한국 퍼지 및 지능시스템학회 논문지 2000, Vol. 10, No. 2 (2000)168~174

퍼지 대기행렬에 있어서 최적화(복수창구)
The optimizing in fuzzy queueing system(Multi-server)

이 교 원
Kyo-Won Lee

유한대학 산업일어과

요 약

복수창구의 대기행렬에 있어서는 도착하는 손님 전원이 하나의 행렬을 만들고 비어있는 창구에서 서비스를 받게 된다. 서비스시간이 너무 길면 손님 측에서 곤란하고 서비스 시간이 너무 짧으면 창구 측이 곤란하다. 또한 서비스 시간의 단축에서 오는 창구 측의 비용 증가와 서비스를 받기 위해 대기하고 있는 손님 측의 손실을 고려할 때 창구 측과 손님 측은 항상 상반되는 만족도를 갖게 된다. 이를 해결하기 위해 대기 행렬에 퍼지이론을 적용하여 양측의 만족도를 최대로 할 수 있는 창구수의 설계를 시도하였다. 그 결과, 대기 행렬에서의 총비용은 고정적이지만, 퍼지 대기 행렬에서는 총비용을 최소화하는 창구수의 설계가 가능하다.

ABSTRACT

All the visiting customers makes a queue and then can be served at an unoccupied server, in the queueing system of multi-server. The customer and server, however, have a conflictive feeling of satisfaction at all times. To solve the problem, in this paper, it is proposed that new design method of server number to maximize the satisfaction level of customer and server by the fuzzy concept which is applied to the queuing system.

1. 서 론

대기행렬에서 평균 서비스 율 μ는 OR이론에 의하여 구할 수 있으나[1] 서비스를 제공하는 창구 측과 서비스를 받는 손님 측에서는 서로 상반되는 기대감을 갖는다. 즉, 서비스를 제공하는 창구 측은 서비스 시간이 너무 짧으면 곤란하고, 서비스를 받는 손님 측은 서비스 시간이 너무 길면 곤란하다. 그래서 대기행렬 상에서 양측의 만족도를 최대로 하는 적당한 창구수의 설계가 필요하다. 현재 수행되고 있는 대기행렬에서는 서비스를 제공하는 창구 측이나 서비스를 받는 손님 측에 대한 만족도를 구체적으로 고려한 창구의 설계는 기대하기 어렵다. 그래서 본 연구에서는 창구 측이나 손님 측의 만족도를 최대로 할 수 있는 창구 수의 설계에 주안점을 두고 대기행렬 문제에 퍼지이론을 도입하게 되었다.

퍼지이론을 도입한 연구사례는 여러 분야에서 진행되고 있으며 대기행렬 분야에서는 퍼지 대기행렬의 최적화(단일창구)에 대한 연구가 선행되었다[2].

본 연구는 선행된 연구에서와 마찬가지로 퍼지 제약조건과 퍼지 목표를 설정하고 퍼지 결정 D를 최대로 하는 최적화 문제[3-5]로 다루어 퍼지 복수창구의 대기행렬 문제를 해결하기로 한다.

대기행렬에서 통계적으로 정의한 평균서비스 율 μ를 퍼지수로 볼 때 μ의 역수 $1/\mu$은 손님 1인당 평균서비스 시간이 된다.

μ의 조절로서 서비스를 받는 손님 측과 서비스를 제공하는 창구 측의 만족도를 높이고, 동시에 경비의 절감을 고려한 실용적인 대기이론을 제기하고자 한다.

2. 복수창구에 있어서 퍼지 대기행렬 이론

이 논문에서 이용하는 복수창구 대기행렬 문제에는 다음 공식이 이용된다.

단, μ는 평균서비스 율, χ는 평균 도착시간, s는 창구의 수, n은 계에 있는 손님의 수이다.

