

# 표면적분법을 이용한 콘크리트 댐의 균열 해석

## Crack Analysis of Concrete Gravity Dam Using Surface Integral Method



진치섭\*

Jin, Chi-Sub



이영호\*\*

Lee, Young-Ho



손기석\*\*\*

Son, Ki-Seok

### ABSTRACT

When a crack is produced in a concrete structure, a micro crack zone or fracture process zone (FPZ) appears at the crack tip. To investigate the behaviour of this the micro crack zone, nonlinear fracture mechanics (NLFM) must be applied. However, when a massive concrete structure such as a concrete gravity dam is considered, the micro crack zone can be neglected and the structure can be assumed to have linear elastic fracture mechanics (LEFM) behaviour.

This study is divided into two main topics : (1) Calculating stress intensity factor (SIF) at the crack tip by surface integral method and (2) Investigating the propagation of the initial crack. If the initial crack propagates, the angle of the propagation is calculated by using maximum circumferential tensile strength theory. This study, also, contains the effects of body forces and water pressures on the crack face.

**Keywords :** concrete gravity dam, stress intensity factor, surface integral method, body force, water pressure

\* 정회원, 부산대학교 토목공학과 교수, 공학박사

\*\* 정회원, 세일기술(주) 대리

\*\*\* 정회원, (주) 에스큐 엔지니어링 기술연구소 사원

• 본 논문에 대한 토의를 2000년 10월 31일까지 학회로 보내 주시면 2000년 12월호에 토의회답을 게재하겠습니다.

1. 서 론

일반적으로 콘크리트 구조물에 균열이 발생하면 균열선단부에는 미세 균열영역이 발생하며, 이 미세균열 영역의 파괴거동을 조사하려면 비선형 파괴역학을 적용하여야 한다.<sup>(1)</sup> 그러나 콘크리트 중력식 댐과 같이 거대한 콘크리트 구조물을 고려하는 경우에는, 이러한 미세균열이 생기는 영역의 크기를 무시할 수 있으며, 구조물은 선형탄성거동을 하는 것으로 가정할 수 있다. 콘크리트 구조물에 선형탄성파괴역학을 적용하는 것은, 콘크리트 재료의 특성으로 볼 때 어디까지나 거시적인 해석에 속한다고 말할 수 있으나, 그 크기가 댐과 같이 큰 콘크리트 구조물에 대하여는 선형탄성 파괴역학을 적용하여도 유용한 결과를 얻을 수 있다.<sup>(2)</sup>

본 연구에서는 콘크리트 댐의 균열 해석을 위하여, 콘크리트 중력식 댐에 초기균열이 있을 때 균열선단부의 응력확대계수를 표면적분법(Surface Integral Method)<sup>(3)</sup>을 이용하여 구하고, 최대 원주방향 인장응력 기준<sup>(4)</sup>에 의해 균열의 진전여부 및 균열전파각을 계산하였다. 또한 균열면 수압에 의한 영향을 검토하였다.

## 2. 표면적분법에 의한 응력확대계수의 계산

응력확대계수를 구하기 위한 방법 중 주로 이용되는 방법에는 변위상관법과  $J$  적분법이 있다. 그러나 변위상관법은 응력특이성을 나타내기 위해 세밀한 요소분할과 특이요소의 사용을 필요로 하며,  $J$  적분법은 선적분을 행하기 위하여 미리 적분경로를 지정해 주어야 하는 불편한 점이 있다. 이에 반하여 본 연구에서 사용한 표면적분법은 위에서 열거한 문제점들을 해결할 수 있으며, 특히 균열면 수압을 간단히 고려할 수 있고 또한 응력확대계수  $K_I$ 와  $K_{II}$ 를 분리하여 계산할 수 있는 수치해법이다.

