

# 나카가미 페이딩 채널에서 DPSK 신호의 다이버시티 합성기법

정회원 김 창 환\*, 한 영 열\*

## Diversity Combining Techniques for DPSK Signals in Nakagami Fading Channels

Chang Hwan Kim\*, Young Yearl Han\* *Regular Members*

### 요 약

본 논문에서는 나카가미 페이딩 채널에서 동일한 페이딩 인자와 상이한 페이딩 인자를 갖는 L-가지 최대비 합성 다이버시티 시스템 그리고 동일한 평균 전력을 가지며 나카가미 m-분포를 가지는 수신 신호들에 대한 다수의 다이버시티 가지를 크기 순서대로 선택하고 합성하는 순서 통계량(order statistics)의 개념을 이용하여 일반화된 선택성 합성 기법에서 DPSK의 비트 오류 확률식을 유도한다. 특히 선택성 합성 다이버시티에서 L=1일 경우 나카가미 페이딩에서 DPSK 신호의 오류 확률식이 됨을 확인하며 다이버시티 가지수 L과 페이딩 지수 m을 변화시켜 가면서 최대비 합성 기법과 선택성 합성 기법에 대한 성능을 비교 분석한다.

### ABSTRACT

In this paper, the closed form expression for the average bit error probability(BER) is derived for diversity reception using an L-branch maximal ratio combining(MRC) system which has same fading index and different fading index. Also, the BER to have same average power and Nakagami m-distribution for a generalized selection combining(SC) is derived, whereby the signal with the largest amplitude is selected from the original diversity branches in the channel, the order statistics is applied.

Especially, when L is 1 in a selective diversity, the derived expression leads to that of DPSK in which SC is not applied in Nakagami fading.

Changing the diversity branch L and fading index m, we compare the performance of MRC and SC.

### 1. 서 론

통신의 발달은 고도의 정보화 사회로 말미암아 비약적으로 전개되고 있다. 특히 기존의 유선 통신이 지니고 있는 장소의 제한성을 탈피하고, 아울러 그 시스템보다 성능이 월등히 우수한 디지털 이동 통신 기술이 통신 시장 주도하고 있다.

그런데 이동 통신에 있어서 잡음, 페이딩 현상 그

리고 채널 간섭등이 통신 시스템의 성능 저하를 갖게하며 특히 전파의 다중 전송으로 인한 페이딩 현상은 성능에 중대한 영향을 미친다.

이러한 페이딩 채널을 모델링하기위해서 여러 가지의 페이딩 모델이 제시 되어졌다. 그 중 페이딩 문제를 통계적으로 연구하던 나카가미에 의해 제시된 나카가미(Nakagami) 페이딩 모델은 페이딩 지수 m을 변화 시킴으로써 half-Gaussian 분포, 레일리(Rayleigh) 분포 그리고 라이시안(Rician) 분포에 매

\* 한양대학교 전자통신공학과

논문번호 : 99333-0817 접수일자 : 1999년 8월 17일

\* 본 연구는 1999년도 한양대학교 교내연구비 지원에 의해 수행되었음.

우 근사한 표현식 등 여러 가지의 페이딩 모델을 표현할 수 있는데 이 중 라이시안 페이딩은 직접파와 같은 하나의 강한 정상파 성분에 다중파가 중첩되어 수신되는 경우의 수신 신호의 순시 진폭 변동을 나타내며, 직접파가 존재하는 실내의 무선 LAN 환경에서의 짧은 주기의 페이딩을 나타낸다.<sup>[1]</sup> 나카가미 페이딩 모델은 가장 일반적인 모델이며, 실험적·이론적으로 도시 지역에서의 페이딩 채널에 가장 잘 부합되는 모델로 알려져 있다.

이러한 페이딩에 대한 대책으로 일반적으로 널리 쓰이는 것은 다이버시티(diversity)수신 기법이다. 이 기법은 임의의 시간에 있어서 공간상이나 주파수상으로 충분히 떨어져 있는 경로에서는 페이딩이 동시에 발생하지 않는다는 통계적 성질을 이용하고 있다.

다이버시티 기법으로는 공간 다이버시티(space diversity)와 같은 고전적 기법을 비롯하여 편파 다이버시티(polarization diversity), 시간 다이버시티(time diversity), 주파수 다이버시티(frequency diversity) 합성 기법으로는 스위치 합성(switched combining), 선택성 합성(selection combining), 동일 이득 합성(equal gain combining), 최대비 합성(maximal ratio combining) 등이 널리 알려져 있다.

본 논문에서는 선택성 다이버시티 시스템과 페이딩 지수가 동일한 경우와 다른 경우의 최대비 합성 다이버시티에서 주파수 비선택적이고 느린 나카가미 페이딩 채널에서의 DPSK 신호를 이미 구한 2진 FSK와 비교하여 성능을 분석한다.<sup>[2]</sup>

2장에서는 채널 모델에 대하여 알아보고 3장에서는 DPSK의 최적 수신기를 제시하고 최대비합성(MRC) 기법과 선택성 합성(SC) 기법에 대한 비트 오류 확률식을 유도한다. 일반적으로 비트당 신호대 잡음비에 대한 조건부 오류 확률을 확률 밀도 함수로 평균을 취하여 구한다. 이렇게 유도된 오류 확률에서  $L=1$ 을 취하여 다이버시티를 적용하지 않았을 경우의 오류 확률과 동일함을 보여준다. 마지막으로 4장에서 결론을 내린다.