(1) 대기 계가 비어 있는 확률

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{S-1} \frac{1}{n!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \frac{1}{s!(1-\lambda/s\mu)}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^S}$$

(2) 서비스를 받기 위해 대기행렬 중에서 기다리고 있는 손님 수

$$L_q = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{S+1} P_0}{s \cdot s!(1-\lambda/s\mu)^2} = L - a, a = \frac{\lambda}{\mu}$$

(3) 계에서의 대기 행렬의 길이 (계에 있는 손님 수)

$L = L_q + a$

(4) 서비스를 받기 위해 기다리고 있는 행렬의 길이 (서비스를 기다리고 있는 손님 수)

$$W_q = \frac{L}{\mu}$$

(5) 계에서의 대기시간의 평균

$$W = W_q + \frac{1}{\mu}, W = \frac{L}{\lambda}$$

창구수가 1개이여서 서비스를 받는 손님 측의 만족도가 높지 않을 때는 창구 수의 조정이 필요하다. 이 때에도 단일 창구의 퍼지 대기행렬 문제에서와 같이 평균 서비스 율 μ를 퍼지 수로 생각한다.

창구 수 s가 늘어남에 따라 기다릴 확률은 낮아지고, 대기행렬의 길이는 짧아진다.

창구의수가 s인 복수창구의 대기행렬 이론에서의 이용률은 $\rho = \lambda/\mu s$이다.

대기 행렬에서 다음 세 가지가 고려된다.

(i) ρ는 기다려야 할 확률이고, ρ의 값은 0.7 이하가 되는 것이 바람직하다.

(ii) 창구가 1개의 경우와 마찬가지로 손님은 대기행렬 중에서의 대기 시간 W_q가 짧을수록 만족도는 올라가고, 반대로 서비스를 제공하는 창구 측은 평균 서비스 시간 $1/\mu$이 짧을수록 만족도는 내려간다.

(iii) 서비스를 받는 손님 측에서는 평균 서비스 율 μ가 작을수록 서비스에 대한 만족도는 내려간다. 또한 대기행렬 중에서 기다리는 시간 W_q가 길수록 서비스에 대한 만족도는 내려간다. 반대로 서비스를 제공하는 창구 측에서는 평균 서비스 시간 $1/\mu$이 짧게 되면 서비스에 대한 문제가 발생하여 서비스에 대한 만족도는 내려간다.

(ii)에서 서비스를 제공하는 창구 측과 서비스를 받는 손님 측과의 서비스에 대한 만족도를 나타내는 멤버십 함수를 정한다. 서비스를 제공하는 창구 측에서는 평균 서비스 시간 $1/\mu$이 a_1보다 작아지면 서비스에 관한 멤버십 함수 $m^s_{1/\mu} = 0$이 되고, $1/\mu$이 a_2보다 커지게 되면 서비스에 관한 멤버십 함수 $\mu^s_{1/\mu} = 1$이 되며 그 중간인 $a_1 \le 1/\mu \le a_2$에서의 $m^s_{1/\mu}$는 직선적으로 변화한다고 가정하면 서비스를 제공하는 창구 측

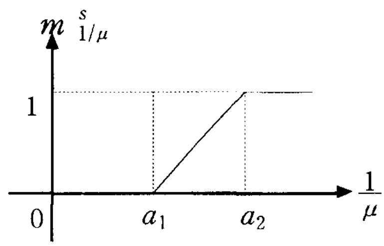

그림 1. 창구 측의 만족도(1)

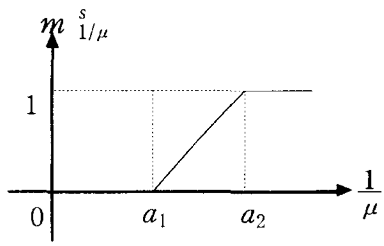

그림 2. 손님 측의 만족도(1)

의 멤버십 함수는 식(1)과 그림 1과 같이 된다.

$$m^s_{1/\mu} = \begin{cases} 0 & (1/\mu < a_1) \\ 1 - \dfrac{-1/\mu + a_2}{a_2 - a_1} & (a_1 \le 1/\mu < a_2) \\ 1 & (1/\mu \ge a_2) \end{cases} \quad (1)$$

