

등방성손상을 고려한 탄소성 대변형 문제의 유한요소해석(제2보)

노인식* · 이종원**

*충남대학교, **한국기계연구원

Finite Element Analysis of Elasto-Plastic Large Deformation considering the Isotropic Damage (the 2nd Report)

IN SIK NHO* AND JONG WON LEE**

*Dept. of Naval Architecture and Ocean Engineering, Chungnam National University, Daejeon 305-764, Korea

**Korea Institute of Machinery & Materials, Daejeon 305-600, Korea

KEY WORDS: Continuum damage mechanics 연속체 손상역학, Isotropic damage 등방성 손상, Plastic damage 소성 손상, Elasto-plastic large deformation 탄소성 대변형, Nonlinear finite element formulation process 비선형 유한 요소법 정식화 대변형

ABSTRACT: This paper was concentrated on the finite element formulation to solve boundary value problems by using the isotropic elasto-plastic damage constitutive model proposed previously(Noh, 2000). The plastic damage of ductile materials is generally accompanied by large plastic deformation and strain. So, nonlinearity problems induced by large deformation, large rotation and large strain behaviors were dealt with using the nonlinear kinematics of elasto-plastic deformations based on the continuum mechanics. The elasto-plastic damage constitutive model was applied to the nonlinear finite element formulation process of Shin et al(1997) and an improved analysis model considering the all nonlinearities of structural behaviors is proposed. Finally, to investigate the applicability and validity of the numerical model, some numerical examples were considered.

1. 서 론

일반적으로 구조물의 비선형 거동은 재료 자체의 특성에서 기인하는 재료 비선형 문제와 대변형에 수반되어 나타나는 기하학적 비선형 문제로 구분할 수 있다. 기하학적 비선형은 변형의 기하학(kinematics)을 수학적으로 처리하는 연속체역학 분야의 연구가 집중적으로 이루어진 바 있어 이론적 체계가 거의 완성단계에 있다. 반면, 재료 비선형 문제는 분자결합, 결정 구조 등 미세 조직 레벨의 현상을 실험적이고 현상학적 연구를 바탕으로 재료상수로써 거시적인 거동으로 표현하는 구성방정식의 개발 문제로 귀착되는데, 현재까지도 많은 연구가 계속되고 있다.

하중을 받는 재료는 미소 균열이나 공동과 같은 손상이 누적됨으로써 마침내 파단에 이르게 된다. 그러나 일반적인 구성방정식 모형들의 공통적인 문제점은 이러한 손상의 정도를 표현하기가 불가능하다는 점이다. 전 보에서 이미 소개한 바와 같이, 최근에는 연속체손상역학(CDM, continuum damage mechanics)을 이용하여 일정부위에 분포된 미소결합들의 평균적인 밀도를 손상이라는 하나의 새로운 상태변수로 처리할 수 있는 새로운 구성방정식이 개발되고 있다. Nho 등(1997)은 연속체손상역학의 구성방정식의 열역학적 정식화 과정에 따라 연성재료의 소성과 손상의 연성거동에 대한 유동법칙(plastic

damage flow rule)을 유도하였고, 전 보(노, 2000)에서는 이의 정식화와 수치계산 과정을 좀더 간편하게 개선한 등방성 손상 모델을 제시한 바 있다.

본 연구에서는 전 보(노, 2000)의 구성방정식 모델을 경계치 문제에 적용하는 과정에 초점을 두었다. 연성재료의 소성 손상은 대부분 상당히 큰 변형과 변형률을 동반하게 되므로, 대변형, 대회전, 대변형률에 의한 기하학적 비선형 문제를 다루었으며 Shin 등(1997)의 탄소성 손상 유한요소 정식화과정을 기본으로 하여 전 보에서 개발된 등방성 손상 구성방정식 모델을 적용함으로써 구조물의 비선형 거동 및 손상을 합리적으로 예측할 수 있는 수치모형을 개발하였다. 또한, 여러 가지 예제 계산을 통하여 이 수치모형의 적용성 및 타당성을 검토하였다.

2. 탄소성 손상 구성방정식

2.1 탄소성 손상 구성방정식

Kachanov(1958)는 크리프 현상 하에서 금속의 손상이 미소공동 발생에 기인하는 것으로 간주하고 이 공동에 의한 단면적의 감소비율을 손상변수 d 로 정의하여 실제 재료에 작용하는 유효응력텐서(effective stress tensor) $\tilde{\sigma}$ 와 결보기 응력텐서 σ 간의 관계식을 다음과 같이 표현하였다.

$$\tilde{\sigma} = \phi \sigma, \quad \phi = (1-d)^{-1} \quad (1)$$

여기서, 변형률-응력 관계식은 다음과 같이 표현되며[6],

$$\tilde{\sigma} = C_e : \epsilon_e, \quad \sigma = \tilde{C}_e : \epsilon_e \quad (2)$$

유효탄성강성텐서 \tilde{C}_e 는 다음과 같이 정의된다. 이때, C_e 는 통상의 탄성강성텐서이다.

