과를 산출함을 도출하였다.

본 논문은 Fig. 1의 유동장에 대한 상기 2편^(11,12)의 후속연구로서 대수 레이놀즈 응력모델에 upwind 기법 및 skew-upwind 기법을 적용하여 (1) 수치적 해석기법 차이에 의한 계산결과 차이를 재확인하며, (2) $k-\epsilon$ 모델 대비 개선효과를 파악하고자 한다.

2. 레이놀즈 응력모델

레이놀즈 응력방정식에서 모델링이 필요한 항은 생성항, 압력-변형률 상관관계항, 확산항 및

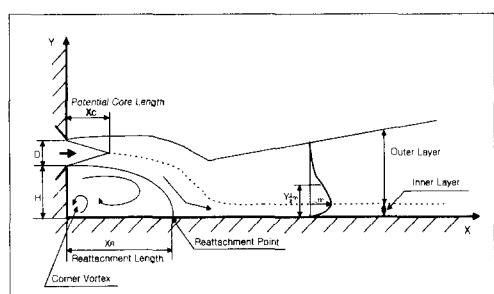


Fig. 1 Flow field of wall-attaching offset jet

소산항이며 확산항에서 분자확산항과 압력-속도 상관관계항을 무시하면⁽¹³⁾ 다음과 같다.

$$\frac{\partial(\overline{U_k u_i u_j})}{\partial x_k} = P_{ij} + R_{ij} + D_{ij} - \varepsilon_{ij} \quad (1)$$

여기서 각 항은 다음과 같다.

$$P_{ij} = -(\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} + \overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_i}) : \text{생성항}$$

$$R_{ij} = \frac{p}{\rho} (\overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_j}} + \overline{\frac{\partial u_j}{\partial x_i}}) : \text{압력-변형률}$$

상관관계항

$$D_{ij} = -\frac{\partial(\overline{u_i u_j u_k})}{\partial x_k} : \text{확산항}$$

$$\varepsilon_{ij} = 2\nu (\overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_k}} \overline{\frac{\partial u_j}{\partial x_k}}) : \text{소산항}$$

확산항 D_{ij} 는 난류유동에 의한 확산만을 고려하여 다음과 같이 모델링하였다.

$$D_{ij} = C_s \frac{\partial}{\partial x_k} [\frac{k}{\epsilon} (\overline{u_i u_l} \frac{\partial \overline{u_j u_k}}{\partial x_l} + \overline{u_j u_l} \frac{\partial \overline{u_i u_k}}{\partial x_l} + \overline{u_k u_l} \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_l})] \quad (2)$$

소산항 ε_{ij} 에 대해서는 소산은 등방성으로 일어난다고 가정하여 다음과 같은 모델을 사용한다.

$$\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3} \epsilon \delta_{ij} \quad (3)$$

여기서 δ_{ij} 는 Kronecker delta이며, 압력-변형률 항(R_{ij})은 부력에 의한 영향을 무시하여 벽으로부터 먼 곳과 가까운 곳을 나누어 취급한다. 먼저 벽으로부터 먼 곳에서는 다음과 같이 요동속도들만의 관계에 의한 $\pi_{ij,1}$ 및 평균 변형률과 요동속도와의 관계에 의한 $\pi_{ij,2}$ 을 결합시킴으로써 모델링한다.

$$\pi_{ij,1} = -C_1 \frac{\epsilon}{k} (\overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k) \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \pi_{ij,2} &= -B_1 (P_{ij} - \frac{2}{3} P_k \delta_{ij}) - B_2 k (\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}) \\ &\quad - B_3 (G_{ij} - \frac{2}{3} P_k \delta_{ij}) \end{aligned} \quad (5)$$

상기 식에서 P_k , G_{ij} , B_1 , B_2 , B_3 는 다음과 같다.

$$P_k = -\overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j}$$

$$G_{ij} = -\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_k}{\partial x_j} - \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_k}{\partial x_i}$$

$$B_1 = \frac{1}{11} (C_2 + 8)$$

$$B_2 = \frac{1}{55} (30 C_2 - 2)$$

$$B_3 = \frac{1}{11} (8 C_2 - 2)$$

여기서, C_1 및 C_2 는 각각 1.5 및 0.4이다.

상기 (4) 및 (5)식에서 $\pi_{ij,1}$ 은 레이놀즈 용력의 국소등방성의 정도를 나타낸 것으로 등방성으로의 회귀에 기여하며, $\pi_{ij,2}$ 는 생성항의 비등방성을 의미하며 급격한 변형이 존재하는 경우에 그 영향이 커진다.

벽 근처에서는 벽에 수직한 방향의 법선 레이놀즈 용력성분이 평행한 방향의 법선 성분에 비해 현저히 작아지며, 난류운동에너지에 대한 레이놀즈 전단용력의 비($-\overline{uv}/k$)도 벽으로부터 멀어지면서 비해 작아진다. 이 현상은 압력-변형률 항이 벽의 영향을 받기 때문이며, 이 벽의 영향은 다음 항을 압력-변형율항에 더하여 수정함으로써 고려한다.

$$\begin{aligned} \pi_{ij,1W} &= C'_1 \frac{\epsilon}{k} (\overline{u_k u_m} n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \overline{u_k u_l} n_k n_l) \\ &\quad - \frac{3}{2} \overline{u_k u_l} n_k n_l f_n (\frac{l}{x_n}) \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \pi_{ij,2W} &= C'_2 (\pi'_{km,2} n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \pi'_{ik,2} n_k n_i) \\ &\quad - \frac{3}{2} \pi'_{jk,2} n_k n_j f_n (\frac{l}{x_n}) \end{aligned} \quad (7)$$

$$\pi'_{ij,2} = -\gamma (P_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} P) \quad (8)$$

식 (6), (7) 및 (8)에서 n 은 벽에 수직한 단위벡터이다.

