

비선형 에너지 추적기를 중첩 사용한 근접된 톤 신호의 검출

정희원 황성수*, 이용환*

A Tone Detector Using Cascaded Nonlinear Energy Trackers

Sung-Soo Hwang*, Yong-Hwan Lee* *Regular Members*

요약

주파수 영역에서 근접한 톤 신호에 대해서 Teager-Kaiser 알고리즘^[1]이라고 알려진 비선형 에너지 추적기를 이용한 검출 방식^[2]이 제안된 바 있으나 사용되는 필터 설계에 따라 검출 성능 및 속도가 좌우된다. 본 논문에서는 두 개의 비선형 에너지 추적기를 직렬 연결한 구조를 이용하여 주파수 영역에서 근접한 톤 신호를 보다 효율적으로 검출하는 방식을 제안한다. 분석적으로 설계된 검출기의 정검출 및 오검출 성능을 모의 실험을 통하여 검증하고, 기존에 제안된 방식과 비교한다. 제안된 방식은 기존 방식에 비해 복잡도가 개선되고 검출 시간을 줄일 수 있다.

ABSTRACT

Teager-Kaiser algorithm^[1] that can track the energy of tone signals with simple nonlinear operations, has been applied to detection of tone signals closely spaced in frequency^[2]. The performance of the previous detector depends upon the performance of internal filters. An improved scheme is proposed in this paper by employing the nonlinear energy trackers in cascade. The proposed detector is analytically designed and verified by computer simulation. It shows that the new detection scheme improves the detection performance while reducing the implementation complexity.

I. 서론

많은 통신 시스템에서 초기에 송수신기의 동작 모드 설정과 이에 대한 응답 신호로 여러 가지 톤 신호들을 사용하고 있다. 초기화 시간을 단축하기 위해선 이러한 톤 신호들에 대한 빠르고 정확한 검출이 필요하다. 일례로 V.34 음성 대역 모델에서는 ITU-T V.8, V.25에 정의된 진폭 변조된 톤 신호와 보통의 톤 신호가 동작 모드 설정과 그 응답 신호로 사용되고 있다.

일반적인 톤 신호의 검출은 notch 필터를 이용하여 톤 신호 에너지의 유무를 가리는 방식^[3]이나 입력 신호에 대해 DFT (Discrete Fourier Transform)를 이용하는 방식^[4]등이 있으나 주파수가 매우 근접한 톤 신호에 대해서는 간단하게 검출하기가 어렵

다. 주파수가 매우 근접한 신호에 대해서도 침예한 notch 필터를 사용하지 않고 Teager-Kaiser (T-K) 알고리즘^[1]이라고 알려진 비선형의 에너지 추적기를 이용하는 검출기가 제안된 바가 있다^[2]. T-K 알고리즘은 톤 신호의 입력 샘플 세 개로부터 톤 신호의 위상에 관계 없이 톤의 에너지에 비례하는 값을 추적할 수 있는 비선형 처리 기법으로, 입력 신호 $s(t)$ 가 주파수 f_s 로 표본화 되는 경우, 시간 $t = kT_s (= k/f_s)$ 에서 T-K 알고리즘의 출력은^[1]

$$T(k) = s^2(k) - s(k+1)s(k-1) \tag{1}$$

로 주어진다. 톤 신호 $s(t) = A \cos(2\pi f_c t + \theta)$ 가 입력될 경우, T-K 알고리즘의 출력은

$$T(k) = A^2 \sin^2(2\pi f_r) \tag{2}$$

* 서울대학교 전기공학부
논문번호 : 99315-0809, 접수일자 : 1999년 8월 9일

가 되어 표본화 위상에 관계 없이 톤 신호의 에너지와 톤 주파수에 비례하는 출력을 갖게 된다. 여기서 $f_r = f_c/f_s$ 이므로 $f_s = 4f_c/(2n+1)$, $n=0, 1, 2, \dots$, 로 표본화할 때에 $T(k)$ 가 최대값을 갖게 된다.

