

# 자유 표면이 존재하는 유체 유동 해석을 위한 VOF 방법 기반 의 새로운 수치 기법 (II) - 캐비티 충전 문제와 슬로싱 문제의 응용 -

김민수\* · 박종선\*\* · 이우일\*\*\*  
(2000년 4월 4일 접수)

## A New VOF-based Numerical Scheme for the Simulation of Fluid Flow with Free Surface (II) - Application to the Cavity Filling and Sloshing Problems -

Min Soo Kim, Jongsun Park and Woo Il Lee

**Key Words :** Finite Element Method (유한 요소 법), Free Surface (자유 표면), VOF Method (VOF 방법), Orientation Vector (오리엔테이션 벡터), Baby-cell (베이비-셀), Cavity Filling Problem (캐비티 충전 문제), Sloshing Problem (슬로싱 문제)

### Abstract

Finite element analysis of fluid flow with moving free surface has been carried out in two and three dimensions. The new VOF-based numerical algorithm that has been proposed by the present authors was applied to several 2-D and 3-D free surface flow problems. The proposed free surface tracking scheme is based on two numerical tools that have been newly introduced by the present authors; the orientation vector to represent the free surface orientation in each cell and the baby-cell to determine the fluid volume flux at each cell boundary. The proposed numerical algorithm has been applied to 2-D and 3-D cavity filling and sloshing problems, which demonstrated versatility and effectiveness of the new free surface tracking scheme as well as the overall solution procedure. The proposed numerical algorithm resolved successfully the interacting free surfaces with each other. The simulated results demonstrated the applicability of proposed numerical algorithm to the practical problems of large free surface motion. Also, it has been demonstrated that the proposed free surface tracking scheme can be easily implemented in any irregular non-uniform grid systems and can be extended to the 3-D free surface flow problem without additional efforts.

### 1. 서론

자유 표면이 존재하는 유체 유동 문제는 많은 제조 공정에서 중요한 공학적 의미를 갖는다. 그러한 예로는 급속이나 유리 성형 공정, 고분자 수지의 사출 또는 압축 성형, 단결정 성장 등을 들

수 있으며, 그러한 성형 공정에서 유체 유동은 많은 물리적인 의미를 내포하고 있기 때문에 적절한 방법을 사용한 전체적인 공정의 해석은 필수적이다. 그러나, 자유 표면 유동 문제의 해석에서는 해석의 대상이 되는 영역이 해의 일부로서 구해져야 하는 미지의 경계를 포함하고 있다는 점 때문에 많은 어려움이 발생한다. 따라서, 시간에 따라 연속적으로 움직이는 자유 표면을 추적할 수 있는 정확하고 효과적인 기법이 필요하다. 그러한 기법은 자유 표면에서 일어나는 물리적 현상을 바탕으로 실제 자유 표면의 움직임을 묘사할 수 있어야 하며, 또한 간단한 구조를 가지고 3 차원 자유 표면 유동 문제에 쉽게 확장될 수 있어야 한다.

\* 삼성전자 중앙연구소 광메카 Lab.

\*\* 서울대학교 대학원 기계공학과

\*\*\* 회원, 서울대학교 기계공학과

E-mail : wilee@snu.ac.kr

TEL : (02)880-7116 FAX : (02)886-0631

이러한 조건들을 만족시키는 VOF 방법<sup>(1)</sup> 기반의 새로운 자유 표면 추적 알고리즘이 본 저자들에 의해 제안되었다.<sup>(2)</sup> 제안된 자유 표면 추적 기법은 최소의 수치적 번짐(numerical smearing) 현상을 보이면서 자유 표면을 추적할 수 있으며, 추가의 노력 없이도 3 차원 문제에 확장 적용할 수 있고, 임의의 비정규 비균일 고정 격자계에도 사용할 수 있도록 고안되었다. 제안된 기법의 뛰어난 성능은 새롭게 도입된 두 개의 수치적 도구로 대표되는데, 하나는 각각의 셀에서 자유 표면의 배치를 나타내주는 오리엔테이션 벡터(orientation vector)이고, 다른 하나는 각각의 셀 경계에서 유체의 실제 체적 유속 계산을 도와주는 베이비-셀(baby-cell)이다.<sup>(2)</sup> 제안된 수치 알고리즘의 효율성과 자유 표면 추적에서의 정확성이 검증되었으며,<sup>(2)</sup> 비정규 격자계에서의 적용 가능성과 결과 예가 보여진 바 있다.<sup>(3)</sup>

캐비티 충전 문제와 슬로싱 문제는 자유 표면의 큰 움직임을 동반하는 대표적인 자유 표면 유동 문제들이다. 캐비티 충전은 최종 제품의 형상을 갖는 금형 속으로 금속이나 고분자 용융물을 주입하고, 응고 과정을 거쳐 제품을 얻는 일반적인 제품 성형 공정에서 공통적으로 나타나는 과정으로, 많은 연구자들에 의해 다양한 방법을 통해서 해석이 이루어져 왔다. 일반적으로 금형 캐비티의 복잡한 형상 때문에 고정 격자계를 사용한 해석이 주류를 이루고 있으며, 특히 VOF 방법을 사용한 해석이 많이 이루어졌다.<sup>(4-13)</sup> Dhatt *et al.*<sup>(4)</sup>은 금형 캐비티로의 금속 용융물 충전을 유한 요소 해석하였고, Chan *et al.*<sup>(5)</sup>, Minaie *et al.*<sup>(6)</sup>, Usmani *et al.*<sup>(7)</sup>과 Rice<sup>(8)</sup>는 다이 캐스팅에서의 충전 과정과 열전달 해석을 수행하였다. Swaminathan & Voller<sup>(9)</sup>는 ‘시간-내재적 충전 알고리즘(Time-implicit filling algorithm)’을 적용하여 금형 충전 과정을 해석하였으며, Lewis *et al.*<sup>(10)</sup>은 외재적 유한 요소 법을 사용하여 캐스팅에서의 금형 충전 과정 해석을 수행한 바 있다. 한편, Shin & Lee<sup>(11)</sup>는 선택적 VOF 방법을 사용하여 중력 효과를 고려한 2 차원 금형 충전 과정을 유한 요소 해석하였으며, 김우승 등<sup>(12)</sup>과 임익태 등<sup>(13)</sup>은 암시적 VOF 방법을 사용하여 2 차원 주조공정에서의 상변화를 고려한 충전과정을 해석하였다. 그러나, 지금까지의 대부분의 충전 해석 문제는 유체가 일방향으로 전진하면서 금형 캐비티를 채워나가고, 자유 표면은 유동 전진 방향(즉, 충전 방향)에 거의 수직인 형상을 가지고 전진하는 경우에 국한되어 왔다. 따라서, 기존의 캐비티 충전 문제 해석에서는 근사적인 자유 표면의 위치만을 추적하는 데에 그쳤으며, 자유 표면의

큰 변형이 수반되는, 특히 3 차원의 캐비티 충전 문제를 다루는 데는 큰 어려움이 있었다.