## II. 채널 모델

### 1. 페이딩

페이딩 현상을 일으키는 가장 주된 원인은 다중 경로(multipath) 전파에 있다. 이러한 다중경로 전파에 의해 신호는 건물과 같은 장애물에 의해 반사 혹은 굴절 등과 같은 현상으로 파(wave)의 길이가

일정하지 않게 된다. 따라서 서로 다른 2개 이상의 파(wave)를 수신하면 각 수신파의 위상차에 의해 합성 전계강도 및 진폭, 지연 주파수 특성이 변동하여 수신전계가 변동할 뿐만 아니라 복조파형이 왜곡되고 부호간 간섭이 증대하여 부호 오류를 일으키게 된다.

이러한 페이딩 현상은 여러 확률 분포 함수로 모델화 되는데, 먼저 장구간(long-term) 페이딩은 대수 정규 분포로 모델화되며 반면 단구간(short-term) 페이딩은 레일리 분포로 모델화된다. 장구간 페이딩은 주로 방대한 지역의 지형에서 발생하고, 단구간 페이딩은 주택, 빌딩 등과 같은 좁은 지역의 지형에 의하여 발생한다.

페이딩 채널을 결정짓는 데 중요한 영향을 주는 요인으로 도플러 확산과 지연 확산이 있다. 도플러 확산은 수신 신호의 주파수 상의 퍼짐 정도를 나타내는 것이고, 지연 확산은 수신 신호의 시간상의 퍼짐 정도를 나타내는 것이다. 송신 신호의 대역폭이 채널의 coherence 대역폭  $B_c$ 보다 좁은 경우에는 신호가 차지하는 주파수 대역에서 동일한 페이딩 현상이 나타나는 주파수 비선택적 페이딩이 발생하고, 신호의 대역폭이  $B_c$ 보다 넓은 경우에는 신호가 차지하는 주파수 대역에서 서로 다른 페이딩 현상이 나타나서 신호가 심하게 왜곡되는 주파수 선택적 페이딩이 발생한다. 또한 신호의 정보 비트 간격이 채널의 coherence 시간  $T_c$ 보다 작은 경우에는 수신된 신호의 위상 및 시간 지연을 충분히 추정할 수 있을 만큼 느리게 신호가 변화하는 느린 페이딩이 발생하고,  $T_c$ 보다 큰 경우에는 한 개의 비트 내에서 서로 다른 페이딩의 영향을 받는 빠른 페이딩이 발생한다.

### 2. 나카가미 분포

다중 경로 페이딩 채널을 통하여 수신된 신호를 통계적으로 표현하는 모델로서 자주 사용되는 모델이 Nakagami 분포이다. 이는 자체적으로 레일리 분포를 포함하고 있으며 단축 가우시안 분포에서 비페이딩 분포에 이르는 다양한 페이딩 환경을 갖는 전송 채널을 다룰 수 있다.

신호의진폭  $d$ 가 Nakagami 페이딩의 영향을 받을 때, 이에 대한 확률 분포 함수는 다음과 같다.<sup>[1][3]</sup>

$$f_D(d) = \frac{2m^m d^{2m-1}}{\Gamma(m)\Omega^m} e^{-\frac{md^2}{\Omega}}, \quad d \geq 0, m \geq \frac{1}{2} \quad (1)$$

여기서  $\Gamma(\cdot)$ 는 감마(Gamma)함수이고  $\Omega = E[d^2]$

으로 정의 된다. 그리고  $m$ 을 페이딩 지수라고 하며 다음 식과 같이 정의 된다.

$$m = \frac{\Omega^2}{E[(d^2 - \Omega)^2]}, \quad m \geq \frac{1}{2} \quad (2)$$

나카가미  $m$ -분포의 페이딩 채널에서  $m=0.5$ 이면 이 전송 채널은 단축 가우시안 (half-Gaussian),  $m=1$ 이면 레일리 페이딩 채널이 되며  $m=\infty$ 일 때는 비페이딩 채널이 된다. 그리고  $m$ 이 1보다 작다면 이 전송 채널은 레일리 페이딩 보다 심각한 페이딩 현상을 나타내며  $m$ 이 1보다 커짐에 따라 페이딩 현상이 줄어든다.

그림 1은  $\Omega=1$ 로 고정하고 페이딩 지수  $m$ 의 여러가지 값에 대하여 Nakagami 확률 밀도 함수를 그린 것이다.  $m$ 이 1보다 작을 때에는 Rayleigh 페이딩보다 더 넓게 퍼져있고,  $m$ 이 1보다 큰 값에서 점점 더 커질수록 더 좁아져서 모여있음을 확인할 수 있다.

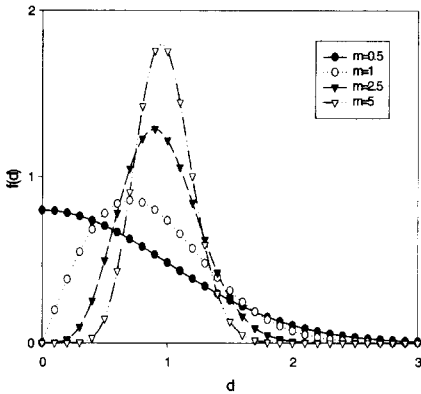


그림 1. Nakagami 확률 밀도 함수

### 3. 다이버시티

이동 통신에서 발생하는 페이딩은 육상 고정 통신의 페이딩과 비교할 수 없을 정도로 변화의 폭이 크다. 따라서 페이딩 효과를 경감시키려는 방안의 하나로써 다이버시티 기법이 사용되었고, 그 원리는 여러 채널로 수신된 신호가 서로 독립적일 때 모든 채널의 신호 전력이 동시에 작게 떨어질 확률은 적다는 점을 이용한 것이다.<sup>[4]</sup>

합성 기법으로는 크게 두 종류로 나눌 수 있는데 어떤 기준에 따라  $L$ 개의 신호들 중 하나를 선택하는 스위치 합성 기법들과 수신된 신호들의 선형 결합된 신호로 다루는 이득 합성 기법이 있다.