주파수 f_o 인 톤 신호가 f_c 의 주파수로 진폭 변조된 입력 신호

$$s(t) = A[1 + \rho \cos(2\pi f_o t + \phi)] \cos(2\pi f_c t + \theta) \quad (3)$$

를 f_s 로 표본화하여 T-K 알고리즘을 적용시키면 그 출력은

$$T(k) = A^2[1 + \rho \cos(2\pi f_d k + \phi)]^2 \sin^2(2\pi f_r) + A^2 \left[\frac{\rho^2 \sin^2(2\pi f_d) + 2\rho(1 - \cos 2\pi f_d)}{\cos(2\pi f_d k + \phi)} \right] \cdot [\cos^2(2\pi f_r k + \theta) - \sin^2(2\pi f_r)] \quad (4)$$

가 된다. 여기서 $f_d = f_o/f_s$ 이다. 만약 $f_d \ll 1$ 이라면, $\cos 2\pi f_d \approx 1$, $\sin 2\pi f_d \approx 0$ 이 되어 식 (4)의 두 번째 항은 무시될 수 있다. 따라서 반송파 주파수에서 근접하게 진폭 변조된 톤 신호에 대한 T-K 알고리즘의 출력은 포락선 에너지 추적기의 성질을 갖게 된다.

T-K 알고리즘을 이용한 기존 방식은 톤 신호의 에너지 차이를 구하는 데 사용되는 저역 통과 필터(LPF)의 성능에 따라 검출기 설계 변수들이 영향을 받게 되어 검출기의 성능이 필터 설계에 크게 좌우된다. 본 논문에서는 두 개의 비선형 에너지 추적기를 직렬 연결한 구조를 도입하여 기존 방식에 비해 구조가 간단하며 검출 성능이 개선된 톤 검출기를 제안하고, 검출기의 성능을 이론적으로 분석한다. 제안된 톤 검출기의 분석적 설계와 성능을 전산 모의 실험을 통하여 검증한다.

II 장에서는 T-K 알고리즘이라 불리는 비선형 에너지 추적기를 직렬로 중첩 연결하여 ITU-T V.8, V.25에 정의된 신호를 검출하는 새로운 방식을 제안한다. III 장에서는 이론적으로 설계된 검출기의 성능을 전산 모의 실험을 통하여 평가 하고, IV 장

에서 결론을 맺는다.

II. 비선형 에너지 추적기를 중첩 사용한 톤 검출기

단순한 두 개의 가정 H_0, H_1 조건에 대해 다음과 같이 주파수 영역에서 매우 근접된 두 개의 톤 신호가 사용될 경우를 고려한다^[5].

$$s(t) = \begin{cases} A_0 \cos(2\pi f_c t + \theta) \equiv s_0(t) & : H_0 \\ A_1 [1 + \rho \cos(2\pi f_o t + \phi)] \cos(2\pi f_c t + \theta) \equiv s_1(t) & : H_1 \end{cases} \quad (5)$$

여기서 $f_o \ll f_c$ 이고 두 신호의 에너지가 같도록 $A_0 = A_1 \sqrt{1 + \rho^2/2}$ 이 되게 한다. 시간 $t = kT_s$ 에서 표본화된 수신 신호는 가정 H_i 하에서

$$r_i(k) = s_i(k) + n(k), \quad i=0,1 \quad (6)$$

와 같이 나타내질 수 있다. 여기서, $n(k)$ 는 평균이 영이고 분산이 σ_n^2 인 백색 가우시안 잡음을 나타낸다.

