

## 다축 힘센서에서 힘감지 오차의 전파

강 철 구\*  
(1999년 11월 1일 접수)

### Force-Sensing Error Propagation in Multi-Axis Force Sensors

Chul-Goo Kang

**Key Words:** Multi-Axis Force Sensor(다축 힘센서), Error Propagation(오차전파), Compliance Matrix(컴플라이언스행렬), Condition Number(상태수)

#### Abstract

In multi-axis force sensors, compliance matrices representing structural behaviour of internal sensor bodies play an important role in decoupled sensing and accuracy. Recently, error propagation through compliance matrices has been studied via approximation approach. However the upper bound of measured force error has not been known. In this paper, error propagation in force sensing is analysed in a unified way when both strain measurement error and compliance matrix error exist, and the upper bound of the measured force error is derived exactly (not approximately). The analysis is examined through a numerical example.

#### 1. 서 론

복잡하고 섬세한 작업을 자동화하기 위해서는 위치제어와 더불어 힘제어를 동시에 수행하여야 한다. 따라서, 로봇과 외부 작업물 사이에 작용하는 힘을 감지해야 할 필요성이 증가하고 있다. 로봇 작업에서 힘의 측정 방법은 측정위치에 따라 다음의 세 가지로 분류할 수 있다. 로봇의 관절에 토크센서를 설치하여 측정하는 방법, 로봇 머니플레이터의 손목 또는 손에 힘·토크 센서를 설치하여 측정하는 방법과, 공작물의 조립대에 힘·토크 센서를 설치하여 측정하는 방법이 있다. 이 중에서 로봇 손목에 작용하는 힘과 모멘트를 측정하는 것이 일반적으로 가장 유리하다고 알려져 있고, 이를 위하여 로봇 손목에 장착할 수 있

는 다축 힘센서가 많이 연구되어져 오고 있다.

로봇 손목에 작용하는 힘을 측정할 수 있는 6축 힘센서는 Scheinmann이 1970년대 중반에 Stanford Arm의 힘·토크 측정을 위하여 제안하였고, 이를 Jet Propulsion Laboratory에서 가공하기 쉬운 Maltese Cross 형태의 센서로 개선하였다.<sup>(1)</sup> 그 후 여러 가지 형상의 다축 힘센서들이 제안되었다.<sup>(2~7)</sup>

다축 힘센서에 대하여, Uchiyama et al.<sup>(8,9)</sup>과 Bayo and Stubbe<sup>(4)</sup>는 컴플라이언스행렬(compliance matrix)의 상태수(condition number)를 힘센서의 성능지수로 사용할 것을 제안하고, 특이값분해(singular value decomposition)를 이용하여 상태수가 작을수록, 변형률(strain) 오차에 대한 힘의 오차가 작아짐을 보였다. Nakamura et al.<sup>(10)</sup>은 상태수 대신에 세 가지 표준, 즉 스트레인게이지 감도(strain gauge sensitivity), 힘감도(force sensitivity)와 최소강성도(minimum stiffness)를 사용하여 센서를 최적설계할 것을 제안하였으나, Bicchi<sup>(11)</sup>는 다시 상태수를 일반화하여 이를 힘센서의 성능지수로 사용할 것을 주장하였다. Svinin and Uchiyama<sup>(12)</sup>는 센서에 사용되는 일반적인 탄성구

\* 회원, 건국대학교 기계공학과

E-mail : cgkang@konkuk.ac.kr

TEL : (02)447-2142 FAX : (02)447-5886

조물에 대한 상태수를 유한요소해석을 사용하지 않고 해석적으로 구할 수 있음을 보였다.

탄성구조물의 탄성변형으로부터 센서에 작용하고 있는 세 방향의 힘과 세 방향의 토크를 구할 경우에, 힘감지(force sensing) 오차는 변형률 측정 오차와 더불어, 컴플라이언스행렬의 오차에 기인한다. 컴플라이언스행렬은 힘벡터와 변형률벡터를 연관시키는 행렬로서, 센서의 정확도를 결정짓는 핵심적인 역할을 한다.