서비스를 받는 손님 측에서는 서비스를 받기 위해 기다려야 하는 평균 대기 시간 W_q가 너무 길면 곤란하다. 손님 측의 서비스에 관한 만족도를 나타내는 멤버십 함수를 $m^R_{W_q}$로 하고, $W_q < b_1$의 경우 $m^R_{W_q} = 1$, $W_q > b_2$의 경우 $m^R_{W_q} = 0$으로 하고, 그 중간인 $b_1 \le W_q \le b_2$에서의 멤버십 함수는 직선적으로 변화한다고 가정하면 손님 측의 서비스에 관한 멤버십 함수는 식(2)와 그림 2와 같이 된다.

$$m^R_{W_q} = \begin{cases} 1 & (W_q < b_1) \\ 1 - \dfrac{W_q - b_1}{b_2 - b_1} & (b_1 \le W_q \le b_2) \\ 0 & (W_q > b_2) \end{cases} \quad (2)$$

위 식에서 W_q는 손님이 서비스를 받기 위해 대기행렬에서 기다리는 시간의 평균치이다. 여기서 구하려는 것은 손님 측과 서비스를 제공하는 창구 측과 만족도를 최대로 하는 평균 서비스 율 μ의 값이다. 서비스를 받는 손님 측의 만족도를 구할 때는 $W_q = L/\mu$로

하여 만족도가 최대가 되는 μ를 구한다.

서비스를 제공하는 창구 측과 서비스를 받는 손님 측과의 만족도를 생각해 보자. 서비스를 제공하는 창구 측의 평균 서비스 율에 대한 만족도를 m_μ^s, 서비스를 받는 손님 측의 평균 대기 시간에 대한 만족도를 $m_{W_q}^R$ 로 하여 서비스를 받는 손님 측과 서비스를 제공하는 창구 측의 만족도를 나타내는 멤버십 함수를 정한다.

서비스를 제공하는 창구 측에서는 평균 서비스율 $m < a_1$이라면 $\mu_\mu^s = 1$, $\mu > a_2$라면 $m_\mu^s = 0$으로 한다. 그 중간인 $a_1 \le \mu \le a_2$에서의 m_μ^s는 직선적으로 변화한다고 가정하면 m_μ^s는 식 (3)과 그림 3과 같이 정의된다.

$$m_\mu^s = \begin{cases} 1 & (\mu < a_1) \\ 1 - \dfrac{\mu - a_1}{a_2 - a_1} & (a_1 \le \mu \le a_2) \\ 0 & (\mu > a_2) \end{cases} \tag{3}$$

한편 서비스를 받는 손님 측에서는 대기행렬 중에서의 평균 대기 시간 $W_q = L/\mu$ 가 너무 길면 곤란하다. 손님 측의 서비스에 대한 만족도를 나타내는 멤버십 함수 $m_{L/\mu}^R$ 은 $1/\mu < c_1$이면 $m_{L/\mu}^R = 1$이고, $1/\mu > c_2$ 라면 $m_{L/\mu}^R = 0$이 되며, 그 중간인 $c_1 \le 1/\mu \le c_2$에서의 $m_{L/\mu}^R$ 의 값은 직선적으로 변화한다고 가정하면 $m_{L/\mu}^R$ 은 식(4)와 그림 4와 같이 정의된다.

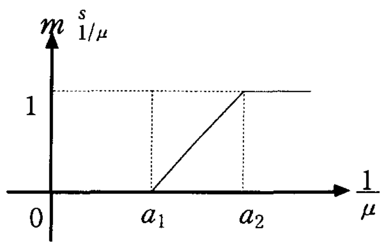

그림 3. 창구 측의 만족도(2)

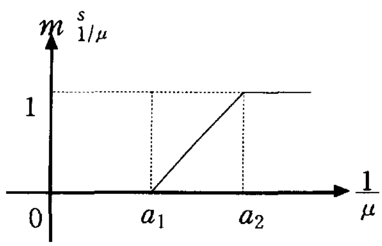

그림 4. 손님 측의 만족도(2)

$$m_{L/\mu}^R = \begin{cases} 1 & (1/\mu < c_1) \\ 1 - \dfrac{1/\mu - c_1}{c_2 - c_1} & (c_1 \le 1/\mu \le c_2) \\ 0 & (1/\mu > c_2) \end{cases} \tag{4}$$

여기서 c_1과 c_2는 식 (2)에서,

$W_q = \dfrac{L}{\mu} < b_1$ 일 때 $\dfrac{1}{\mu} < \dfrac{b_1}{L} = c_1$

$W_q = \dfrac{L}{\mu} > b_2$ 일 때, $\dfrac{1}{\mu} > \dfrac{b_2}{L} = c_2$ 로 한다.