Fig. 1과 같이 균열선단을 둘러싸고, 영역  $\Omega_\epsilon$  을 가지는 작은 경로 (contour)  $\Gamma_\epsilon$ 를 고려한다. 그러면 경로  $\Gamma$ 는 영역  $\Omega$ 를 한정하는 더 큰 경로이고, 경로  $\Gamma_\epsilon$ 과  $\Gamma_0$ 는 균열면을 따라서

$\Gamma$  와  $\Gamma_\epsilon$  에 연결된다. 이 경우 폐경로 (closed contour)  $\Gamma^*$  를 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\Gamma^* = \Gamma + \Gamma_{\text{cl}} + \Gamma_\epsilon + \Gamma_{\text{c2}} \quad (1)$$

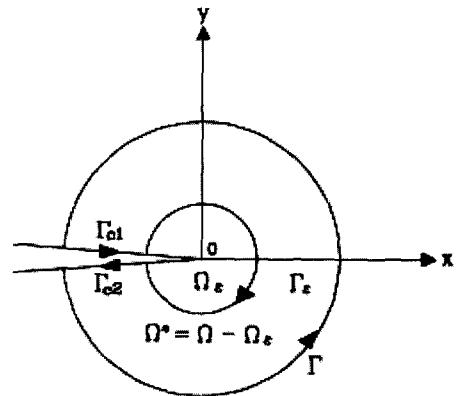


Fig. 1 Region and boundary of surface integral method

그리고 Fig. 1에서 경로  $\Gamma_\epsilon$ 에 대하여 나타내는  $J$  적분식은 다음과 같다.

$$J = - \int_{F_t} (w \, dy - t_i \, u_{i,1} \, ds) \quad (2)$$

위 식에서 음(-)의 부호는 경로  $\Gamma_\epsilon$ 에 대해 정의된 회전방향 때문에 붙여졌다.

한편 응력확대계수를 산정하기 위하여 임의의 함수를 다음의 값과 같이 가정한다.

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi = 0 : \text{경로 } \Gamma \text{와 영역 } \Omega \text{ 외측} \\ \phi = 1 : \text{경로 } \Gamma_\epsilon \text{와 영역 } \Omega_\epsilon \text{ 내측} \end{array} \right.$$

여기서  $\phi$ 는  $\Gamma$ 와  $\Gamma_\epsilon$  사이에서는 평활한 포물선이다.

위 식으로부터 표면적분법을 유도하기 위해 식 (2.1)로 주어지는 경로에 대해 평활함수  $\phi$ 를 곱하여 다음과 같이 나타낸다.

$$J = - \int_{\Gamma^*} (w n_1 - t_i u_{i,1}) \phi \, ds \quad (3)$$

본 연구에서 사용한 평활합수는 식(4)와 같다.

$$\phi(r) = \begin{cases} 1 & : (r \leq R_i \text{ 일 때}) \\ -\frac{1}{(R_e R_i)^2} r^2 + \frac{2 R_i}{(R_e R_i)^2} r & : (R_i < r \leq R_e \text{ 일 때}) \\ + \frac{R_e(R_e - 2R_i)}{(R_e - R_i)^2} & : (R_e < r) \end{cases} \quad (4)$$

Fig. 2에 본 연구에서 사용한 평활함수의 형상 을 나타내었다.

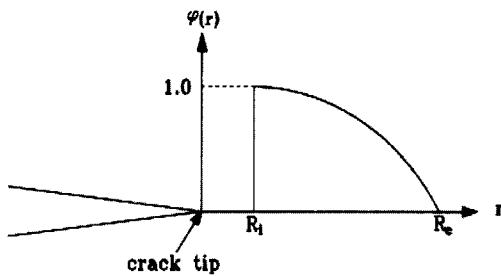


Fig. 2 Smooth function of this study

식 (3)에 Green 정리를 적용하여  $\Omega^*$  영역에 대한 면적 적분으로 바꾸면 식 (5)와 같다.

$$J = -\frac{1}{2} K_a \Phi(\underline{v}, \underline{u}^a, \phi) \quad (5)$$

여기서,

$$\Phi(\underline{v}, \underline{u}^a, \phi)$$

$$= \int_{\Omega^*} [\{\sigma_2(\underline{u}^a) v_{i,2} - \sigma_{ii}(\underline{v}) u_{i,1}^a\} \phi_{,1} - \{\sigma_{2i}(\underline{u}^a) v_{i,1} + \sigma_2(\underline{v}) u_{i,1}^a\} \phi_{,2}] d\Omega \quad (6)$$

