

몬테카를로 시뮬레이션을 이용한 일방향 복합재의 강도평가 및 파손 해석

김정규* · 박상선** · 김철수*** · 김일현****
(1999년 12월 22일 접수)

Strength Evaluation and Failure Analysis of Unidirectional Composites Using Monte-Carlo Simulation

Jung-Kyu Kim, Sang-Sun Park, Chul-Su Kim and Il-Hyun KIM

Key Words: Monte-Carlo Simulation(몬테카를로 시뮬레이션), Shear-Lag Equation(전단지연 방정식), Weibull Distribution(와이블 분포), Cumulative Distribution Function(누적손상함수), Fiber Volume Fraction(섬유체적률), Finite Difference Method(유한차분법)

Abstract

Tensile strength and failure process of composite materials depend on the variation in fiber strength, matrix properties and fiber-matrix interfacial shear strength. A Monte-Carlo simulation considering variation in these factors has been widely used to analyze such a complicated phenomenon as a strength and simulate the failure process of unidirectional composites. In this study, a Monte Carlo simulation using 2-D and 3-D(square and hexagonal array) model was performed on unidirectional graphite/epoxy and glass/polyester composites. The results simulated by using 3-D hexagonal array model have a good agreement with the experimental data which were tensile strength and failure process of unidirectional composites

기호설명

X : 복합재 인장강도
 $F(X)$: 누적 분포함수
 m : 와이블 형상 파라미터
 X_0 : 와이블 척도 파라미터
 ξ : 특성 길이
 Δx : 섬유 요소길이
 ΔX : 무차원화된 요소길이
 τ_m : 계면 전단강도
 τ_s : 계면 미끄럼 마찰응력

d : 섬유간 평균거리
 D : 무차원화 된 섬유간 평균거리
 h : 적층두께
 H : 무차원화된 섬유 직경
 A : 섬유 단면적
 E : 섬유의 탄성계수
 G : 모재의 전단계수
 τ : 모재의 전단응력
 L_0 : 게이지 거리
 u : 축방향 변위
 U : 무차원화된 축방향 변위
 λ : 완화계수
 V_f : 섬유체적비
 ϵ_f : 섬유 파손변형률
 ϵ_m : 모재의 파손변형률

* 회원, 한양대학교 기계공학부
E-mail : kimj@email.hanyang.ac.kr
TEL : (02)2290-0563 FAX : (02)2291-6707
** 현대 자동차 연구소
*** 회원, 한양대학교 대학원
**** 대림대학

1. 서론

섬유강화 복합재의 파손강도 평가와 파손과정 해석에는 실험적인 방법⁽¹⁾과 확률론적 파손모델을 이용한 해석적인 방법^(2~4)이 널리 이용되고 있다. 그런데 복합재의 파손강도와 파손과정은 구성 성분의 물성치, 통계학적 섬유강도 분포, 섬유 체적률, 제작과정, 섬유·모재 사이의 특성 등에 의해 영향을 받게 되므로 그 해석에는 상당한 어려움이 따른다. 특히 복합재의 강화재료로써 사용되는 섬유는 높은 인장강도를 가지지만 제작 시에 섬유 표면상의 결함이 존재하게 되고, 이러한 결함으로 인해 섬유강도에는 변동성⁽⁵⁾이 존재하게 된다. 또한 섬유의 한 부분이 파손되면 이의 응력을 모재(matrix)가 대신 전달하므로 파단점 주위에 응력집중이 발생하게 되어 더욱 강도평가 해석이 어려워 지게 된다. 그러므로 강도평가와 파손과정을 해석하기 위해서는 이를 고려하여 몬테카를로 시뮬레이션(Monte-Carlo simulation)을 이용하는 것이 상당히 효과적이라고 할 수 있다.^(6,7)

Oh⁽⁸⁾는 일방향 복합재의 인장강도 평가를 위해 최초로 몬테카를로 시뮬레이션을 이용하였고 Fukuda 등⁽⁹⁾은 응용범위를 하이브리드(hybrid) 복합재로 확장하였다. 또한 Goda 등^(10,11)은 보다 정확한 계산을 위하여 미끌림 마찰 응력과 각 요소 변형·파단상태로부터 구한 중분비의 최소값에 준한 r_{min} 방법을 도입하여 강도를 평가하였고, Yuan 등⁽¹²⁾은 요소수를 충분히 하여 보다 현실적인 해석을 시도하였다. 그러나 이러한 연구들은 평면모델을 기본으로 하였으며, Schwartz 등^(13~15)이 연구한 seven fiber model도 매우 작은 요소만을 다루었기 때문에 현실성이 다소 떨어지는 경향이 있었다.