변형률 측정오차로부터 발생하는 힘감지 오차는 위에 언급된 문헌들에서 연구가 되었고, 컴플라이언스행렬로부터 발생하는 힘감지 오차는 강철구<sup>(13)</sup>에서 해석되었다. 그러나 강철구<sup>(13)</sup>는 변형률 측정오차가 존재하는 경우, 컴플라이언스행렬의 오차가 존재하는 경우, 이 두가지 오차가 동시에 존재하는 경우를 따로따로 나누어 해석하고, 두 오차가 동시에 존재하는 경우에 대해서는 Taylor 급수를 이용하여 1차 근사값으로 힘감지 오차를 구하였다. 따라서 힘감지 오차의 정확한 상한값(upper bound)을 알 수 없었다. 저자의 조사로는 지금까지 국내외를 막론하고 힘감지 오차에 대한 상한값을 근사적이 아닌 정확한 해석에 의한 구한 적이 없었다.

본 논문에서는 컴플라이언스행렬의 오차와 변형률 측정오차가 동시에 존재할 경우에 대하여 통합화된 방법으로 이 두 오차가 힘감지 오차에 어떻게 전과되는지를 해석하고, 힘감지 오차의 상한값을 정확하게 구한다. 이 방법을 수치적으로 보이기 위하여 다축 힘센서의 실예를 들어 오차의 전과를 알아본다.

## 2. 다축 힘센서의 힘감지 방법

다축 힘센서는 대체로 탄성구조물의 탄성변형을 스트레인지메이지를 이용하거나, 광학적 방법으로,<sup>(5)</sup> 또는 유도변위센서를 이용하여<sup>(14)</sup> 측정한다. 다음, 탄성변형과 힘의 선형 관계식으로부터, 센서에 작용하고 있는 세 방향의 힘과 세 방향의 토크(또는 그것의 일부)를 구한다. 본 논문에서는 스트레인지메이지와 Wheatstone 브리지(온도변화에 대한 오차를 보상하고 감도를 증가시킬 수 있는 half bridge로 구성)를 사용하여 탄성구조물의 표면변형률을 측정함으로써 힘과 토크를 구하는 센

서를 고려한다. 하지만 본 논문의 오차전과 해석 방법은 다른 형태로 탄성변형을 측정하는 경우에도 적용될 수 있다.

탄성구조물의 거동이 재료의 탄성한계 이내에 있다고 하면, 내부 탄성구조물의 변형률과 센서에 작용하는 외력은 다음과 같은 선형적인 관계를 가진다.

$$\hat{C} \hat{f} = \hat{\epsilon} \tag{1}$$

여기서  $\hat{f}$ 은 센서의 중심에 작용하는 측정된  $n \times 1$  힘·토크 벡터(또는 힘벡터)이고,  $\hat{\epsilon}$ 은 탄성구조물로부터 측정된  $m \times 1$  변형률벡터이다.  $\hat{C}$ 은 컴플라이언스행렬 또는 보정행렬(calibration matrix)로 불리워지는 측정된  $m \times n$  행렬이다. 여기서 일반성을 잃지 않고,  $m \geq n$ 이고,  $\hat{C}$ 의 계수(rank)는  $n$ 이라고 가정한다.  $m \geq n$ 는 변형률의 측정점 개수가 구하고자 하는 외력의 성분개수 이상임을 의미한다. 일반적으로  $n$ 은 6 이하이고,  $n$ 이 6인 경우에  $m$ 은 6 또는 8인 경우가 많다. 계수가  $n$ 이라는 가정은 물리적으로 쉽게 만족될 수 있다.

벡터  $\hat{f}$ 에는 힘과 모멘트가 함께 포함되어 있어서, 사용하는 단위에 따라  $\hat{C}$ 행렬의 성질이 변할 수 있다. 이러한 불편함을 없애기 위하여, 본 논문에서는 벡터  $\hat{f}$ 과  $\hat{\epsilon}$ 을, 힘과 변형률의 최대값으로 구성된 정방행렬  $N_f$ 와  $N_\epsilon$ 으로 다음과 같이 무차원화하여, 무차원화 된  $f$ 와  $\epsilon$ 을 구한다.

$$\hat{f} = N_f f, \quad N_f = \text{diag}\{f_{1M}, f_{2M}, \dots, f_{nM}\} \tag{2}$$

$$\hat{\epsilon} = N_\epsilon \epsilon, \quad N_\epsilon = \text{diag}\{\epsilon_{1M}, \epsilon_{2M}, \dots, \epsilon_{mM}\} \tag{3}$$

여기서  $f_{iM}$ 은 설계사양으로 주어진 각 축 방향의 최대힘(N) 또는 최대토크(N·m)를 나타낸다.  $\epsilon_{jM}$ 은  $n$ 개의  $f_{iM}$ 이 독립적으로 작용할 때,  $j$ 번째 스트레인지메이지에 나타나는 변형률 중 최대 변형률의 절대값을 나타낸다. 변형률의 단위는  $\mu\text{m}/\text{m}$  또는 증폭기를 거친 후의 volt를 사용할

수 있다. 이와 같은 방법으로 정규화하면,  $m = n$  이고 상호간섭작용이 없는 이상적인 센서의 경우에 컴플라이언스행렬의 상태수가 1이 된다.