각 모드에 대한 함수  $\Phi$ 를 고려하면 식 (5)로부터 식 (7)과 같은 응력확대계수를 구하는 식을 얻을 수 있다.

$$K_a = -\frac{E^*}{2} \Phi^a = -\frac{E^*}{2} \Phi(\underline{v}, \underline{u}^a, \phi), \quad a = I, II \quad (7)$$

균열면의 수압과 자중을 고려하는 경우 식 (7)을 다음과 같이 새로운 항을 추가시켜 나타낼 수 있다.

$$K_I = -\frac{1}{2} E^* \Phi(\underline{v}, \underline{u}^I, \phi) - \frac{1}{2} E^* \Psi(f, \underline{u}^I, \phi) - \frac{1}{2} E^* \int_{\Gamma_r} p u_{2,1}^I \phi dx \quad (8)$$

$$K_{II} = -\frac{1}{2} E^* \Phi(\underline{v}, \underline{u}^{II}, \phi) - \frac{1}{2} E^* \Psi(f, \underline{u}^{II}, \phi) \quad (9)$$

위의 두 식으로부터 균열면의 수압을 고려하는 경우는 응력확대계수 중  $K_I$ 의 값에만 영향을 미치게 됨을 알 수 있다.

### 3. 혼합모드에서의 균열진전

본 연구에서는 콘크리트 중력댐의 균열선단에서의 균열의 진전여부 및 균열 진전각을 최대 원주방향 인장응력 이론 ( $\sigma_{\theta\max}$ )에 의해 구하였다.

최대 원주방향 인장응력 이론은 Erdogan과 Sih<sup>(5)</sup>에 의해 제안된 것으로 균열은 균열선단에서 최대 인장응력을 가지는 방향에 수직한 방향으로 진전한다고 보았다. 혼합모드상태의 균열전파이론 중에서 일반적으로 가장 널리 쓰이고 있는 이론이다.

혼합모드상태의 균열에서, 선단 부근의 응력상태를 극좌표로 나타내면 식 (10)과 같다.

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} [K_I (1 + \sin^2 \frac{\theta}{2}) + \frac{3}{2} K_{II} \sin \theta \\ &\quad - 2K_{II} \tan \frac{\theta}{2}] + \dots \\ \sigma_\theta &= \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} [K_I \cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{3}{2} K_{II} \sin \theta] + \dots \\ \tau_{r\theta} &= \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} [K_I \sin \theta + K_{II} (3 \cos \theta - 1)] + \dots \end{aligned} \quad (10)$$

이때의 응력성분은 Fig. 3과 같다.

이 최대 원주방향 인장응력 이론은 다음과 같을 때 균열전파가 시작된다고 가정한다.

- (1) 균열은 균열선단에서 시작하고 방사상으로 전파된다.
- (2) 균열은 최대 인장응력 방향에 연직한 면내에서 시작된다.
- (3) 균열은  $\sigma_{\theta\max}$  가 재료의 한계치에 달할 때 성장한다.

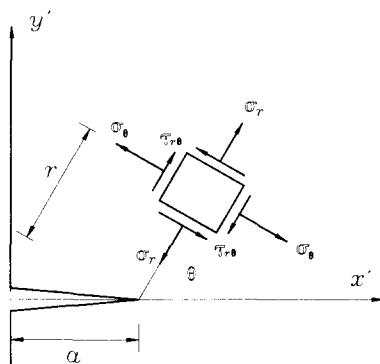


Fig. 3 Stress components at the crack tip

$\sigma_\theta$ 는  $\tau_{r\theta} = 0$  일 때 최대값이 되므로 식 (10) 으로부터 다음 식을 구할 수 있다.

$$\cos \frac{\theta_0}{2} [K_I \sin \theta_0 + K_{II} (3 \cos \theta_0 - 1)] = 0 \quad (11)$$

식 (11)은 식 (12)와 같은 두 개의 해를 가진다.

$$\begin{aligned} \theta_0 &= \pm \pi \quad (\text{trivial}) \\ K_I \sin \theta_0 + K_{II} (3 \cos \theta_0 - 1) &= 0 \end{aligned} \quad (12)$$