본 연구에서는 복합재의 강도평가 및 파손과정을 보다 현실적이고 정확하게 해석을 하기 위하여 기존의 2차원 모델 외에 3차원 모델인 square array 모델과 hexagonal array 모델을 도입하고, 이를 실험결과와 함께 비교 및 검토하였다.

2. 이론해석

2.1 전단지연 방정식(Shear-lag equation)

Fig. 1 은 일방향 섬유강화 복합재의 기계적 특성을 해석하기 위한 기존의 2차원 모델과 새로 도

입된 3차원 모델인 square array 모델과 hexagonal array 모델을 나타낸 것이다. 섬유방향으로의 인장하중을 받는 일방향 복합재내의 응력분포를 구하기 위한 전단지연 해석(shear-lag analysis)⁽¹⁶⁾에 의한 지배미분방정식은 다음과 같다.

$$EA \frac{d^2 u_{i,j}}{dx^2} + \frac{Gh}{d} (u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}) = 0$$

:2차원모델 (1)

$$EA \frac{d^2 u_{i,j,k}}{dx^2} + \frac{Gh}{d} (u_{i+1,j,k} + u_{i,j+1,k} + u_{i-1,j,k} + u_{i,j-1,k} - 4u_{i,j,k}) = 0$$

: square array (2)

$$EA \frac{d^2 u_{i,j,k}}{dx^2} + \frac{Gh}{d} (u_{i+1,j,k} + u_{i+\frac{1}{2},j+1,k} + u_{i+\frac{1}{2},j-1,k} + u_{i-1,j,k} + u_{i-\frac{1}{2},j-1,k} + u_{i-\frac{1}{2},j+1,k} - 6u_{i,j,k}) = 0$$

: hexagonal array (3)

2.2 수치해석

식 (1)~(3)의 해석은 요소들이 일정한 크기를 가지고 경계조건도 비교적 간단하므로 유한차분법을 적용하는 것이 편리하다. Fig. 2는 유한차분법을 적용한 모델을 나타낸 것으로, 섬유요소길이 Δx 는 작게 잡을수록 정확하지만, 계산시간 등을 고려하여 비유효길이(ineffective length)⁽²⁾로 하였다. 식 (1)~(3)의 2차 미분항을 유한차분법을 이용한 식으로 바꾸면 다음과 같다.

$$\frac{d^2 u_{i,j,k}}{dx^2} = \frac{u_{i,j,k-1} - 2u_{i,j,k} + u_{i,j,k+1}}{\Delta x^2}$$

(4)

만약 섬유요소 $(i, j, k) - (i, j, k-1)$ 이 파단되는 경우, 파단은 요소 중앙에서 발생한다고 볼 수 있으므로 변위 $u_{i,j,k}$ 와 $u_{i,j,k-\frac{1}{2}}$ 사이의 변형률은 0 이 된다. 따라서 $u_{i,j,k} = u_{i,j,k-\frac{1}{2}}$ 이 되고 절점 (i, j, k) 에 대한 유한차분식은 다음과 같이 된다.⁽⁸⁾

$$\frac{d^2 u_{i,j,k}}{dx^2} = \frac{4(u_{i,j,k+1} - u_{i,j,k})}{3\Delta x^2}$$

(5)

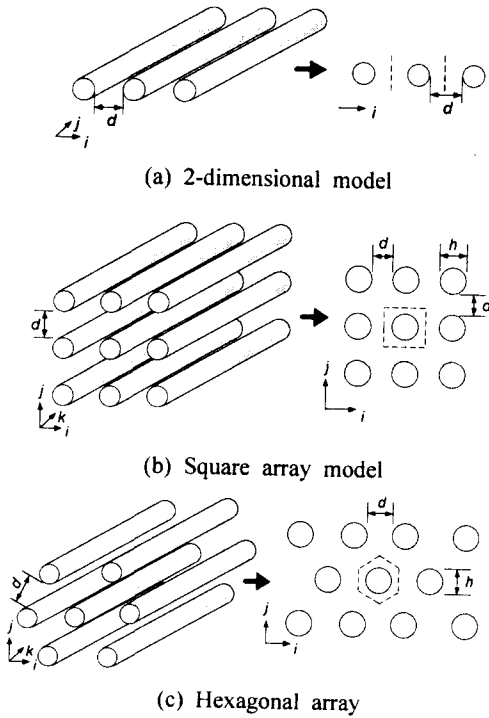


Fig. 1 Schematic diagram of models

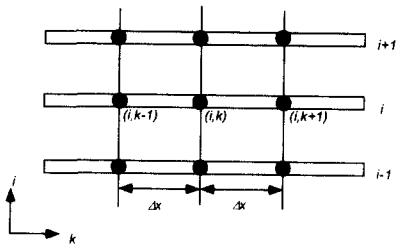


Fig. 2 Finite difference model

그런데 섬유는 인장응력이 지배적이지만 모재의 경우는 전단응력이 지배적이므로 모재는 전단응력에 의해 파손된다고 할 수 있다.