터이며, l 은 특성난류 길이 척도이며, γ 는 모델 상수이다. 보정함수 f 는 벽 가까이에서는 1이며, 벽으로부터 멀어질수록 감소하는 함수로서 다음과 같은 형태를 갖는다.

$$f_n = \frac{C_\mu^{3/4} k^{3/2}}{\varepsilon x_n K} \quad (9)$$

따라서, 레이놀즈 응력 전달식의 최종 형태는 다음과 같아 된다.⁽¹⁴⁾

$$\begin{aligned} \frac{D}{Dt} (\overline{u_i u_j}) &= -(\overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} + \overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k}) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \varepsilon \\ &\quad - C_1 \frac{\varepsilon}{k} (\overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k) + \pi_{ij,2} + \pi_{ij,1w} \\ &\quad + \pi_{ij,2w} + C_s \frac{\partial}{\partial x_k} \frac{k}{\varepsilon} (\overline{u_i u_l} \frac{\partial \overline{u_j u_k}}{\partial x_l} \\ &\quad + \overline{u_j u_l} \frac{\partial \overline{u_i u_k}}{\partial x_l} + \overline{u_k u_l} \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_l}) \end{aligned} \quad (10)$$

여기서 $\pi_{ij,2}$ 는 식 (5)을, $\pi_{ij,1w}$, $\pi_{ij,2w}$ 는 각각 식 (6), (7)을 이용했다.

k , ε 에 대한 전달방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_l} (\rho U_l k) &= \frac{\partial}{\partial x_l} (c_s \rho \frac{k}{\varepsilon} \overline{u_l u_m} \frac{\partial k}{\partial x_m}) \\ &\quad + P_k - \rho \varepsilon \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_l} (\rho U_l \varepsilon) &= \frac{\partial}{\partial x_l} (c_\varepsilon \rho \frac{k}{\varepsilon} \overline{u_l u_m} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_m}) \\ &\quad + \frac{\varepsilon}{k} (c_{\varepsilon 1} P_k - c_{\varepsilon 2} \rho \varepsilon) \end{aligned} \quad (12)$$

식 (10), (11), (12)에서 나타나는 $\overline{u^2}$ 및 $\overline{v^2}$ 는 다음의 대수 레이놀즈 응력방정식 모델을 이용하였다.⁽¹⁾

$$\begin{aligned} \overline{u_i u_j} &= k \left[\frac{2}{3} \delta_{ij} + \frac{(1-\gamma) \left(\frac{P_{ij}}{\varepsilon} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{P_k}{\varepsilon} \right)}{C_{il}/\varepsilon - 1 + C_{il}} \right] \\ &\quad + \frac{C_1'}{P_k/\varepsilon - 1 + C_{il}} (\overline{u_n^2} \delta_{ij} - \frac{3}{2} \overline{u_n u_i} \delta_{nj} - \frac{3}{2} \overline{u_n u_j} \delta_{ni}) f_n \\ &\quad + \frac{k}{P_k - \varepsilon(1-C_{il})} C_2' (\pi_{nn,2} \delta_{ij} - \frac{3}{2} \pi_{n,n} \delta_{nj} - \frac{3}{2} \pi_{nj,2} \delta_{ni}) f_n \end{aligned} \quad (13)$$

상기 식 (2)~(13)에서 사용된 상수값들은 Table 1과 같다.

3. 수치적 해석 방법

본 연구는 CHAMPION 코드를 본 연구목적에 부합하도록 수정하여 Pentium-II PC 및 MS-FORTRAN Version 4.0을 사용하여 수치해석을 수행하였다. 아울러, 수치적 해석기법 변경에 의한 난류모델의 해석결과를 정확히 분석하기 위해 제어체적, 격자수, 격자선 간격, 이완계수, 경계조건 등은 격자의존도, 수렴도 및 수렴속도 등에 대한 민감도 분석을 토대로 이루어진 참고문헌 (11) 및 (12)의 경우와 동일하게 하였다. 즉, 제어체적은 $X=34D$, $Y=9.7D$ 되는 부분으로 하였으며, 격자수는 55×37 , 격자선 간격은 Fig. 1의 원점을 기준으로 X 축 및 Y 축 방향으로 각각 1.04, 1.02로 하였다. 그리고 U 및 V 의 이완계수는 0.1로, k 및 ε 의 이완계수는 0.3, uv 의 이완계수는 0.1로 설정하였다.

경계조건중 노즐출구에서 초기값은 실험값과 동일하게 하였는데, 노즐출구속도 U_j 는 $30m/sec$, $V=0$ 인 균일 유동으로, 초기 난류운동에너지는 실험결과에서 중력장 방향의 속도변동치를 고려해서 $k_j = \frac{3}{4} (\overline{u^2} + \overline{v^2})$ 로 가정하였고 u , v 의 난류강도는 모두 실험값인 0.2%로 설정하였다. 노즐출구의 난류운동에너지소산율(ε_j)은 Prandtl에 의한 혼합길이를 참조하여 $k_j^{3/2} / (\frac{1}{2} C_D D)$ 을 대입하였다. 여기서 D 는 노즐의 폭이고, C_D 는 0.09이며, 기타 경계조건은 Table 2와 같다.