$$\tilde{C}_e = (1-d) C_e \quad (3)$$

손상된 재료의 항복함수는 손상을 고려하지 않을 때와 동일한 형태를 유지하며 응력 σ 대신 유효응력 $\tilde{\sigma}$ 의 함수로 표현될 수 있다고 가정하여 통상의 소성유동법칙 유도과정에 따라 정리하면 결국, 시간독립적인 소성변형 문제에서의 소성 손상 구성방정식은 다음과 같이 정리될 수 있다(노, 2000).

$$\begin{aligned} \dot{\sigma} &= (1-d) C_{ep} : \dot{\epsilon} - \frac{\sigma}{(1-d)} \dot{d} \\ &= \tilde{C}_{ep} : \dot{\epsilon} - \tilde{\sigma} \dot{d} \end{aligned} \quad (4)$$

이때, 탄소성 강성텐서 C_{ep} 및 \tilde{C}_{ep} 는 다음 식으로 주어지며

$$C_{ep} = \left[C_e - \frac{(C_e : \frac{\partial f}{\partial \tilde{\sigma}}) \otimes (-\frac{\partial f}{\partial \tilde{\sigma}} : C_e)}{H_I' + H_{K'} + \frac{\partial f}{\partial \tilde{\sigma}} : C_e : \frac{\partial f}{\partial \tilde{\sigma}}} \right] \quad (5)$$

$$\tilde{C}_{ep} = (1-d) C_{ep} \quad (6)$$

H_I', H_{K}' 는 각각 등방경화 및 이동경화 계수를 의미한다. 또한, 손상의 진전률이 법선방향 유효응력의 평균값 σ_m 과 등가응력 σ_{eq} 의 크기에 비례하며 현재 손상크기의 함수로 간주하면 손상발전식이 다음과 같이 표현된다(노, 2000).

$$\dot{d} = \alpha (\langle \sigma_m \rangle + \sigma_{eq}) \cdot (1-d)^\beta \cdot \dot{p} \quad (7)$$

여기서,

α, β : 재료상수

$$\sigma_m = \frac{1}{3} (\tilde{\sigma}_{11} + \tilde{\sigma}_{22} + \tilde{\sigma}_{33}) \quad (8)$$

$$\langle \sigma_m \rangle = \sigma_m \quad \text{when } \sigma_m > 0$$

$$= 0 \quad \text{when } \sigma_m \leq 0$$

순수한 재료의 변형만을 고려하기 위해서는 구성방정식이 반드시 강체회전 운동에 독립적인 형태로 표현되어야 하므로 객관성 조건(objectivity condition)을 만족하는 Jaumann 을 도입하는 한편, McMeeking and Rice의 견해에 따라 진응력 변화율 $\dot{\sigma}$ 대신 제2차 Piola-Kirchhoff 응력의 Jaumann 을 $\check{\tau}$ 로 표현함으로써 (4)식을 다음과 같은 형태로 변환하였다.

$$\check{\tau} = \tilde{C}_{ep} : D - \tilde{\sigma} \dot{d} \quad (9)$$

여기서, D 는 변형속도텐서(velocity strain or stretching tensor)이다(McMeeking and Kice, 1975).

3. 유한요소법의 정식화

소성-손상문제를 유한요소법으로 정식화하여 2차원 평면문제에 적용하였다. 일반적으로 소성변형의 경우 상당한 크기의 변형이 동반되므로 이에 따른 기하학적 비선형성을 고려하기 위하여 변형의 비선형 기하학(Cheng, 1992; Gadala et al., 1984; Hibit et al., 1970)을 바탕으로 한 대변형 문제로 정식화하였으며 탄소성 손상 구성방정식을 이용하여 재료비선형 문제를 처리하였다.

3.1 기하학적 비선형 문제의 정식화

대변형, 대회전 등에 기인하는 기하학적 비선형 문제를 해석하기 위해서, 주로 total Lagrangian(T.L.)과 updated Lagrangian(U.L.) 정식화 방법이 사용되고 있다. (이하 T.L. U.L. 로 약칭한다.) U.L. 역시 Lagrange 류의 특수한 경우에 해당되는 것으로 볼 수 있기 때문에 기준형상이 계속적으로 변경된다는 점만 제외한다면 서로 유사한 특성들을 지니고 있다. 수치해석기법을 적용하기 위해서는 양측 공히 전체 변형이력과정을 유한개의 시간단계(time step) 로 분할하여 구간별로 변형의 비선형 기하학을 선형화 하는 정식화 과정이 이용된다.

일반적인 기하학적 비선형 문제의 유한요소해석에 있어서는 T.L.의 정식화가 가장 보편적으로 사용되고 있다. T.L.의 정식화에서는 기준형상이 초기형상으로 고정되어 있기 때문에 응력 및 변형률 측정단위(measure)도 초기형상을 기준으로 하는 제1차 혹은 제2차 Piola-Kirchhoff 응력과 이들에 에너지 공액을 이루는 변형구배텐서 및 Green-Lagrangian 변형률이 사용된다. 관련 상수들이 실험적으로 결정되는 구성방정식은 보통 진응력(true stress or Cauchy stress) 과 진변형률(true strain or logarithmic strain) 의 관계식으로 주어지기 때문에 변형률의 크기가 미소한 경우에는 상관없이 있으나 대변형률 문제에서는 구성방정식을 응력과 변형률 측정단위에 맞게 변환시켜주는 복잡한 과정이 필요하다(Hibit et al., 1970).