파단이 일어난 후 모재는 더 이상 응력을 전달하지 못한 채 미끌림 마찰력을 가지게 되는데 이때의 미끌림 전단응력, τ_s 은 모재의 계면 전단강도, τ_m 보다 낮은 값을 가진다. 만약 모재요소가 파단되면 다음과 같이 된다.

$$\tau = \tau_s \quad (6)$$

각 모델에 대한 지배미분방정식은 식 (4)~(6)을

식 (1)~(3)에 각각 대입하면 구할 수 있으나 이 식들을 풀기 위해서는 특성길이인 무차원 계수 ($\xi = \sqrt{EAD/GH}$)⁽¹²⁾를 도입하여 무차원화 시킨다. 또한 이 식들을 일종의 반복법인 SOR (successive over-relaxation) 알고리즘⁽¹⁷⁾에 대한 식으로 정리하면 다음과 같이 나타낸다.

$$U_{i,j} = \frac{1}{C_1 + C_2 C_3 \Delta X^2} [U_{i,j-1} + U_{i,j+1} + C_2 \Delta X^2 (U_{i+1,j} + U_{i-1,j})] \quad (7)$$

: 2차원 모델

$$U_{i,j,k} = \frac{1}{C_1 + C_2 C_3 \Delta X^2} [U_{i,j,k-1} + U_{i,j,k+1} + C_2 \Delta X^2 (U_{i+1,j,k} + U_{i-1,j,k} + U_{i,j+1,k} + U_{i,j-1,k})] \quad (8)$$

: square array

$$U_{i,j,k} = \frac{1}{C_1 + C_2 C_3 \Delta X^2} [U_{i,j,k-1} + U_{i,j,k+1} + C_2 \Delta X^2 (U_{i+1,j,k} + U_{i-1,j,k} + U_{i+\frac{1}{2},j+1,k} + U_{i-\frac{1}{2},j+1,k} + U_{i+\frac{1}{2},j-1,k} + U_{i-\frac{1}{2},j-1,k})] \quad (9)$$

: hexagonal array

여기서 $U_{i,j,k} (= u_{i,j,k}/\xi)$ 는 무차원화된 절점의 변위(dimensionless displacement)이고, C_1, C_2 는 섬유요소의 파손 상태를 나타내는 상태상수로 섬유요소가 파손되었을 경우 $C_1 = 1, C_2 = 0.75$ 의 값을 가지고, 파손되지 않았을 경우 $C_1 = 2, C_2 = 1$ 이 된다. C_3 는 모재요소의 파손 상태를 나타내는 상태상수로 절점주위의 모재요소가 모두 파손되면 $C_3 = 0$ 이 되고 그 외의 경우 파손되지 않은 주위 요소 수만큼의 값을 가진다.⁽¹²⁾ $\Delta X (= \Delta x/\xi)$ 는 무차원화된 섬유요소의 길이이다. 그리고 나머지 변위 요소는 섬유요소 $(i,j,k) - (i,j,k-1)$ 의 주위 섬유요소와 모재요소의 파단을 고려하는 변위요소이다. 그리고 해를 구하기 위한 반복식은 다음과 같다.

$$U_{i,j,k}^n = \lambda U_{i,j,k}^{p,n} + (1-\lambda) U_{i,j,k}^{n-1} \quad (10)$$

반복순서를 설명하면, 식 (10)의 $U_{i,j,k}^p$ 에 식 (7)~(9)로부터 구한 값을 대입하여 얻어진 값을 다시 식 (10)의 우변의 두 번째 항에 대입하는 순서로, 오차

가 일정한도 이내가 될 때까지 반복한다. 여기서 λ 는 완화계수(relaxation factor)로써 해의 수렴속도를 조절하는 역할을 하는데 경험상 1에서 2 사이의 값을 가진다. 그리고 n 은 반복수이다.⁽¹²⁾

3. 시뮬레이션 프로그래밍

3.1 재료 및 입력 파라미터

시뮬레이션을 수행하기 위해서 사용된 재료는 graphite/epoxy 복합재의 경우 섬유는 T300, 모재는 DER331 에폭시이고, glass/polyester 복합재의 경우 섬유는 E-glass, 모재는 일반적인 polyester이다. Table 1은 이 재료들의 기계적 성질^(18,19,21)이고 Table 2는 섬유의 지름 및 섬유강도의 Weibull parameter들^(20,21)이다.