무차원화된 변형률과 외력 사이에는 다음과 같은 관계식이 주어진다.

$$Cf = \epsilon \quad (4)$$

여기서  $C$ 는 무차원화된 컴플라이언스행렬로서 다음과 같이 주어진다.

$$C = N_\epsilon^{-1} \hat{C} N_f \quad (5)$$

선형대수 방정식 (4)를 두 가지의 경우로 나누어 생각할 수 있다. 첫번째는  $\epsilon$ 과  $C$ 에 오차가 존재하지 않는 경우이다. 이 경우에는  $\text{rank } C = \text{rank } [C : \epsilon]$ 이어서, 즉  $\epsilon$ 이  $C$ 의 치역(range space)에 속하여 유일해  $f$ 가 존재한다. 두번째는  $\epsilon$ 이나  $C$  행렬에 오차가 존재하는 경우이다. 이 경우에는  $\text{rank } C < \text{rank } [C : \epsilon]$ 일 수 있어서, 즉  $\epsilon$ 이  $C$ 의 치역에 속하지 않을 수 있어서, (4)식의 해가 존재하지 않을 수 있다. 두번째 경우에는 (4)식을  $Cf \approx \epsilon$ 으로 써야하며, 해 대신에 근사해를 얻을 수 있다. 즉 이 문제를 전계수(full rank)의 최소자승(least square)문제로 간주하여,  $\|Cf - \epsilon\|$ 을 최소화하는 근사해  $f$ 를 찾을 수 있다. 본 논문에서  $\|\cdot\|$ 는 벡터의 Euclid 놈(norm) 또는 행렬의 Euclid 놈을 나타낸다. 행렬의 Euclid 놈은 그 행렬의 최대 특이값으로 표현된다. 첫 번째 경우의 해나 두 번째 경우의 근사해는 다음과 같은 정규방정식(normal equation)

$$C^T Cf = C^T \epsilon \quad (6)$$

으로부터 구할 수 있다.<sup>(15)</sup> 이 식으로부터 다음과 같은 해 또는 근사해를 구할 수 있다.

$$f = C^+ \epsilon \quad (7)$$

여기서  $C^+ = (C^T C)^{-1} C^T$ 이며, 이를 좌의사

역행렬(left pseudo-inverse)이라고 한다. 좌의사역행렬은 전계수를 갖지 않는  $C$ 에 대해서도 정의될 수 있는 Moore-Penrose 역행렬의 특수한 경우이다. Moore-Penrose 역행렬은  $C$ 의 특이값분해로부터 구할 수 있다.<sup>(16)</sup>  $C$ 의 특이값분해를 다음과 같이 두자.

$$C = U \Sigma V^T \quad (8)$$

여기서  $U$ 는  $C C^T$ 의 고유벡터(eigenvector)로 구성된  $m \times m$  직교행렬(orthogonal matrix)이고,  $V$ 는  $C^T C$ 의 고유벡터로 구성된  $n \times n$  직교행렬이다.  $\Sigma$ 는  $m \times n$  행렬로서,  $i \neq j$ 인 모든  $ij$  요소는 0이고,  $ii$  요소( $\sigma_i$ ;  $i = 1, \dots, n$ )는 위 고유벡터와 관련된  $C$ 의 특이값(즉,  $C^T C$ 의 고유값의 양의 제곱근)이다. 그러면 Moore-Penrose 역행렬  $C^+$ 는

$$C^+ = V \Sigma^+ U^T \quad (9)$$

로 주어진다. 여기서  $\Sigma^+$ 는  $n \times m$  행렬로서,  $i \neq j$ 인 모든  $ij$  요소는 0이고,  $ii$  요소( $i = 0, \dots, n$ )는  $1/\sigma_i$ 인 행렬이다(여기서의  $C$ 는 전계수를 가지므로 0이 아닌  $n$ 개의  $\sigma_i$ 가 존재함을 주목하라).  $m = n$ 이고 전계수인  $C$ 에 대하여 Moore-Penrose 역행렬  $C^+$ 는 역행렬  $C^{-1}$ 과 같아진다. 센서에 작용하는 힘과 토크  $\hat{f}$ 은 식 (7)로부터 벡터  $f$ 를 구한 다음, 이것을 식 (2)에 대입하여 구할 수 있다.