따라서 균열전파각은 식 (13)로 구할 수 있다.

$$\tan \frac{\theta_0}{2} = \frac{1}{4} \cdot \frac{K_I}{K_{II}} \pm \frac{1}{4} \sqrt{\left(\frac{K_I}{K_{II}}\right)^2 + 8} \quad (13)$$

또 최대 원주방향 인장응력을 재료의 한계치와 등치시키면 식 (14)를 얻는다.

$$\begin{aligned} \sigma_\theta \sqrt{2\pi r} &= K_{Ic} \\ &= \cos \frac{\theta_0}{2} \left[ K_I \cos^2 \frac{\theta_0}{2} - \frac{3}{2} K_{II} \sin \theta_0 \right] \end{aligned} \quad (14)$$

최대 원주방향 인장응력 이론으로 예상되는 파괴궤적식은 식 (14)를 표준화하면 식 (15)와 같다.

$$\frac{K_I}{K_{Ic}} \cos^3 \frac{\theta_0}{2} - \frac{3}{2} \frac{K_{II}}{K_{Ic}} \cos \frac{\theta_0}{2} \sin \theta_0 = 1 \quad (15)$$

#### 4. 계산 예

본 연구의 실용성을 검증하기 위해 실제 댐 구조물에 적용하여 보았다. 본 댐은 부산광역시 금정구 회동동 소재의 회동댐으로서 높이가 31.6 m, 기초의 폭이 24.432 m이다. 댐의 바닥면에서부터 14.1 m의 위치에 수평방향으로 길이 3.4 m, 폭 4 mm의 균열을 갖고 있다고 가정하였다.

초기의 유한요소망은 특이요소를 포함하지 않는 통상의 8절점 등매개변수 요소(isoparametric element)로서, 요소수 190 개, 절점수 637 개로 이루어졌고 Fig. 4와 같다. 본 댐의 재료 물성치는 Table 1과 같으며 파괴인성치  $K_{Ic}$ 는 Ingraffea<sup>(6)</sup>가 제안한  $1 \text{ MPa} \sqrt{m} (= 101.9 t_f/m^{3/2})$ 를 사용하였다.

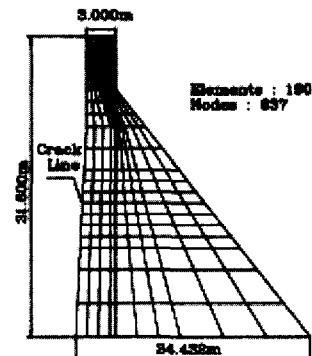


Fig. 4 Initial finite element mesh

Table 1 Material property

$E$ ( $t_f/m^2$ )	$\nu$	$t$	$\rho$ ( $t_f/m^3$ )
2,000,000	0.2	1.0	2.35

본 논문에서는 균열면 수압의 영향을 평가하기 위해 먼저 다음과 같은 두 가지 Load Case에 대해 계산하였다.

- Load Case 1 : 댐 자중 + 상류 벽체작용 수압
- Load Case 2 : 댐 자중 + 상류 벽체작용 수압 + 균열면 수압

위 두 경우의 응력확대계수와 파괴인성치를 비교하면 균열의 진전여부를 알 수 있으며, Fig. 5 및 Fig. 6에 두 경우의 결과를 나타내었다.

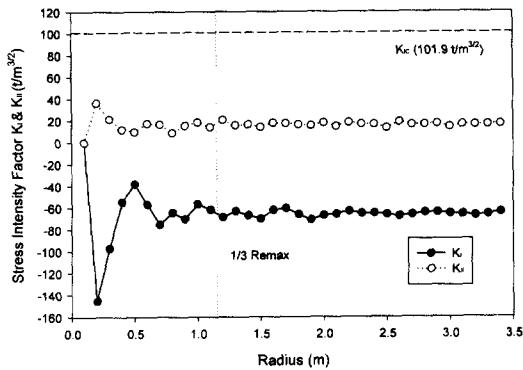


Fig. 5 Stress intensity factor (Load Case 1)