새로 제안된 톤 검출기의 블록도를 그림 1에 도시하였다. 제안된 톤 신호 검출기의 동작 원리를 설명하기 위해 잡음이 없는 경우를 고려하면, 수신 신호는 각 가정 H_0, H_1 하에서 그림 2의 $r_i(k)$ 와 같이 나타난다. 수신 신호 $r_i(k)$ 가 비선형 에너지 추적기를 통과하고 나면 T-K 알고리즘의 성질로부터 그림 2와 같이 상수 신호 또는 상수에 톤 신호가 더해진 출력 $T_i(k)$ 를 갖게 된다. $T_i(k)$ 의 잡음과 T-K 알고리즘의 비선형 연산에 의해 발생된 $2f_o$ 이상의 톤 신호 성분과 직류 성분을 없애기 위해 대역 통과 필터(BPF)를 통과시키면 두 신호의 검출 문제는 그림 2의 $h_i(k)$ 와 같이 톤 신호의 유무를 가리는 검출 문제로 귀결될 수 있다. 여기까지의 비선형 에너지 추적기를 이용한 사전 처리는 그림 3에 도시한 기존 방식^[2]과 동일하다.

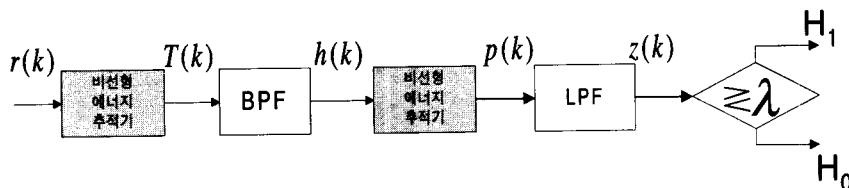


그림 1. 제안된 톤 검출기의 블록도

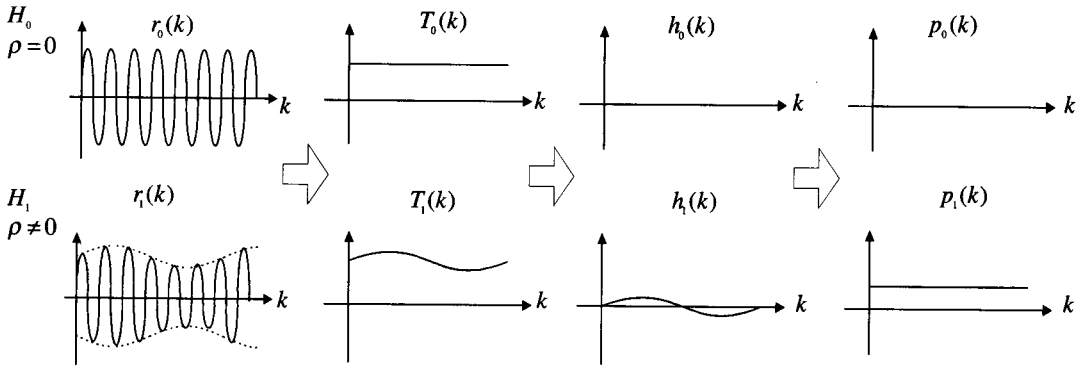


그림 2. 제안된 검출기의 동작 원리

기존 방식에서는 톤 신호의 유무를 가리기 위하여 그림 3의 점선으로 둘러 쌓인 부분에 도시한 것과 같은 구조를 사용하였다. H_1 가정 하에서는 첫 번째 LPF가 $h(k)$ 의 톤 신호를 차단한 $u(k)$ 의 에너지와 $h(k)$ 의 톤 신호를 그대로 통과시킨 $v(k)$ 의 에너지의 차이가 $x(k)$ 에 출력되어 $h(k)$ 의 톤 신호 에너지에 해당하는 상수항이 출력되고, H_0 가정 하에서는 $h(k)$ 가 잡음 성분만을 포함하므로 $x(k)$ 에도 잡음 성분만 남게 된다. 기존 방식에서는 $x(k)$ 가 각 가정 하에서 분산과 평균이 다른 가우시안 확률 변수로 모델링하여 설계된 고정된 표본 개수를 이용한 검출기를 사용하였다. 그러나 잡음의 전력이 두 개의 LPF 성능에 크게 영향을 받으므로 검출기 성능에 직접적으로 영향을 미치게 된다.