슬로싱은 용기 안에서 일어나는 자유 표면이 존재하는 유체 유동으로, 슬로싱의 해석은 유체와 구조물의 상호 작용 중에 발생할 수 있는 유체의 범람이나 구조물의 전복과 같은 치명적인 상황을 사전에 방지하기 위해 필수적이다. 지금까지 많은 수치적인 연구가 수행되었으나, 대부분의 연구에서 자유 표면의 운동을 기술하는 데에는 Lagrangian FEM<sup>(14,15)</sup> 또는 ALE 방법<sup>(16,17)</sup>과 같은 Lagrangian 기술이 채택되었다. Ramaswamy *et al.*<sup>(14)</sup>과 Okamoto & Kawahara<sup>(15)</sup>는 Lagrangian 유한 요소법을 사용하여 2 차원 슬로싱 해석을 수행한 바 있다. 그러나, Lagrangian 기술을 사용하는 방법에서는 자유 표면이 큰 변형을 일으키거나 급격하게 이동하는 경우 이를 해석하는 것이 사실상 불가능하였다. 한편, Partom<sup>(18)</sup>은 VOF 방법을 사용하여 원통형 저장 용기안에서의 유체 슬로싱을 해석하였고, Jun & Spalding<sup>(19)</sup>은 역시 VOF 방법을 사용하여 2 차원 슬로싱 해석을 수행한 바 있다. 그러나, 자유 표면에서의 수치적 번짐 현상을 줄이는 데는 미흡하였으며, 대부분 2 차원 슬로싱 문제에 국한되어 있었기 때문에, 최근 3 차원 슬로싱 문제에서도 수치적 번짐 현상을 최소화하면서 자유 표면의 움직임을 사실적으로 묘사할 수 있는 수치 알고리즘의 필요성이 크게 증가하고 있는 실정이다.

본 논문에서는 별도의 논문<sup>(2,3)</sup>에서 본 저자들에 의해 제안된 새로운 자유 표면 추적 유한 요소 알고리즘을 실제의 2 차원, 3 차원 캐비티 충전 문제와 슬로싱 문제에 적용하여 제안된 기법의 타당성을 검증하고 전체적인 해석 알고리즘의 우수한 성능을 보이고자 한다.

## 2. 캐비티 충전 문제

이 장에서는 본 저자들에 의해서 제안된 새로운 자유 표면 추적 기법에 근거한 수치 알고리즘을 2 차원, 3 차원 캐비티 충전 문제의 해석에 적용하여 보았다. 또한, 자유 표면 유동 문제의 해석에 널리 사용되고 있는 상용 패키지 FLOW-3D<sup>®</sup>를 이용해서 얻은 결과와 본 계산 결과와의 비교를 통해서 본 수치 알고리즘의 우수한 성능을 보였다. 참고로, 계산에서 사용한 베이비-셀의 수는 2 차원에서 1600 (=40×40) 개이고, 3 차원에서는 1000 (=10×10×10) 개이다. 베이비-셀의 정의<sup>(2,3)</sup>로부터 베이비-셀 수의 변화는 셀 경계에서의 웻아웃 프랙션( $f_{Tj}$ ) 계산의 정확도에 영향을 준다. 본 논문

에서는 베이비-셀 수의 변화에 따른 해의 정확도의 차이에 대한 계산 예는 제시하지 않았으나, 옛-아웃 프랙션 계산에서의 단순 오차만을 생각하면 1600 개의 베이비-셀을 사용한 2 차원 계산의 경우에는 2.5%(=1/40)이며, 1000 개의 베이비-셀을 사용한 3 차원 계산의 경우에는 1%(=1/10×10)가 된다. 한편, 유동장(특히, 압력장) 계산에서의 정확도,  $f$ 의 전달 방정식의 시간 적분 방법, 셀 내부에서 자유 표면의 배향 결정, 시간 증분의 크기 등이 자유 표면 유동 수치해의 정확도에 영향을 준다는 점을 고려하면 본 계산에서 사용한 베이비-셀의 수는 타당하다.

2.1.2 차원 캐비티 충전

중력 효과를 고려한 2 차원 금형 캐비티의 충전을 해석하였으며, Fig. 1(a)에 문제를 정의하였다. 금형 캐비티는 정사각형( $L \times L$ ,  $L=0.4$  m)으로 캐비티의 입구는 위쪽 벽의 중앙에 위치하고 있으며 크기는 캐비티 크기의 3 분의 1( $d=L/3$ )이다. 고려한 유체의 물성치는 글리세린의 물성치에 가까운  $\rho=1000$  ( $\text{kg/m}^3$ )과  $\mu=1$  ( $\text{kg/m}\cdot\text{s}$ )이며, 주위 유체는 공기이다. 중력 가속도는  $g=9.8$  ( $\text{m/s}^2$ )이고 아래 방향으로 작용한다. 초기에 금형 캐비티의 입구는 유체로 일부 채워져 있다고 가정하였으며( $d \times l$ ,  $l=L/10$ ), 따라서 초기 금형 충전율은 3.33%이다. 사용한 격자계는 균일  $21 \times 21$  격자계이며, 400 개의 요소와 441 개의 격자점으로 구성되어 있다(Fig. 1(b)). 입구에서는 평균 속도  $V_{avg}=1$  ( $\text{m/s}$ )의 포물선 속도 분포를 가정하였다.

벽에서 미끄럼 없음(no-slip) 경계 조건을 적용하면, 벽 부근에서 매우 느리고 비현실적인 유동을 초래하게 되는데, 이것은 벽 부근에서 사용된 거친 격자계가 상대적으로 얇은 경계층을 효과적으로 분해하지 못하기 때문이다. 이러한 문제는 벽에서 유체가 어느 정도의 표면 트랙션을 갖고 미

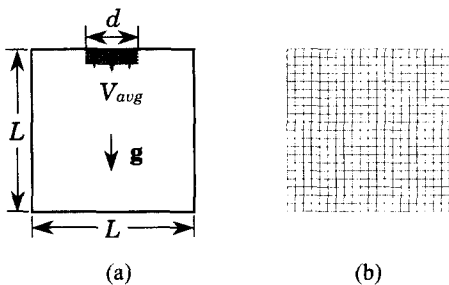


Fig. 1 Definition sketch for 2-D cavity filling. (a) Square mold cavity and (b) a uniform  $21 \times 21$  mesh

끄러지도록 함으로써 해결할 수 있는데, 본 계산에서는 벽 위에서의 표면 트랙션을 등가의 체적력으로 모델링하는 미끄럼 경계 조건을 가정하였다.<sup>(3,20)</sup>

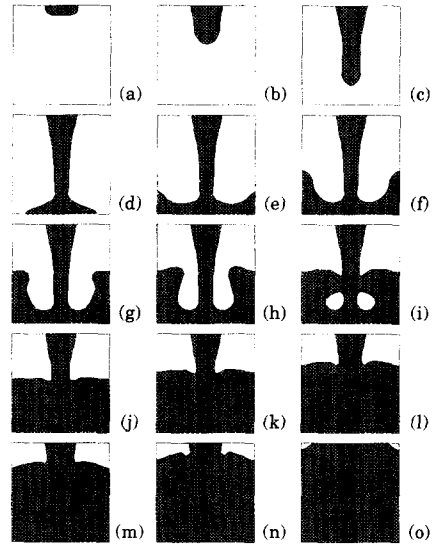


Fig. 2 Free surface profiles and velocity vectors in 2-D cavity filling. Results obtained with the present numerical scheme. Time increment is  $\Delta t=0.08$  s