### 3. 힘감지 오차의 전파

식 (7)로부터 힘벡터  $f$ 를 구할 때 사용되는 변형률벡터  $\epsilon$ 이나 컴플라이언스행렬  $C$ 는 측정되거나 실험적으로 구해지는 값이기 때문에 필연적으로 오차를 수반한다. 이러한 오차는 힘을 감지할 때, 즉, (7) 식으로부터 힘벡터  $f$ 를 구할 때 영향을 미치기 때문에, 힘벡터  $f$ 에 나타날 수 있는 오차의 상한값을 추정하는 것은 센서의 성능평가

에 중요한 역할을 한다. 강철구<sup>(13)</sup>는 변형률 측정 오차가 존재하는 경우, 컴플라이언스행렬의 오차가 존재하는 경우, 이 두가지 오차가 동시에 존재하는 경우를 따로따로 나누어 고려하고, 두 오차가 동시에 존재하는 경우에 대해서는 Taylor 급수를 이용하여 1차 근사값으로 힘감지 오차를 구하였다. 따라서 힘감지 오차의 정확한 상한값(upper bound)을 알 수 없었다.

본 절에서는 변형률벡터  $\epsilon$ 의 오차와 C 행렬의 오차가 동시에 존재할 경우에 대하여, 통합화된 방법으로, 이 두 오차가 힘벡터  $f$ 의 측정에 어떻게 전파되는지를 해석하고, 힘감지 오차의 상한값이 존재함을 보인다.

변형률벡터  $\epsilon$ 은 참값인  $\epsilon_0$ 와 측정오차  $\Delta \epsilon$ 의 합으로 생각할 수 있다. 즉,

$$\epsilon = \epsilon_0 + \Delta \epsilon \tag{10}$$

또 컴플라이언스행렬 C는 상수행렬이긴 하지만 오차가 존재할 수 있으므로, 다음과 같이 참값인  $C_0$ 와 오차인  $\Delta C$ 의 합으로 쓸 수 있다.

$$C = C_0 + \Delta C \tag{11}$$

그러면 물리적인 관점에서  $\text{rank } C_0 = \text{rank } [C_0; \epsilon_0] = n$  이고, 다음 식

$$C_0 f_0 = \epsilon_0 \tag{12}$$

를 만족하는 유일해  $f_0$ 가 존재한다.  $\Delta C$ 가 행렬  $C_0$ 의 계수를 변화시키지 않도록 하기 위하여

$$\| \Delta C \| < \sigma_{\min}(C_0) \tag{13}$$

이라고 가정한다.<sup>(15)</sup>

0이 아닌 변형률 오차  $\Delta \epsilon$ 과 컴플라이언스행렬 오차  $\Delta C$ 가 존재한다면 식 (4)를

$$(C_0 + \Delta C)(f_0 + \Delta f) \approx (\epsilon_0 + \Delta \epsilon)$$

으로 쓸 수 있다. 이 문제에 대한 최소자승의 근사해는 식 (6)으로부터 다음과 같은 대수방정식의 해  $f_0 + \Delta f$ 이다.

$$(C_0 + \Delta C)^T (C_0 + \Delta C)(f_0 + \Delta f) = (C_0 + \Delta C)^T (\epsilon_0 + \Delta \epsilon) \tag{14}$$

식 (12)를 이용하여 (14)식을 정리하면, 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\Delta f = (C^T C)^{-1} C^T \Delta \epsilon - (C^T C)^{-1} C^T \Delta C f_0 \tag{15}$$

식 (15)의 양변에 놈을 취하면 다음과 같은 식을 얻는다.

$$\| \Delta f \| \leq \| (C^T C)^{-1} C^T \| \| \Delta \epsilon \| + \| (C^T C)^{-1} C^T \| \| \Delta C \| \| f_0 \| \tag{16}$$

식 (9)로부터  $\| (C^T C)^{-1} C^T \| = 1/\sigma_{\min}(C)$ 로 쓸 수 있다. 여기서  $\sigma_{\min}(C)$ 는 C 행렬의 최소 특이값을 나타낸다. 식 (12)의 양변에 놈을 취하고 이를 (16)식에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{\| \Delta f \|}{\| f_0 \|} \leq \frac{\| C_0 \|}{\sigma_{\min}(C)} \left( \frac{\| \Delta \epsilon \|}{\| \epsilon_0 \|} + \frac{\| \Delta C \|}{\| C_0 \|} \right) \tag{17}$$