그러나 U.L.의 정식화 과정에서는 응력 및 변형률의 측정단위가 각각 진응력 σ 와 변형속도 D 가 되므로 이러한 변환이 불필요하다. 따라서 대변형률 문제에서는 U.L.류의 정식화과정이 더욱 적합할 수 있으며, 본 논문에서도 이 방법을 채택하였다.

3.2 가상일률의 원리 (Principle of virtual power)

공간상에 고정된 직교좌표계에서 어떤 연속체 B 의 운동을 Fig.1 에 표시하였다. U.L.정식화에서는 시각 t 의 형상을 기준으로 하여 $t + \Delta t$ 의 물리량을 표현하면 된다. 이때 시각 $t + \Delta t$ 에서의 내적, 외적 가상일의 변화율은 다음과 같이 쓸 수 있다(Hibit et al., 1970).

$$\dot{W}_{\text{internal}} = \int_{V'} s_{ij}^{t+\Delta t} \delta \dot{F}_{,i} dV' \quad (10)$$

$$\dot{W}_{\text{external}} = \int_{V'} b_i^{t+\Delta t} \delta v_i dV' + \int_{S'} f_i^{t+\Delta t} \delta v_i dV' \quad (11)$$

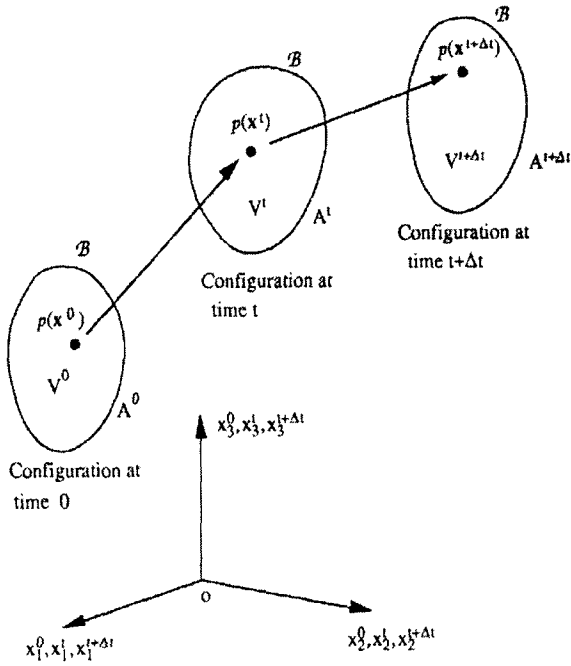


Fig. 1 Motion of body in stationary Cartesian coordinate system

여기서, b_i, f_i 는 각각 체적력(body force) 및 표면력(surface traction)을 의미하는 외력항들이다. $s_{ij}^{t+\Delta t}$ 는 시각 t 의 형상을 기준으로 하여 표시된 시각 $t + \Delta t$ 에서의 제1차 Piola-Kirchhoff 응력을 의미하며 F_{ji} 는 이와 에너지 공액을 이루는 변형구배 텐서(deformation gradient tensor)이다. 따라서 각각은 다음과 같이 풀어 쓸 수 있다.

$$s_{ij}^{t+\Delta t} = s_{ij}^t + \Delta s_{ij} = \sigma_{ij}^t + \Delta s_{ij} \quad (12)$$

$$F_{ji} = \frac{\partial \dot{x}_j^{t+\Delta t}}{\partial x_i^t} = \frac{\partial (x_j^t + \dot{u}_j)}{\partial x_i^t} = \frac{\partial v_j^{t+\Delta t}}{\partial x_i^t} \quad (13)$$

(10)(11)식의 등치조건에 (12)(13)식을 대입하면 다음 식으로 쓸 수 있다.

$$\int_{V^t} (\sigma_{ij}^t + \Delta s_{ij}) \delta \left(\frac{\partial v_j^{t+\Delta t}}{\partial x_i^t} \right) dV^t = R^{t+\Delta t} \quad (14)$$

이때,

$$R^{t+\Delta t} = \int_{V^t} b_i^{t+\Delta t} \delta v_i^{t+\Delta t} dV^t + \int_{S^t} f_i^{t+\Delta t} \delta v_i^{t+\Delta t} dS^t \quad (15)$$

이 된다. 또한 \dot{s}_{ij} 는 다음 식으로 표현 가능하다(Hibit et al., 1970).

$$\begin{aligned} \dot{s}_{ij} &= \check{\tau}_{ij} - \sigma_{kj} D_{ki} - \sigma_{ik} D_{kj} + \sigma_{ik} \left(\frac{\partial v_k}{\partial x_j} \right) \\ &= \check{\tau}_{ij} - \frac{1}{2} \sigma_{kj} (v_{k,i} + v_{i,k}) - \frac{1}{2} \sigma_{ik} (v_{k,j} + v_{j,k}) + \sigma_{ik} v_{j,k} \quad (16) \\ &= \check{\tau}_{ij} + \Sigma_{ijkl} v_{l,k} \end{aligned}$$