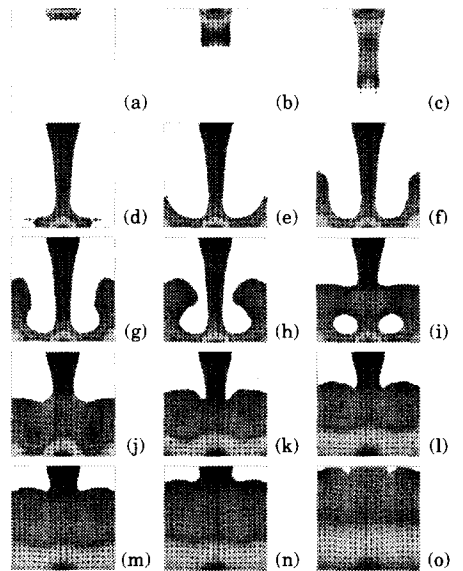


Fig. 3 Free surface profiles and velocity vectors in 2-D cavity filling. Results obtained with FLOW-3D<sup>®</sup>. Time increment is  $\Delta t=0.08$  s

계산된 자유 표면 형상과 속도 벡터를 Fig. 2 에 시간 간격  $\Delta t=0.08$  (s)로 나타내었다. 유체는 캐비티에 들어가면서 중력의 영향으로 가속하며, 바닥에 도달하고 나서 두 방향으로 갈라진다. 그 후 유체는 관성을 가지고 수직 벽을 따라 올라가다가 중력에 의해 아래로 내려오게 되며 캐비티의 중앙 부근에서 들어오고 있는 유체의 흐름과 충돌한다. 이 때, 두 개의 자유 표면이 합쳐지면서 새로운 자유 표면이 생성되었다가 계속되는 유체의 충전에 의해서 점차 사라지는 것을 볼 수 있다. 그리고 나서 캐비티는 거의 수평의 자유 표면을 형성하면서 유체로 채워지게 된다.

한편, 다양한 자유 표면 유동 문제의 해석에 널리 사용되고 있는 상용 패키지 *FLOW-3D*<sup>®</sup>를 사용하여 같은 문제를 해석하여 보았다. *FLOW-3D*<sup>®</sup>에서는 자유 표면의 움직임을 전달 기법에 약간의 수정을 가한 초기 VOF 방법<sup>(1)</sup>으로 해석하는데, 해석 알고리즘은 유한 차분 제어 체적 법에 기준하고 있으며, 벽에서는 미끄럼 없음 경계 조건을 가정한다. *FLOW-3D*<sup>®</sup>에서 계산된 자유 표면 형상과 대응하는 속도 벡터를 Fig. 3 에 나타내었으며 전체적으로 충전 패턴은 본 연구에서의 결과와 유사함을 알 수 있다. 그러나, 벽에서 약간의 차이가 발견되는데, 유동이 벽에서 과도하게 지체되고 그 결과로 벽에서 비현실적인 자유 표면의 움직임을 보이고 있다. 이것은 상대적으로 거친 격자계와 함께 적용한 미끄럼 없음 경계 조건이 벽 경계층을 지나치게 크게 예측하고 있기 때문으로 생각된다. 한편, 입구 조건에 기준한 충전 시간은 1.16 초인데, 본 계산에서 예측한 충전 시간은 1.150 초이고, *FLOW-3D*<sup>®</sup>에서는 1.122 초로 예측되었다. 예측된 충전 시간에서의 오차는 본 계산과 *FLOW-3D*<sup>®</sup>에서 각각 0.86%와 3.27%였다. 이러한 비교로부터 본 연구에서 제안한 수치 알고리즘이 매우 작은 질량 손실과 함께 사실적인 유체 거동을 보이면서 급형 캐비티의 충전을 훌륭하게 해석하고 있음을 알 수 있다.

2.2.3 차원 캐비티 충전

중력 효과를 고려한 3 차원 급형 캐비티의 충전을 해석하였으며, Fig. 4(a)에 문제를 정의하였다. 급형 캐비티는 사각 기둥 형상( $a \times b \times h$ ,  $a=0.2$  m,  $b=0.2$  m 그리고  $h=0.4$  m)이며 캐비티의 입구는 지름이  $d=a/2$  인 원으로 가정하였다. 해석은 입구 위치가 다른 두 개의 급형 캐비티에 대해서 수행하였는데(Fig. 4(b)), 입구는 위쪽 벽의 가운데에 위치하거나( $e_x=0, e_y=0$ ), 중앙으로부터 약간 벗어나 있다( $e_x=0.1a, e_y=0.05b$ ). 고려한 유체의 물성치는 글리세

린의 물성치에 가까운  $\rho=1000$  ( $\text{kg/m}^3$ )과  $\mu=1$  ( $\text{kg/m}\cdot\text{s}$ )이며, 주위 유체는 공기이다. 중력 가속도는  $g=9.8$  ( $\text{m/s}^2$ )이고 아래 방향으로 작용한다. 초기에 급형 캐비티의 입구는 유체로 일부 채워져 있다고 가정하며, 따라서 초기 급형 충전율은 3.0%이다. 사용한 격자계는 비균일  $21 \times 21 \times 25$  격자계이며, 9600 개의 요소와 11025 개의 격자점으로 구성되어 있다(Fig. 4(c)). 입구에서는 평균 속도  $V_{avg}=1$  (m/s)의 포물면 속도 분포를 가정하였고, 벽 위에서는 표면 트랙션을 등가의 체적력으로 모델링하는 미끄럼 경계 조건을 가정하였다.<sup>(3,20)</sup>

입구가 가운데 위치한 경우, 계산된 자유 표면 형상을 Fig. 5 에 나타내었다. 중력의 영향으로 유체는 캐비티 안으로 들어가면서 가속하고, 따라서 유체 흐름은 바닥에 다가가면서 가늘어진다. 유체는 바닥에 닿고, 이어서 사방으로 퍼지며 자유 표면은 네 개의 수직 벽과 네 개의 모퉁이에 차례로 도달한다. 그리고 나서 유체는 큰 관성력을 갖고 벽을 따라서 빠르게 올라갔다가 중력 때문에 아래로 끌려 내려오게 되는데, 내려오는 유체는 들어오고 있는 유체의 흐름과 캐비티의 아래 부분에서 충돌한다. 이 때, 두 개의 자유 표면이 합쳐지면서 새로운 자유 표면이 만들어지고, 이 새로운 자유 표면은 계속되는 유체의 유입으로 서서히 사라지게 된다. 그리고 나서 캐비티의 나머지 부분은 거의 수평인 자유 표면을 형성하면서 유체로 채워지며, 캐비티가 채워지면서 자유 표면의 굴곡이 점차 완만해지고 있는 것을 볼 수 있다.