새로 제안된 검출기 구조는 H_1 가정 하에서 $h(k)$ 에 출력되는 톤 신호의 주파수에 출력 에너지가 최대가 되는 비선형 에너지 추적기를 통과시키면 $p(k)$ 에 그림 2와 같이 H_1 가정 하에서는 톤 신호의 위상에 관계없는 상수 성분이, H_0 가정 하에서는 잡음 성분만 출력되어 상수 성분의 유무를 가리는 단순한 이진 검출 문제로 귀결된다. 따라서 $p(k)$ 의 확률 분포 특성으로부터 최적의 검출기를 분석적으로 설계할 수 있다. 새로 제안된 구조는 기

존 방식에 비해 LPF 설계가 필요 없고 그림 3의 점선으로 표시된 부분이 비선형 에너지 추적기 하나로 대체되어 연산량을 크게 줄일 수 있다.

검사 변수의 확률 분포 특성을 알아내기 위해 잡음에 의한 영향을 고려한다. 그림 1에서 수신 신호는 먼저 비선형 에너지 추적기에 의해 사전 처리된다. 식 (6)으로 주어진 수신 신호 $x(k)$ 가 비선형 에너지 추적기에 입력되면 출력은

$$T(k) = s^2(k) - s(k+1)s(k-1) + n(k)^2 - n(k+1)n(k-1) + 2s(k)n(k) - s(k+1)n(k-1) - s(k-1)n(k+1) \quad (7)$$

이 된다. 신호 $s(k)$ 와 잡음 $n(k)$ 사이에 상관 관계가 없다고 가정하면 $T(k)$ 의 평균은

$$m_{T,i}(k) \equiv E\{T(k)|H_i, i=0,1\} = \begin{cases} s_i^2(k) - s_i(k+1)s_i(k-1) + \sigma_n^2 & :H_0 \\ A_1^2(1+\rho^2/2)\sin^2(2\pi f_r) + \sigma_n^2 & :H_1 \\ C_1 + C_2 \cos(2\pi f_d k + \phi) + C_3 \cos[2(2\pi f_d k + \phi)] + C_4 \cos[2(2\pi f_r, k + \theta)] & :H_1 \end{cases} \quad (8)$$

와 같이 주어진다. 여기서 가정 H_1 에서의 상수항은

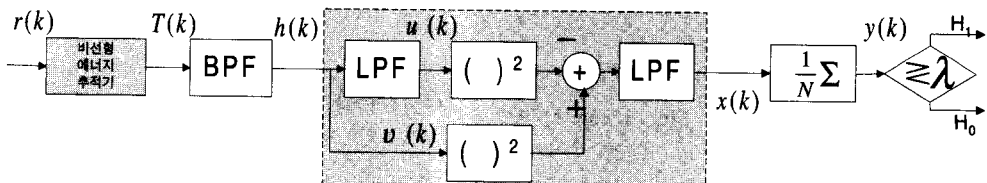


그림 3. 비선형 에너지 추적기를 이용한 기존의 톤 검출기의 블록도

각각

$$\begin{aligned}
 C_1 &= A_1^2 \left[\left(1 + \frac{\rho^2}{2}\right) \sin^2(2\pi f_r) + \frac{\rho^2}{2} \cos 4\pi f_r \sin^2(2\pi f_d) \right] + \sigma_n^2 \\
 C_2 &= A_1^2 \rho [1 - \cos 2\pi f_d \cos 4\pi f_r] \\
 C_3 &= \frac{A_1^2 \rho^2}{2} \sin^2(2\pi f_r) \\
 C_4 &= \frac{A_1^2}{2} [\rho^2 \sin^2(2\pi f_d) + 2\rho(1 - \cos 2\pi f_d) \cos(2\pi f_d k + \phi)] \quad (9)
 \end{aligned}$$

으로 주어지며, $T(k)$ 의 분산은 각 가정하에서 다른 값을 갖게 되며

$$\begin{aligned}
 \sigma_{T_i}^2 &\equiv \text{var} \{ T(k) | H_i \} \\
 &= 3\sigma_n^2 + \sigma_n^2 [4s_i^2(k) + s_i^2(k+1) + s_i^2(k-1)], \quad i=0, 1 \quad (10)
 \end{aligned}$$

으로 주어진다.