한편, 운동량방정식의 경계조건 및 난류운동에너지 전달방정식의 생성항으로서 대수벽함수를 적용하였다.

Table 1 Values of constants in ARS model

Constant	Value	Constant	Value	Constant	Value
C_{il}	1.8	$C_{\varepsilon 2}$	1.92	C_s	0.25
C_1	1.5	C_1'	0.5	C_ε	0.15
C_2	0.4	C_2'	0.3	κ	0.4
$C_{\varepsilon 1}$	1.44	r	0.6	C_μ	0.09

4. 결과 및 고찰

4.1 재부착길이

Fig. 1에서 단의 높이(H)와 노즐출구폭(D)의 비가 2.5인 WAOJ의 수치적 해석 결과를 기준 수치 연구결과^(11,12)와 비교하여 **Table 3**에 나타내었다. 참고문헌 (11) 및 (12)의 연구결과에서 유선곡률수정을 고려한 수정 k- ϵ 모델이 가장 좋은 결과를 도출하였으며, 본 연구에서는 이의 결과

와 중점 비교하고자 한다.

Potential core length(X_c)는 실험의 경우^(15,16) 3.8D인데 반해 upwind 기법에 의한 유선곡률수정을 고려한 수정 k- ϵ 모델의 수치적 결과(이하 MOCUP)는 2.69D, skew-upwind 기법에 의한 유선곡률수정을 고려한 수정 k- ϵ 모델의 수치적 결과(이하 MOCSK)는 2.66D이었다.

반면, ARS 모델로 upwind 기법을 사용한 경우(이하 ARSUP)는 2.53D, ARS 모델로 skew-

Table 2 Boundary conditions for the flow geometry

Boundary Variable	U	V	k	ϵ	P	$\mathbf{u}_i \mathbf{u}_j$
Jet inlet $X/D = 0$	Exper.	0	Exper.	$k_j^{3/2} / (C_D D)$	-	Exper.
Free Surface $Y/D = 9.7$	0	$\frac{\partial V}{\partial y} = 0$	$\frac{\partial k}{\partial y} = 0$	$\frac{\partial \epsilon}{\partial y} = 0$	P_{atm}	$\frac{\partial \mathbf{u}_i \mathbf{u}_j}{\partial y} = 0$
Exit $X/D = 34$	$\frac{\partial U}{\partial x} = 0$	$\frac{\partial V}{\partial x} = 0$	$\frac{\partial k}{\partial x} = 0$	$\frac{\partial \epsilon}{\partial x} = 0$	-	$\frac{\partial \mathbf{u}_i \mathbf{u}_j}{\partial x} = 0$
Wall $X/D=0$	0	Wall Fun.	Wall Fun.	Wall Fun.	-	0
Wall $Y/D=0$	Wall Fun.	0	Wall Fun.	Wall Fun.	-	0

Table 3 Analytic results and comparison with the previously analytic results

Model Characteristic	Scheme ¹⁾	Grid	SCM ²⁾	PDM ³⁾	Potential Core Length (X/D)		Reattachment (X/D)		Iteration	Conver-gence	Remarks
					$X_c^4)$	Error ⁵⁾	X_R	Error ⁵⁾			
Standard k- ϵ	Upwind	55x37	X	X	2.19	42 %	5.34	29 %	590	0.001 %	Reference (11)
Modified k- ϵ	Upwind	55x37	O	X	2.69	29 %	5.32	29 %	600	0.003 %	Reference (11) MOCUP
Modified k- ϵ	Upwind	55x37	X	O	2.10	45 %	4.91	35 %	620	0.002 %	Reference (11)
Modified k- ϵ	Upwind	55x37	O	O	1.92	49 %	4.47	40 %	610	0.002 %	Reference (11)
Standard k- ϵ	Skew-upwind	55x37	X	X	2.75	28 %	6.85	9 %	710	0.004 %	Reference (12)
Modified k- ϵ	Skew-upwind	55x37	O	X	2.66	30 %	7.22	4 %	690	0.004 %	Reference (12) MOCSK
Modified k- ϵ	Skew-upwind	55x37	X	O	2.19	42 %	6.02	20 %	690	0.002 %	Reference (12)
Modified k- ϵ	Skew-upwind	55x37	O	O	2.80	26 %	6.83	9 %	690	0.001 %	Reference (12)
ARS	Upwind	55x37	X	X	2.53	33 %	5.25	30 %	700	0.005 %	ARSUP
ARS	Skew-upwind	55x37	X	X	4.49	-18 %	7.38	2 %	830	0.005 %	ARSSK

Note

O : Application X : Non-application

1) Scheme for momentum equation (Upwind scheme is used for other equations.)

2) SCM : Streamline Curvature Modification 3) PDM : Preferential Dissipation Modification

4) Mean velocity in potential core : $U = 0.99U_j$

5) Error = $\frac{X_{exp} - X_{num}}{X_{exp}} \times 100(\%)$ (X_{exp} : Experimental result, X_{num} : Numerical analysis result)

upwind 기법을 사용한 경우(이하 ARSSK)는 4.49D로 나타났다. 타 결과는 달리 ARSSK는 X_c 가 실험치보다 다소간 길게 나타났다. 수치계산에서 X_c 는 유한한 격자수로 인하여 U_j 대비 1%의 오차가 일어나는 곳까지로 하였다.

