

VQ의 코드북 생성을 위한 LBG 알고리즘의 개선에 관한 연구

정희원 김 장 한*

A Study on an Improved LBG Algorithm to Design the Code Book of VQ

Jang han Kim* *Regular Member*

요 약

본 논문에서는 모의 실험을 통하여, 데이터의 분포가 Gauss 분포, Laplace 분포, 균등 분포 등의 경우, 어느 한 구간이 다른 구간에 비하여 확률도 크고 구간내의 오차도 크다면 이는 최적 양자화가 아니라는 가정을 하였다. 이 가정을 LBG 알고리즘에 추가하여 수정된 LBG 알고리즘을 만들고, 이 알고리즘의 성능을 측정하였다. 수정된 알고리즘에 의한 코드 북의 오차는 본래의 알고리즘에 비하여 오차의 크기도 감소하였고, 오차의 편차도 감소하였다.

ABSTRACT

In this paper, an assumption to design a quantizer, is proposed that if one small region of a probability density function is represented larger probability and bigger total error than another neighbour region, then the quantizer is not optimal. It is tested when the probability functions are Gaussian, Laplacian and uniform density functions by the computer simulations. A new LBG algorithm which originates from this assumption in addition to LBG algorithm, is designed for the vector quantizer. The new LBG algorithm presents better performance than the original LBG algorithm in the average error and the variance of the error.

I. 서 론

벡터 양자화에 사용하기 위한 효율적인 코드 북을 구성하기는 쉽지 않다. 스칼라 양자화와는 달리 벡터 양자화에서의 경계 레벨은 벡터 형태이므로 구간과 구간 사이의 경계는 스칼라 양자화와는 달리 한 점이 아니다. 1970년대 후반에 이르기까지 음성이나 영상신호의 처리에서 벡터 양자화를 광범위하게 사용할 수 없었던 데에는 이러한 이유도 있다^[1].

1957년 Lloyd에 의하여 데이터가 스칼라인 경우

의 최적 양자화에 대한 연구가 있었다^[2,3]. 그와는 별도로, 1960년 Maxwell에 의하여 스칼라에 대한 최적 양자화 알고리즘이 발표되었고^[4], 이를 1965년 Forgy가 벡터에 대하여 서술하였다^[5]. 그러던 중 1980년 Linde, Buzo, Gray등에 의하여 여러 가지의 오차 측정 방법에도 적용이 가능한 벡터 양자화에 대한 연구를 통하여, 음성, 영상 등의 데이터에도 적용시킬 수 있는 LBG 알고리즘이 발표되었다^[6]. LBG 알고리즘은 확률분포가 알려져 있는 경우와 확률분포는 모르나 시험적인 데이터만 있는 경우에 두루 적용할 수 있도록 구성되어 있고, 현재에도 표준 방식의 하나로 널리 사용되고 있다. 그러나 본인

* 홍익대학교 과학기술대학 전자전기컴퓨터공학부
논문번호 : 99370-0913, 접수일자: 1999년 9월 13일

들도 인정하는 바와 같이, 어떠한 최적 양자화 자체의 문제점이기도 하지만, 위의 알고리즘을 이용하여 구한 결과는 부분적인 최적 양자화라는 한계가 있다. 따라서 전체적인 최적 양자화라는 문제를 해결하기 위하여, 여러 가지의 다른 초기 상태에서 위의 알고리즘을 수행하고, 이 결과들 중에서 최소오차를 나타내는 코드 북을 선택하여야 한다. 그러나 이와 같이 구한 코드북도 최선이라는 보장은 없다. 왜냐하면, 또 다른 초기 상태에서 발생한 더 좋은 코드 북이 있을 수도 있고, 이들 모두를 시험하여 볼 수는 없기 때문이다.

본 연구에서는 균등 분포, Gauss 분포, Laplace 분포 등의 확률 분포 함수 상에서, 임의의 확률 구간 내에서 최소오차를 나타내기 위한 조건을 모의 실험을 통하여 살펴보고, 이때 나타나는 현상들을 수집하여, 이들 사이의 규칙을 알아본다. 또한 이 규칙을 이용하여 LBG 알고리즘을 수정하고, 이때의 결과를 본래의 LBG 알고리즘의 결과와 비교, 분석하고자 한다.

II. 양자화

1. Lloyd-Max 양자화기

스칼라 데이터들 사이에서 최소 평균자승오차를 갖는 양자화 방법을 Max 양자화기, 또는 Lloyd-Max 양자화기라 한다^[3,4]. 이 양자화기를 통하여 양자화 레벨의 수가 2, 3인 경우에 최적 양자화를 위한 해석을 할 수 있다.