스위치 합성 기법에는 대표적인 것으로 pure

selection과 threshold selection이 있으며, 이득 합성 기법으로는 최대비 합성 기법과 동일 이득 기법 등이 있다.

이득 합성 기법 중 최대비 합성 기법은 각 신호의 이득 값이 신호대 잡음비에 비례하므로 각 신호의 전력을 더한 효과를 갖게 하며, 동일 이득 합성 기법은 각 신호의 이득을 1로하여 수신된 신호를 복조할 때 신호의 합형태로 처리하는 기법이다.

## III. DPSK 신호의 평균 비트 오류 확률

이상적인 CPSK 대신 높은 안정도와 고품질의 위상 수정 루트를 가지는 DPSK(Differential Phase Shift Keying) 변조 방식을 수신기에서 많이 채택한다. 정보를 부호화하는 방법으로서 가령 마크가  $0^\circ$ , 스페이스가  $180^\circ$  와 같이 절대적으로 대응하는 것이 아니고 연속하고 있는 펄스 사이의 위상 변화(phase change)에 의해 정보를 차등부호화(differentially encoding)한다.<sup>[5]</sup>

이 장에서는 DPSK의 최적 수신기에서 결정 변수를 구하고 이로부터 나카가미 페이딩 채널에서  $L$ 가지 최대비 합성 다이버시티를 적용한 DPSK 시스템의 성능을 분석한다. 각 다이버시티 채널의 특성이 동일한 경우와 상이한 경우에 대하여 다루어진다. 그리고 선택적 다이버시티의 비트 오류 확률을 정확한 식으로 유도한다.

### 1. DPSK 최적 수신기

그림 2는 DPSK의 최적 수신기이다.<sup>[4]</sup> 여기서 결정 변수는 다음과 같다.

$$l = x_k x_{k-1} + y_k y_{k-1} \quad (3)$$

만약  $l > 0$ 이면 수신기는 신호 시퀀스  $s_1(t)$ 를 선택하고,  $l < 0$ 이면 수신기는 신호 시퀀스  $s_2(t)$ 를 선택한다.

$$s_1(t) = \begin{cases} A \cos(\omega_c t + \theta), & -T \leq t \leq 0 \\ A \cos(\omega_c t + \theta), & 0 \leq t \leq T \end{cases} \quad (4)$$

$$s_2(t) = \begin{cases} A \cos(\omega_c t + \theta), & -T \leq t \leq 0 \\ -A \cos(\omega_c t + \theta), & 0 \leq t \leq T \end{cases} \quad (5)$$

sine과 cosine 혼합기에 대하여 잡음과 신호의 방향은 완전히 불규칙적이므로 일반성을 잃지 않고  $\theta=0$ 이라 선택할 수 있다.<sup>[4]</sup>

$s_1(t)$ 와  $s_2(t)$ 가 발생할 확률이 동일하다고 가정

하면 오류 확률은 다음식으로부터 계산할 수 있다.

$$P(E) = P_r(x_k x_{k-1} + y_k y_{k-1} < 0 \mid s_1 \text{ sent}, \theta = 0) \quad (6)$$

$w_c T$ 가  $2\pi$ 의 정수배가 가정하면 시각  $t=0$ 에서 적분기의 출력은 다음과 같다.

$$x_0 = \frac{AT}{2} + n_1 \text{ and } y_0 = n_3 \quad (7)$$

여기서  $n_1 = \int_{-T}^0 n(t) \cos(w_c t) dt$ 이고,  $n_3 = \int_{-T}^0 n(t) \cdot \sin(w_c t) dt$  이다.

비슷하게 시각  $t=T$ 에서 적분기의 출력은 아래 식과 같이 표현된다.

$$x_1 = \frac{AT}{2} + n_2 \text{ and } y_1 = n_4 \quad (8)$$

여기서  $n_2 = \int_0^T n(t) \cos(w_c t) dt$ 이고,  $n_4 = \int_0^T n(t) \cdot \sin(w_c t) dt$  이다.

여기서

$$n(t) = n_c \cos 2\pi f_c t - n_s \sin 2\pi f_c t \quad (9)$$

이고

$$x = d + n_c = A \cos \theta \quad (10)$$

$$y = n_s = A \sin \theta, \quad (11)$$

이며,  $n_c, n_s$ 는 평균이 0이고 분산이  $\sigma_n^2$ 인 서로 독립인

가우시안 잡음이며  $n_1, n_2, n_3, n_4$ 는 평균이 0이고 분산이  $\frac{N_0 T}{4}$ 이며 서로 독립인 가우시안 랜덤 변수들이다.