재부착을 가진 난류유동장의 해석에 있어서, 재부착길이(X_R)는 일반적으로 그 해석의 정확도를 평가하는 중요한 척도의 하나이다. Table 3에 나타낸 바와 같이 실험결과는 $X_R/D=7.5$ 인데 반해, MOCUP, MOCSK, ARSUP 및 ARSSK의 경우 각각 5.32, 7.22, 5.25, 7.38으로서 난류모델변경보다는 수치적 해석기법 변경에 따른 개선효과가 크게 나타나고, 표준 $k-\epsilon$ 모델보다는 ARS 모델의 결과가 재부착길이 계산 측면에서는 바람직함을 알 수 있다. 여기서, 재부착길이는 벽면전단응력을 기준으로 하여 산출하였다. PDM을 사용한 수정 $k-\epsilon$ 모델의 경우 오히려 계산결과가 나빠지는 이유는 ϵ 전달방정식에 preferential dissipation이 추가되어 과도한 소산율을 형성하기 때문이다.

참고문헌 (12)의 결과는 참고문헌 (11)의 결과 대비 X_R 를 기준으로 20%, 25%, 15%, 31%의 개

선효과를 보이고 있으며, ARS의 경우 28%의 개선효과를 보이고 있다. 따라서, skew-upwind 기법은 upwind 기법에 비해 약 20 ~ 30%의 개선효과가 있고, ARS 모델은 표준 $k-\epsilon$ 모델에 비해 약 5%의 개선효과가 있음을 알 수 있다.

4.2 평균속도

Fig. 2은 실험 및 수치해석결과에 의한 평균속도분포를 나타낸 것이다. $X/D=2$ [Fig. 2(a)]에서 $0 \leq Y/D \leq 2$ 는 재순환영역인데 upwind 기법보다는 skew-upwind 기법을 사용한 경우가 바람직함을 알 수 있으며, 유선곡률수정을 고려한 $k-\epsilon$ 모델이 ARS 모델보다는 다소간 바람직한 것으로 나타났다. 특히 MOCSK의 경우 타 계산치에 비해 실험치에 매우 근접함을 알 수 있다.

한편, Fig. 2(d)~(f)에 나타난 바와 같이 하류로 갈수록 수치적 해석 기법에 따른 계산 결과차이를 뚜렷이 알 수 있으며, 이는 skew-upwind 기법에서 skewness error의 축소로 인하여 수치해석이 상당히 개선된 것을 뜻한다. 아울러, ARS와 유선곡률수정을 고려한 $k-\epsilon$ 모델의 계산 결과는 거의 유사한 것으로 나타났으나, 기존 연구 (11)