양자화 과정에서 발생하는 평균 자승 오차 σ_q^2 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sigma_q^2 = \sum_{i=1}^L \int_{x_i}^{x_{i+1}} (x - r_i)^2 p_x(x) dx \quad (1)$$

단, L 은 양자화 레벨 수

x_i ; 양자화를 위한 경계 레벨(decision level)

r_i ; 양자화 레벨(reconstruction level)

$p_x(x)$; 확률 밀도 함수

이 때 위의 평균 자승 오차 (1)식이 최소 값을 갖기 위해서는 다음과 같은 필요 조건을 만족하여야 한다. 즉,

$$\frac{\partial \sigma_q^2}{\partial x_i} = 0; \quad i = 2, 3, \dots, L \quad (2)$$

$$\frac{\partial \sigma_q^2}{\partial r_i} = 0; \quad i = 1, 2, 3, \dots, L \quad (3)$$

위의 필요 조건 (2), (3)식을 이용한 양자화기는 부분적인 최적 양자화를 이루게 된다. 이 식을 (1)식에 대입하여 전개하면, 다음과 같이 된다.

$$x_{i, opt} = \frac{1}{2}(r_{i, opt} + r_{i+1, opt}); \quad i = 2, 3, \dots, L \quad (4)$$

$$r_{i, opt} = \frac{\int_{x_{i, opt}}^{x_{i+1, opt}} x p_x(x) dx}{\int_{x_{i, opt}}^{x_{i+1, opt}} p_x(x) dx} \quad (5)$$

(4)식에서, 최적의 경계 레벨은 이웃한 양자화 레벨들 사이의 중간이 되어야 한다는 것을 알 수 있고, (5)식에 의하여, 한 구간 내에서의 최소 평균 자승 오차를 나타내기 위한 최적 양자화 레벨은 그 구간내의 확률 밀도 함수의 무게 중심이라는 것을 알 수 있다.

2. LBG 알고리즘

Linde, Buzo, Gray 등은 Lloyd-Max가 스칼라 양자화의 최소 평균 자승 오차를 위하여 구한 2가지의 필요조건을 확장하여 벡터 양자화에도 적용할 수 있고, 평균 자승 오차 측정법 뿐만 아니라 다른 형태의 오차 측정법에도 적용이 가능한 알고리즘을 고안하였다. 이를 LBG 알고리즘이라 한다^[6].

LBG 알고리즘을 설명하기 위하여, M 개의 시험용 벡터 x_n 가 있다고 가정하자. M 개의 시험용 벡터로부터 L 개의 양자화 레벨을 유추해 내기 위하여는 $M \gg L$ 이어야 한다. 일반적으로 M 은 보통 L 의 10-50배 정도의 크기를 갖는다. 양자화 레벨 r 는 다음과 같이 정의되는 오차 D 를 최소화하도록 결정되어야 한다.

$$D = \sum_{n=1}^M d(x_n, VQ(x_n)) \quad (6)$$

임의의 초기 코드 북 r_0 가 있다고 가정하자. M 개의 시험 벡터들은 각각 최소오차를 나타내는 L 개의 양자화 레벨 $r_{0,i}$ 들에 속하게 될 것이다. 이 과정은, 각 시험벡터를 각각 L 개의 $r_{0,i}$ 들과 비교하여 최소오차를 나타내는 $r_{0,i}$ 에 속하게 하면 된다. 이 과정을 거치면, 각 양자화 레벨 $r_{0,i}$ 에는 그 구간 내에 속한 시험 벡터들이 모이게 될 것이다. 이때, 각 구간내에서, 양자화 레벨은 최소오차를 나타내도록 위치가 설정되어야 한다. 따라서 각 구간마다 최소오차를 갖는 양자화 레벨 $r_{1,i}$ 를 다시 구한다. 이때 구한 양

자화 레벨 $r_{l,i}$ 은 본래의 $r_{0,i}$ 와는 다르게 변하였을 수 있으므로, 새로운 양자화 레벨 $r_{l,i}$ 에 속한 시험 벡터들을 다시 모으고, 또한 이 벡터들의 새로운 양자화 레벨을 구하는 방법으로 진행하여, 오차의 변화분이 더 이상 크게 변화하지 않을 때까지 반복한다. 이상의 과정을 요약하면 다음과 같다.