식 (8)에서 공통적으로 포함되어 있는 직류 성분과 주파수 f_d 보다 높은 성분을 차단하는 BPF를 통과시키면 잡음이 있는 환경에서 톤 신호의 유무를 가리는 문제로 귀결된다. 가정 $H_i, i=0,1$, 하에서 BPF를 통과한 신호 분산이 이득 a_i 를 갖는다면, BPF의 출력 $h(k)$ 의 평균과 분산은

$$m_{h_i}(k) \equiv E\{ h(k) | H_i \} = \begin{cases} 0 & : H_0 \\ A_h \cos(2\pi f_d k + \phi) & : H_1 \end{cases} \quad (11)$$

$$\sigma_{h_i}^2 \equiv \text{var} \{ h_i(k) | H_i \} = a_i \sigma_{T_i}^2, \quad i=0, 1 \quad (12)$$

로 주어진다.

여기서 $A_h = A_1^2 \rho [1 - \cos 2\pi f_d \cos(4\pi f_r)]$ 이다. 주목할 사항은 식 (10)으로 주어진 분산이 각 가정하의 톤 신호 성분을 포함하므로 각 가정 하에서 이득 a_i 도 다르게 된다는 사실이다. 따라서 BPF의 출력 $h(k)$ 를 다음과 같이 모델링할 수 있다.

$$h(k) = \begin{cases} q_0(k) & : H_0 \\ m_{h_1}(k) + q_1(k) & : H_1 \end{cases} \quad (13)$$

여기서 $q_i(k), i=0,1$, 는 BPF를 통과한 잡음 성분으로 중심 극한 정리 (central limit theorem)^[6]에 의하여 평균이 0이고 분산은 식 (12)로 주어지는 가우시안 확률 변수이며 표본 사이에 상관 관계가 없다고 가정할 수 있다.

$h(k)$ 에 비선형 에너지 추적기 알고리즘을 적용할 때, 검출하고자 하는 톤 주기의 $(2n+1)/4$ 배에 해당하는 시각의 표본을 입력으로 해야 출력이 최대가 되므로

$$p(k) = h^2(k) - h(k+M)h(k-M) \quad (14)$$

와 같이 적용한다. 여기서

$$M = \left\lfloor \frac{2n+1}{4f_d} \right\rfloor, \quad n=0, 1, 2, \dots \quad (15)$$

으로 $\lfloor x \rfloor$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수이고 빠른 검출을 위해 $n=0$ 일 때의 M 값을 선택한다. 두 번째 비선형 에너지 추적기의 출력에도 잡음과 신호가 곱해진 항이 남아 있으므로 잡음의 영향을 줄이기 위해선 LPF가 필요하다.

각 가정 H_0, H_1 하에서의 $p(k)$ 의 평균값은

$$\begin{aligned}
 E\{p(k)|H_0\} &= E\{h^2(k) - h(k+M)h(k-M)|H_0\} \\
 &= E\{q_0^2(k) - q_0(k+M)q_0(k-M)\} \quad (16) \\
 &= E\{q_0^2(k)\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E\{p(k)|H_1\} &= E\{h^2(k) - h(k+M)h(k-M)|H_1\} \\
 &= E\{m_{h_1}(k) - m_{h_1}(k+M)m_{h_1}(k-M) + q_1^2(k) - q_1(k+M)q_1(k-M) \\
 &\quad + 2m_{h_1}(k)q_1(k) - m_{h_1}(k+M)q_1(k-M) - m_{h_1}(k-M)q_1(k+M)\} \\
 &= E\{m_{h_1}(k) + 2m_{h_1}(k)q_1(k) + q_1^2(k) - m_{h_1}(k+M)m_{h_1}(k-M)\} \\
 &= E\{[m_{h_1}(k) + q_1(k)]^2 - m_{h_1}(k+M)m_{h_1}(k-M)\} \quad (17)
 \end{aligned}$$