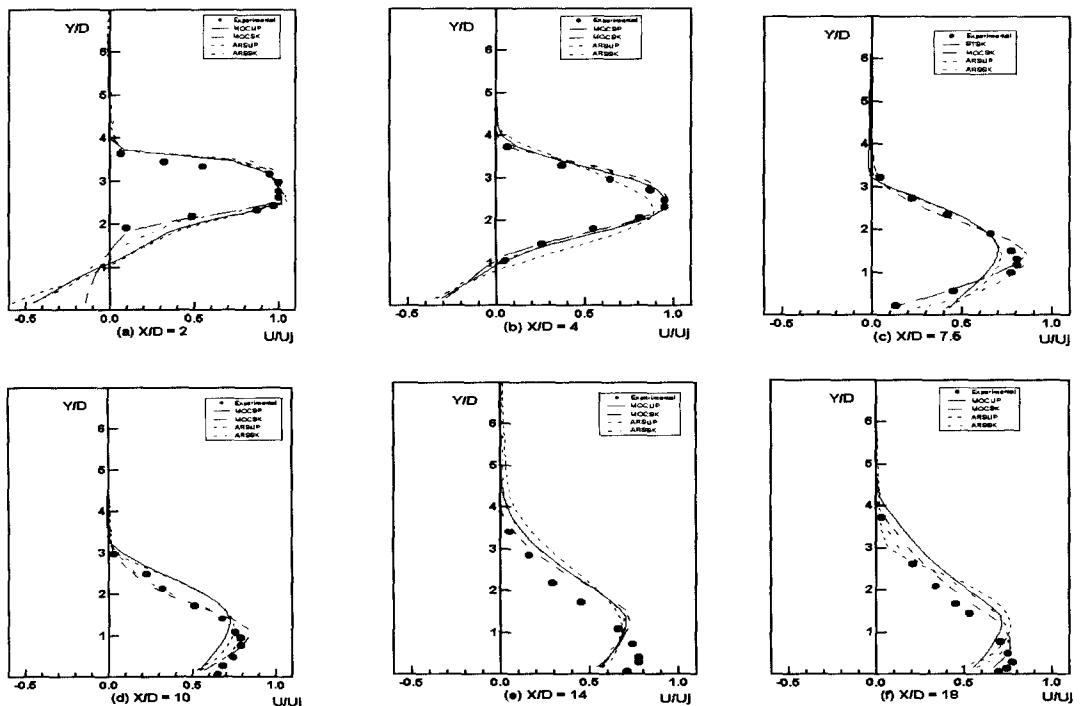


Fig. 2 Mean velocity profiles along streamwise

및 (12)의 해당 그림들과 비교하면 표준 $k-\epsilon$ 모델 대비 ARS 모델은 높은 계산 정확도를 가짐을 파악할 수 있다. 또한, ARSUP 및 ARSSK의 결과 모두가 하류로 갈수록 U_m 의 지점이 실험치보다 다소 높은 것으로 묘사되는 이유는 난류모델의 예측한 계성 이외에도 대수벽함수가 완벽하지 않아 충분한 벽면효과가 나타나지 않은 것으로 생각되므로 벽함수의 모델상수 변경 또는 저 레이놀즈 수 모델 적용 등 벽면효과에 대한 추가적인 연구^(3,5)가 필요한 것으로 파악된다.

MOCUP 및 MOCSK의 경우 본 연구의 유동장에서 eddy 확산률에 관련된 $k-\epsilon$ 모델상수인 C_μ 는 약 -0.5에서 0.5 사이에서 변화하며 주로 0.1 정도의 값을 가진다. 실제 계산에서 재순환영역 및 박리부근에서 C_μ 가 음이 되어, 이럴 경우 곡률수정의 기초가 되는 난류응력과 에너지의 평형상태의 의미가 없어지므로 본 계산에서는 $C_\mu = 0.025$ 로 하한값을 고정시켜 사용하였다.

Fig. 3은 주류방향 최대 평균속도 U_m 에 대한 변화를 대수로 나타낸 것으로 자체보존(self-preserving) 구간에서의 대수 속도변화는 $-1/2$ 의 기울기를 가지고 있는 것으로 알려져 있는데,⁽¹⁷⁾ 본 해석결과 역시 이와 유사함을 보이고 있다. 하지만, 유선곡률이 급격해지는 $\log(X/D) = 0.6 \sim 1.0$ 구간에서는 다소간 실험치와 차이를 보이고 있다.

Fig. 4는 유동방향의 분류반폭의 변화를 나타낸 것으로 MOCSK의 경우가 가장 바람직하였는데, 이는 레이놀즈 응력모델에서 유선곡률의 영향에 대한 난류전단응력과 수직응력 사이의 비등방성 정도를 고려하였기 때문이다. 따라서, 유선곡률이 매우 심한 경우는 ARS 모델보다는 유선

곡률만을 고려한 수정 $k-\epsilon$ 모델을 사용하는 것이 바람직한 것으로 판단된다. 또한, 재부착점 이후 반폭은 대략 0.076의 기울기를 가지고 있는데⁽¹⁷⁾ 수치해석의 결과 역시 이를 잘 모사하고 있으며, upwind 기법보다는 skew-upwind 기법을 사용함이 실험결과와 유사함을 알 수 있다.

4.3 정압분포

Fig. 5는 주류방향의 벽면정압분포를 나타낸 것으로 수치적 결과들은 재순환영역에서는 실험치와 다소간 상이하였지만, 하류로 갈수록 실험치와 유사함을 보여준다. 특히 모든 기법에서 최대 정압계수값은 실험치와 거의 유사하며, 정압계수의 최저점, 최저점 위치, 최고점, 최고점 위치 등에서 skew-upwind 기법이 upwind 기법에 비해 계산 정도가 실험치와 유사하고, 유선곡률을 고려한 수정 $k-\epsilon$ 모델이 ARS 모델보다 다소 정확한 결과를 산출함을 알 수 있다. 하지만, 이전 연구(11) 및 (12)의 해당 그림과 비교해 보면 ARS 모델이 표준 $k-\epsilon$ 모델보다는 실험치에

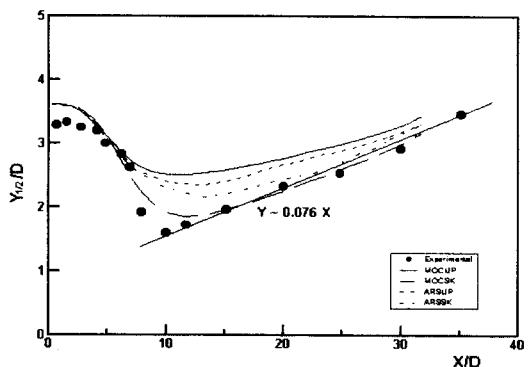


Fig. 4 Variation of jet half width

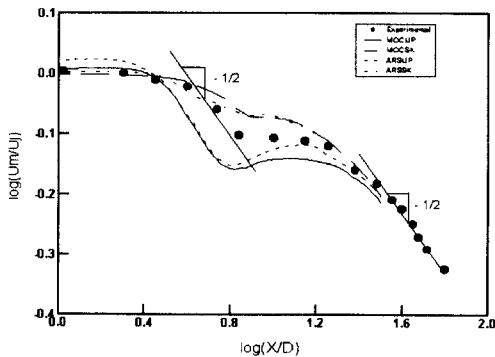


Fig. 3 Logarithmic plots of the maximum velocity variations

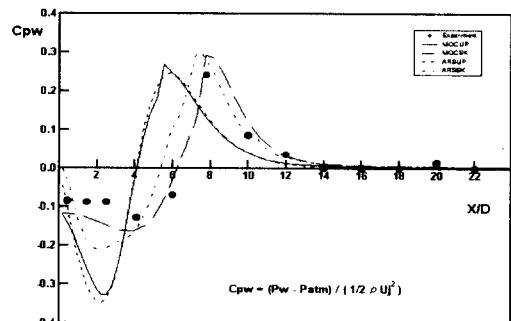


Fig. 5 Wall static pressure distribution

접근하고 있음을 알 수 있다.