여기서, D_{ij} 는 변형속도(velocity strain)텐서이며, Σ_{ijkl} 은 다음과 같이 표현된다.

$$\Sigma_{ijkl} = -\frac{1}{2} [\sigma_{ij} \delta_{ik} + \sigma_{kj} \delta_{il} + \sigma_{il} \delta_{jk} - \sigma_{ik} \delta_{jl}] \quad (17)$$

(16)식을 (14)식에 대입하면 (18)식이 유도 된다. (이하 첨자 t 는 생략하여 표시한다.)

$$\Delta t \int_V (\check{\tau}_{ij} + \Sigma_{ijkl} v_{l,k}) \delta v_{j,i} dV = R^{t+\Delta t} - \int_V \sigma_{ij} \delta v_{j,i} dV \quad (18)$$

여기서, $\check{\tau}_{ij}$ 와 σ_{ij} 가 대칭 텐서이므로 다음 식들이 성립한다.

$$\check{\tau}_{ij} \delta v_{j,i} = \check{\tau}_{ij} \text{sym}(\delta v_{j,i}) = \check{\tau}_{ij} \delta D_{ij} \quad (19)$$

$$\sigma_{ij} \delta v_{j,i} = \sigma_{ij} \text{sym}(\delta v_{j,i}) = \sigma_{ij} \delta D_{ij} \quad (20)$$

그리고, (9)식을 (19)(20)식과 함께 (18)식에 대입한다.

$$\begin{aligned} \Delta t \int_V \{ \check{C}_{ijkl} D_{kl} \delta D_{ij} + \Sigma_{ijkl} v_{l,k} \delta v_{j,i} \} dV \\ = R^{t+\Delta t} - \int_V (\sigma_{ij} - \check{\sigma}_{ij} \dot{\Delta} t) \delta D_{ij} dV \quad (21) \\ = R^{t+\Delta t} - \left(1 - \frac{\dot{\Delta} t}{1 - \dot{\Delta} t} \right) \int_V \sigma_{ij} \delta D_{ij} dV \end{aligned}$$

3.3 증분형 강성방정식의 유도

정식화의 편의를 위하여 (21)식의 각 변수들을 벡터 및 행렬 형태로 표현한다.

$$\begin{aligned} D_{ij} &\rightarrow \{D\}, \quad v_{j,i} \rightarrow \{v_{,i}\}, \quad \sigma_{ij} \rightarrow \{\sigma\}, \\ \Sigma_{ijkl} &\rightarrow [\Sigma], \quad \check{C}_{ijkl} \rightarrow [\check{C}_{ep}] \quad (22) \end{aligned}$$

그리고 요소내부 임의의 질점의 속도벡터 $\{v\}$ 를 절점속도벡터 $\{v_d\}$ 와 형상함수 $[N]$ 의 곱으로 (23)식과 같이 나타낼 수 있고, (23)식을 적절히 미분함으로써 (24)(25)식이 유도된다.

$$\{v\} = [N] \{v_d\} \quad (23)$$

$$\{D\} = [B_L] \{v_d\} \quad (24)$$

$$\{v_{,i}\} = [B_{NL}] \{v_d\} \quad (25)$$

따라서 D_{ij} 및 $v_{j,i}$ 의 변분은 다음 식과 같이 쓸 수 있으며

$$\delta \{D\} = [B_L] \delta \{v_d\} \quad (26)$$

$$\delta \{v_{,i}\} = [B_{NL}] \delta \{v_d\} \quad (27)$$

(21)식에 위 식들을 대입하게 되면 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} \int_V \Delta t \delta \{v_d\}^T [[B_L]^T [\check{C}_{ep}] [B_L] + [B_{NL}]^T [\Sigma] [B_{NL}]] \{v_d\} dV \\ = \int_V \delta \{v_d\}^T [N]^T \{b\} dV + \int_S \delta \{v_d\}^T [N]^T \{f\} dS \quad (28) \\ - \left(1 - \frac{\dot{\Delta} t}{1 - \dot{\Delta} t} \right) \int_V \delta \{v_d\}^T [B_L]^T \{\sigma\} dV \end{aligned}$$

여기서, 시각 t 와 $t + \Delta t$ 구간에서는 변형속도가 $\{v_d\}$ 로 균일한 것으로 간주하여 다음과 같은 선형화 가정을 도입한다.

$$\{v_d\} \Delta t = \{\Delta u\}, \quad \dot{d} \Delta t = \Delta d \quad (29)$$

이 때, $\{\Delta u\}$ 는 절점변위증분벡터를 의미하며 (29)식을 (28)식에 대입하면 증분형 강성방정식이 다음과 같이 유도된다.

$$([K_L] + [K_{NL}]) \{\Delta u\} = \{F_f\} - \{F_s\} \quad (30)$$

이때, 각 강성행렬 및 하중벡터들은 다음과 같이 정의된다.