과정 1 : 초기 코드 북 r_k 를 정한다. 단, 초기 코드 북의 경우에는 $k = 0$

과정 2 : 시험 벡터 x 를 각각의 양자화 벡터 $r_{k,i}$ 와 비교하여, 최소오차를 나타내는 $r_{k,i}$ 에 배정한다.

$VQ(x) = r_{k,i}$ if and only if $d(x, r_{k,i}) \leq d(x, r_{k,j}), j \neq i, 1 \leq j \leq L$

과정 3 : 각각의 양자화 벡터 $r_{k,i}$ 에 속한 시험 벡터들을 모아서, 최소오차를 나타내는 $r_{k+1,i}$ 를 구한다.

Minimize $E[d(x, r_{k+1,i}) | x \in X_{r_{k,i}}]$

단, $X_{r_{k,i}}$ 는 $r_{k,i}$ 로 양자화되는 구간

과정 4 : 과정 3에서 구한 오차의 총합이 전 단계에서 구한 오차의 총합보다 일정 비율 이상 차이가 나면 과정 2로 되돌아간다. 단, $k \leftarrow k+1$

이 알고리즘은 Linde, Buzo, Gray 등의 모의 실험에 의하여 부분적인 최소 오차로 수렴한다는 사실이 밝혀졌다. 그러나 이와 같이 구한 코드 북이 전체적인 최적 양자화라는 근거는 없으므로, 초기 코드 북의 데이터틀 달리하여 여러 번 계산을 반복하고, 이때 가장 작은 오차를 나타내는 코드 북을 최적 양자화 코드 북으로 정한다^[7,8].

III. 한 구간을 둘로 나누었을 때의 최적 양자화에 대한 고찰

확률 밀도 함수의 전구간에 해당하는 함수의 성격을 판단하기는 쉽지 않으므로, 편의상, 확률 밀도 함수에서 임의의 한 구간을 정하고, 이를 다시 2 구간으로 최적 양자화하였을 때, 새롭게 생긴 2 개의 소구간에 대하여 고려하여 보자.

본래의 구간 $[x_i, x_{i+1})$

새로운 소구간 A $[x_i, x'_i)$

새로운 소구간 B $[x'_i, x_{i+1})$

단, x'_i 는 2 구간으로 최적 양자화가 되었을 때, 새롭게 발생한 경계 레벨
이때, 구간 $[x_i, x_{i+1})$ 에서 발생한 전체 오차 $D_{\sigma_i, A+B}$ 는 새롭게 발생한 소구간 A $[x_i, x'_i)$ 의 오

차 $D_{\sigma_i, A}$ 와 소구간 B $[x'_i, x_{i+1})$ 의 오차 $D_{\sigma_i, B}$ 를 합한 양과 같게 된다. 즉,

$$D_{\sigma_i, A+B} = D_{\sigma_i, A} + D_{\sigma_i, B} \quad (7)$$

몇몇 종류의 확률 밀도 함수에서, 새롭게 생긴 소구간 A와 B에서의 오차, 확률 등을 구하고 이를 관찰하여 보자.

1. Gauss 확률 밀도 함수

Gauss 확률 밀도 함수에는 서로 다른 3가지의 곡선 형태가 있다. 변곡점을 기준으로 하였을 때, 볼록한 곡선의 구간, 변곡점을 포함하는 구간, 그리고 오목한 곡선의 구간이 그것이다. 각각 이들의 경우에서 적당한 구간을 정하고, 이 구간 내에서 양자화의 크기가 2인 최적 양자화를 하여 이 때의 결과를 살펴본다. 단, 수치 비교를 수월하게 하기 위하여, Gauss 함수는 분산이 1인 (9)식의 정규 Gauss 확률 밀도 함수를 사용한다.

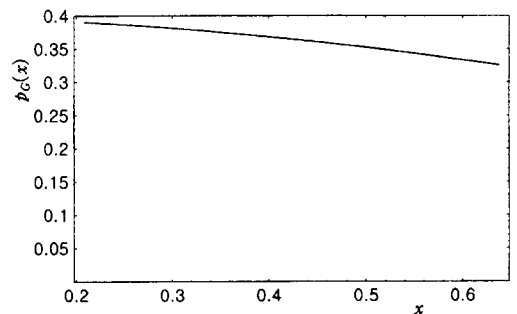
$$p_G(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \quad (8)$$