재순환영역에서 벽면정압계수가 실험치에 비해 다소 떨어지는 이유는 Fig. 2(a) 및 (b)의 재순환영역에서의 전단용력을 너무 크게 예측하기 때문으로 이로 인해 Table 3에서와 같이 $k-\epsilon$ 모델 및 ARS 모델이 재부착길이를 실질보다 작게 예측하는 것으로 판단된다.

Fig. 6은 $X/D=2, 4, 5, 7.5, 10$ 및 14 의 위치에서 Y -방향을 따라 정압분포를 나타낸 것인데 upwind 기법의 결과는 다소간 실험치와 차이가 있으나, skew-upwind 기법의 결과는 실험치와 유사함을 보인다. 아울러, 재순환영역이 있는 경우 ARS 모델보다는 유선곡률을 고려한 수정 $k-\epsilon$ 모델을 적용하는 것이 바람직함을 알 수 있다. 수직방향의 압력변화율이 유선의 곡률을 변곡시킴으로, 정압분포도는 어느 모델이 유선의 곡률 효과를 적합하게 반영하고 있는지를 파악하는데 좋은 지표가 된다.

4.4 난류강도와 난류운동에너지소산을

Fig. 7은 난류강도의 분포를 나타내고 있는데 실험의 경우 난류 강도의 첨두값은 재부착점 이후에도 두 곳에 나타나다가 $X/D=14$ 이후부터는 첨두값이 한 곳에 나타나면서 단조로운(monotonic) 경향을 띤다. 즉, $0 \leq X/D \leq 14$ 에서 두 개의 응집구조(coherent structure)가 나타나고 있는데, 이론치의 경우 전구간에서 정성적으로는 실험치와 유사하나 정량적으로는 작게 나타나고 있다. 이는 현재 사용한 모델에서 실제의 벽면효과가 충분히 반영되지 않은 것이 주된 이유로 판단되므로 이에 대해서는 추가적인 연구가 필요하다.

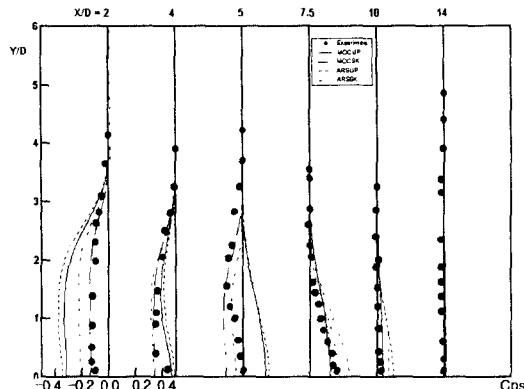


Fig. 6 Static pressure distribution

하지만, ARS 모델의 경우 $k-\epsilon$ 모델보다는 실험치에 근접하는 것으로 나타나므로 ARS 모델이 난류강도와 같은 2차 계산에서는 바람직한 것으로 사료된다.

Fig. 8은 초기경계조건 ϵ_1 로 표준화시킨 난류운동에너지의 소산을 분포를 나타낸 것인데, $X/D=2$ 및 4 에서 매우 큰 값을 가지나 하류로 갈수록 약해지고, 전반적으로 upwind 기법이 skew-upwind 기법보다 큰 소산율을 나타내고 있음을 보여준다. Fig. 7 및 8의 경향과 Table 3의 재부착점 길이에 대한 비교표를 종합하면, 난류강도가 클수록 재부착길이가 짧아짐을 확인할 수 있다.

Fig. 9는 레이놀즈 전단용력의 유동방향에 대한 분포현상을 보여주고 있는데, 실험치의 경우 재부착점 전후로 그 형상이 급격히 변화함을 볼 수 있으며 이러한 현상은 수치적 해석으로도 나타난다. $k-\epsilon$ 모델의 경우 실험치와 정성적으로는 일치하나 정량적으로 큰 차이를 보이고 있으며, ARS의 경우 계산치가 향상되며 하류로 갈수록 실험치에 보다 가까워짐을 알 수 있다. $k-\epsilon$ 모델에서 레이놀즈전단용력은 주속도값을 도출한 후 2차원 유동으로 가정하여식 (14)로 계산하였다.

$$-\overline{uv} = \frac{\mu_t}{\rho} \left(-\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) \quad (14)$$

Fig. 10 및 11은 난류강도 u/U_j , v/U_j 의 분포 형상을 나타낸 것이다. 실험치의 경우 재순환 영역의 반 정도까지는 평면분류(plane jet)의 난류강도와 비슷한 분포형상을 보이며 재부착되다가 벽의 존재로 인하여 v 가 급격히 줄어들면서 서서