으로 주어진다. $E\{p(k)|H_0\}$ 은 평균이 0인 가우시안 확률변수의 제곱의 평균값으로 주어지므로 central Chi-square 분포를 가지고 $E\{p(k)|H_1\}$ 은 평균이 0이 아닌 가우시안 확률 변수의 제곱 형태로 근사시킬 수 있으므로 noncentral Chi-square 분포를 가지는 확률 변수로 모델링 할 수 있다^[7]. 따라서 각 가정 H_0, H_1 하에서 $z(k)$ 의 확률 밀도 함수는

$$f_{z|H_0}(z|H_0) = \frac{1}{\sigma_{h_0} \sqrt{2\pi}} \cdot \frac{\exp\{-z/2\sigma_{h_0}^2\}}{\sqrt{z}} \quad (18)$$

$$\begin{aligned}
 f_{z|H_1}(z|H_1) &= \frac{1}{2\sigma_{h_1}^2} \left(\frac{z}{\Delta}\right)^{-\frac{1}{4}} \\
 &\quad \exp\left\{-\frac{z+\Delta}{2\sigma_{h_1}^2}\right\} \cdot I_{-\frac{1}{2}}\left(\frac{\sqrt{z\Delta}}{\sigma_{h_1}^2}\right), \\
 \Delta &= A_h^2 + \sigma_{h_1}^2 \quad (19)
 \end{aligned}$$

와 같이 모델링 된다. 여기서 $I_k(x)$ 는 k 차의 변형된 Bessel 함수 (k -th order modified Bessel function of the first kind)이다.

실제로 실장할 경우 평균값을 실시간적으로 구할 수 없으므로 $\mu(k)$ 를 LPF에 통과 시켜 검사 변수 $z(k)$ 를 얻는다. 그림 4에 신호대 잡음 비 (SNR)가 6dB 인 경우에 대해 $z(k)$ 의 확률 분포의 이론치와 실험치를 같이 도시하였다. 점선과 실선은 각각 가정 H_0 , H_1 하에서의 확률 밀도 함수를 조사 구간에서 적분한 것이고, \circ , $+$ 기호는 각각 가정 H_0 , H_1 하의 도수 분포 히스토그램으로 central Chi-square 분포와 noncentral Chi-square 분포로 검사 변수 $z(k)$ 의 확률 분포를 모델링한 것이 잘 맞고 있음을 볼 수 있다.

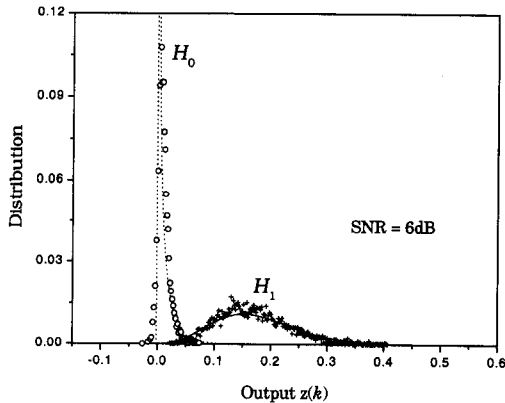


그림 4. 검출기 출력 신호의 확률 분포 모델링

주어진 SNR에서 ML (Maximum Likelihood) 원리에 의해

$$\frac{f_{z|H_1}(\lambda|H_1)}{f_{z|H_0}(\lambda|H_0)} > 1 \quad (20)$$

를 만족하는 λ 값을 문턱값으로 결정한다^{[8][9]}. 가정 H_1 하에서 검사변수의 확률 밀도 함수가 전개가 가능한 수식 형태 (closed form)로 주어지지 않으므로 수치 해석적인 방식으로 문턱값을 구할 수 있다. 문턱값 λ 를 사용한 검출기의 정검출 확률 P_D 와 오검출 확률 P_F 는 다음과 같이 주어진다.