본 논문에서 사용한 모델의 요소수는 3차원 모델의 경우, 길이방향으로 100개, 폭방향으로 100개, 두께방향으로 5개이고 2차원 모델의 경우 길이방향으로 100개, 폭방향으로 100개이다.

또한 시뮬레이션 결과의 타당성을 검증하기 위하여 사용한 실험재료와 그 기계적 특성은 Table 3 과 같다.

3.2 몬테카를로 시뮬레이션

Fig. 3은 인장강도를 평가하기 위한 시뮬레이션 과정을 나타낸 것이다. 여기서 섬유의 강도는 일반적으로 2-parameter Weibull 분포⁽²²⁾를 따르므로 이 분포로부터 식 (11)과 같은 각 섬유요소의 강도(X)를 생성시킬 수 있다.

$$F(X) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{L}{L_0}\right)\left(\frac{X}{X_0}\right)^m\right] \quad (11)$$

여기서 m 은 형상파라미터이고 X_0 는 척도파라미터이다. 그리고 L_0 는 섬유강도 측정시의 게이지 길이이고 L 은 요소길이 즉, ΔX 이다.

식 (11)를 X 에 대해 정리하면 섬유강도에 대한 식 (12)를 얻을 수 있다.

$$X_{i,j,k} = X_0 \left\{ \left(\frac{L_0}{\Delta x} \right) \ln \left(\frac{1}{1-F} \right) \right\}^{1/m} \quad (12)$$

이 때 누적 분포함수 F 는 0과 1 사이의 값을 가지므로 F 에 0과 1 사이의 일양난수를 발생시키

면 랜덤한 강도를 얻을 수 있다.

4. 실험결과 및 고찰

4.1 인장강도 평가

Fig. 4는 동일한 섬유 체적률에서의 2차원 및 3차원 모델에 의해 시뮬레이션한 graphite/epoxy와 glass/polyester의 해석결과와 실험결과를 정리하여

Table 1 Mechanical properties of fibers and matrices^(18,19,21)

Material	Tensile strength (MPa)	Elongation (%)	Young's modulus (GPa)	Shear modulus (MPa)
T300 (Thornel Co.)	2950	1.18	238	-
E-glass	1800	2.65	68	-
epoxy(331) (Dow chemical)	85	10	1.62	604.5
polyester	62	2	3.2	1086.97

Table 2 Weibull parameters of fiber strength^(20,21)

Material	diameter (μ m)	Weibull scale parameter (GPa)	Weibull shape parameter	gauge length (mm)
T300	7	3.2	5.5	30
E-glass	16	1.2	10.0	14.495

Table 3 Mechanical properties of composites(test result)

Composites	Tensile strength (MPa)	Young's modulus (GPa)	Ultimate strain (%)	Fiber volume fraction (V_f)
T300/914 ⁽²³⁾	1597.65	130	1.17	0.6
T300/3601 ⁽¹⁾	1515.3	138	1.06	0.6
T300/3631 ⁽¹⁾	1740.5	135.5	1.22	0.6
T300/976 ⁽²⁴⁾	1520	156	—	0.6
glass/polyester	653.86	37.55	1.8	0.5

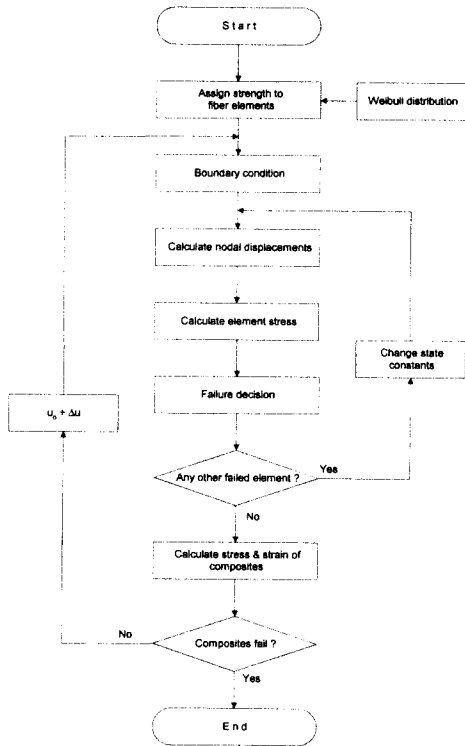


Fig. 3 Flow chart of simulation

나타낸 것이다. 이 결과들을 비교하면, 2차원 모델에 의해 평가된 강도값이 3차원 모델들에 의해 평가된 값에 비해 실험값보다 과소 평가됨을 알 수 있다. 이의 원인은 파손된 섬유요소의 주위의 응력 분포로부터 검토될 수 있다.