그 외에 전체의 비용이 적게 드는 것이 바람직하다. 이런 점을 고려하여 문제를 생각하면 퍼지 이론을 사용하여 푼 해가 가장 실용적이다. 일반적으로 대기행렬 문제에 퍼지 이론을 도입하는 경우, 일반 제약조건으로서 $C_1 : \rho \le 0.7$손님 측의 대기 시간에 대한 퍼지 제약을 C_2, 서비스를 제공하는 창구 측의 퍼지 목표를 G라고 할 때, 퍼지 결정 D[3]는

$$D = C_1 \cap C_2 \cap G$$

가 되고, 구하고 싶은 만족도의 최대가 되는 서비스율 μ[2]는

$$m_D(\mu^*) = \max[\min\{m_{C_1}(\mu),\ m_{C_2}(\mu),\ m_G(\mu)\}]$$

이 된다. 여기서 μ*는 μ의 최적해이다.

3. 응용예

(예제) 창구가 2개인 공구실에서 1일 8시간 근무할 때, 공구를 가지러 오는 공원의 평균 도착률 $\lambda = 1.6$(명/분), 공구실의 평균 서비스 율 $\mu = 0.9$(명/분)으로 한다.

1일 도착인원의 합계
$\lambda \times 60$(분)$\times 8$(시간) $= 1.6 \times 60 \times 8 = 768$(명)

창구에 도착하여 서비스를 받는 1일 동안의 전체서비스 시간은

총 도착 인원×평균 서비스시간 $= 768 \times 1/0.9 = 853$(분) $= 14.21$(시간)

문제는 공구를 받으러 오는 공원 측과 공구를 대출해 주는 창구 측과의 양측에 있어서의 만족도는 최대, 총비용은 최소가 되는 창구 수와 평균 서비스율을 구하는 것이다.

구체적인 조건을 (i), (ii), (iii)과 같이 가정한다.

(i) $\rho \leq 0.7$

(ii) W_q(서비스를 받기 위해 대기행렬 중에서 기다리는 시간)이 1분 이내라면 서비스를 받는 손님 측의 만족도는 최대($m^R_{W_q}=1$)로 하고, 5분 이상이라면 만족도는 최저($m^R_{W_q}=0$)로 한다.

(iii) 서비스를 제공하는 창구 측에서는 1분당 평균 서비스 율 μ가 1(명/분) 이하로 되면 만족도는 최대($m_\mu{}^s=1$)이고, 1인당 평균 서비스 율 μ가 3(명/분) 이상이 되면 만족도는 최소(($m_\mu{}^s=0$)가 된다.

(i)과 (ii)에서 만족도가 최대와 최소의 중간에 있는 만족도는 직선적으로 변화한다고 가정한다.

(iv) 창구 1개가 1시간 쉴 때에 2,000원의 경비가 들고, 공원 1사람 당 1시간 기다리는 데는 3,000원의 손실을 가져온다고 가정하여 조건을 추가한다.

이 문제는 창구 수 S=2의 경우, 창구 수 S=3의 경우, … 등 창구 수 S를 증설해 가면서 양측의 만족도는 최대가 되고, 총 경비는 최소가 되는 창구 수를 구하기로 한다.