$$[K_L] = \int_V [B_L]^T [\tilde{C}_{ep}] [B_L] dV \quad (31)$$

$$[K_{NL}] = \int_V [B_{NL}]^T [\Sigma] [B_{NL}] dV \quad (32)$$

$$\{F_f\} = \int_V [N]^T \{b\} dV + \int_S [N]^T \{f\} dS \quad (33)$$

$$\{F_s\} = g(d) \int_V [B_L]^T \{\sigma\} dV \quad (34)$$

$$g(d) = 1 - \frac{\Delta d}{1-d} \quad (35)$$

여기서 $[K_L]$ 은 선형 강성행렬, $[K_{NL}]$ 은 초기응력에 의한 비선형 강성행렬이다. $\{F_s\}$ 항은 구간별 선형화 가정에 따르는 불평형력이며 손상의 발전에 따른 영향이 부가됨을 의미한다.

4. 수치계산 및 고찰

4.1 탄소성-손상 유한요소해석 프로그램

유한요소 정식화 과정을 적용하여 대변형, 대회전을 고려한 2차원 평면문제(plane stress /plane strain)의 탄소성-손상 유한요소해석 프로그램을 구성하였다. 증분형 비선형 평형방정식을 풀기 위한 수치적 알고리즘으로는 Riks(1972) 방법에 기본을 둔 호장증분법(arc length method)에 따라 변위 증분량을 결정하고 해의 수렴을 위한 반복계산법으로는 modified Newton-Raphson(m.N.R.) 방법을 결합하여 사용하였다.

4.2 구성방정식 모델의 재료상수

Chow and Wang(1987, 1988)은 알루미늄 합금 2024-T3 의 인장시험을 수행하여 겉보기 탄성계수 및 Poisson 비의 변화를 측정, 제시하고 있으며 이 측정결과를 바탕으로 하여 (7)식의 손상발전식과 관련된 재료상수 a, β 및 등방경화 관련계수 σ_y, c, n 값들이 Table 1 과 같이 결정된다(노, 2000).

4.3 유공 정사각형 평판의 해석

대부분의 대변형률 문제는 심한 비선형성으로 인하여 구조물의 거동 중에서도 가장 까다로운 고도의 해석 기술이 요구되고 있다. 일반적인 구조물에서 탄소성 변형에 동반되는 변형

Table 1 Material constants for plastic-damage analysis

Material constants		Value
Elastic modulus	E	73600 MPa
Poisson's ratio	ν	0.35
Yield stress	σ_y	350 MPa
Isotropic hardening parameters	c	31
	n	0.36
Damage evolution parameters	α	1.4
	β	11.7

률의 크기는 2-3%를 초과하는 경우가 드물지만 네킹, 금속성형(metal forming) 등 몇몇 특수한 변형상태에서는 변형률이 수십 %에 이르는 경우도 있을 수 있다. 이러한 부류의 변형상태 하에서는 변형이 초기형상에 비해 서 엄청나게 커질 수 밖에 없기 때문에 기하학적 비선형 거동이 필연적으로 동반된다. 본 연구에서 적용된 기하학적 비선형 해석 기법은 이미 참고문헌(Shin et al., 1997)에서 단순 인장 후 90° 회전, 보의 대변형 문제에 대한 해석 결과를 검토함으로써 그 타당성을 입증한 바 있다. 본 논문에서는 Shin 등(1997)이 이방성 손상문제에 따른 바 있는 유공 정사각형 평판의 대변형 인장 문제를 등방성 손상을 적용하여 다시 해석함으로써 대변형, 대변형률 거동시 수반되는 소성변형과 손상의 발생, 진전과정을 고찰하였다. 중앙에 직경 36cm의 원공을 가진 한변의 길이가 72cm의 정사각형 평판을 인장시키면서 원호 주변에서 발생하는 소성변형의 진전상태를 검토하였다. 유한요소해석 모델링의 범위, 경계조건 등은 Fig. 3에 정리한 바와 같다. 그리고 변형 단계별 등가응력의 분포를 Fig. 4에 나타내었다.