한편, 같은 문제를 *FLOW-3D*<sup>®</sup>로 해석하였고, 그 결과를 Fig. 6 에 나타내었다. *FLOW-3D*<sup>®</sup>에서 예측한 충전 패턴은 전체적으로 본 계산 결과와 유사하지만, 2 차원 해석에서 경험했던 것과 마찬가지로 유동이 벽에서, 특히 모퉁이에서 과도하게 지체되는 것을 볼 수 있었다. 경계층 두께에 비해서 상대적으로 거친 격자계가 사용되고 있는 벽 위에

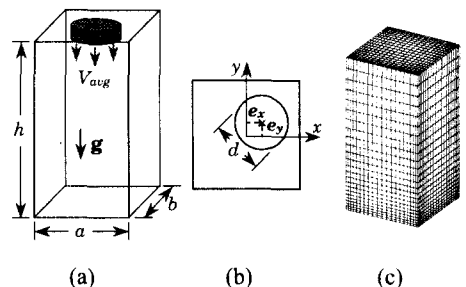
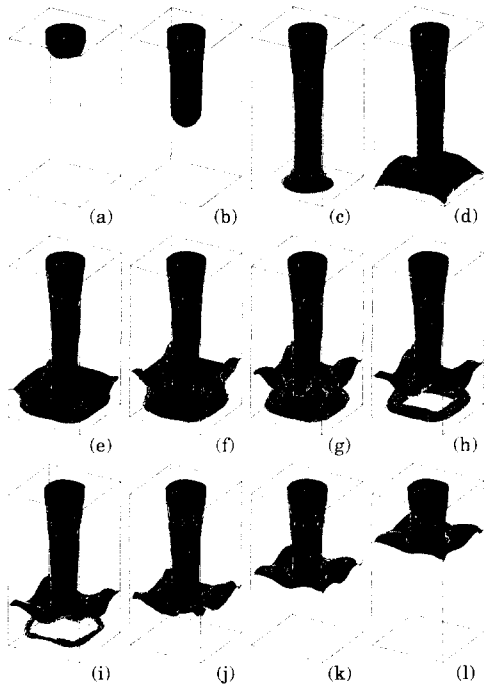
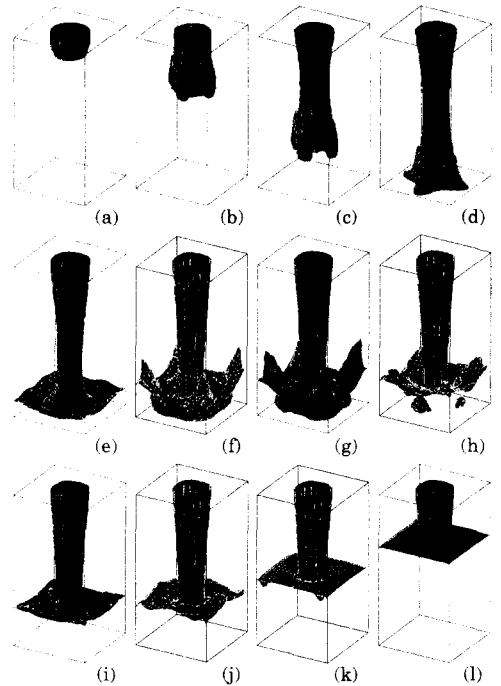


Fig. 4 Definition sketch for 3-D cavity filling. (a) Mold cavity, (b) cavity inlet, and (c) a  $21 \times 21 \times 25$  mesh



**Fig. 5** Free surface profiles during filling of 3-D cavity with a centered injection hole. Results obtained with the present numerical scheme. (a) 0 s, (b) 0.12 s, (c) 0.20 s, (d) 0.24 s, (e) 0.28 s, (f) 0.36 s, (g) 0.44 s, (h) 0.52 s, (i) 0.56 s, (j) 0.68 s, (k) 1.00 s, and (l) 1.40 s



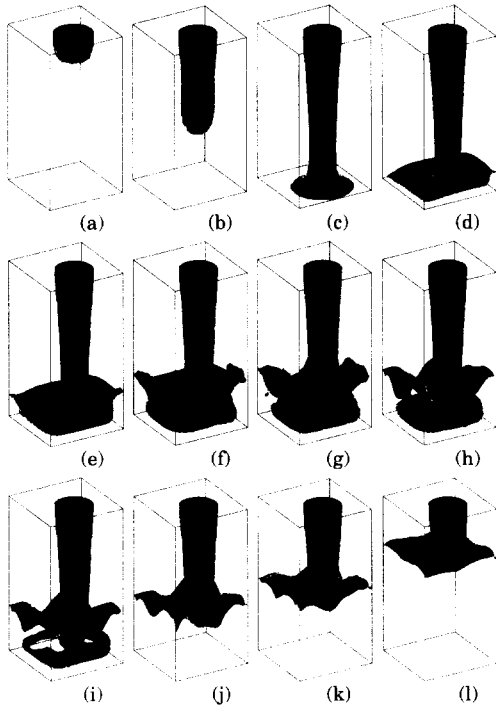
**Fig. 6** Free surface profiles during filling of 3-D cavity with a centered injection hole. Results obtained with *FLOW-3D*<sup>®</sup>. (a) 0 s, (b) 0.12 s, (c) 0.20 s, (d) 0.24 s, (e) 0.28 s, (f) 0.36 s, (g) 0.44 s, (h) 0.52 s, (i) 0.56 s, (j) 0.68 s, (k) 1.00 s, and (l) 1.40 s

적용된 미끄럼 없음 경계 조건이 벽 경계층을 지나치게 크게 예측하고 있기 때문으로 생각된다. 벽을 따라서 올라간 유체는 벽에서 많은 관성력을 잃었기 때문에 들어오고 있는 유체 흐름 쪽으로 많이 다가가지 못하고, 거의 수직으로 떨어지게 된다(Fig. 6). 따라서, 유동 내부에 새롭게 생성되는 자유 표면의 크기가 본 계산 결과에서보다 작아지고, 더욱이 새로운 자유 표면이 유체의 계속된 유입으로 소멸되고 난 직후 자유 표면은 비현실적으로 매우 편평해진 채로 상승하고 있음을 볼 수 있다.

한편, 입구가 중앙에서 약간 벗어나 위치한 경우, 계산된 자유 표면 형상을 Fig. 7에 나타내었다. 유체는 캐비티 안으로 들어가면서 가속하고, 맞은편 벽에 부딪힌 후 먼저 가까운 벽을 따라 올라가게 되며, 따라서 각각의 모퉁이에서 다른 상승 높이를 만든다. 이어지는 자유 표면의 움직임은 입구가 중앙에 위치한 경우에서보다 훨씬 활발해지지만, 캐비티가 채워짐에 따라 활발한 움직임은 서서히 줄어들게 된다.