Fig. 5는 파손된 섬유요소 주위의 섬유요소에 대한 요소응력, σ_i 을 복합재 응력, σ_n 으로 무차원화된 값을 나타낸 것이다. 이 그림으로부터 파손된 섬유요소에서 멀어질수록 응력값은 떨어짐을 알 수 있다. 또한 2차원 모델의 응력값이 가장 높고, hexagonal array 모델의 응력값이 가장 낮게 나타났다. 이는 2차원 모델의 경우 응력분산이 두 방향으로 이루어지지만, square array 모델은 네 방향으로 hexagonal array 모델은 여섯 방향으로 이루어지기 때문에 그만큼 응력집중이 분산되기 때문이다. 따라서 2차원 모델에 의한 복합재의 강도는 다른 모델에 의한 값보다 낮게 평가되는 것이다.

4.2 섬유 체적률과 인장강도와의 관계

섬유 체적률에 따른 강도는 섬유 강도가 일정하다고 가정하면 이론적으로 혼합법칙⁽¹⁸⁾에 의해 예

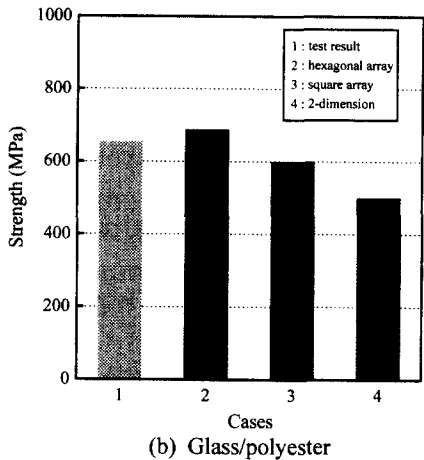
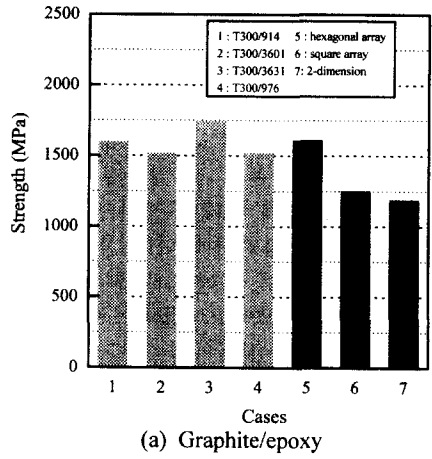


Fig. 4 Comparison simulation results with reference values

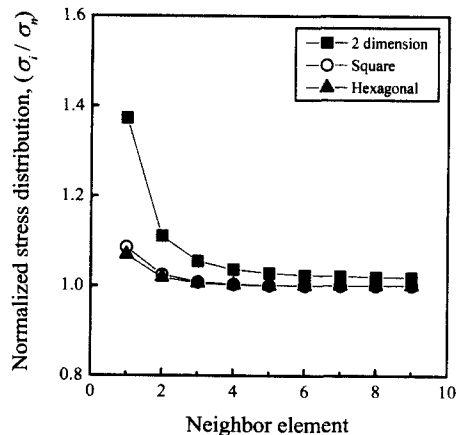


Fig. 5 Stress distribution around broken fiber element

측할 수 있다. 섬유 체적률에 따른 강도값은 섬유의 파손 변형률이 모재의 파손 변형률보다 큰 경우와 그 반대인 경우 두 가지로 나누어 생각할 수 있다.

Fig. 6은 3차원 hexagonal array model에 의한 강도평가의 시뮬레이션 결과 및 실험결과를 혼합법칙에 의한 결과를 함께 나타낸 것이다. 이를 비교하면, 섬유 체적률이 증가함에 따라 복합재의 인장강도가 증가하는 경향을 보이며, 이들의 결과는 유사함을 알 수 있다. 그리고 시뮬레이션 및 실험결과와 혼합법칙에 의한 결과와의 차이는 실제의 강도에는 변동성이 존재함도 불구하고 섬유와 모재 사이의 완전 접합이라는 가정하에 얻어진 혼합법칙을 적용하였기 때문이다.