(I) 스텝 1 : S = 2의 경우

$\lambda=1.6$(명/분), $\mu=0.9$(명/분)이므로

$$\rho=\lambda/(S\mu)=1.6/(2\times0.9)=0.889$$

대기행렬의 길이 L_q를 구한다. 대기행렬의 이론에 의하여

$$W_q=W-\frac{1}{\mu},\ L=L_q+a,\ W=\frac{I}{\lambda}$$

이다.

$$P_0=\frac{1}{1+\frac{1.6}{0.9}+\frac{1}{2!}\cdot\left(\frac{1}{1-0.889}\right)\left(\frac{1.6}{0.9}\right)^2}=0.0588$$

$$L_q=\frac{(1.778)^3}{2\cdot2!(1-0.889)^2}\times0.052=6.706$$

$$L=L_q+a=6.706+1.778=8.48$$

$$W=\frac{L}{\lambda}=\frac{8.48}{1.6}=5.25,\ W_q=\frac{L}{\mu}=\frac{8.48}{\mu}$$

이 문제에서 요구되고 있는 조건은 다음의 3가지이다.

(i) $\rho \leq 0.7$

(ii) 서비스를 받는 공원 측에서는 대기 시간 W_q가 짧을수록 만족도는 올라간다. 그리고 공원 측의 서비스에 대한 만족도 $m^R_{W_q}$ 은 $W_q<1$의 경우 $m^R_{W_q}=1$, $W_{W_q}>5$의 경우 $m^R_{W_q}=0$, 그 중간인 $1\leq W_q\leq5$의 경우는 직선적으로 변화한다고 가정하면 식 (5)와 그림

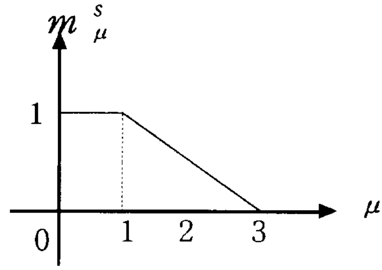

그림 5. 손님 측의 만족도(3)

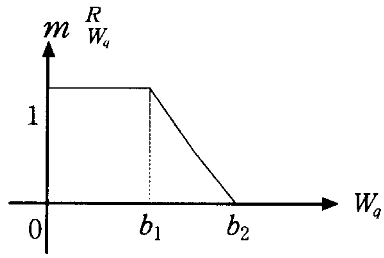

그림 6. 창구 측의 만족도(6)

5와 같이 된다.

$$m^R_{W_q}=\begin{cases}1 & (W_q<1)\\ 1-\dfrac{W_q-1}{5-1} & (1\leq W-1/\mu\leq5)\\ 0 & (W_q>5)\end{cases}\tag{5}$$

(iii) 서비스를 제공하는 창구 측의 서비스에 관한 만족도 $m_\mu{}^s$는 평균 서비스 율 μ가 $\mu<1$의 경우 $=1$, $\mu>3$의 경우 $m_\mu{}^s=0$으로 하고, 중간인 $1\leq\mu\leq3$의 경우 $m_\mu{}^s$는 직선적으로 변화한다고 가정하면 멤버십 함수 $m_\mu{}^s$은 식 (6)과 그림 6과 같이 된다.

$$m^s_\mu=\begin{cases}1 & (\mu<1)\\ 1-\dfrac{\mu-1}{3-1} & (1\leq\mu\leq3)\\ 0 & (\mu>3)\end{cases}\tag{6}$$

이 문제에 있어서 $W_q=L/\mu=8.48/\mu$이므로 $m^R_{W_q}$ 은 식 (7)과 같이 된다.

$$m^R_{L/\mu}=\begin{cases}1 & (8.48/\mu<1)\\ 1-\dfrac{8.48/\mu-1}{4} & (1\leq8.48/\mu\leq5)\\ 0 & (8.48/\mu>5)\end{cases}\tag{7}$$

에서 μ = 2.32이다.

서비스를 제공하는 창구 측과 서비스를 받는 공원 측과의 만족도가 최대가 되는 평균 서비스 율 μ를 구한다. 이 μ의 값은 (6)식과 (7)식을 써서 $m_{\mu}{}^{s} = m_{W_q}{}^{R}$로 놓고 구한다.

$$1-\frac{\mu-1}{2}=1-\frac{8.48/\mu-1}{4}$$

$$\mu = 2.31$$

이 경우 μ의 범위는 $m_{\mu}{}^{s}$, $m_{1/\mu}{}^{R}$의 조건 $1 \le \mu \le 3$ 및 $1.68 \le \mu \le 8.4$에서 $1.68 < \mu < 3$이다.