### 3. 슬로싱 문제

슬로싱은 용기 안에서 일어나는 자유 표면이 존재하는 유체의 움직임으로 슬로싱의 해석은 공학적으로 중요하지만, 자유 표면의 존재로 인해서 많은 복잡성을 띄게 된다. 유체와 구조물의 상호작용에서 슬로싱은 유체의 범람이나 구조물의 진폭과 같은 해로운 결과를 초래할 수 있는데, 예를 들어 슬로싱 응답의 해석은 큰 연료 저장 탱크나 핵 반응 시스템과 관련한 지진 문제에서 매우 중요하게 된다. 다른 예로는 운반 중의 오일 탱커 또는 비행기나 우주선의 연료 탱크에서의 슬로싱 문제를 들 수 있다. 지금까지의 많은 수치적인 연구에서는 자유 표면의 운동을 기술하는 데에 Lagrangian 방법이 많이 채택되었지만,<sup>(14-17)</sup> 큰 변형을 동반하는 자유 표면 유동의 해석은 거의 불가능하였다. VOF 방법을 사용한 해석<sup>(18,19)</sup>에서는 자유 표면에서의 수치적 번짐을 효과적으로 억제하지 못하거나, 3 차원 유동 문제를 다루는 데에는 한계가 있었다. 이 장에서는 Eulerian 방법을 바탕



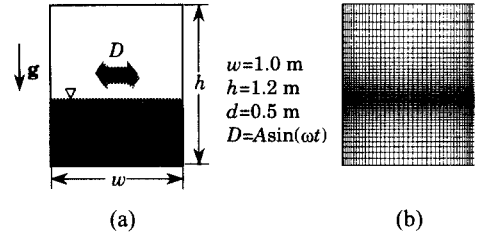
**Fig. 7** Free surface profiles during filling of 3-D cavity with an off-centered injection hole. Results obtained with the present numerical scheme. (a) 0 s, (b) 0.12 s, (c) 0.20 s, (d) 0.24 s, (e) 0.28 s, (f) 0.36 s, (g) 0.44 s, (h) 0.52 s, (i) 0.56 s, (j) 0.80 s, (k) 1.00 s, and (l) 1.40 s

으로 제한한 수치 기법을 사용하여 여러 2 차원, 3 차원 슬로싱 문제들을 해석하고, 제안한 자유 표면 추적 기법의 우수한 성능을 보이고자 한다.

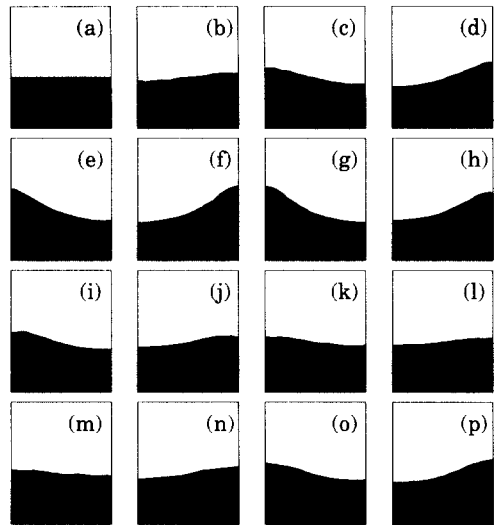
슬로싱은 대개 용기의 움직임에 의해 일어나기 때문에 용기에 부착된 좌표계를 사용하는 것이 편리하다. 용기에 부착된 좌표계는 더 이상 관성 좌표계가 아니며, 본 연구에서의 슬로싱 해석에서는 비관성 좌표계를 채택하였다.<sup>(21)</sup> 다음의 해석에서 작동 유체와 공기는 모두 표준 상태에서의 물성치를 갖는 비압축성 유체로 간주하였다. 계산에서 사용한 베이비-셀의 수는 캐비티 충전 문제에서와 같이 2 차원에서 1600 (=40×40) 개이고, 3 차원에서는 1000 (=10×10×10) 개이다.

**3.1 강제 사인과 수평 진동(forced sinusoidal horizontal oscillation)에 의한 2 차원 슬로싱**

Fig. 8(a)에 나타낸 것처럼 물로 일부 채워져 있는 용기가 초기에 정지해 있다가 수평 방향으로 사인과 형태의 강제 운동을 한다. 용기의 치수는 Okamoto & Kawahara<sup>(15)</sup>의 실험에서와 같게 선택하



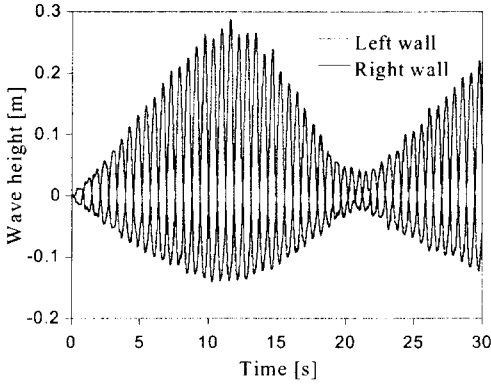
**Fig. 8** Definition sketch for sloshing in a container subject to forced sinusoidal horizontal oscillation. (a) Container partially filled with water and (b) a non-uniform 41×49 mesh



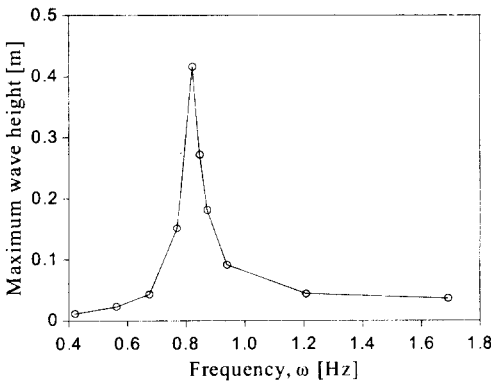
**Fig. 9** Free surface profiles in a container subject to forced sinusoidal horizontal oscillation ( $A=0.93$  cm,  $\omega=5.31$ ,  $T=1.183$  s). Results obtained with the present numerical scheme. Time increment is  $\Delta t=1.8$  s

였는데, Okamoto & Kawahara는 Lagrangian FEM을 사용한 수치 해석도 수행한 바 있다. 용기의 변위는  $D=Asin(\omega t)$ 로 주어지며, 여기서  $A$ 와  $\omega$ 는 각각 강제 진동의 진폭과 주파수를 나타낸다. 본 계산에서 진폭  $A$ 와 주기  $T(=1/\omega)$ 는 각각 0.93 (cm)와 1.183 (s)로 주었는데, 이 주기 값은 나중에 보여지는 것처럼 슬로싱 모션의 첫 번째 공진 주파수에 해당한다. 유체의 초기 깊이  $d$ 는 0.5 (m)이며, 유체와 벽 사이에는 마찰 없는 경계를 가정하였다. 사용한 격자계는 비균일 41×49 격자계이고, 각각 2009 개의 격자점과 1920 개의 요소로 구성되어 있다(Fig. 8(b)).