$$p_{G, norm}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \quad (9)$$

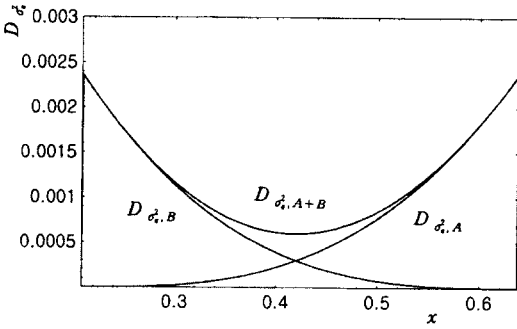
그럼 1에 오차 측정법을 자승 오차로 하였을 때의 결과를 나타내었다. 이 때의 결과를 살펴보면 확률 밀도 함수의 위치에 상관없이, 최적 양자화를 하였을 경우에, 새롭게 발생한 구간들 중에서 확률이 큰 구간 내에서의 오차의 합은 확률이 작은 구간 내에서의 오차의 합보다 작게 나타남을 알 수 있다. 즉,

$$P(x \in X_A) \leq P(x \in X_B) \text{ 이면} \quad (10)$$

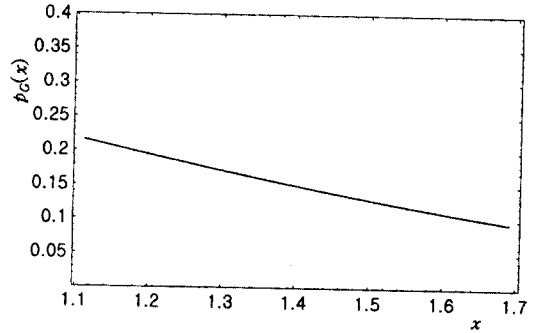
$$D(x \in X_A) \geq D(x \in X_B)$$



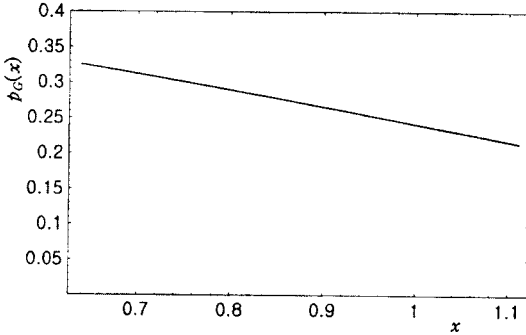
(a) Gauss 함수, 구간 [2084, .6378)



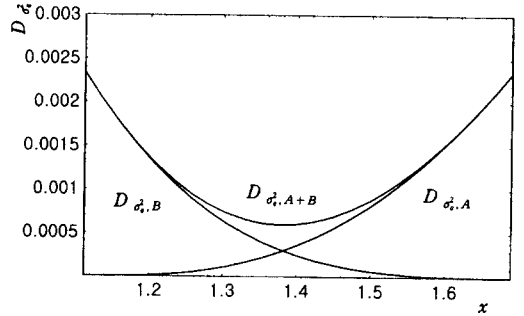
(b) (a)에서 경계 레벨에 의한 오차 D_{σ_i} 의 변화.
 최적 양자화가 되었을 경우의 경계레벨 $x_i' = .4198$
 최적 양자화에서 구간 A의 확률 $P_A = .08014$,
 구간 A 내의 오차 $D_{\sigma_i,A} = .0002980$
 최적 양자화에서 구간 B의 확률 $P_B = .07551$,
 구간 B 내의 오차 $D_{\sigma_i,B} = .0002984$



(e) Gauss 함수, 구간 [1.1114, 1.6906]

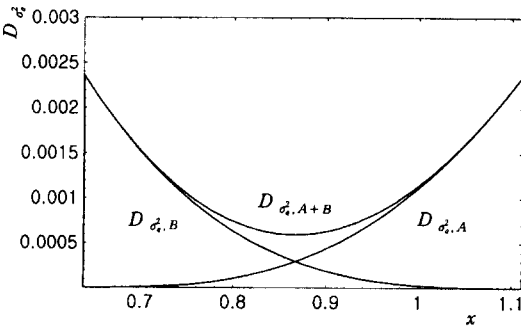


(c) Gauss 함수, 구간 [.6378, 1.1114]