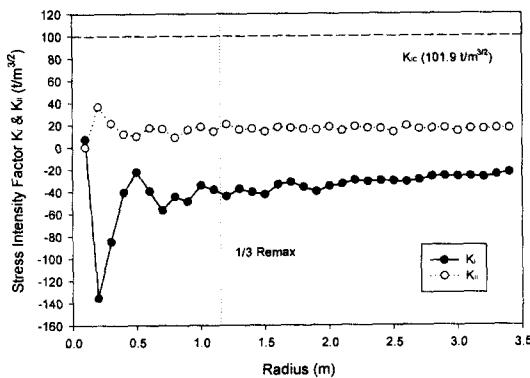


Fig. 6 Stress intensity factor (Load Case 2)

두 경우의 응력확대계수와 파괴인성치 사이의 관계를 비교하여 균열진전 여부를 판단한 결과, 균열열림모드의 응력확대계수  $K_I$ 이 파괴인성치  $K_c$ 보다 작아 균열이 진전하지 않는다.

앞의 두 가지의 경우, 균열이 진전하지 않아 균열면에 작용하는 수압의 영향을 평가할 수 없으므로 균열이 진전하기 시작하는 한계상태를 고려하기 위해 다음과 같은 두 가지 Load Case를 추가한다.

Load Case 3 : 댐 자중 + 상류 벽체작용 수압 + 월류수압 ( $q_1$ )

Load Case 4 : 댐 자중 + 상류 벽체작용 수압 + 월류수압 ( $q_2$ ) + 균열면 수압

균열이 진전하기 시작하는 한계상태의 월류수 압의 강도를 비교함으로써, 균열면의 수압이 균열의 진전에 미치는 영향을 평가할 수 있다.

Fig. 7 및 Fig. 8에 두 경우의 응력확대계수를 나타내었다.

응력확대계수가 파괴인성치와 일치하는 한계상태에서 두 경우의 월류수압의 강도를 비교하면 다음과 같다.

$$q_1 (= 7.5 \text{ t}_f/\text{m}^2) > q_2 (= 5.5 \text{ t}_f/\text{m}^2)$$

균열면의 수압을 고려한 Load Case 4의 경우 더 작은 월류수압 강도에서 한계상태에 도달함을 알 수 있다.

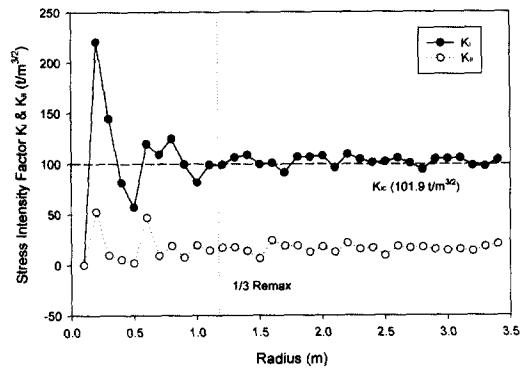


Fig. 7 Stress intensity factor (Load Case 3)

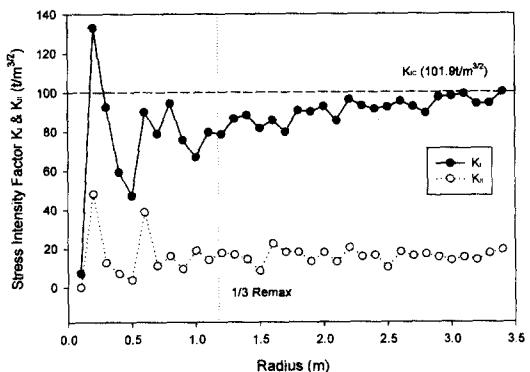


Fig. 8 Stress intensity factor (Load Case 4)

Load Case 3과 Load Case 4는 월류수압의 강도가 다르기 때문에 균열면에 작용하는 수압이 균열진전각에 미치는 영향을 비교·평가할 수 없다.

따라서 Load Case 3과 동일한 하중에 균열면 수압을 고려하는 새로운 Load Case를 추가한다.

Load Case 5 : 댐 차중 + 상류 벽체작용 수압  
+ 월류수압 ( $q_1$ ) + 균열면 수압

Load Case 3과 Load Case 5를 비교함으로써, 균열면 수압이 균열진전각에 미치는 영향을 알 수 있다.