계산된 자유 표면 형상을 Fig. 9에 나타내었는데, 초기의 슬로싱 모션은 약하지만 시간이 지남에 따라 점차 커지는 것을 볼 수 있다. 어떤 최대

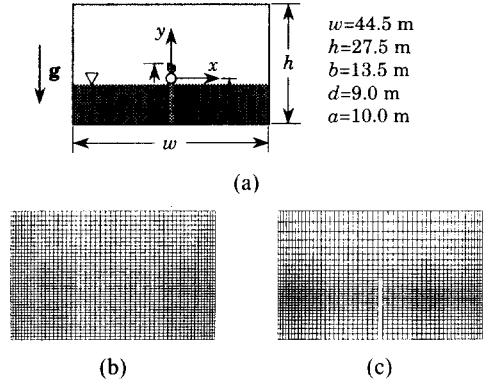


**Fig. 10** Wave heights at vertical walls as functions of time during sloshing in a container subject to forced sinusoidal horizontal oscillation ( $A=0.93$  cm,  $\omega=5.31$ ,  $T=1.183$  s). Results obtained with the present numerical scheme



**Fig. 11** Maximum upward wave height at the left wall as a function of frequency in a container subject to forced sinusoidal horizontal oscillation. Results obtained with the present numerical scheme

높이에 도달한 후에 슬로싱 모션은 줄어들었다가 점차 다시 커진다. 이러한 반복적인 슬로싱 모션은 수직 벽에서 물결 파의 도달 높이를 시간의 경과에 따라서 보여주고 있는 Fig. 10 에서 확인할 수 있다. 반대편 벽에서의 물결 파의 높이는 위상차가 정확하게 사이클의 반이 되며, 위쪽에서의 변위는 아래쪽에서의 변위의 거의 두 배가 되고 있음을 볼 수 있다. 제한한 수치 기법으로 얻어진 결과는 실험, 수치 결과<sup>(15)</sup>와 잘 일치하는 것을 확인하였다. 한편, Fig. 11 에 벽에서의 물결 파의 최대 도달 높이를 몇 개의 주파수에 대해서 나타내었는데, 앞에서 언급한 것처럼 본 계산에서 사



**Fig. 12** Definition sketch and numerical mesh systems for 2-D sloshing in an oil tanker. A baffle may be present at the center of the bottom. (a) A tanker partially filled with crude oil, (b) mesh for the tanker without a baffle (52×41), and (c) mesh for the tanker with a baffle (52×31)

**Table 1** Parameters for 2-D tanker motion

	x	y	z
Amplitude [m or °]	2	5	15°
Period [s]	12.0	6.4	8.0
Frequency	0.524	0.982	0.785

용한 주기( $T=1.183$  s)가 이 슬로싱 모션의 공진 주파수에 대응하고 있음을 확인할 수 있다.

### 3.2 오일 탱커에서의 2 차원 슬로싱

오일 탱커에서 원유의 2 차원 슬로싱 모션을 해석하여 보았다. 원유로 일부 채워진 사각형 오일 탱커가 바다 위에 있다고 생각하며, 문제의 정의는 Fig. 12(a)에 나타내었다. 원유의 밀도와 점도는 각각  $\rho=890$  ( $\text{kg/m}^3$ )과  $\mu=8 \times 10^{-3}$  ( $\text{kg/m}\cdot\text{s}$ )이며, 중력은 아래 방향으로 작용한다. 탱커는 수평 방향(x), 수직 방향(y)으로 사인파 형태로 가속할 뿐만 아니라 지정된 축(z) 주위로의 회전 운동을 한다. 탱커의 운동은  $D_x=A_x \sin(\omega_x t)$ ,  $D_y=A_y \sin(\omega_y t)$  그리고  $\theta_z=\Theta_z \sin(\omega_z t)$ 로 주어지며, 여기서  $D$  와  $\Theta$ 는 각각 선형, 각 변위를 나타낸다.  $A$  와  $\Theta$ 는 각각 선형, 각 변위의 진폭을 의미하며  $\omega$ 는 주파수이다. 하첨자  $x, y$  그리고  $z$  는 각 좌표 방향을 나타내며, 운동을 기술하기 위해 사용한 파라미터들은 Table 1 에 나타내었다.

계산은 두 개의 탱커, 차폐막(baffle)이 없는 탱커와 차폐막이 있는 탱커에 대해서 수행하였다. 후자의 경우 차폐막은 높이 13.5 (m)이고 탱커 바닥의 중앙에 위치한다고 가정하였다. 두 경우 모

두 좌표계의 원점은 바닥으로부터 수직선을 따라서 높이 10 (m) 되는 지점에 있다고 생각하였다. 초기에 원유는 수력학적 압력 상태로 정지해 있으며, 초기 깊이  $d$  는 9 (m)로 하였다. 유체와 벽 사이에는 마찰 없는 경계를 가정하였다. 탱커 전체에서 활발한 슬로싱 모션이 예상되기 때문에, 차폐막이 없는 탱커에서  $y$  축 방향으로 상대적으로 많은 수의 격자점을 사용하였다. 차폐막이 없는 탱커에서 사용한 격자계는 비균일  $52 \times 41$  격자계이며, 격자점 수와 요소 수는 각각 2132 개와 2040 개이다(Fig. 12(b)). 차폐막이 있는 탱커에서 사용한 격자계는 비균일  $52 \times 31$  격자계이며, 격자점 수와 요소 수는 각각 1612 개와 1510 개이다(Fig. 12(c)).

차폐막이 없는 탱커에서 계산된 자유 표면 형상을 Fig. 13 에 나타내었다. 자유 표면 파동은 좌우로 이동하고 시간이 지나면서 양쪽 벽으로 더 높이 올라간다. 유체는 탱커의 천정과 충돌하기도 하는데, 이 때 분리된 유체 파편 일부는 벽을 따라서 이동하다가 아래로 떨어지는 것을 볼 수 있다. 이것은 유체 파편이 보통 벽에서 튕겨 나가는 실제 상황과는 차이를 보이고 있는데, 이렇게 튕겨 나가는 현상을 묘사하지 못하는 것은 벽에서

수직 방향 속도 성분을 항상 0 으로 가정한 경계 조건 때문으로 생각된다. 시간이 지남에 따라 슬로싱 모션은 점점 커지고, 결국 유체는 탱커 전 영역에서 회전하 듯 격렬한 움직임을 보인다. 한편, 차폐막이 있는 탱커에서는 Fig. 14 에서 볼 수 있듯이 차폐막에 의해 슬로싱 모션이 상당히 억제되며, 슬로싱 모션이 차폐막에 의해 분리된 각각의 영역 안에 제한되고 있는 것을 볼 수 있다. 이상의 두 경우의 비교로부터 유조선이나 유조차와 같은 운송 설비에서 차폐막 시스템의 중요성을 알 수 있다.

한편, 차폐막의 높이를 낮추면 한 쪽에 있던 유체가 차폐막을 넘어 다른 쪽으로 넘어가게 되는데, 현재의 수치 알고리즘은 분리되어 있던 두 유체 영역의 결합과 튕 현상을 완벽하게 묘사하지는 못하였다. 이것은 차폐막 부근에 사용되고 있는 상대적으로 거친 격자계가 차폐막을 가로질러 넘어가는 유체에 동반되는 큰 운동량의 전달을 정확하게 분해하지 못하기 때문으로 생각된다. 또한, 각 요소에서의 국소 divergence 에 기초해서 속도장과 압력장을 얻는 유동장의 해법 과정에 채택된 반복 계산 특성<sup>(2,3)</sup>에도 원인이 있는 것으로 생각된다. 따라서, 급격한 유동 변화가 예측되는 지역에서는