$\mu = 2.32$의 경우 ρ의 값을 구하면

$$\rho = \lambda/(S\mu) = 1.6/(2\times 2.32) = 0.35 \le 0.7$$

가 된다.

서비스를 제공하는 창구 측과 서비스를 받는 손님 측과의 양측의 만족도를 나타내는 멤버십 값은

$$m_{\mu}{}^{s} = m_{W_q}^{R} = 1 - (2.31-1)/2) = 0.345$$

이다.

이는 만족도가 대단히 낮기 때문에 창구의 수를 늘려야 한다.

(II) 스텝 2 : s =3의 경우

문제를 푸는데에 필요한 값을 대기행렬 이론에 의해 구해 놓는다.

$$s=3,\ \lambda=1.6,\ \mu=0.9,\ a=\frac{\lambda}{\mu}=\frac{1.6}{0.9},\ \rho=0.59$$

$$P_0=\frac{1}{1+(1.78)+\frac{1}{2!}(1.78)^2+\frac{1}{3!}(1.78)^3\cdot\frac{1}{1-0.59}}=0.15$$

$$L=\frac{1.78^4\cdot 0.15}{3\cdot 3!(1-0.59)^2}+1.78=2.27$$

$$W_q=\frac{L}{\mu}=\frac{2.27}{\mu}$$

이들의 값을 써서 문제를 풀어나간다.

서비스를 제공하는 창구 측의 멤버십 함수는 s = 2의 경우와 같다.

$$m_{\mu}^{s}=\begin{cases}1 & (\mu<1)\\ 1-\frac{\mu-1}{3-1} & (1\le\mu\le 3)\\ 0 & (\mu>3)\end{cases} \tag{8}$$

서비스를 받는 공원 측의 멤버십 함수를 구하면

$$W_q=\frac{2.27}{\mu}$$

이므로 공원 측의 멤버십 함수를 $m_{W_q}^{R}$로 나타내면 다음 식 9와 같다.

$W_q=\frac{2.27}{\mu}<1$이면 $W_{wq}^{R}=1$, $W_q=\frac{2.27}{\mu}>3$이면 $m_{W_q}^{R}=0$에서

$$m_{W_q}^{R}=\begin{cases}1 & (\mu>2.27)\\ 1-\frac{2.27/\mu-1}{4} & (0.757\le\mu\le 2.27)\\ 0 & (\mu>0.757)\end{cases} \tag{9}$$

서비스를 제공하는 창구 측과 서비스를 받는 공원 측과의 최대의 만족도와 그 때의 μ의 값을 구한다. 식 (8)과 식 (9)에서 μ의 범위는 $1<\mu<2.27$이다.

$$1-\frac{\mu-1}{2}=1-\frac{2.27/\mu-1}{4}$$

를 풀면 $\mu = 1.34$가 된다. 이 경우 $\rho=\lambda/(S\mu)=1.6/(3*1.34)=0.40\le 0.7$이고, (ii)를 만족하는 만족도를 나타내는 멤버십 값은

$$m_{\mu}{}^{s} = m_{W_q}^{R} = 1-(1.34-1)/2 = 0.83$$

이다.

이것은 $\mu = 1.34$로 하면 서비스를 제공하는 창구 측과 서비스를 받는 공원 측과의 서비스에 대한 만족도의 멤버십 값은 0.83이 된다. 이것은 만족도가 대단히 높은 상태이다.

이때, W_q를 구하면

$W_q=\frac{L}{\mu}=\frac{2.27}{\mu}=\frac{2.27}{1.34}=1.7$ (분)이 된다.

그러므로 더 이상 창구 수를 늘릴 필요는 없다. 이를 확인하기 위하여 S=4일 때를 검토해 보자.