그런데  $\| C_0 \| \leq \| C \| + \| \Delta C \|^2$  이므로, (17) 식으로부터 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$\frac{\| \Delta f \|}{\| f_0 \|} \leq \alpha(C)(1 + \alpha) \left( \frac{\| \Delta \epsilon \|}{\| \epsilon_0 \|} + \frac{\| \Delta C \|}{\| C_0 \|} \right) \tag{18}$$

$$\alpha = \frac{\| \Delta C \|}{\sigma_{\max}(C)}$$

여기서  $\alpha(C)$ 는 행렬 C의 상태수로서

$$\alpha(C) = \sigma_{\max}(C)/\sigma_{\min}(C) \tag{19}$$

로 정의되며, 1 이상인 값을 갖는다.  $\sigma_{\max}(C)$  는 C 행렬의 최대 특이값을 나타낸다. 행렬의 상태수는 그 행렬의 상태, 즉 특이행렬(singular matrix)로부터 얼마나 멀리 떨어져 있는지를 나타낸다. 또, 식 (4)로부터 알 수 있듯이, 특이값  $\sigma_i$  가  $\mathbf{f}$ 의 단위구(unit sphere)에 대한  $\epsilon$  타원체(ellipsoid)의 주축의 길이를 나타내므로, 상태수  $c(C)$ 는  $\mathbf{f}$ 와  $\epsilon$  사이의 컴플라이언스행렬의 등방성을 표시하는 지표가 된다. 완전한 등방성을 갖는 이상적인 경우라면 상태수가 1이 된다. 식 (18)에서  $\alpha$ 는 일반적으로 1보다 훨씬 작은 값을 가진다.

식 (18)은 변형률 측정오차와 컴플라이언스행렬의 오차가 힘감지 오차에 어떻게 전파되는지를 보여주고 있다. 변형률 측정에

$\|\Delta \epsilon\| / \|\epsilon_0\|$  만큼의 상대오차가 존재하고, 컴플라이언스행렬에  $\|\Delta C\| / \|C_0\|$  만큼의 상대오차가 존재한다면, 감지된 힘

$\|\Delta \mathbf{f}\| / \|\mathbf{f}_0\|$ 에는 대략 이 두 오차의 합에 상태수를 곱한 것만큼 상대오차가 전파될 수 있고, 그 상한값은 두 오차의 합에  $c(C)(1+\alpha)$ 를 곱한 것과 같다는 것을 보여주고 있다. 즉 변형률 측정의 오차가 클수록, 컴플라이언스행렬의 오차가 클수록, 그리고 컴플라이언스행렬의 상태수가 클수록, 감지된 힘에는 큰 오차가 발생할 수 있음을 알 수 있다.

또 컴플라이언스행렬의 상태수는 변형률 측정에서의 오차나 컴플라이언스행렬의 오차가 힘감지 오차로 어떻게 전달되는지를 보여주는 지표임을 알 수 있다. 따라서 다축 힘센서를 설계할 때 가능한 한 컴플라이언스행렬의 상태수가 작아지도록 설계하는 것이 바람직하다. 한가지 방법으로서, 측정하고자 하는 힘벡터와 변형률벡터 사이의 상호간섭작용이 작도록 힘센서의 탄성구조물을 설계하면 컴플라이언스행렬의 상태수를 줄일 수 있다.

컴플라이언스행렬의 오차가 0일 경우에, 식 (18)에  $\|\Delta C\| = 0$ 을 대입하면 Uchiyama et al.<sup>(8)</sup>의 결과를 얻을 수 있다.

앞절에서 변형률 측정오차와 컴플라이언스행렬의 오차가 힘감지 오차에 전파되는 상한값을 구하였다. 이 해석을 수치적으로 보이기 위하여, 김주용·강철구의 논문<sup>(17)</sup>에서 수치로 주어진 컴플라이언스행렬을 예로 들어서 힘감지 오차를 구해 본다. 이 컴플라이언스행렬은 Fig. 1과 같은 원구멍이 있는 십자형 탄성구조물의 보에 Fig. 2와 같이 스트레인지이지와 Wheatstone 브리지를 설치하여 8 곳의 변형률을 측정하고, 이로부터 센서의 중앙에 작용하는 세 방향의 힘과 세 방향의 토크를 감지하는 다축 힘센서에 대한 것이다.