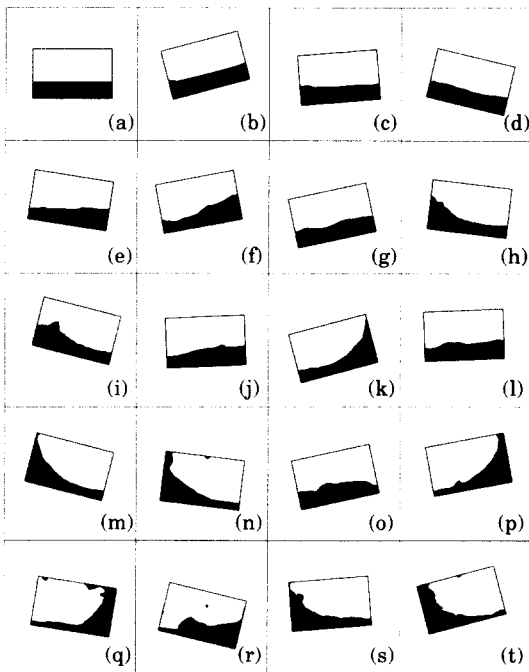


Fig. 13 Free surface profiles of sloshing motion in the oil tanker without a baffle. Results obtained with the present numerical scheme. Time increment is  $\Delta t=1.8$  s

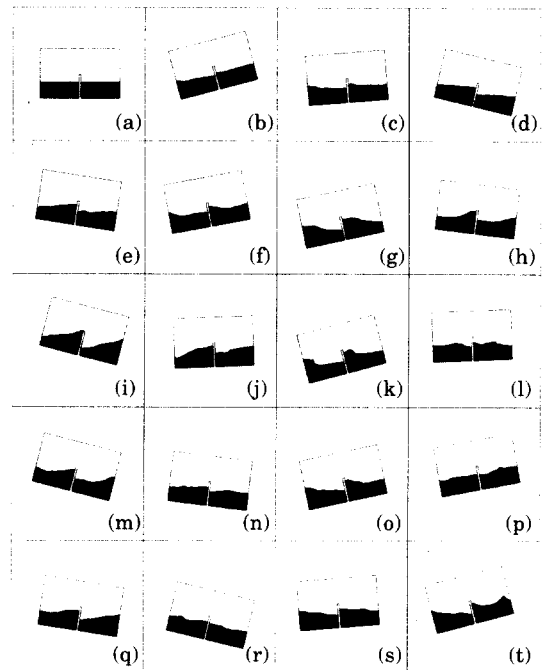


Fig. 14 Free surface profiles of sloshing motion in the oil tanker with a baffle. Results obtained with the present numerical scheme. Time increment is  $\Delta t=1.8$  s



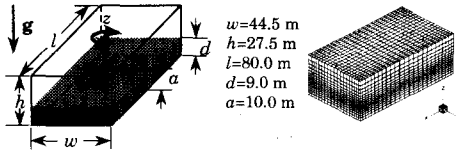


Fig. 15 Definition sketch and numerical mesh system for 3-D sloshing in an oil tanker. (a) A tanker partially filled with crude oil and (b) non-uniform  $26 \times 21 \times 17$  mesh

Table 2 Parameters for 3-D tanker motion

	Translation			Rotation		
	$x$	$y$	$z$	$x$	$y$	$z$
Amplitude [m or °]	53.05	2	4	8°	-5°	2°
Period [s]	60	14	9	8	10	12
Frequency	0.105	0.449	0.698	0.785	0.628	0.524

조밀한 격자계를 준비하여야 하는데 일반적으로 그러한 급격한 유동 변화가 어디에서 일어날 지 미리 아는 것은 불가능하며, 또한 조밀한 격자계는 계산 자원의 효율적인 사용을 방해한다는 점을 상기할 필요가 있다. 다중으로 연결된 유동 영역이 존재하는 문제를 해석하기 위해서는 더욱 많은 연구가 필요할 것으로 생각된다.

3.3 오일 탱커에서의 3 차원 슬로싱

오일 탱커에서 원유의 3 차원 슬로싱 모션을 해석하였다. 원유로 일부 채워진 오일 탱커가 항해를 시작한다고 가정하였으며 문제가 Fig. 15(a)에 정의되어 있다. 오일 탱커는 세 개의 병진 운동과 세 개의 회전 운동, 즉 여섯 개의 자유도를 갖고 각각 사인파 형태의 가속 운동을 한다. 탱커의 운동은  $D_x=A_x \sin(\omega_x t - \pi) + A_x \omega_x t$ ,  $D_y=A_y \sin(\omega_y t)$ ,  $D_z=A_z \sin(\omega_z t)$ ,  $\theta_x=\Theta_x \sin(\omega_x t)$ ,  $\theta_y=\Theta_y \sin(\omega_y t)$ , 그리고  $\theta_z=\Theta_z \sin(\omega_z t)$ 로 주어진다. 여기서  $D$ 와  $\theta$ 는 각각 선형, 각 변위를 나타내고,  $A$ 와  $\Theta$ 는 각각 선형, 각 변위의 진폭을 의미하며,  $\omega$ 는 주파수이다. 하첨자  $x$ ,  $y$  그리고  $z$ 는 각 좌표 방향을 나타낸다. 탱커는 평균 속도 20 (km/h)로  $x$ 의 양의 방향으로 전진한다고 가정하였는데, 운동을 기술하기 위해 사용한 파라미터들은 Table 2에 나타내었다.

계산은 차폐막이 없는 탱커에 대해서 수행하였으며 차폐막이 있는 탱커에서는 활발한 슬로싱 모션이 예상되지 않기 때문에 고려하지 않았다. 좌표계의 원점은 바닥으로부터 수직선을 따라서 높이 10 (m) 되는 지점에 있다고 가정하였다. 초기에 원유는 수력학적 압력 상태로 정지해 있으며 초기

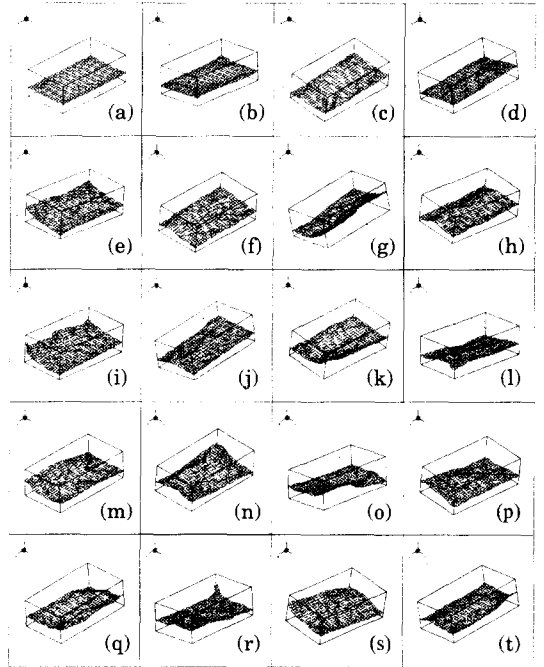


Fig. 16 3-D free surface profiles of sloshing motion in an oil tanker. Results obtained with the present numerical scheme. Time increment is  $\Delta t=3.0$  s

깊이  $d$ 는 9 (m)이다. 유체와 벽 사이에는 앞에서와 마찬가지로 마찰 없는 경계를 가정하였다. 사용한 격자계는 비균일  $26 \times 21 \times 17$  격자계이며, 격자점 수와 요소 수는 각각 9282 개와 8000 개이다 (Fig. 15(b)).