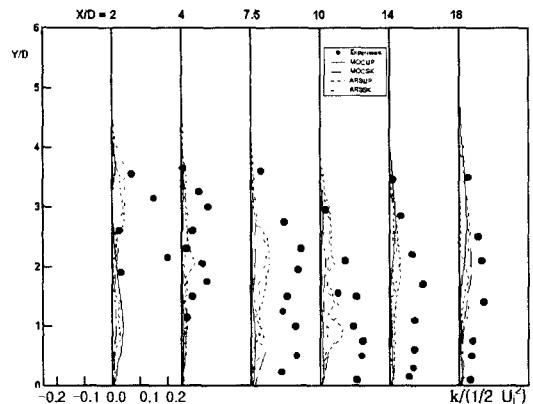


Fig. 7 Turbulent intensity distribution

히 벽면분류(plane wall jet)의 난류강도와 비슷한 분포경향을 보여주고 있다. 난류강도의 최대값은 재부착점 근방에서 $u/U_j \approx 0.34$, $v/U_j \approx 0.25$ 의 값을 가진다. 난류강도의 최대치는 재부착점 이후에도 두 군데에 나타나면서 단조로운(monotonic) 경향을 갖는다. 이것은 곡률진 재부착분류에서 형성된 두 개의 옹집구조(coherent structure)가 재부착 이후에도 어느 정도 잔존하여 발생되는 결과이다.

상기 Fig. 9, 10 및 11에서 전반적으로 계산치는 실험치와 정성적으로 매우 유사하나 정량적으로 다소간 차이를 보이고 있으며 하류로 갈수록 실험치와 유사함을 보이고 있다. 특히 유선곡률이 심하게 이루어지는 영역에서는 매우 큰 차이를 보이고 있는데 이는 수치적 모델의 한계성에 주된 원인인 것으로 판단되며, 참고문헌 (11)에서 기술한 ‘격자수 변화에 따른 해의 의존성 검토’를 위해 사용한 70×45 의 격자수보다 미세한 격자수를 이용하여 재해석하는 경우 레이놀즈응력분포도에서 국부적으로 발생하고 있는 급격한 변동은 다소 완화될 것으로 예상된다.

아울러, 난류강도의 계산에서 대수 레이놀즈 응력방정식을 이용하는 방법이 레이놀즈 응력에 대한 이송방정식의 해를 직접 구하는 방법보다는 좋은 결과는 아니지만, 레이놀즈 응력에 대해서 평균 척도들의 대수적 관계로서 어느 정도는 적절히 묘사한 것으로 판단된다.

Fig. 2~11의 고찰을 종합하면 1차 계산은 상류에서는 잘 맞았으나 하류로 갈수록 잘 맞지 않았으며, 2차 계산은 반대로 상류쪽에서는 잘 맞지 않으나 하류쪽에서는 상대적으로 잘 맞음

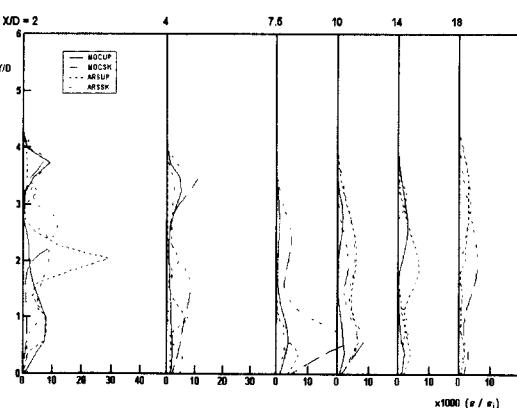


Fig. 8 Dissipation rate distribution

을 알 수 있다. 이는 1차 계산의 경우 해석의 정확도는 일반적으로 운동량 및 압력수정방정식에 의해 크게 좌우되므로 상류의 경우 비록 유선곡률이 심하게 변하여도 현 난류모델이 잘 예측하고 있으나, 하류로 갈수록 운동량 및 압력수정방