$$P_D = \int_{\lambda}^{\infty} f_{z|H_1}(z|H_1) dz$$

$$P_F = \int_{\lambda}^{\infty} f_{z|H_0}(z|H_0) dz \quad (21)$$

III. 모의 실험 및 성능 평가

ITU-T 규격안에서 정의된 V.8, V.25 톤 신호는 $\rho=0.2$, $f_o=15$ Hz, $f_c=2100 \pm 1$ Hz이다. 표본화 주파수가 $f_s=7200$ Hz인 경우, $\sin^2(2\pi f_c) = 0.933$ 으로 최대값 1에 비교적 근접한 상태가 되며 톤 신호의 주파수 편이 Δf 가 최대 1 Hz인 경우, 비선형 에너지 추적기의 출력은 $\sin^2(2\pi(f_c \pm \Delta f)/f_s) = 0.9330 \pm 0.0004$ 가 되므로 주파수 편이의 영향은 무시할 수 있다. 따라서 본 실험에서는 주파수 편이는 없는 것으로 가정을 한다. H_1 가정 하에서 $k(k)$ 에 나타나는 톤 신호는 15 Hz 톤 신호이고 표본화 주파수가 7200 Hz 이므로 주기가 480 샘플이고 식 (15)로부터 $M=120$ 이다. 검출기의 검출 성능은 검출기의 문턱값 λ 를 변화시켜 가면서 식 (21)의 정검출 확률 P_D 와 오검출 확률 P_F 를 나타내는 동작 특성 (operating characteristic) 곡선으로 나타낼 수 있다^[9]. 그림 5에 SNR = 4dB, 6dB, 8dB 인 경우에 동작 특성 곡선을 이론치와 실험치를 같이 도시하였다. 정검출 확률은 0.9 이상, 오검출 확률은 0.1 이하의 영역에 대해서 도시한 것으로 실제 성능이 설계치를 보장함을 알 수 있다.

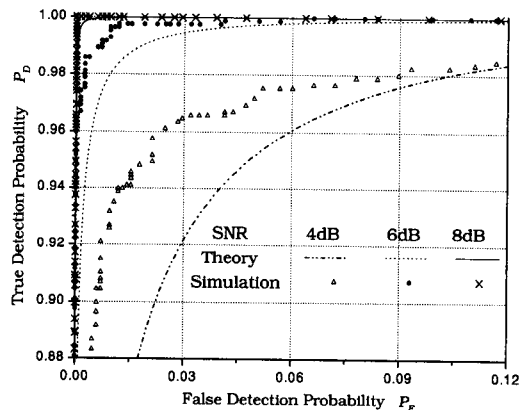


그림 5. 제안된 검출기의 동작 특성 곡선

그림 6에 제안된 방식과 비선형 에너지 추적기를 이용한 기존 방식의 검출 성능을 동작 특성 곡선을 이용하여 비교한다. 같은 검출 시간하에서 검출 성능을 비교하기 위하여 기존 방식에 사용된 LPF들에 의한 지연 효과를 제안된 방식의 두 번째 비선형

에너지 추적기에서 240 샘플 만큼의 지연과 같게 하고 SNR =4dB, 6dB인 경우에 모의 실험을 수행 하였다. 기존 방식의 FSS 테스트 크기를 $N = 100$ 으로 하였고, 제안한 방식에서 LPF는 간단한 IIR 구조의 필터를 사용할 수 있으나 공정한 비교를 위하여 100개 이동 평균을 취하는 LPF로 대체하여 실험 하였다. 그림 6에서 알 수 있듯이 기존 방식에 비해 제안된 방식이 같은 시간 안에 더 좋은 검출 성능을 가진다. 그림 7은 SNR에 따라 검출기가 $P_D = 0.99$, $P_F = 0.01$ 을 만족시키는데 필요한 표본의 수를 도시한 것으로 SNR이 9dB 이상이면 첫 번째 출력으로도 $P_D = 0.99$, $P_F = 0.01$ 를 만족시킬수 있음을 알 수 있고 기존 방식에 비해 제안된 방식이 빠른 검출 성능을 가짐을 알 수 있다.