김주용·강철구<sup>(17)</sup>는 다음과 같은 방법으로 컴플라이언스행렬을 구하였다. 센서의 중앙에 일차 독립인 6개의 힘  $\hat{\mathbf{f}}_i$  ( $6 \times 1$  벡터)을 가한 다음(예를 들어  $x, y, z$  방향으로 200 N의 힘과 5 N·m의 모멘트를 각각 가한 다음), 각각에 대한

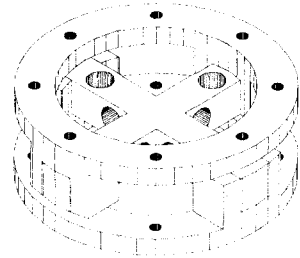


Fig. 1 A cross-shaped elastic structure of a force sensor

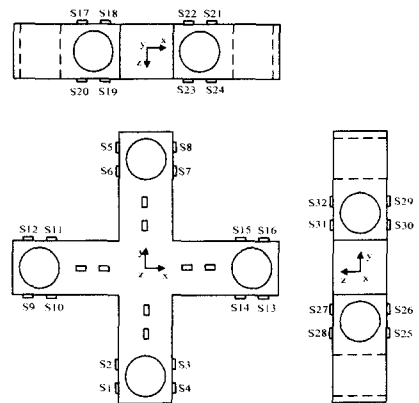


Fig. 2 Strain gage positions at the elastic structure with circular holes

4. 힘감지 오차 전파의 수치에

8×1 변형률벡터  $\hat{\mathbf{e}}_i$  을 측정하고, 다음과 같은 8×1 벡터  $\mathbf{p}_i$  를 만든다.

$$\mathbf{p}_i = \frac{\hat{\mathbf{e}}_i}{a_i}, \quad i=1,2,\dots,6$$

여기서  $a_i = \|\hat{\mathbf{f}}_i\|$  이므로, 다음 관계식을 만족한다.

$$\hat{\mathbf{f}}_i = \|\hat{\mathbf{f}}_i\| \frac{\hat{\mathbf{f}}_i}{\|\hat{\mathbf{f}}_i\|} = a_i \mathbf{e}_i, \quad i=1,2,\dots,6$$

그러면 식 (1)로부터

$$a_i (\hat{\mathbf{C}}\mathbf{e}_i) = a_i \mathbf{p}_i$$

를 얻을 수 있고, 따라서 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{P} = \hat{\mathbf{C}}\mathbf{E} \quad (20)$$

여기서

$$\begin{aligned} \mathbf{P} &= [\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \dots, \mathbf{p}_6], \\ \mathbf{E} &= [\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_6] \end{aligned}$$

식 (20)로부터 다음과 같은 8×6 컴플라이언스행렬  $\hat{\mathbf{C}}$  을 얻을 수 있다.

$$\hat{\mathbf{C}} = \mathbf{P}\mathbf{E}^{-1} \quad (21)$$

이 식에서 컴플라이언스행렬  $\hat{\mathbf{C}}$  은 측정된  $\mathbf{P}$  와  $\mathbf{E}$ 로부터 계산되는 값이기 때문에 필연적으로 오차를 수반할 수밖에 없다. 오차를 줄이기 위해서는  $\hat{\mathbf{C}}$  을 구하기 위하여 사용한  $\hat{\mathbf{f}}_i$  이 가능한 한 서로 직교에 가깝도록 선택하는 것이 유리하다.  $\hat{\mathbf{f}}_i$  이 서로 평행에 가깝게 되면 동일한 구조물에 대해서도  $\hat{\mathbf{C}}$  의 오차가 크기 나타날 수 있다.

센서가 측정할 수 있는 최대힘을  $f_{1M}=f_{2M}=f_{3M}=200$  N, 최대토크를  $f_{4M}=f_{5M}=f_{6M}=5$  N·m 라하고, 식 (21)로부터 구한 컴플라이언스행렬을, 식 (2), (3), (5)를 이용하여 무차원화한 후, 이를 참값인  $\mathbf{C}_o$ 라 하면 다음과 같다.

$$\mathbf{C}_o = \begin{bmatrix} 0.949 & 0 & 0 & -0.064 & 0 & -1 \\ 0.949 & 0 & 0 & 0.064 & 0 & 1 \\ 0 & 0.949 & 0 & 0 & 0.064 & -1 \\ 0 & 0.949 & 0 & 0 & -0.064 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0.868 & 0.119 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -0.868 & -0.119 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -0.119 & 0.868 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0.119 & -0.868 & 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

이 참값  $\mathbf{C}_o$  에 다음과 같은 컴플라이언스행렬의 오차  $\Delta\mathbf{C}$ 가 더해진다고 하자.