(f) (e)에서 경계 레벨에 의한 오차 D_{σ_i} 의 변화.
 최적 양자화가 되었을 경우의 경계레벨 $x_i' = 1.3814$
 최적 양자화에서 구간 A의 확률 $P_A = .04962$,
 구간 A 내의 오차 $D_{\sigma_i,A} = .0002990$
 최적 양자화에서 구간 B의 확률 $P_B = .03812$,
 구간 B 내의 오차 $D_{\sigma_i,B} = .0002994$

그림 1. Gauss 함수에서 한 구간을 두 구간으로 나누었을 때의 오차



(d) (c)에서 경계 레벨에 의한 오차 D_{σ_i} 의 변화.
 최적 양자화가 되었을 경우의 경계레벨 $x_i' = .8664$
 최적 양자화에서 구간 A의 확률 $P_A = .06867$,
 구간 A 내의 오차 $D_{\sigma_i,A} = .0002981$
 최적 양자화에서 구간 B의 확률 $P_B = .05994$,
 구간 B 내의 오차 $D_{\sigma_i,B} = .0002983$

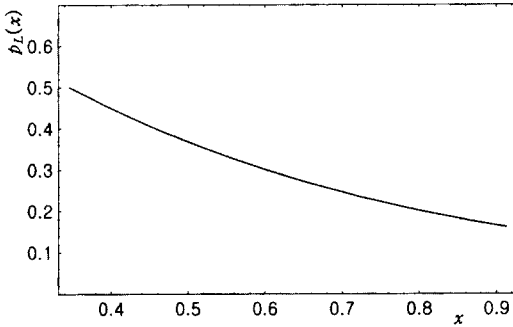
그림 1에서는 3가지의 임의의 구간만을 선택하여 예로서 나타내었으나, 실제로 계산을 하여 본 결과로는 Gauss 함수의 전 구간에서 동일한 현상이 발생하고 있었다.

2. Laplace 확률 밀도 함수

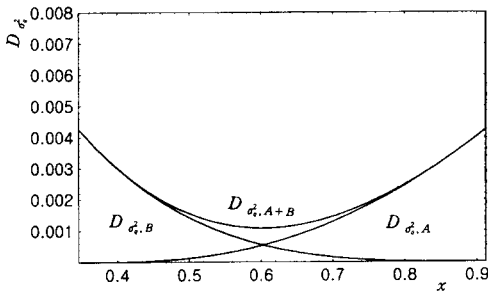
$$p_L(x) = \frac{a}{2} e^{-|ax|} \quad (11)$$

$$p_{L, norm}(x) = e^{-|2x|} \quad (12)$$

Laplace 확률 밀도 함수에서 곡선의 형태는 중심을 기준으로 하여 단순 감소한다. 계산 상의 편이를 위하여 (12)식의 정규화된 Laplace 함수를 사용하였다.



(a) Laplace 함수, 구간 [.3461, .9129]



(b) (a)에서 경계 레벨에 의한 오차 D의 변화.
 최적 양자화가 되었을 경우의 경계레벨 x_i^* = .6026
 최적 양자화에서 구간 A의 확률 P_A = .1004,
 구간 A 내의 오차 $D_{\sigma, A}$ = .0005434
 최적 양자화에서 구간 B의 확률 P_B = .06927,
 구간 B 내의 오차 $D_{\sigma, B}$ = .0005452

그림 2. Laplace 함수에서 한 구간을 두 구간으로 나누었을 때의 오차

그림 2에 자승 오차 방식에서의 결과를 나타내었다. 이 때의 결과를 살펴보면 확률 밀도 함수의 위치에 상관없이, 최적 양자화를 하였을 경우에 각각 새롭게 발생한 구간 중에서 확률이 큰 구간의 오차의 합은 확률이 작은 구간의 오차의 합보다 작게 나타남을 알 수 있다. 이는 위의 Gauss 분포 함수에서와 같은 결과를 나타내고 있다. 즉,

$$P(x \in X_A) \leq P(x \in X_B) \text{ 이면} \quad (10)$$

$$D(x \in X_A) \geq D(x \in X_B)$$

그림 2에서는 임의의 한 구간만을 선택하여 예로서 나타내었으나, 실제로 계산을 하여 본 결과로는 Laplace 분포 함수의 전 구간에서 동일한 현상이 발생하고 있었다.

3. 기타 확률 분포

균등 확률 분포에서의 최적 양자화에 대한 계산은 명확하다. 임의의 한 구간을 새롭게 2 구간으로 나눈다고 하여도, 각 구간 내에서의 확률 함수는 동일한 확률 분포를 나타내므로, 각 구간은 정확하게 중심에서 나뉘어져야 하고, 이 때 양쪽의 구간에 생긴 확률 분포는 동일하게 된다. 즉,

$$P(x \in X_A) = P(x \in X_B) \text{ 이고} \quad (13)$$

$$D(x \in X_A) = D(x \in X_B)$$

따라서, 균등 분포의 경우에도 위의 (10)식은 성립하는 셈이다.