4.3 모재특성이 강도에 미치는 영향

복합재 강도에 영향을 미치는 또 다른 요소로 모재의 특성을 들 수 있다.⁽¹⁹⁾ 이러한 모재의 특성이 강도에 미치는 영향을 검토하기 위하여 epoxy의 연화제 첨가 정도에 따른 graphite/epoxy재 ($V_f \approx 60\%$)의 강도값의 변화를 비교하였다. Fig. 7은 원래의 모재와 연화제(flexibilizer: DER732)를 20% 및 40% 첨가한 경우에 대한 복합재의 강도값을 비교한 결과이다. 이 그림으로부터 모재의 연화제 첨가량이 많아짐에 따라 복합재의 인장강도 값이 증가함을 알 수 있다. 이의 원인을 시뮬레이션에서 사용한 epoxy인 DER331 100%에 연화제를 각각 10%씩 첨가하였을 때의 전단강도 및 계면강도의 실험결과를 나타낸 Fig. 8⁽¹⁹⁾로서 설명할 수 있다. 그림에서 전단강도는 연화제 첨가량이 증가함에 따라 저하하지만 계면강도는 연화제 첨가량이 40%까지는 증가하는 경향을 보여주고 있다. 계면강도의 증가와 복합재 강도의 증가가 일치하는 경향은 복합재 강도에는 전단강도보다는 계면강도가 더욱 지배적임을 의미한다.

4.4 파손과정해석

인장하중을 받는 일방향 복합재에 있어서 $\epsilon_f < \epsilon_m$ 인 경우, 파손은 가장 약한 강도값을 가지는 섬유요소에서 먼저 일어나고, 계속된 부하의 증가로 인하여 여러 섬유요소는 불규칙한 파손이 일어난다. 한편 모재요소는 섬유의 파손으로 인하여 전단응력이 높아지게 되어 국부적인 모재 균열, 계면 탈접착 등이 일어나서 복합재는 최종적으로

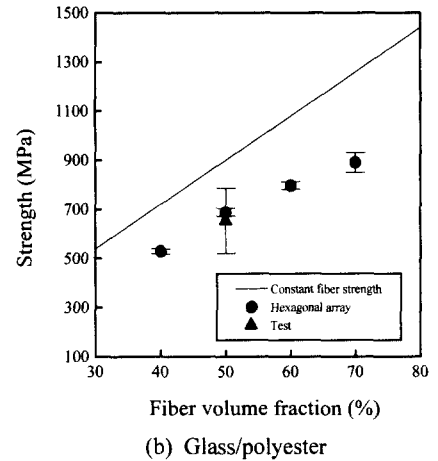
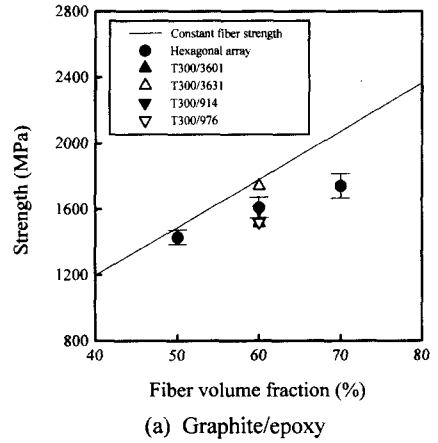


Fig. 6 Composites strength vs. fiber volume fraction

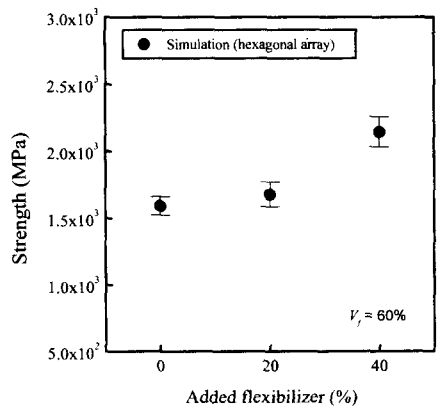


Fig. 7 Composites strength with respective to flexibility

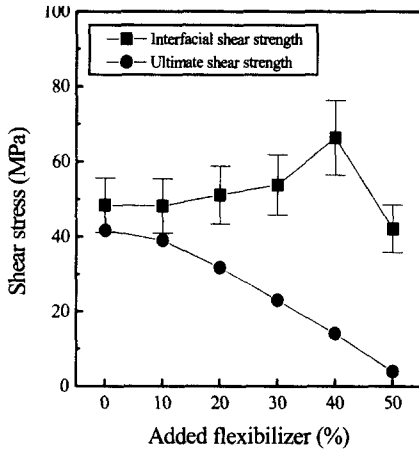


Fig. 8 Interfacial shear strength and ultimate shear strength with respect to resin types⁽¹⁹⁾

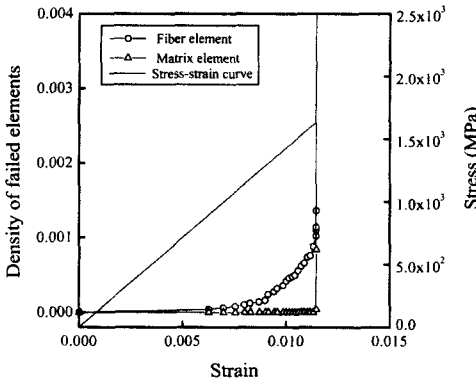


Fig. 9 Failed elements of graphite/epoxy composites

파괴가 일어남이 예상된다. Fig. 9는 이러한 섬유와 모재의 파손과정을 hexagonal array model에 의한 시뮬레이션 결과를 나타낸 것이다. 그림에서 모재의 파손은 섬유요소의 파손이 증가하여도 거의 발생하지 않지만 파손변형을 근처에서 갑자기 많이 짐을 알 수 있다.