$$\Delta\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0.09 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.09 & 0 & 0 & 0 & 0.07 & 0.1 \\ 0 & 0.09 & 0 & 0 & 0 & 0.1 \\ 0 & -0.09 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 & 0.09 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.09 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.1 & 0 & -0.09 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.09 & 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

식 (22)로 주어진  $\mathbf{C}_o$  의 최대 특이값은  $\sigma_{\max} = 2.003$ 이고 최소 특이값은  $\sigma_{\min} = 1.237$ 이며, (19) 식으로 정의된 상태수는  $\alpha(\mathbf{C}_o) = 1.62$ 이다. 또 식 (23)으로부터  $\|\Delta\mathbf{C}\| = 0.194$ 이므로, 식 (13)의 조건을 만족한다.

이제 임의의 한 힘벡터

$$\hat{\mathbf{f}}_o = [0, 0, 150\text{ N}, 4\text{ N}\cdot\text{m}, 0, 0]^T$$

가 센서의 중앙에 작용한다고 하자. 이것은 무차원화된 힘벡터

$$\mathbf{f}_o = [0, 0, 0.75, 0.8, 0, 0]^T$$

가 작용하는 것과 같다. 이 때 변형률벡터의 참

값은

$$\boldsymbol{\varepsilon}_o = [-0.051, 0.051, 0.0, 1.444, 0.056, -0.845, -0.655]^T$$

이다. 변형률벡터의 오차를 다음과 같이 가정하자.

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon} = [0.005, 0.005, 0, 0.001, 0.1, 0.005, 0.08, -0.08]^T$$

그러면 변형률벡터의 상대오차는

$$\frac{\|\Delta \boldsymbol{\varepsilon}\|}{\|\boldsymbol{\varepsilon}_o\|} = 0.084 \quad (24)$$

이다. 컴플라이언스행렬의 상대오차는 식 (22)와 (23)으로부터

$$\frac{\|\Delta \mathbf{C}\|}{\|\mathbf{C}_o\|} = 0.097 \quad (25)$$

이다. 이 경우에 식 (18)을 이용하여 감지된 힘의 상대오차의 상한값을 구하면 다음과 같다.

$$\frac{\|\Delta \mathbf{f}\|}{\|\mathbf{f}_o\|} \leq 0.37 \quad (26)$$

그러면 변형률 측정오차와 컴플라이언스행렬 오차의 존재 하에서, 실제로 감지된 힘의 상대오차를 구하여보자. 식 (7)로부터 힘벡터  $\mathbf{f}$ 를 구하고, 이 구해진 힘의 상대오차를 구하면 다음과 같이 주어진다.

$$\frac{\|\Delta \mathbf{f}\|}{\|\mathbf{f}_o\|} = 0.15 \quad (27)$$

식 (27)의 오차는 식 (28)의 범위 내에 있음을 알 수 있다. 즉 식 (18)의 결과가 이 경우에 타당함을 알 수 있다. 변형률 측정오차와 컴플라이언스행렬의 오차로 인하여 이 경우에 실제 감지된 힘은 다음과 같이 주어진다.

$$\hat{\mathbf{f}} = [-0.006\text{N}, -0.041\text{N}, 147.9\text{N}, 3.59\text{N}\cdot\text{m}, 0.686\text{N}\cdot\text{m}, 0.023\text{N}\cdot\text{m}]^T$$

## 5. 결 론

탄성체의 변형률로부터 힘과 토크를 감지하는 다축 힘·토크 센서에서, 변형률 측정오차 뿐만 아니라 컴플라이언스행렬에 오차가 존재할 때, 이 오차가 힘감지 오차에 어떻게 전파되는지를 본 논문에서 보였다. 본 논문에서는 이전의 연구들에서 했던 근사해석이 아니라 특이값과 상태수를 이용한 정확한 해석을 수행하였다.

변형률의 측정오차와 컴플라이언스행렬의 오차가 존재할 경우, 참값에 대한 측정된 힘의 상대오차  $\|\Delta \mathbf{f}\|/\|\mathbf{f}_o\|$ 는 변형률 상대오차  $\|\Delta \boldsymbol{\varepsilon}\|/\|\boldsymbol{\varepsilon}_o\|$ 와 컴플라이언스행렬의 상대오차  $\|\Delta \mathbf{C}\|/\|\mathbf{C}_o\|$ 를 합한 것에 대략 컴플라이언스행렬의 상태수  $c(\mathbf{C})$ 를 곱한 것만큼 증폭되어 나타날 수 있다는 것을 보였으며, 또 그 곱셈인수의 상한값을 구하였다.