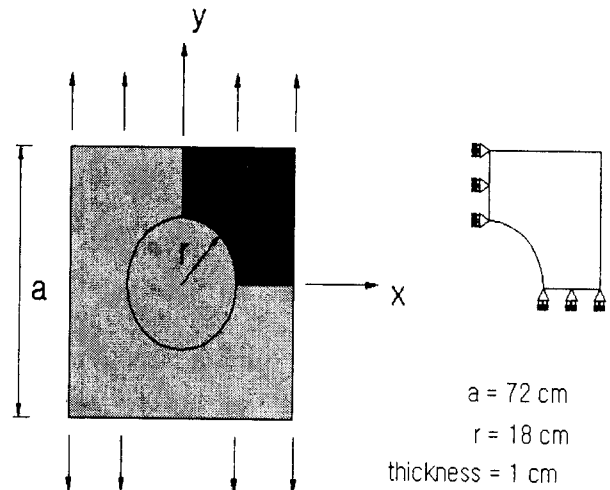


Fig. 3 Extension of square plate with a central hole

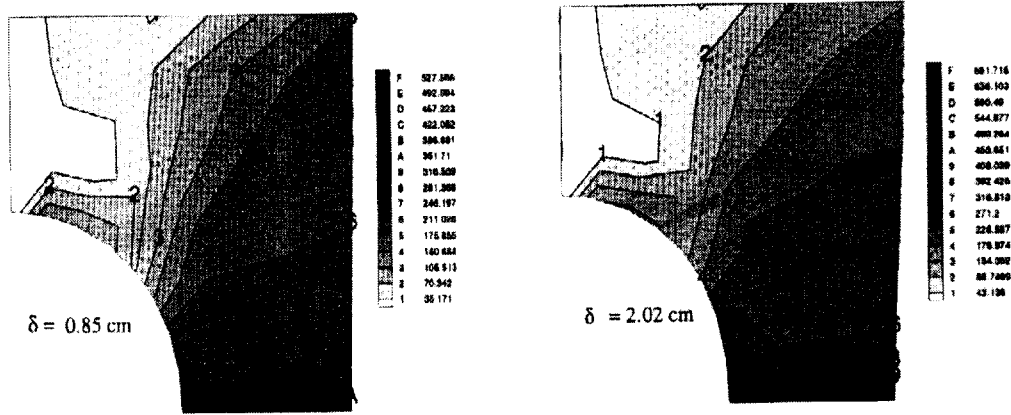


Fig. 4 Contour map of effective stresses

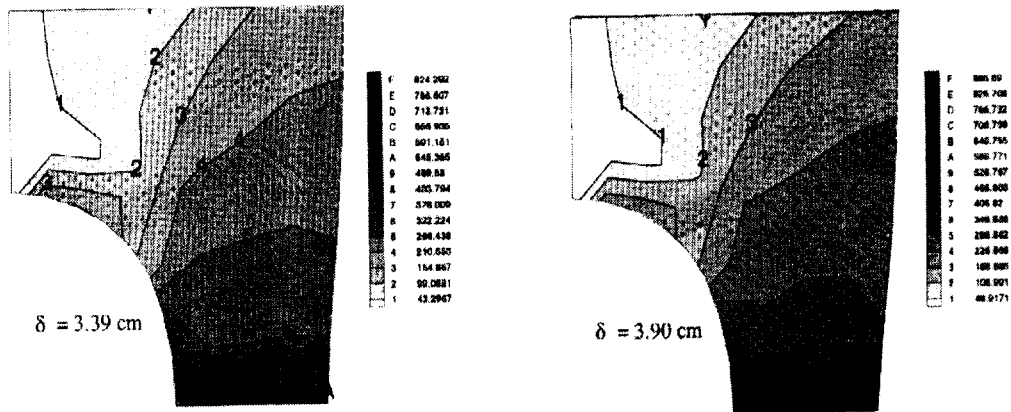


Fig. 4 Continued

4.4 외팔보의 탄소성 손상해석

Fig. 5와 같이 단부에 집중 횡하중을 받고 있는 외팔보의 탄소성 손상 거동을 해석하고 이 때 보에서 발생하는 변형, 응력 및 손상을 Fig. 6에 도시하였다. 변형이 진행될수록 고정단에서의 고응력이 집중되고 이로 인하여 소성역이 중립면 부분으로 확장됨으로써 소성 관철화 하는 양상을 볼 수 있다. 그리고 이 때 등방성 소성 손상은 소성역을 중심으로 발전되고 있음을 확인할 수 있다.

5. 결 론

본 논문에서는 최근에 이루어진 연속체 손상역학 분야의 연구를 바탕으로 하여 구조물의 소성변형 현상을 추적함에 있어서 기존의 소성해석이론이 갖는 한계를 극복하여 변형과정에서 발생하는 재료자체의 손상까지 고려할 수 있는 좀더 합리적인 구조안전성 평가기법을 연구하는 데 그 목적을 두었으며 다음과 같은 몇 가지 연구결과를 얻었다.