임의의 한 구간이 작은 범위를 나타내고, 이 구간 내에서의 확률 분포가 단순 증가하거나 단순 감소한다면, 이 구간 내에서의 확률 밀도 함수는 2차 다항식으로 근사화시킬 수 있다. 이 경우의 모의 실험 결과에서도 동일한 결과를 얻었고, 위의 (10)식이 성립하는 것을 확인 했음을 밝힌다.

4. 결과 분석

위의 (10)식과 (13)식에서 살펴 볼 수 있는 바와 같이, 오차 측정법으로 자승 오차를 사용하고, 확률 밀도 함수가 Gauss 분포, Laplace 분포, 균등 분포 등의 경우에, 최적 양자화가 되었다면 각 구간의 오차와 확률 사이에는 다음과 같은 관계가 있다는 가정을 할 수 있다. 즉,

$$P(x \in X_A) \leq P(x \in X_B) \text{ 이면} \quad (10)$$

$$D(x \in X_A) \geq D(x \in X_B)$$

이는 다음과 같은 해석이 가능하다. 즉 양자화된 한 구간이 다른 이웃 구간에 비하여, 확률도 크고 구간내의 오차의 합도 크다면, 이 구간은 좀 더 작게 만들어져야 하고 - 반대로 이웃 구간의 크기는 커져야 하고 - 이와 같이 조정된 두 구간에서 발생한 전체 오차는 조정되기 전의 상태보다는 줄어 들 것이다.

IV. LBG 알고리즘의 수정과, 이의 모의 실험 분석

1. LBG 알고리즘의 수정

III 장에서, 오차 측정법을 자승 오차로 하였을 때, Gauss 분포, Laplace 분포, 균등 분포, 또는 좁

은 영역 내에서 2차 다항식으로 근사화될 수 있는 단순 증가, 단순 감소의 형태를 나타내는 분포 함수의 경우, 최적 양자화가 되었다면 확률이 큰 구간내의 오차의 합은 확률이 작은 구간내의 오차의 합보다 작게 나타남을 알 수 있었다. 이 가정을 이용하면 임의의 코드 북의 적정성 여부를 판단할 수 있다. 즉, 코드 북에서, 한 구간내의 확률과 오차의 합이 다른 구간의 확률과 오차의 합보다 각각 크다면, 이 코드 북은 조정되어야 할 여지가 있다고 판단할 수 있다. 이를 LBG 알고리즘에 적용하면, LBG 알고리즘은 다음과 같이 수정된다.

과정 1 : 초기 코드 북 r_k 를 정한다. 단, 초기 코드 북의 경우에는 $k = 0$

과정 2 : 시험 벡터 x 를 각각의 양자화 벡터 $r_{k,i}$ 와 비교하여, 최소오차를 나타내는 $r_{k,i}$ 에 배정한다.

$$VQ(x) = r_{k,i} \text{ if and only if } d(x, r_{k,i}) \leq d(x, r_{k,j}), j \neq i, 1 \leq j \leq L$$

과정 3 : 각각의 양자화 벡터 $r_{k,i}$ 에 속한 시험 벡터들을 모아서, 최소오차를 나타내기 위한 새로운 양자화 벡터 $r_{k+1,i}$ 를 구한다.

$$\text{Minimize } E[d(x, r_{k+1,i}) | x \in X_{r_{k,i}}]$$

과정 4 : 과정 3에서 구한 오차의 총합이 전 단계에서 구한 오차의 총합보다 일정 비율 이상 차이가 나면 과정 2로 되돌아간다. 단, $k \leftarrow k+1$

과정 5 : 코드 북을 빈도수 중심으로 내림차순으로 표를 구성하고, 옆 칸에는 이 구간 내에서 발생한 총 오차를 표기한다.

- a) 오차의 순서가 오름차순으로 정렬이 되었다면, 이 코드 북은 적절한 것으로 간주한다.
- b) 오차의 순서가 오름차순으로 정렬되지 않았다면, 정렬이 잘못된 구간의 양자화 벡터를 재조정 한 후 과정 2로 돌아간다.