(III) 스텝 3 : S= 4의 경우

$$S=4,\ \lambda=1.6,\ \mu=0.9,\ a=\frac{\lambda}{\mu}=\frac{1.6}{0.9}=1.78,$$

$$\rho=\frac{\lambda}{S\mu}=\frac{1.6}{4*0.9}=0.445$$

$$P_0=\frac{1}{1+1.78+\frac{1}{2!}(1.78)^2+\frac{1}{3!}(1.78)^3+\frac{1}{4!(1-0.445)}(1.78)^3}$$
$$=0.1954$$

$$L_q=\frac{1.78^5(0.1954)}{4(4!)(1-0.445)^2}=0.12,\ L=0.12+1.78=1.90$$

이때 $\mu = 1.256$이 되고 양측의 멤버십 함수의 값은

$$m_{\mu}{}^{s}=m_{W_q}^{R}=1-1/2(1.256-1)=0.872$$

$$W_q=\frac{L}{\mu}=\frac{1.90}{1.256}=1.5\ (\text{분})$$

이상의 계산 결과, 대기행렬 계에는 서비스를 받기 위해 기다리고 있는 공원 측은 S=2일 때와 S=3일 때 대체로 같고, 공원 측과 창구 측에 대한 만족도는 최대로서 거의 같다.

그러나, 창구 수를 더 늘릴 경우는 이에 따른 경비를 고려해야 한다.

4. 총비용을 고려한 최적해와 결과 분석

가령 서비스에 대한 만족도가 높더라도 총비용은 적게 들어야 한다. 앞 응용 예에서 1분간에 1.6명 도착함으로 1일(8시간)에는 1.6명×8×60=768명 도착한다.

S=2의 경우:
1일의 총 서비스 시간은
768(명)×$1/\mu$=768×1/2.31=332.46(분) = 5.54(시간)

총 서비스 시간은 5.54 시간이므로 창구가 비어 있는 시간(유휴 시간)은
2×8 − 5.54 = 10.46(시간)
이다.

S=3의 경우:
총 서비스 시간은
768(명)×$1/\mu$ = 768×1/1.34 = 573.13(분) = 9.55시간

창구가 비어 있는 시간 (유휴 시간)은
3×8−9.55=14.45(시간)

공원이 창구에서 서비스를 받기 위해 기다리고 있는 시간 W_q는
S=2일 때의 경우 : $W_q = L/\mu = 8.4/2.31 = 3.64$(분)
대기시간의 합계=3.64분×768(명)=46.6시간
S=3일 때의 경우 : $LW_q = L/\mu = 2.27/1.34 = 1.69$(분)
대기 시간의 합계=1.69분×768(명)=21.6시간

각각의 경우에 있어서의 총비용은 다음과 같이 된다.
S=2의 경우 : C_2=10.46(시간)×2,000+46.6(시간) ×3,000₩=160,720₩
S=3의 경우 : C_3=14.45(시간)×2,000₩+21.6(시간) ×3,000₩=93,700₩
S=4의 경우, 창구가 비어 있는 시간은
총 서비스 시간=768(명)×$1/\mu$=768×1/1.256 = 611.46(분)=10.19(시간)

총 유휴 시간은
4×8 − 10.19=21.81(시간)
서비스를 받기 위한 대기시간의 합계는
W_q×768 = 1.5(분)×768 = 1152분=19.2시간
이므로 이 경우의 총비용 C_4는
C_4=19.2×2,000+21.81(시간)×3,000₩=103,830₩
이 되고, 창구 S=3일 때 보다 비용도 많이 든다.

창구 수를 더욱 늘리면 총비용은 점점 커지기 때문에 S=3일 때 총비용은 최소이고, 또 서비스를 제공하는 창구 측과 서비스를 받는 손님 측과의 양측의 서비스에 대한 만족도의 멤버십 함수의 값도 충분히 크기 때문에 서비스를 하는 공원 측의 급료도 고려한다면 최적 해는 창구 3개의 경우이다.

앞의 수치 예에서 비퍼지 대기행렬과 퍼지 대기행렬의 1일간 총비용 발생을 계산하여 보면 표 1과 같이 된다.

비퍼지 대기행렬의 경우 최소 발생경비는 창구 수 2개일 경우 100,413원이다. 그러나 이는 퍼지 대기행렬에서의 93,700원 보다는 비용이 많이 발생하므로 퍼지 대기 행렬에서 창구 수 3개의 경우를 최적해로 볼 수 있다.