이제 새로운 랜덤 변수  $w_i$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$w_1 = \frac{n_1}{2} + \frac{n_2}{2} \quad (12)$$

$$w_2 = \frac{n_1}{2} - \frac{n_2}{2} \quad (13)$$

$$w_3 = \frac{n_3}{2} + \frac{n_4}{2} \quad (14)$$

$$w_4 = \frac{n_3}{2} - \frac{n_4}{2} \quad (15)$$

위의 정의로부터  $w_i$ 는 서로 독립이고 평균이 0이며 분산이  $\sigma_n^2 = \frac{N_0 T}{8}$ 인 가우시안 랜덤 변수이다. 이제 오류 확률 식은 다음과 같이 표현된다.

$$P_e = \Pr\left[\left(\frac{AT}{2} + w_1\right)^2 + w_3^2 < w_2^2 + w_4^2\right] \quad (16)$$

식(16)에서 페이딩이 존재하지 않을때의 오류 확률은 다음과 같다. [6]

$$P(E) = \frac{1}{2} e^{-\gamma} \quad (17)$$

여기서  $\gamma = \frac{TQ}{2N_0}$ 이며 비트당 SNR을 나타낸다.

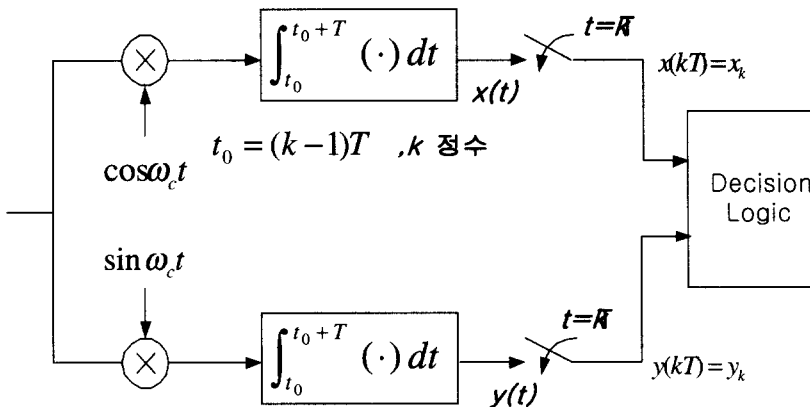


그림 2. DPSK 최적 수신기

2. 최대비 합성(MRC)에서의 비트 오류 확률

송수신기 사이에 다중 가지 다이버시티가 존재하며 각 다이버시티 채널의 신호를 나카가미 페이딩을 겪고있으며 각 다이버시티 채널의 통계적 특성은 상호 독립(mutually independent)인 것으로 가정한다.

최대비 합성(maximal ratio combining) 다이버시티는 다른 다이버시티에 비해 시스템의 구현이 어렵지만 최적의 성능 향상을 갖는 합성 다이버시티 기법이다. 그림 3은  $L$ -가지 다이버시티 채널이 존재하는 전송채널에서 최대비 합성 다이버시티 시스템을 나타내며  $i$ 번째 수신기에 수신된 신호  $r_i(t)$ 는 식(18)로 표시된다.<sup>[6]</sup>

$$r_i(t) = \alpha_i e^{-j\theta_i} s_i(t) + n_i(t), \quad 0 \leq t \leq T_s \quad (18)$$

최대비 합성 다이버시티에서 합성기의 출력이 최대 신호대 잡음비를 갖도록 각 다이버시티 가지의 신호는 정합된 이득이 가중되어 합성된다. 따라서 최대비 합성 다이버시티 시스템의 신호대 잡음비는 각 다이버시티 채널의 신호대 잡음비의 합이된다.

최대비 합성 다이버시티 시스템에서  $i$ 번째 수신기의 임펄스 응답(impulse response)  $h_i(t)$ 는

$$h_i(t) = e^{j\theta_i} s_i(T_i - t) \quad (19)$$

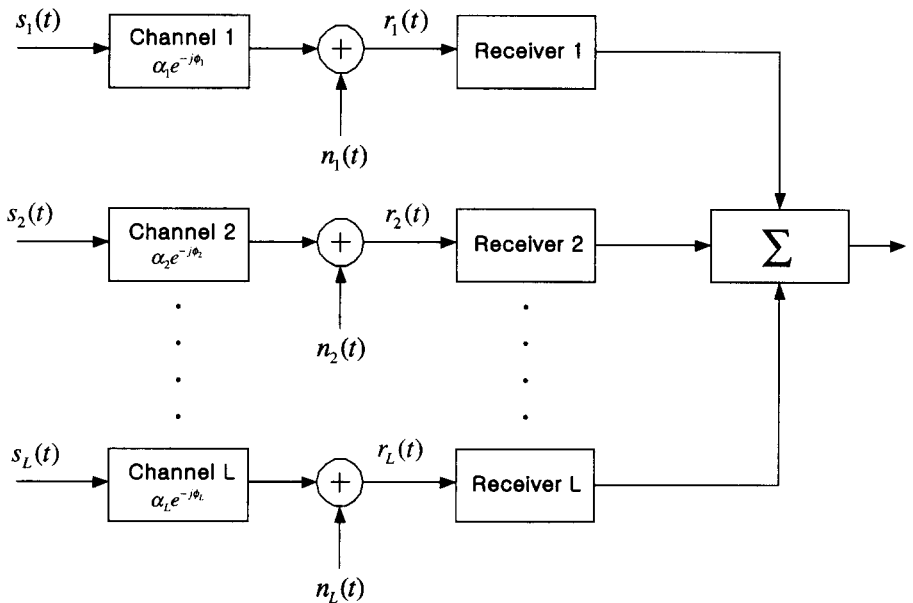


그림 3. 최대비 합성 다이버시티 시스템

가 된다.