이상의 해석결과로부터 복합재의 파손과정을 시뮬레이션하여 나타낸 것이 Fig. 10이다. (a)는 복합재에 하중을 가하기 전의 양상을 나타낸 것이고 (b)는 강도가 가장 낮은 섬유요소에서 최초의 파손이 일어난 양상이다. (c), (d)는 파손응력의 70% 및 파괴직전의 파손양상이다. 복합재는 부하하중의 증가로 인하여 랜덤한 섬유요소 파손이 일어나고 파손직전에 모재에 탈접착 및 모재 파손이 발생하여

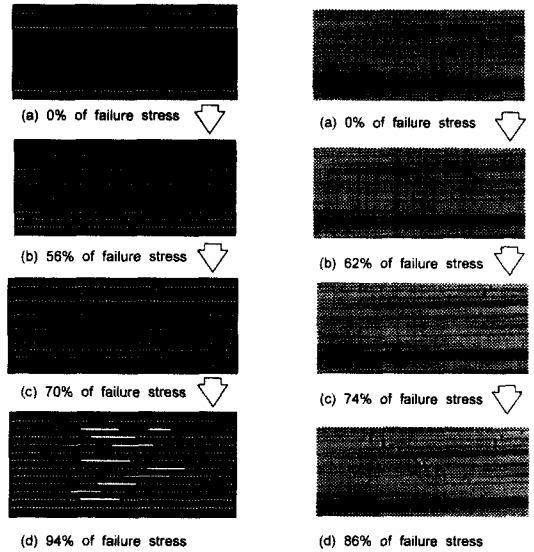


Fig. 10 Simulated failure process of graphite/epoxy composites

Fig. 11 Observed failure process of graphite/epoxy composites

갑자기 전체의 파손이 일어나게 된다.

Fig. 11은 인장하중을 부하하는 동안에 형성된 미시적 파괴양상을 CCD카메라로 200배 배율로 촬영한 graphite/epoxy 일방향 복합재 ($V_f \approx 60\%$)의 실험결과이다. 이의 파손과정은 위에서 설명한 시뮬레이션 결과와 매우 유사함을 알 수 있다.

5. 결론

일방향 섬유강화 복합재의 강도평가 및 파손과정을 해석하기 위하여 몬테카를로 시뮬레이션에 3차원 모델을 도입하여 실험결과와 비교하였다. 얻어진 결과는 다음과 같다.

(1) 3차원 hexagonal array 모델에 의한 시뮬레이션의 결과는 기존의 2차원 모델에 의한 시뮬레이션의 것 보다 강도값이 실험결과에 가장 근접하였다.

(2) hexagonal array 모델에 대하여 시뮬레이션을 수행한 결과, 섬유 체적률 증가에 따른 복합재 강도는 혼합법칙에 의한 값에 비하여 파손 평가되었는데 이는 섬유강도의 변동성으로 인하여 강도값이 낮은 섬유요소가 많이 존재하였기 때문이다.

(3) graphite/epoxy 복합재에 대하여 모재 특성에 따른 복합재 강도의 변화를 평가한 결과, 모재의

연화재 첨가량이 증가할수록 복합재의 강도값이 높아졌다.

(4) graphite/epoxy 일방향 복합재의 미시적 파손 과정의 실험결과는 hexagonal array model에 의해 잘 묘사되었다.