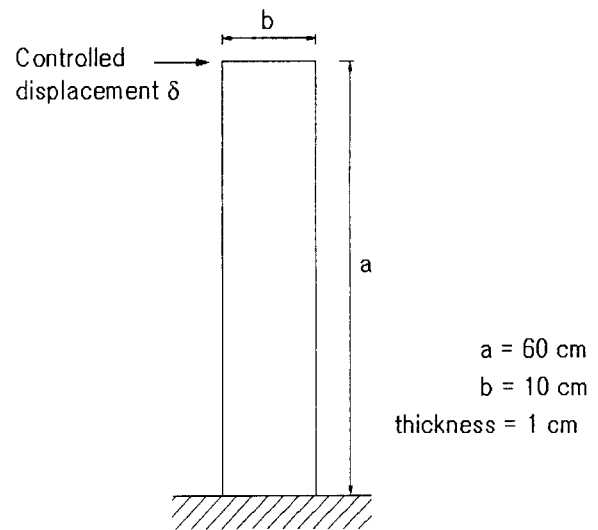


Fig. 5 Plastic bending of cantilever beam

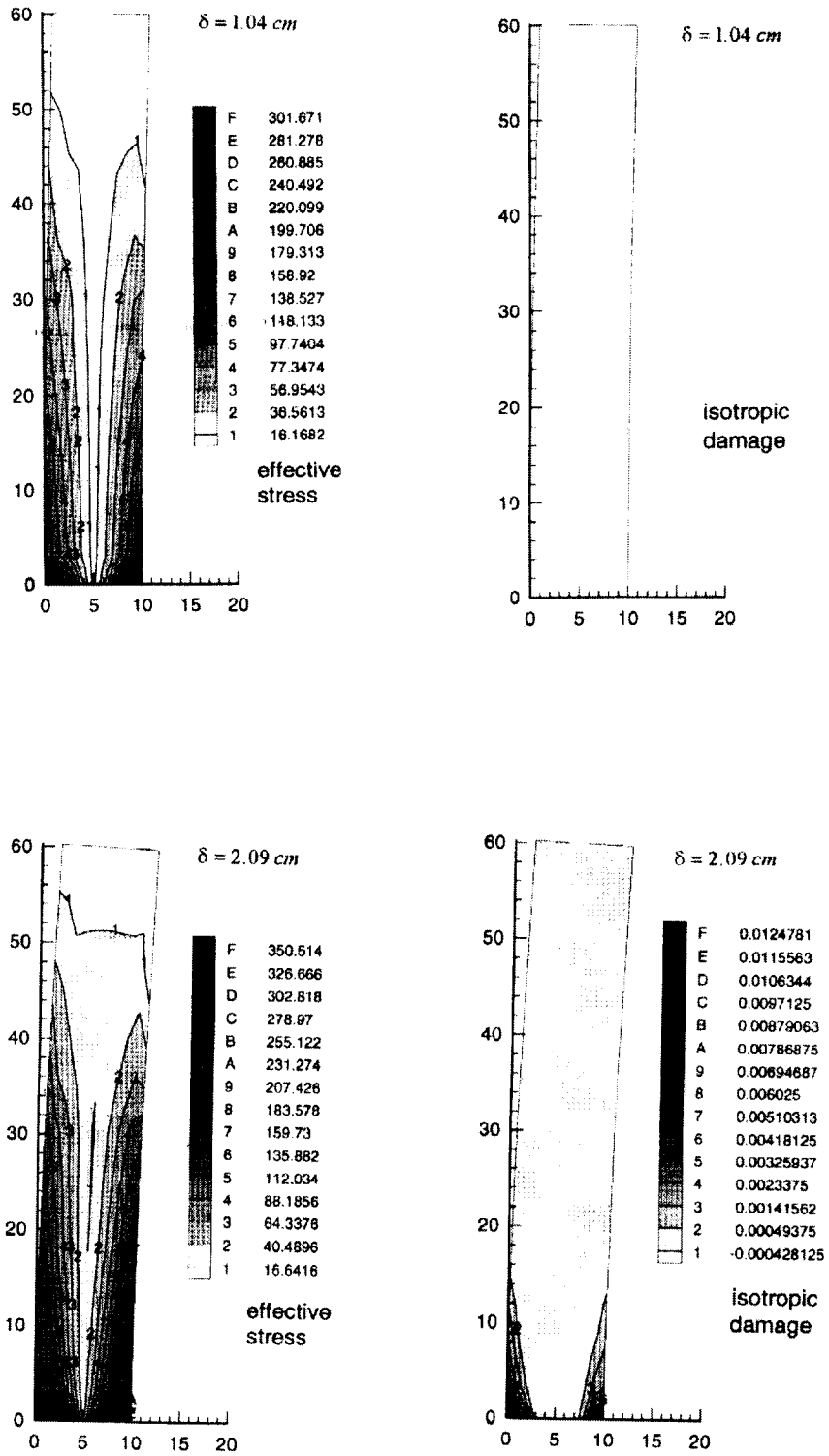


Fig. 6 Contour map of effective stresses and isotropic damage

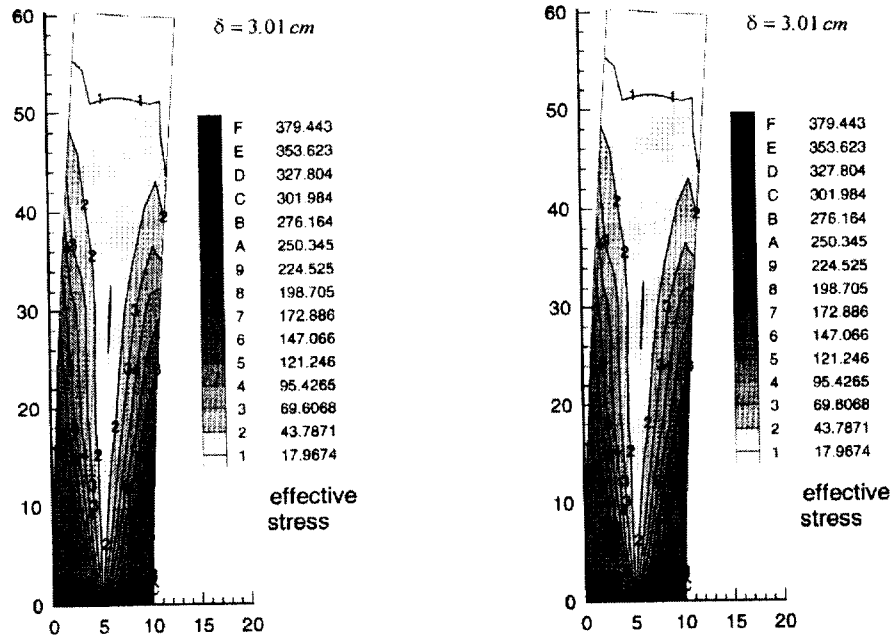


Fig. 6 Continued

- (1) 재료가 소성변형을 겪을 때, 발생하는 소성손상을 등방성 손상으로 가정하여 정식화한 전보(노, 2000)의 구성방정식 모델을 적용하여 탄소성-손상 유한요소의 정식화과정을 정립하였다. 탄소성 변형 문제에 있어서 변형의 비선형 기하학을 기본으로 하여 대변형, 대회전문제를 고려하였으며, 2 가지 예제에 대한 시계산을 통하여 그 타당성을 검토하였다.
- (2) 본 연구에서 채택된 탄소성-손상 구성방정식은 재료의 손상이라는 새로운 정보를 제시할 수 있을 뿐만 아니라 작용응력 또한 손상을 고려함으로써 실제 재료가 받게되는 유효응력의 개념을 도입하고 있기 때문에 재료의 강도 및 내하력에 대한 좀더 합리적인 평가 기준을 제공할 수 있다.
- (3) 좀더 합리적인 해석결과를 제시하기 위해서는 여러 가지 구조 재료에 대한 다양하고 정밀한 실험을 통하여 좀더 현실성 있는 손상발전식을 개발하는 연구가 우선되어야 할 것이다.

참 고 문 헌

김승조, 박승배, 김위대, 이해경(1990). “반복하중에 따른 재료의 손상계수 규명과 손상해석에 관한 연구, II. 유한요소해석”, 한국항공우주학회지, 제18권, 제2호, pp 50~59.
 노인식(2000), “등방성손상을 고려한 탄소성 대변형 문제의 유한요소 해석(제1보)”, 한국해양공학학회지, 제14권 2호.
 Chow, C. L., and Wang, J.(1987). “An Anisotropic Theory of Continuum Damage Mechanics for Ductile Fracture”, Engineering Fracture Mechanics, Vol. 27, pp 547~558.
 Chow, C. L., and Wang, J.(1988). “A Finite Element Analysis of Continuum Damage Mechanics for Ductile Fracture”,

International Journal of Fracture, Vol. 38, pp 3~16.
 Cheng, Y. M., and Tsui, Y.(1992). “Limitations to the Large Strain Theory”, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 33, pp 101~114.
 Gadala, M. S., Dokainish, M. A., and Oravas, G. A. E.(1984). “Formulation Methods of Geometric and Material Nonlinearity Problems”, International Journal of Numerical Methods in Engineering, Vol. 20, pp 887~914.