이 결과로부터 힘토크 센서를 설계할 때 변형률 오차 뿐 아니라 컴플라이언스행렬의 오차의 영향이 작아지도록 센서 구조물을 설계하여야 한다는 것을 알 수 있다. 한 가지 방법으로서 컴플라이언스행렬이 대각행렬에 가깝도록 변형률 측정위치를 잡아주면 된다. 즉 대각 요소와 그 주위의 값들이 크고, 대각 요소에서 먼 값들의 크기가 작아지도록 스트레인게이지를 배치하면 오차 전파의 견지에서 유리하다.

이러한 오차 해석을 수치적으로 보이기 위하여, 실제 센서에서 구한 컴플라이언스행렬을 예로 들어 수치적으로 힘감지 오차를 구하고, 이것이 본 논문에서 제시하고 있는 상한값 이내에 있음을 보였다.

## 후 기

본 연구는 한국학술진흥재단의 1998년 과학기술키초 중점연구 지원사업(과제번호: 1998-018-E00106)에 의하여 연구되었습니다. 본 연구를 도와준 이재호군에게 감사를 드립니다.

## 참고문헌

- (1) Bejczy, K., 1980, "Smart Sensors for Smart Hands," *Progress in Astronautics and Aeronautics*, p. 67.
- (2) Ono, K., and Hatamura, Y., 1986, "A New Design for 6 Component Force/Torque Sensors," *Mechanical Problems in Measuring Force and Mass*, pp. 39~48.
- (3) Ch'Hayder, A. et al, Nov. 12, 1991, United States Patent, Patent No. 5,063,788.
- (4) Bayo, E., Stubbe, J. R., 1989, "Six-Axis Force Sensor Evaluation and a New Type of Optimal Frame Truss Design for Robotic Applications," *J. of Robotic Systems*, 6(2), pp. 191~208.
- (5) Hirzinger, G., and Dietrich, J., 1986, "Multisensory Robots and Sensor based Path Generation," *Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 1992~2001.
- (6) 강철구 · 한정훈, 1997, "선형화기법을 이용한 스투어트 플랫폼 형태의 6축 힘-토크 센서에 대한 해석," *대한기계학회논문집(A)*, 21권, 4호, pp. 619~624.
- (7) Kang, C. G. and Han, J. H., 1996, "Force Analysis of a Stewart Platform-based Force/Torque Sensor Using a Linearization Technique," *Proc. Dynamics Systems and Control Division, ASME, DSC Vol. 58*, pp. 747~752.
- (8) Uchiyama, M, Nakamura, Y., and Hakomori, K., 1991 (1987 in Japanese), "Evaluation of the Robot Force Sensor Structure Using Singular Value Decomposition," *Advanced Robotics (International J. of the Robotics Society of Japan)*, 5(1), pp. 39~52.
- (9) Uchiyama, M., Bayo, E., and Palma-Villalon, E., 1991, "A Systematic Design Procedure to Minimize a Performance Index for Robot Force Sensors," *ASME J. of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, V. 113, pp. 388~394.
- (10) Nakamura, Y., Yoshikawa, T., and Futamata, I., 1988, "Design and Signal Processing of Six-Axis Force Sensor," *Proc. 4th International Symposium of Robotics Research*, No. 1, pp. 75~81.
- (11) Bicchi, A., 1992, "A Criterion for Optimal Design of Multi-Axis Force Sensors," *J. of Robotics and Autonomous Systems*, Vol. 10, No. 4.
- (12) Svinin, M. M., and Uchiyama, M., 1995, "Optimal Geometric Structures of Force/Torque Sensors," *The International J. of Robotics Research*, 14(6), pp. 560~573.
- (13) 강철구, 1998, "힘-토크 센서의 힘감지 오차에 대한 해석," *대한기계학회논문집 A*, 22권, 7호, pp. 1250~1257.
- (14) Piller, G., 1982, "A Compact Six Degree-Of-Freedom Force Sensor for Assembly Robot," *Proc. the 12th International Symposium on Industrial Robots*, pp. 121~129.
- (15) Golub, G. H., and Van Loan C. F., 1996, *Matrix Computations*, The Johns Hopkins University Press.
- (16) Noble, B., and Daniel, J. W., 1988, *Applied Linear Algebra*, Prentice-Hall.
- (17) 김주용 · 강철구, 1999, "원구멍이 있는 십자형 탄성체를 가진 6축 힘·토크 센서의 변형률 해석," *한국정밀공학회지*, 16권, 2호, pp. 5~14.