후 기

본 연구는 대림대학 학술연구비 지원 및 한국과학기술재단 산하 성균관대학교 산업설비 안전성평가 연구센터의 연구비 지원으로 이루어진 것으로서, 이에 관계자 여러분들께 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Hamada, H., Oya, N., Yamashita, K. and Maekawa, Z. I., 1997, "Tensile Strength and Its Scatter of Unidirectional Carbon Fiber Reinforced Composites," *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, Vol. 16, No. 2, pp. 119~130.
- (2) Rosen, B. W., 1964, "Tensile Failure of Fibrous Composites," *AIAA Journal*, Vol. 2, No. 11, pp. 1985~1991.
- (3) Zweben, C., 1968, "Tensile Failure of Fibrous Composites," *AIAA Journal*, Vol. 6, No. 12, pp. 2325~2331.
- (4) Zweben, C. and Rosen, B. W., 1970, "A Statistical Theory of Material Strength with Application to Composite Materials," *Journal of Mechanical Physics and Solids*, Vol. 18, pp. 189~206.
- (5) Wagner, H. D., Phoenix, S. L. and Schwartz, P., 1984, "A Study of Statistical Variability in the Strength of Single Aramid Filaments," *Journal of Composites Materials*, Vol. 18, pp. 312~337.
- (6) 안정주, 권재도, 김상태, 1996, "몬테카를로 시뮬레이션에 의해 SiCw/Al 복합재료의 파괴수명 예측," *대한기계학회논문집(A)*, Vol. 20, No. 5, pp. 1552~1561.
- (7) Kimpara, I., Ozaki, T. and Takada, S., 1985, "Simulation on Tensile Failure Process of Unidirectional Hybrid FRP," *Journal Society of Material Science (in Japanese)*, Vol. 34, No. 378, pp. 280~287.
- (8) Oh, K. P., 1979, "A Monte Carlo Study of the Strength of Unidirectional Fiber-Reinforced Composites," *Journal of Composite Materials*, Vol. 13, pp. 311~328.
- (9) Fukuda, H. and Chou, T. W., 1982, "Monte Carlo Simulation of the Strength of Hybrid Composites," *Journal of Composite Materials*, Vol. 16, pp. 371~385.
- (10) Goda, K. and Phoenix, S. L., 1994, "Reliability Approach to the Tensile Strength of Unidirectional CFRP Composites by Monte Carlo Simulation in a Shear-lag Model," *Composites Science and Technology*, Vol. 50, pp. 457~468.
- (11) Goda, K. and Fukunaga, H., 1991, "Evaluation of Tensile Strength of Unidirectional Fiber Reinforced Metal Matrix Composite Materials Using Monte-Carlo Simulation," *Journal Society of Material Science (in Japanese)*, Vol. 40, No. 405, pp. 42~48.
- (12) Yuan, J., Xia, Y. and Yang, B., 1994, "A Note on the Monte Carlo Simulation of the Tensile Deformation and Failure Process of Unidirectional Composites," *Composites Sciences and Technology*, Vol. 52, pp. 197~204.
- (13) Lienkamp, M. and Schwartz, P., 1993, "A Monte Carlo Simulation of the Failure of a Seven Fiber Microcomposites," *Composites Science and Technology*, Vol. 46, pp. 139~146.
- (14) Stumpf, H. and Schwartz, P., 1993, "Monte Carlo Simulation of the Stress-Rupture of Seven-Fiber Microcomposites," *Composites Science and Technology*, Vol. 49, pp. 251~263.
- (15) Stumpf, H., Schwartz, P., Lienkamp, M. and Schulte, K., 1995, "S-Glass/Kevlar-149 Hybrid Microcomposites in Stress-Rupture : A Monte Carlo Simulation," *Composites Science and Technology*, Vol. 54, pp. 211~221.
- (16) Hedgepeth, J. M. and Dyke, P. V., 1967, "Local Stress Concentrations in Imperfect Filamentary Composite Materials," *Journal of Composite Materials*, Vol. 1, pp. 294~309.
- (17) William, H. P., Saul, A. T., William T. V., Brian, P. F., 1992, "Numerical Recipes", Cambridge University Press.

- (18) Hull, D., 1981, "An Introduction to Composite Materials," Cambridge University Press.
- (19) Netravali, A. N., Henstenburg, R. B., Phoenix, S. L. and Schwartz, P. , 1989, "Interfacial Shear Strength Studies Using the Single-Filament-Composite Test. I : Experiments on Graphite Fibers in Epoxy," *Polymer Composites*, Vol. 10, No. 4, pp. 226~241.
- (20) Shioya, M. and Takaku, A., 1995, "Estimation of Fiber and Interfacial Shear Strength by Using a Single-Fibre Composite," *Composites Science and Technology*, Vol. 55, pp. 33~39.
- (21) R'Mili, M., Bouchaour, T. and Merle, P., 1996, "Estimation of Weibull Parameters from Loose-bundle Tests," *Composites Science and Technology*, Vol. 56, pp. 831~834.
- (22) Weibull, W., 1951, "A Statistical Distribution Function of Wide Applicability," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 18, pp. 293~297.
- (23) Baxevanakis, C., Jeulin, D. and Renard, J., 1995, "Fracture Statistics of a Unidirectional Composite," *International Journal of Fracture*, Vol. 73, pp. 149~181.
- (24) Choi, H. Y., Wu , H. T. and Chang, F., 1991, "A New Approach toward Understanding Damage Mechanism and Mechanics of Laminated Composites Due to Low-Velocity Impact: Part II-Analysis," *Journal of Composite Materials*, Vol. 25, pp. 1012~1038.