$i$ 번째 다이버시티 채널은 페이딩 지수  $m_i$ 와 평균 신호대 잡음비  $\bar{\gamma}_i$ 의 나카가미  $m$ -분포를 가진다면  $i$ 번째 다이버시티 채널의 신호대 잡음비  $\gamma_i$ 에 대한 확률 밀도 함수는 식(20)으로 표시된다.

$$f_{\gamma_i}(\gamma_i) = \frac{1}{\Gamma(m_i)} \left( \frac{m_i}{\gamma_i} \right)^{m_i} \gamma_i^{m_i-1} e^{-\frac{m_i}{\gamma_i} \gamma_i} \quad (20)$$

모든 다이버시티 채널에 대하여  $m_i$ 와  $\bar{\gamma}_i$ 가 동일하다면 최대비 합성 다이버시티 시스템에서 신호대 잡음비에 대한 확률 밀도 함수는 식 (21)가 된다.

$$f_{\gamma}(\gamma) = \frac{\gamma^{Lm-1}}{\Gamma(Lm)} \left( \frac{m}{\gamma_0} \right)^{Lm} e^{-\frac{m}{\gamma_0} \gamma} \quad (21)$$

$m_i/\bar{\gamma}_i$ 가 다이버시티 채널마다 서로 다르다면 최대비 합성 다이버시티 시스템에서 신호대 잡음비에 대한 확률 밀도 함수는 다음과 같은 식 (22)이 된다.

$$f_{\gamma}(\gamma) = \prod_{i=1}^L \left( \frac{m_i}{\gamma_i} \right)^{m_i} \left[ \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^{m_j} \frac{\zeta_j^{(m_j-k)}}{(m_j-k)!} \frac{\gamma^{k-1}}{(k-1)!} e^{-\frac{m_j}{\gamma} \gamma} \right] \quad (22)$$

여기에서

$$\zeta_j^{(m_i, -k)} = \frac{d^{m_i, -k}}{ds^{m_i, -k}} \left[ \prod_{l \neq j} \left( \frac{m_l}{\gamma_l} + s \right)^{-m_l} \right] \Big|_{s = -m_i/\gamma_i} \quad (23)$$

이다.<sup>[2]</sup>

최대비 합성 다이버시티를 사용한 나카가미 페이딩 채널에서 오류 확률은 비트당 신호대 잡음비  $\gamma$ 에 대한 조건부 오류 확률을 확률 밀도 함수로 평균을 취함으로써 얻는다.<sup>[2]</sup>

$$\bar{P}_b = \int_0^\infty P(E)f(\gamma)d\gamma \quad (24)$$

식 (24)에 의해 동일한 페이딩 지수에서 나카가미 페이딩 채널하의 DPSK의 평균 비트 오류 확률은 다음과 같다.

$$\bar{P}_b = \left( \frac{m}{\gamma_0} \right)^{Lm} \frac{1}{\Gamma(Lm)} \frac{1}{2} \int_0^\infty \gamma^{Lm-1} \exp \left[ -\gamma \left( \frac{m}{\gamma_0} + 1 \right) \right] d\gamma \quad (25)$$

적분 테이블에서 적분 공식을 이용하여 관련 적분을 계산하면 다음과 같다.<sup>[7]</sup>

$$\begin{aligned} \bar{P}_b &= \left( \frac{m}{\gamma_0} \right)^{Lm} \frac{1}{\Gamma(Lm)} \cdot \\ &\frac{1}{2} (Lm-1)! \left( \frac{m}{\gamma_0} + 1 \right)^{-Lm+1-1} \\ &= \left( \frac{m}{\gamma_0} \right)^{Lm} \frac{1}{2} \left( \frac{m}{\gamma_0} + 1 \right)^{-Lm} \\ &= \frac{1}{2} \left( \frac{m}{m + \gamma_0} \right)^{Lm} \end{aligned} \quad (26)$$

각 채널의 페이딩 지수  $m_i/\gamma_i$ 가 상이한 경우에 나카가미 페이딩 채널에서 DPSK의 평균 비트 오류 확률은 다음과 같다.<sup>[2]</sup>

$$\bar{P}_b = \frac{1}{2} \prod_{i=1}^L \left( \frac{m_i}{m_i + \gamma_i} \right)^{m_i} \quad (27)$$

그림 4는 각 다이버시티 채널이 동일한 페이딩 지수  $m=2$ 이며  $L=4, 8$ 인 경우와 각 다이버시티 채널이 상이한 페이딩 지수,  $m_1=1, m_2=2, m_3=3$  그리고  $m_4=4$ 이며  $L=4$ 인 경우와  $m_i=1$  ( $i=1, 2, \dots, 8$ ) 그리고  $L=8$ 인 경우 성능을 나타낸다. 비트 오류 확률에서 보듯이 동일한 정보를 가지고 있는  $L$ 개의 다이버시티 채널에 대해  $L$ 이 증

가할수록 상이한 페이딩 지수를 가진 경우가 동일한 페이딩 지수를 가진 경우보다 페이딩 현상에 의한 신호대 잡음비의 약화를 극복할 수 있다는 것을 알 수 있다. 한편 그림 5는 동일한 정보를 가지고 있는  $L$ 개의 다이버시티 채널을 가지고 있는 DPSK와 비동기 FSK에서 페이딩 지수가 동일한 경우와 상이한 경우에서의 성능을 비교 분석하였을 때 동일한 조건에서 DPSK가 비동기 FSK보다 성능 개선에 효과적인 것을 알 수 있다.<sup>[2]</sup>