또한 비퍼지 대기행렬과 퍼지 대기행렬의 일반적인 항목을 비교하여 보면 표 2와 같이 된다.

퍼지 대기행렬은 비퍼지 대기행렬에 비해 평균서비스 율μ를 퍼지수로 하여 변동이 가능하고 손님 측과 창구 측의 만족도의 최대화를 기대할 수 있다. 퍼지 대기행렬에서는 μ의 조절에 따른 비용이 고려되나, 총

표 1. 창구수에 따른 경비의 대비

경비(W) / 창구수(S)	총 경비 (원/1일) 비퍼지 대기행렬	퍼지 대기행렬
2	100,413	160,720
3	157,560	93,700
4	151,150	103,830

표 2. 퍼지 대기행렬과 비퍼지 대기행렬의 비교

구분 / 문제	비퍼지 대기행렬	퍼지 대기 행렬
평균서비스 율μ	일정치	퍼지수(변동가능)
손님 측과 창구 측의 만족도	관계없음	만족도 최대화
퍼지화에 따른 비용	없음	μ의 조절에 따른 비용 고려
총비용	조절불가(고정)	최소화 및 요구수준에 맞게 조절이 가능

비용 면에서의 최소화와 의사 결정자의 요구수준에 맞는 조절이 가능하다.

5. 결 론

본 연구는 복수창구의 대기행렬이론에 퍼지 개념, 특히 사람의 만족도에 관한 멤버십 함수를 도입하여 복수창구의 대기행렬 문제를 해결하려고 했다. 대기행렬에 있어서 통계적으로 정의한 평균 서비스 율 μ를, 퍼지수로 볼 때 μ의 역수 $1/\mu$은 손님 1인당 평균 서비스 시간이다. 이 시간은 손님 측에 있어서는 짧을수록 좋고, 서비스를 제공하는 창구 측에서는 너무 짧으면 곤란하다. 이러한 착안점에서 대기행렬의 문제에 퍼지 이론을 도입하게 되었다.

이 논문에는 평균 서비스 율 μ를 퍼지수로 하여 창구 측과 손님 측, 즉 양측의 만족도가 최대가 되는 최적 해를 구했다.

비퍼지 대기행렬에서의 총비용은 고정적이지만 퍼지 대기행렬에서는 총 비용의 최소화가 가능하다. 의사 결정 자는 평균서비스 율 μ의 조절에 따른 최소의 비용도 함께 고려하여야 하며, 퍼지이론의 유용성과 실용성을 이용할 때 복수 창구의 최적화는 해결된다.

참고문헌

[1] D. S Yoo, K. W Lee, Introduction to Fuzzy Theory, Kyo woo press pp. 406-419, 1996.

[2] K. W Lee, H. Ishii and S. Miyazaki. The optimizing in fuzzy queueing system(single server) YUHAN JUNIOR COLLEGE Vol. 4 pp. 501-508, 1999.

[3] H. Ishii, Introduction to Fuzzy Theory, Chapter 13(Combinatorial Optimization), Syoukabo press, pp. 186-210, 1994.

[4] M. Sakawa, intorduction and application of Fuzzy Theory, *Morikita press*, pp. 106-123, 1989.

[5] M. Mizumoto, Fuzzy Theory and its application, *Science press*, pp. 223-248, 1988.

[6] R. Kobayashi, Outline of OR, Kyouritu press, pp. 115-126, 1970.

[7] H. Ida, Applied Theory of Probability, Asakura press, pp. 117-136, 1977.

[8] E. Moritani, Detail Practice of Operations research, Nihonrikou press, pp. 180-199, 1973.

이 교 원 (Kyo-Won Lee)

1967년 : 한양대학교 공경과(공학사)

1975년 : 연세대산업대학원 졸업(공학석사)

1999년 : 오카야마대학원 졸업(공학박사)

1978년~현재 : 유한대학 산업일어과 교수

관심분야 : 교통신호의 퍼지 대기행렬