2. 수정된 LBG 알고리즘을 이용한 코드 북의 성능

본 논문에서는 시험용 데이터로 사용하기 위하여 3차원 벡터를 사용하였다. 이때 시험용 3차원 벡터 x 는 다음과 같은 요소들로 이루어져 있다.

$$x = (x(0), x(1), x(2))$$

$x(0)$; Gauss 분포, 평균 = 0, 분산 = 1,

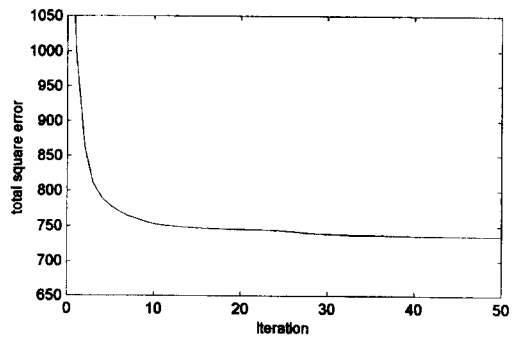
$x(1)$; Laplace 분포, 평균 = 0, 분산 = 1,

$x(2)$; 균등 분포, 평균 = 0, 분포 범위 [-1, 1]

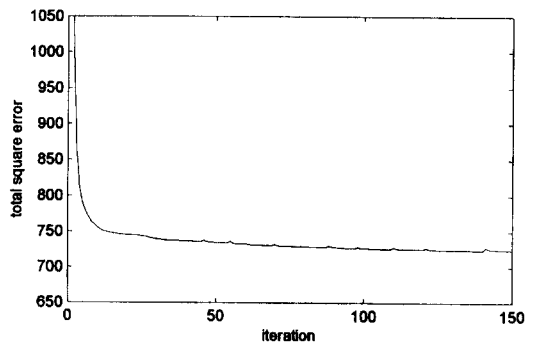
벡터의 각 요소 $x(0), x(1), x(2)$ 는 무작위 함수에 의하여 발생된 무작위 데이터를 원하는 확률 분포를 나타내도록 가공된 것이다.

알고리즘의 성능을 알아보기 위하여, 위의 3 차원 벡터 8000개를 구하여, 이를 256 레벨로 양자화하였다. 이때의 오차는 다음과 같은 자승 오차 측정법을 사용하였다.

$$\text{오차의 총합} = \sum_{n=\text{시험데이터}} |x_n - VQ(x_n)|^2 \quad (14)$$



(a) LBG 알고리즘을 사용하였을 때, 최종 수렴 오차 = 736



(b) 수정된 LBG 알고리즘을 사용하였을 때, 최종 수렴 오차=720

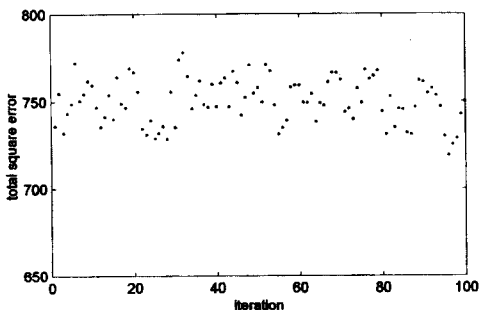
그림 3. 반복 연산 횟수에 따른 총 자승오차의 변화

위의 8000개의 시험용 벡터를 사용하여 LBG 알고리즘을 수행하였을 때, 반복 횟수에 따라서 변화하는 오차의 총합을 그림 3(a)에 나타내었다. 이때 초기 코드 북은 임의의 데이터를 구하여 사용하였다. 그림 3(a)에서, 오차는 LBG 알고리즘에서 이미 설명된 바와 같이 반복 횟수가 증가함에 따라 일정한 값으로 수렴하는 모습을 나타내고 있다.

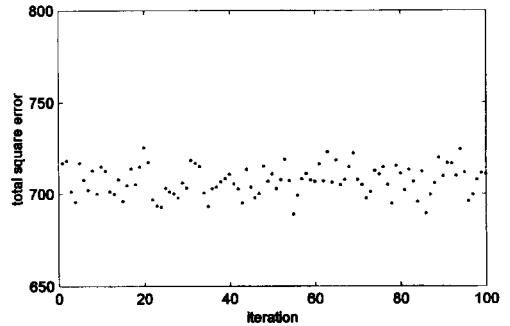
그림 3(a)의 실험에서 사용한 바 있는 동일한 초기 코드 북을 이용하여 본 논문의 수정된 LBG 알