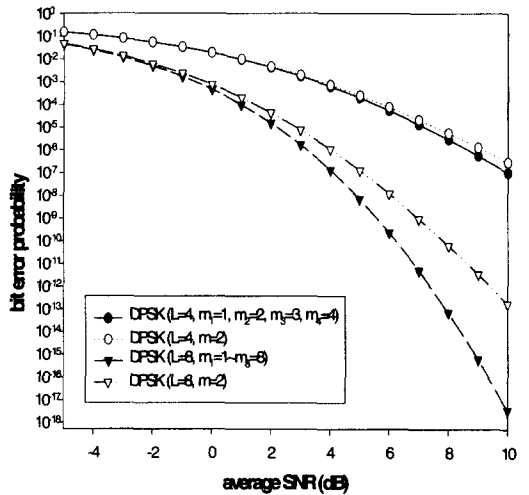


그림 4. MRC에서 DPSK의 비트 오류 확률

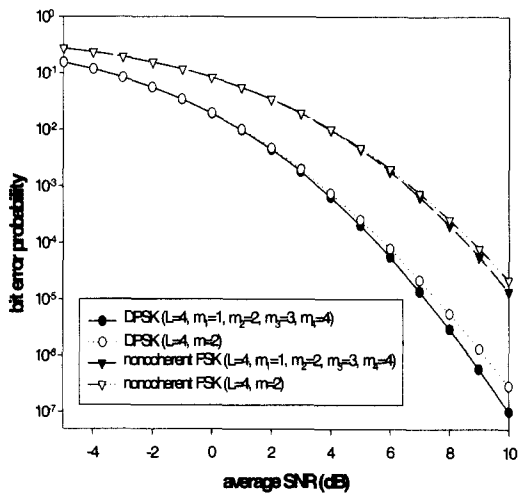


그림 5. MRC에서 DPSK와 NFSK의 비트 오류 확률

### 3. 선택성 합성(SC)에서의 비트 오류 확률

서로 다른  $L$ 개의 다이버시티 가지로부터 수신되

는 신호 중 가장 큰 순간 신호대 잡음비(SNR)의 신호 하나만을 택하는 선택성 합성과 수신되는 신호 중 SNR이 가장 큰 신호  $\mu$ 개를 택하는 일반화된 선택성 합성의 성능 분석을 위해서는 순서 통계량 (order statistics)의 개념을 빌어 확률 밀도 함수를 유도한다.<sup>[8]-[10]</sup>

이 때 각 다이버시티 채널의 신호가 최대비 합성의 경우와 동일한 통계적 특성을 갖는다고 가정한다.그러면  $L$ 개의 다이버시티 경로중 신호대 잡음비가 가장 큰 신호를 선택하는 선택성 다이버시티를 이용해 수신된 신호의 확률 밀도 함수는 다음과 같다.<sup>[11]</sup>

$$f(\gamma) = \frac{L}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\gamma_0}\right)^m \gamma^{m-1} \exp\left(-\frac{m}{\gamma_0} \gamma\right) \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{m}{\gamma_0} \gamma\right) \sum_{i=0}^{m-1} \left(\frac{m}{\gamma_0} \gamma\right)^i \frac{1}{i!}\right]^{L-1}, \gamma \geq 0 \quad (28)$$

위 식(28)을  $\gamma$ 에 대해 적분이 가능하도록 변형하여야만 나카가미 페이딩 채널에서 평균 오류 확률을 유도할 수 있다. 따라서 여기서는 식(28)을 적분이 가능하도록 새로운 형태로 표시한다. 식(28)을 변형하기 위해 이항 정리를 이용하여 정리하면 다음의 관계식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} & \left[1 - \exp\left(-\frac{m}{\gamma_0} \gamma\right) \sum_{i=0}^{m-1} \left(\frac{m}{\gamma_0} \gamma\right)^i \frac{1}{i!}\right]^{L-1} \\ &= \sum_{n_0=0}^{L-1} (-1)^{n_0} \binom{L-1}{n_0} \left[\sum_{i=0}^{m-1} \left(\frac{m}{\gamma_0} \gamma\right)^i \frac{1}{i!}\right]^{n_0} \cdot \exp\left(-\frac{m}{\gamma_0} n_0 \gamma\right) \end{aligned} \quad (29)$$

위 식(29)를 변형하기 위해 다음과 같은 관계식을 이용한다.

$$\begin{aligned} & \left[\sum_{i=0}^{m-1} \left(\frac{m}{\gamma_0} \gamma\right)^i \frac{1}{i!}\right]^{n_0} \\ &= \sum_{n_1=0}^{n_0} \sum_{n_2=0}^{n_1} \dots \sum_{n_{m-1}=0}^{n_{m-2}} \binom{n_0}{n_1} \binom{n_1}{n_2} \dots \binom{n_{m-2}}{n_{m-1}} \cdot \left(\frac{1}{1!}\right)^{n_1-n_2} \left(\frac{1}{2!}\right)^{n_2-n_3} \dots \left(\frac{1}{(m-2)!}\right)^{n_{m-2}-n_{m-1}} \cdot \left(\frac{1}{(m-1)!}\right)^{n_{m-1}} \cdot \left(\frac{m}{\gamma_0} \gamma\right)^{n_1+n_2+\dots+n_{m-1}} \\ &= \sum_{n_1=0}^{n_0} \sum_{n_2=0}^{n_1} \dots \sum_{n_{m-1}=0}^{n_{m-2}} \left[\prod_{j=1}^{m-1} \binom{n_{j-1}}{n_j} \left(\frac{1}{j!}\right)^{n_j-n_{j+1}} \cdot \left(\frac{m}{\gamma_0}\right)^{n_j}\right]_{\gamma^{n_1+n_2+\dots+n_{m-1}}} \end{aligned} \quad (30)$$