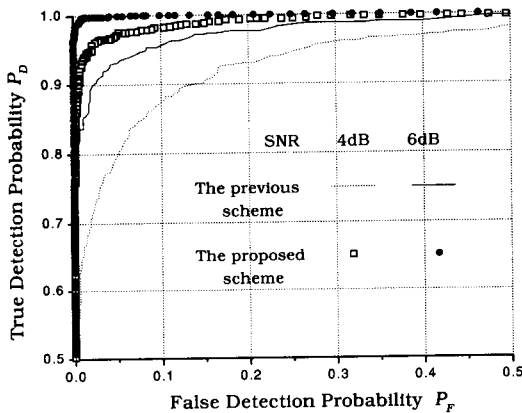


그림 6. 제안된 검출기와 기존 검출기와의 동작 특성 비교

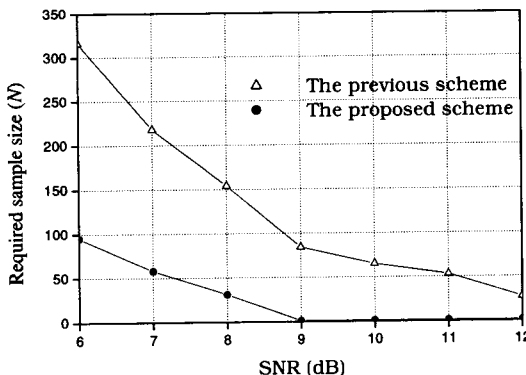


그림 7. 주어진 SNR에서 $P_D = 0.99$, $P_F = 0.01$ 을 만족시키는데 필요한 검출기의 표본수

IV. 결론

본 논문에서는 비선형 에너지 추적기를 이용한 기존의 근접된 톤 신호 검출기에 비해 복잡도가 적고 검출 성능이 개선된 검출 기법을 제안하였다. ITU-T V.8, V.25 권고안에 정의된 두 개의 근접된 톤 신호에 대한 검출기가 샘플 간격을 달리한 비선형 에너지 추적기를 직렬로 중첩 사용하여 효율적으로 구현될 수 있음을 보였다. 검출기의 최종 출력을 Chi-square 분포와 noncentral Chi-square 분포로 모델링하여 분석적으로 설계된 검출기의 성능을 전산 모의 실험으로 검증하였다. 제안된 방식이 낮은 SNR에서도 안정적으로 동작하며, 기존의 방식에 비해 적은 검출 시간이 요구된다.

참고 문헌

- [1] F. Kaiser, "On a simple algorithm to calculate the 'energy' of a signal," IEEE ICASSP '90 vol. 1, pp. 381-384, April 1990.
- [2] S. S. Hwang and Y. H. Lee, "Detection of tone signals using a nonlinear energy tracker," Electronics Letters, pp. 928-929, May, 1997.
- [3] S. Torres, V. DeBrunner, "An Adaptive, high-order, notch filter using all pass sections," IEEE ICASSP '98, pp. 1477-1480, May 1998.
- [4] S. Haykin, Adaptive filter theory, Prentice Hall, 1996.
- [5] ITU-T (CCITT) Recommendation V.34, "A modem operating at data signaling rates of up to 33600 bit/s for use on the general switched telephone network and on leased point-to-point 2-wire telephone-type circuit," 1996.
- [6] Z. Peebles, Jr., Probability, random variables, and random signal principles, McGraw Hill, 1993.
- [7] M. K. Simon, S.M. Hinedi and W. C. Lindsey, Digital Communication Techniques - Signal Design and Detection, Prentice Hall, 1995
- [8] C. W. Helstrom, Elements of Signal Detection and Estimation, Prentice Hall, 1995.
- [9] H. L. Van Trees, Detection, estimation, and modulation theory (part I), Wiley, 1968.