 Hibbitt, H. D., Marcal, P. V., and Rice, J. R.(1970). “A Finite Element Formulation for Problems of Large Strain and Large Displacement”, International Journal of Solids and Structures, Vol. 20, pp 1069~1086.
 Kachanov, L. M.(1958). “Time of the Rupture Process under Creep Conditions”, Izv. AN SSSR., Otd. Tekh. Nauk., No. 8, pp 26~31(in Russian).
 Kim, S. J., and Oden, J. T.(1985). “Finite Element Analysis of a Class of Problems in Finite Elastoplasticity based on the Thermodynamical Theory of Materials of Type-N”, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 53, pp 277~302.
 Lemaitre, J. and Chaboche, J. L.(1987). Mechanics of Solid Material, Cambridge University Press.
 McMeeking, R. M., and Rice, J. R.(1975). “Finite Element Formulations for Problems of Large Elastic-Plastic Deformation”, International Journal of Solids and Structures, Vol. 11, pp 601~616.
 Nho, I. S., Shin, J. G. and Yim, S. J.(1997). “A finite element

- approach to anisotropic damage of ductile materials in large deformations. Part I: An anisotropic ductile elastic-plastic-damage model", International Journal of Fracture, Vol. 84, No. 3, pp 261~277.
- Riks, E.(1972). "An Incremental Approach to the Solution of Snapping and Buckling Problems", International Journal of Solids and Structures, Vol. 15, pp 529~551.
- Shin, J. G., Nho, I. S. and Yim, S. J.(1997). "A finite element approach to anisotropic damage of ductile materials in large deformations. Part II: Finite element formulation and applications", International Journal of Fracture, Vol. 84, No. 3, pp 279~295.
- 山田嘉昭(1980). "塑性・粘弾性 有限要素法の基礎と應用シリーズ6", 培風館.
-
- 1999년 12월 2일 원고 접수
2000년 5월 4일 수정본 채택