최종적으로 식 (28)은 식(29)와 식(30)을 이용하여 다음과 같은 새로운 형태로 나타낼 수 있다.

$$f(\gamma) = \frac{L}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\gamma_0}\right)^m \sum_{n_0=0}^{L-1} (-1)^{n_0} \binom{L-1}{n_0} \cdot \sum_{n_1=0}^{n_0} \sum_{n_2=0}^{n_1} \dots \sum_{n_{m-1}=0}^{n_{m-2}} \left[\prod_{j=1}^{m-1} \binom{n_{j-1}}{n_j} \cdot \left(\frac{1}{j!}\right)^{n_j-n_{j+1}} \cdot \left(\frac{m}{\gamma_0}\right)^{n_j}\right] \cdot \exp\left[-\frac{m}{\gamma_0}(1+n_0)\gamma\right] \gamma^{n+m-1}, \gamma \geq 0 \quad (31)$$

여기서  $n = n_1 + n_2 + \dots + n_{m-1}$ 이고  $n_m = 0$ 이다.<sup>[12]</sup>

선택성 합성 다이버시티를 사용한 나카가미 페이딩 채널에서의 오류 확률은 최대비 합성의 경우처럼 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \bar{P}_b &= \int_0^\infty P(E)f(\gamma) d\gamma \\ &= \frac{L}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\gamma_0}\right)^m \sum_{n_0=0}^{L-1} (-1)^{n_0} \cdot \binom{L-1}{n_0} \sum_{n_1=0}^{n_0} \sum_{n_2=0}^{n_1} \dots \sum_{n_{m-1}=0}^{n_{m-2}} \left[\prod_{j=1}^{m-1} \binom{n_{j-1}}{n_j} \cdot \left(\frac{1}{j!}\right)^{n_j-n_{j+1}} \cdot \left(\frac{m}{\gamma_0}\right)^{n_j}\right] \cdot \frac{1}{2} \int_0^\infty e^{-\gamma} e^{-\frac{m}{\gamma_0}(1+n_0)\gamma} \gamma^{n+m-1} d\gamma \\ &= \frac{L}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\gamma_0}\right)^m \sum_{n_0=0}^{L-1} (-1)^{n_0} \cdot \binom{L-1}{n_0} \sum_{n_1=0}^{n_0} \sum_{n_2=0}^{n_1} \dots \sum_{n_{m-1}=0}^{n_{m-2}} \left[\prod_{j=1}^{m-1} \binom{n_{j-1}}{n_j} \cdot \left(\frac{1}{j!}\right)^{n_j-n_{j+1}} \cdot \left(\frac{m}{\gamma_0}\right)^{n_j}\right] \cdot \frac{1}{2} \int_0^\infty e^{-\left(\frac{m}{\gamma_0} + \frac{n_0 m}{\gamma_0} + 1\right)\gamma} \gamma^{n+m-1} d\gamma \\ &= \frac{L}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\gamma_0}\right)^m \sum_{n_0=0}^{L-1} (-1)^{n_0} \cdot \binom{L-1}{n_0} \sum_{n_1=0}^{n_0} \sum_{n_2=0}^{n_1} \dots \sum_{n_{m-1}=0}^{n_{m-2}} \left[\prod_{j=1}^{m-1} \binom{n_{j-1}}{n_j} \cdot \left(\frac{1}{j!}\right)^{n_j-n_{j+1}} \cdot \left(\frac{m}{\gamma_0}\right)^{n_j}\right] \cdot \frac{1}{2} (n+m-1)! \left(\frac{m}{\gamma_0} + \frac{n_0 m}{\gamma_0} + 1\right)^{-(n+m)} \\ &= \frac{L}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\gamma_0}\right)^m \sum_{n_0=0}^{L-1} (-1)^{n_0} \binom{L-1}{n_0} \cdot \sum_{n_1=0}^{n_0} \sum_{n_2=0}^{n_1} \dots \sum_{n_{m-1}=0}^{n_{m-2}} \left[\prod_{j=1}^{m-1} \binom{n_{j-1}}{n_j} \cdot \left(\frac{1}{j!}\right)^{n_j-n_{j+1}} \cdot \left(\frac{m}{\gamma_0}\right)^{n_j}\right] \cdot \frac{1}{2} \Gamma(n+m) \left(\frac{m}{\gamma_0} + \frac{n_0 m}{\gamma_0} + 1\right)^{-(n+m)} \end{aligned} \quad (32)$$

위 식(32)은 주파수 비선택적 느린 나카가미  $m$ -분포의 페이딩을 겪는 DPSK 신호의  $L$ -차 선택성 다이버시티에 대한 심볼 오류 확률의 일반식이다.  $L=1$ 일때는 나카가미 페이딩 채널에서 다이버시티를 적용하지 않았을 경우의 심볼 오류 확률식이 된다.  $L=1$ 이면 잘 알려진 나카가미 페이딩에서 DPSK 신호의 오류 확률식이 된다.

$$P_{DPSK}(E) = \frac{1}{2} \left( \frac{m}{\gamma_0 + m} \right)^m \quad (33)$$

그림 6과 그림 7을 보면, 선택성 다이버시티에 대한 오류 확률식과 최대비 합성에 대한 오류 확률식으로부터의 DPSK 수신 신호의 성능을 나타내고 있다. 동일한 다이버시티 경로수에서 페이딩 지수가 증가함에 따라 성능이 개선되고 있으며 경로수가 증가함에 따라 성능이 훨씬 개선되었음을 알 수 있다.