고리즘을 수행한 결과를 그림 3(b)에 나타내었다. 그림 3(b)의 실험에서는, 수정된 LBG 알고리즘의 과정 5(b)를 실현하기 위하여, 어느 한 구간내의 오차의 합과 확률이 다른 구간내의 오차의 합과 확률 보다 각각 일정 비율 이상 큰 구간이 발견되면, 작은 크기의 구간은 코드북에서 제거하고, 큰 구간을 2로 나누는 방법을 선택하였다. 이와 같은 방법을 적용한 그림 3(b)에서는, 그림 3(a)에서 발견할 수 없었던 톱니 모양으로 오차가 변화하는 부분이 발생하였다. 이는 수정된 LBG 알고리즘의 과정 5(b)에서 코드북의 일부를 강제로 변화시켰을 때 나타나는 현상으로써, 다시 정상적인 LBG 알고리즘(과정 2-4)이 반복되면 오차는 감소하기 시작하고, 이때의 오차는 전 단계에서의 오차보다는 감소하였다. 그림 3(b)에서 수렴하는 최종 오차는 720으로 그림 3(a)의 최종 수렴 오차 736보다 줄어들었다.

위의 실험을 여러 번 반복하기 위하여 서로 다른 100개의 초기 코드 북을 준비하고, 이를 LBG 알고리즘과 본 논문의 수정된 LBG 알고리즘에서 수행하였다. 그림 4(a)는 LBG 알고리즘을 수행한 결과이고, 그림 4(b)는 수정된 LBG 알고리즘의 결과이다. 이들을 비교하여 보면, LBG 알고리즘을 이용한 그림 4(a)에서 최종 수렴오차의 평균은 750.0, 이 최종 수렴오차들의 표준 편차는 12.74이고, 수정된 LBG 알고리즘을 이용한 그림 4(b)에서 최종 수렴 오차의 평균은 707.1, 이 최종 수렴오차들의 표준 편차는 7.998이다. 이 결과에 의하면, 최종 코드북의 자승 오차는 본래의 LBG 알고리즘에 비하여 5.72% 정도 감소하였고, 이 오차들의 표준 편차는 37.22% 정도 감소하였음을 알 수 있다. 따라서, 본 논문에서 제안한 (10)식의 가정이 비록 일부 확률 분포에서만 적용될 수 있다해도, LBG 알고리즘을 개선시키는 데에 도움이 될 수 있다고 할 수 있다.



(a) LBG 알고리즘을 사용하였을 때, 평균 = 750.0, 표준편차=12.74.



(b) 수정된 LBG 알고리즘을 사용하였을 때, 평균 = 707.1, 표준편차 = 7.998.

그림 4. 서로 다른 100개의 초기 코드를 사용하였을 때의 최종 수렴 오차

V. 결론

벡터 양자화를 위한 효율적인 코드 북을 생성하는 방법으로 LBG 알고리즘이 있다. 그러나 이 방법에 의하여 생성된 코드 북은 초기치에 따라서 각각 다른 값으로 나타나고, 이들은 각각 부분적인 최적 양자화라는 한계를 가지고 있다.

본 논문에서는, 데이터의 분포가 Gauss 분포, Laplace 분포, 균일 분포 등에서 모의 실험을 통하여, 한 구간이 다른 이웃 구간에 비하여, 확률도 크고 구간내의 전체 오차도 크다면, 이 구간은 좀 더 작게 만들어져야 하고 - 반대로 이웃 구간의 크기는 커져야 하고 이 때의 두 구간에서 발생한 전체 오차는 조정되기 전의 상태보다는 줄어들 것이라는 가정을 하였다. 이 가정을 LBG 알고리즘에 추가하여 수정된 LBG 알고리즘을 만들고, 이를 수행하여 성능을 시험하였다. 본 논문에서 제안한 수정된 LBG 알고리즘을 사용하였을 때의 결과로는, 코드 북의 오차는 줄어들고, 또한 다른 초기 상태에서 실행한 결과의 코드 북의 균질도도 높아 졌다.

참고 문헌

- [1] J. S. Lim, *Two-Dimensional Signal and Image Processing*, Prentice-Hall Inc., 1990.
- [2] S. P. Lloyd, "Least Squares Quantization in PCM's", *Bell Telephone Lab. Papers*, Murray Hill, NJ, 1957.
- [3] S. P. Lloyd, "Least Squares Quantization in PCM", *IEEE Trans. on Inform. Theory*, IT-28,