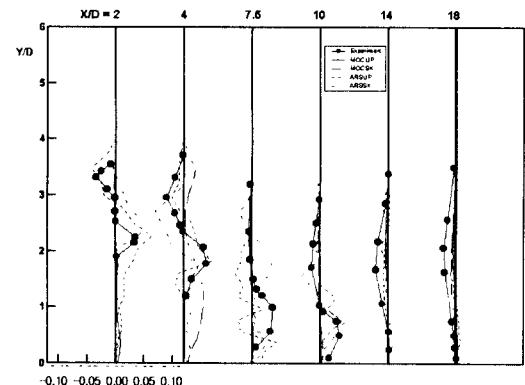


Fig. 9 Reynolds stress distribution $-uv/U_i^2$

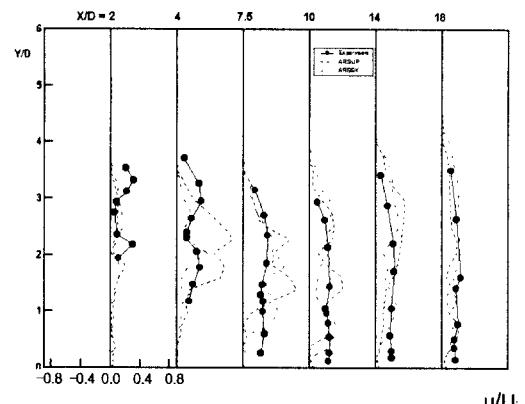


Fig. 10 Turbulence intensity (u) distribution

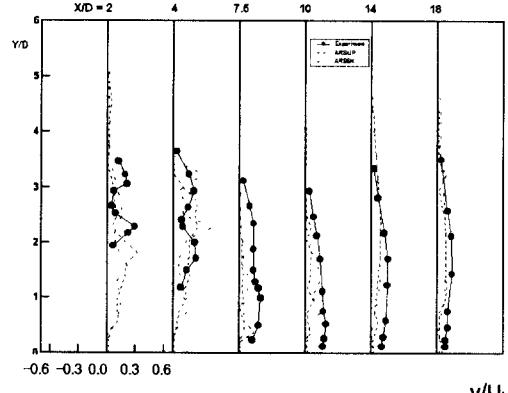


Fig. 11 Turbulence intensity (v) distribution

정식의 영향보다는 대수변함수의 영향이 커지기 때문인 것으로 파악된다. 하지만, 2차 계산의 경우 유선 곡률이 심하게 변하면 현 난류모델이 와(eddy)의 소멸 및 생성을 완벽하게 묘사하지 못하나, 하류로 갈수록 유동이 안정되고 변화량이 작아지므로 예측성이 상대적으로 뛰어난 것으로 판단된다.

5. 결 론

WAOJ의 난류 특성 및 난류모델에 대한 예측성을 평가하기 위하여 ARS모델을 upwind 기법과 skew-upwind 기법으로 해석하여 실험치 및 $k-\epsilon$ 모델의 수치해석^(11,12)과 비교한 결과, 다음과 같은 결론을 도출하였다.

(1) Skew-upwind 기법은 upwind 기법에 비해 재부착점 길이, 속도 및 압력과 같은 1차(first-order) 계산에서는 약 20 ~ 30%의 향상을 보이고, 모델의 개선에 따른 정확성 증가보다는 수치해석 기법의 개선에 따른 정확성 증가가 큼을 재확인하였다.

(2) 1차 계산에서는 ARS 모델보다는 유선곡률을 고려한 수정 $k-\epsilon$ 모델이 다소 바람직한 것으로 나타났으나, 난류강도 및 레이놀즈 응력과 같은 2차(second order) 계산에서는 ARS 모델이 바람직함을 보였다.

(3) 아울러, ARS 모델은 표준 $k-\epsilon$ 모델에 비해 수치적 해석 정확도 측면에서 약 5%의 개선 효과가 있음을 확인하였으며, 보다 향상된 수치해석 예측을 도출하기 위한 대수변함수에 관련된 연구 및 저 레이놀즈 수 모델 적용은 추후 과제로 남겨둔다.

참고문헌

- (1) Ljubora, M. and Rodi, W., 1980, "Calculation of Turbulent Wall Jets With an Algebraic Reynolds Stress Model," *Trans. of the ASME*, Vol. 102, pp. 350~356.
- (2) 백세진, 유정열, 1989, 대한기계학회논문집 제 13권 제 5호, pp. 999~1011.
- (3) 박태선, 성형진, 1995, 대한기계학회논문집 제 19권 제 8호, pp. 2051~2063.
- (4) 김경천, 부정숙, 양종필, 정지용, 1996, 대한기계학회논문집 제 20권 제 4호, pp. 1510~1520.
- (5) 신종근, 최영돈, 1996, 대한기계학회논문집 제 20권 제 1호, pp. 304~320.
- (6) 김원갑, 최영돈, 1996, 대한기계학회논문집 제 20권 제 5호, pp. 1661~1670.
- (7) 양희천, 유흥선, 임종한, 1997, 대한기계학회논문집 제 21권 제 9호 pp. 1149~1164.
- (8) 안종우, 박태선, 성형진, 1997, 대한기계학회논문집 제 21권 제 6호 pp. 735~746.
- (9) 이성혁, 유흥선, 최영기, 1998, 대한기계학회논문집 제 22권 제 3호, pp. 280~293.
- (10) Kim, J., Kline, S.J., Johnston, J.P., 1980, "Investigation of a Reattaching Turbulent Shear Layer : Flow Over a Backward-Facing Step," *Trans. of the ASME*, Vol. 102, pp. 302~308.
- (11) 서호택, 윤순현, 부정숙, 1999, "다양한 $k-\epsilon$ 난류모델에 의한 단이 진 벽면분류에 대한 수치해석," 대한박용기판학회지 Vol. 23, No. 2, pp. 106~116.
- (12) 서호택, 부정숙, 2000, "다양한 $k-\epsilon$ 난류모델과 skew-upwind 기법에 의한 단이 진 벽면분류에 대한 수치해석," 대한기계학회논문집 제 24권 제 2호, pp. 224~232.
- (13) Launder, B.E., Reece, G.J., and Rodi, W., 1975, "Progress in the Development of a Reynolds-stress Turbulence Closure," *J. Fluid Mech.*, Vol. 68, pp. 537~566.
- (14) Gibson, M.M. and Launder, B.E., 1978, "Ground Effects on Pressure Fluctuations in the Atmospheric Boundary Layer," *J. Fluid Mech.*, Vol. 86, pp. 491~500.
- (15) 부정숙, 김경천, 박진호, 강창수, 1995, "2차원 난류 Stepped Wall Jet의 유동 특성," 대한기계학회논문집 제 9권 제 6호, pp. 732~742.
- (16) Yoon, S.H., Kim, K.C., Kim, D.S. and Chung, M.K. 1993, "Comparative Study of a Turbulent Wall-Attaching Offset Jet and a Plane Wall Jet," *J. KSME*, Vol. 7, No. 2, pp. 101~112.
- (17) Rajaratnam, N., 1976, "Turbulent Jets," Elsevier Scientific Publishing Co., pp. 211~225.