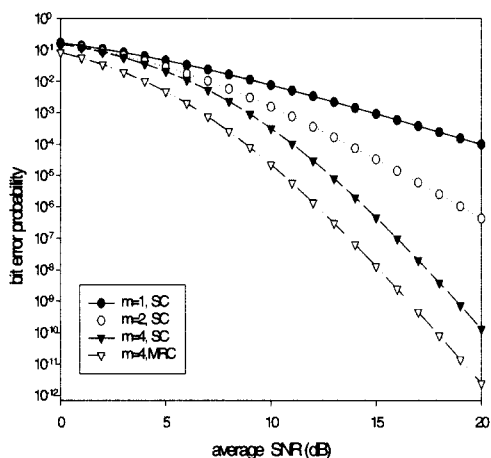


그림 6.  $m$ 의 변화에 따른 MRC와 SC에서의 DPSK의 비트 오류 확률( $L=2$ )

#### IV. 결론

본 논문에서는 주파수 비선택적 느린 나카가미  $m$ -분포의 페이딩을 겪는 DPSK 신호의 최대비 합성 다이버시티와  $L$ -차 선택성 다이버시티에 대한 비트 오류 확률을 정확한 수식으로 유도하였다.

최대비 합성 다이버시티에서 각 채널의 페이딩 인자가 동일한 경우와 상이한 경우에 대하여 성능 분석을 했을 뿐만 아니라  $L$ -차 선택성 합성 기법의 다이버시티에 대한 성능 분석도 하였다.

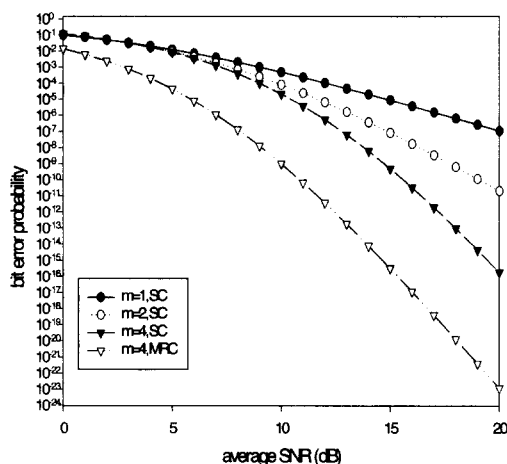


그림 7.  $m$ 의 변화에 따른 MRC와 SC에서의 DPSK의 비트 오류 확률( $L=4$ )

동일한 페이딩 지수에서 최대비 합성 다이버시티의 경우 선택성 합성 다이버시티를 사용하는 경우보다 DPSK 시스템의 성능 저하를 보상할 수 있음을 보였다. 또한 선택성 합성 다이버시티에서 가지 수가 증가할수록 성능 개선을 이룰 수 있으나 시스템의 복잡성에 비해 만족할 만한 성능 개선을 가져다 주지 못했다.

#### 참고 문헌

- [1] M. Nakagami, "The  $m$ -distribution-A general formula of intensity distribution of rapid fading," in *Statistical methods in radio wave propagation*, W.G.Hoffman, Ed., Oxford, England :PergamonPress, pp. 3-36, 1960.
- [2] Emad K. Al-Hussaini and Abdel Aziz M. Al-Bassio-uni, "Performance of MRC Diversity Systems for the Detection of Signals with Nakagami Fading," *IEEE Trans.* vol COM-33, No.12, pp. 1315-1319, Dec.1985.
- [3] T.Eng, and L.B.Milstein, "Coherent DS-CDMA performance in Nakagami fading multipath channel," *IEEE Trans.* vol. COM-43, No.2-4, pt. 2, pp.1134-1143, Feb. 1995.
- [4] R.E. Ziemer and W.H. Tranter, *Principles of Communications*, Houghton Mifflin company, 1995.
- [5] 양승인, 정오현, 현대 통신이론, 세진사, 1992.
- [6] J.G.Proakis, *Digital Communications*, McGraw



-Hill,1995.

[7] I.S. Gradshteyn and I.M. Ryzhik, *Table of Integrals, Series and Products*, Academic Press, 1965.

[8] A. M. Mood, F. A. Graybill and D. C. Boes, *Introduction to the Theory of Statistics*, McGraw-Hill,1982.

[9] A. Papoulis, *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes*, McGraw-Hill,1982.

[10] P. Z. Peebles, Jr., *Probability, Random Variables and Random Signal Principles*, McGraw-Hill, 1993.

[11] A.Annamalai, "Analysis of Selection Diversity on Nakagami Fading Channel," *Electron. Lett.*, 33,(7), pp.548-549, 1997.

[12] 최세영, "나카가미 페이딩 채널에서 MPSK 신호의 다이버시티 합성 기법 비교," 한양대학교 석사논문, 1997.

김 창 환(Chang Hwan Kim)

정회원



1981년 : 건국대학교 전자공학과  
(공학사)

1983년 : 한양대학교 전자통신공  
학과(공학석사)

1986년~1989년 : 현대전자  
이동통신단말기 개발

1991년~1997년 : 한국정보통신공사협회

1996년 : 전기통신기술사 취득

1997년~현재 : 한양대학교 전자통신공학과 통신시스  
템 전공(박사과정)

한 영 열(Young Yearl Han)

정회원

제 23 권 9A호 참조