계산은 초기 60 초에 대해서 수행하였고 계산된 자유 표면의 형상을 Fig. 16에 나타내었다. 롤링 모션( $x$  축에 대한 회전)이 다른 운동에 비해 크기 때문에 자유 표면 파동은 주로 좌우로 움직이며, 시간이 지남에 따라 파동은 벽을 따라 점점 높이 올라간다. 병진 운동 뿐만 아니라 롤링, 피칭 그리고 요잉 모션이 존재하기 때문에 각 모퉁이에서 파동의 최대 도달 높이가 서로 큰 차이를 보이고 있는 것을 확인할 수 있다. 계산 결과에서 볼 수 있는 것처럼 큰 진폭의 슬로싱 모션으로부터 운송 설비에서 차폐막 시스템의 필요성을 확인할 수 있다.

4. 결론

비정상 자유 표면 유동 문제의 해석을 위해서 VOF 방법을 기반으로 하는 새로운 수치 알고리즘

이 본 저자들에 의해 별도의 논문<sup>(2,3)</sup>에서 제안되었는데, 새로운 자유 표면 추적 기법은 두 개의 수치적 도구, 즉 오리엔테이션 벡터와 베이비-셀로 대표된다. 캐비티 충전 문제와 슬로싱 문제를 2 차원, 3 차원에서 성공적으로 해석함으로써 제안한 수치 알고리즘의 우수한 성능을 보였고, 해석 결과로부터 자유 표면의 큰 움직임을 수반하는 실제 문제의 해석에 제안한 수치 알고리즘이 훌륭하게 적용될 수 있음을 확인하였다. 제안한 수치 알고리즘은 서로 상호 작용을 하는 여러 자유 표면들을 성공적으로 해석하였다. 그러나, 충전 문제 해석에서 벽 경계 조건이나 슬로싱 문제 해석에서 다중으로 연결된 자유 표면과 관련된 문제들을 해결하기 위해서는 수치 알고리즘의 계속된 개선이 요구된다. 또한, 매우 작은 규모의 문제에서 중요한 역할을 하는 표면 장력의 도입이나 상변화를 수반하는 열 공정의 해석 등도 더욱 연구가 이루어져야 할 부분이다.

## 후 기

본 연구는 과학기술부 지원 국가지정연구실 사업인 “부정형경계의 열공정 해석, 설계 및 최적화 기술 개발”과 2000 년도 두뇌한국 21 사업에 의하여 지원되었습니다.

## 참고문헌

- (1) Hirt, C. W. and Nichols, B. D., 1981, “Volume of Fluid (VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries,” *J. Comput. Phys.*, Vol. 39, pp. 201~225.
- (2) 김민수, 신수호, 이우일, “자유 표면이 존재하는 유체 유동 해석을 위한 VOF 방법 기반의 새로운 수치 기법 (I) - 새로운 자유 표면 추적 알고리즘 및 검증,” 대한기계학회논문집 (제출).
- (3) 김민수, 1998, “자유 표면이 존재하는 유체 유동의 유한 요소 해석,” 공학박사 학위논문, 서울대학교.
- (4) Dhatt, G., Gao, D. M. and Cheikh, A. B., 1990, “A Finite Element Simulation of Metal Flow in Moulds,” *Int. J. Numer. Methods Engrg.*, Vol. 30, pp. 821~831.
- (5) Chan, K. S., Pericleous, K. and Cross, M., 1991, “Numerical Simulation of Flows Encountered during Mold-Filling,” *Appl. Math. Modelling*, Vol. 15, pp. 624~631.
- (6) Minaie, B., Stelson, K. A. and Voller, V. R., 1991, “Analysis of Flow Patterns and Solidification Phenomena in the Die Casting Process,” *J. Engrg. Materials Technology*, Vol. 113, pp. 296~302.
- (7) Usmani, A. S., Cross, J. T. and Lewis, R. W., 1992, “A Finite Element Model for the Simulations of Mould Filling in Metal Casting and the Associated Heat Transfer,” *Int. J. Numer. Methods Engrg.*, Vol. 35, pp. 787~806.
- (8) Rice, A. B., 1993, “Numerical Simulation of Mold Filling Processes,” Ph.D. Thesis, Purdue University.
- (9) Swaminathan, C. R. and Voller, V. R., 1994, “A Time-Implicit Filling Algorithm,” *Appl. Math. Modelling*, Vol. 18, pp. 101~108.
- (10) Lewis, R. W., Usmani, A. S. and Cross, J. T., 1995, “Efficient Mould Filling Simulation in Castings by an Explicit Finite Element Method,” *Int. J. Numer. Methods Fluids*, Vol. 20, pp. 493~506.
- (11) Shin, S. and Lee, W. I., 2000, “Finite Element Analysis of Incompressible Viscous Flow with Moving Free Surface by Selective Volume of Fluid Method,” *Int. J. Heat Fluid Flow*, Vol. 21, pp. 197~206.
- (12) 김우승, 권용복, 임익태, 1998, “암시적 VOF 방법을 이용한 주조공정의 충전과정 해석,” 대한기계학회논문집 B 권, 22, 10, pp. 1401~1409.
- (13) 임익태, 김우승, 1998, “암시적 방법을 이용한 충전 알고리즘의 개발,” 대한기계학회논문집 B 권, 22, 1, pp. 104~112.
- (14) Ramaswamy, B., Kawahara, M. and Nakayama, T., 1986, “Lagrangian Finite Element Method for the Analysis of Two-Dimensional Sloshing Problems,” *Int. J. Numer. Methods Fluids*, Vol. 6, pp. 659~670.
- (15) Okamoto, T. and Kawahara, M., 1990, “Two-Dimensional Sloshing Analysis by Lagrangian Finite Element Method,” *Int. J. Numer. Methods Fluids*, Vol. 11, pp. 453~477.
- (16) Ramaswamy, B. and Kawahara, M., 1987, “Arbitrary Lagrangian-Eulerian Finite Element Method for Unsteady, Convective, Incompressible Viscous Free Surface Fluid Flow,” *Int. J. Numer. Methods Fluids*, Vol. 7, pp. 1053~1075.
- (17) Huerta, A. and Liu, W. K., 1988, “Viscous Flow with Large Free Surface Motion,” *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 69, pp. 277~324.
- (18) Partom, I. S., 1987, “Application of the VOF Method to the Sloshing of a Fluid in a Partially Filled Cylindrical Container,” *Int. J. Numer. Methods Fluids*, Vol. 7, pp. 535~550.
- (19) Jun, L., and Spalding, D. B., 1988, “Numerical Simulation of Flows with Moving Interfaces,” *PhysicoChemical Hydrodynamics*, Vol. 10, No. 5/6, pp. 625~637.
- (20) Kothe, D. B., Mjolsness, R. C. and Torrey, M. D., 1994, “RIPPLE: A Computer Program for Incompressible Flows with Free Surfaces,” *Los Alamos National Laboratory Report*, LA-12007-MS.
- (21) White, F. M., 1988, *Fluid Mechanics*, Second Edition, McGraw-Hill Book Company, New York.