Load Case 5의 응력확대계수와 파괴인성치 사이의 관계를 Fig. 9에 나타내었고, 두 경우의 균열진전을 가시적으로 비교해 보기 위해 절점변위를 300배 확대시켜 Fig. 10에 나타내었다.

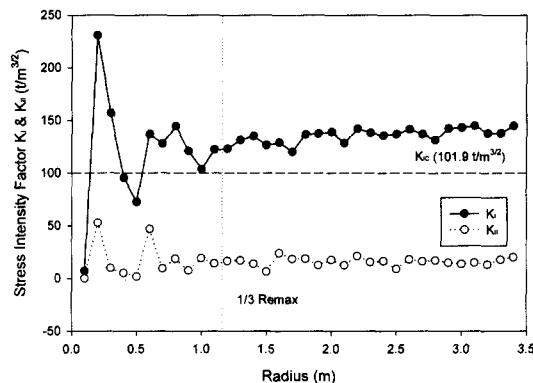


Fig. 9 Stress intensity factor (Load Case 5)

Load Case 3과 Load Case 5를 비교하면 다음과 같은 사실을 알 수 있다.

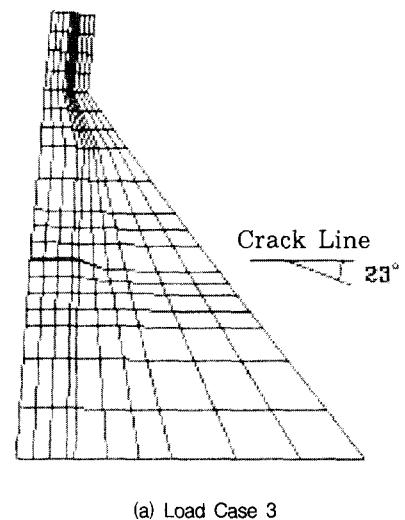
첫째, 절점변위는 균열면의 수압을 고려하는 Load Case 5의 경우, 균열면에 수직으로 작용하는 수압의 영향으로 인하여, 댐 천단에서의 절점변위가 수직 및 수평 방향 모두 Load Case 3에 비해 더 크게 나타난다. 그러므로 균열면의 수압을 고려하는 경우가 댐의 파괴진행 거동을 유추하는데 더욱 적합함을 알 수 있다.

둘째, 균열진전각은 균열면의 수압을 고려하는 Load Case 5의 경우, 기초와 평행하게 놓인 균열에 수직으로 작용하는 균열면 수압의 영향으로 인하여, Load Case 3에 비해 균열축방향과 더 평행하게 진행한다.

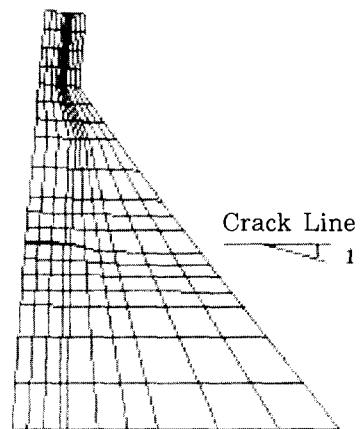
각 Load Case에 따른 응력확대계수는 Table 2와 같다.

Table 2 Stress intensity factor

Load Case	$K_I$	$K_{II}$
Load Case 1	-64.08641	16.59661
Load Case 2	-22.89206	16.59661
Load Case 3	103.65560	20.19952
Load Case 4	100.11850	19.23886
Load Case 5	144.85000	20.19952



(a) Load Case 3



(b) Load Case 5  
Fig. 10 Crack propagation angle & Nodal displacement

## 5. 결 론

- 1) 표면적분법에서 외측적분반경( $Re_{max}$ )이 증가함에 따라 응력확대계수가 일정치에 수렴함을 알 수 있는데,  $1/3 Re_{max} \sim Re_{max}$  구간에서 이론해에 가까움을 알 수 있다.
- 2) 댐 상류 벽체에 수평균열이 존재할 때, 균열면 수압을 고려하는 경우가 외력만에 의한 경우보다  $K_I$  값을 증가시키므로, 매시브한 콘크리트 댐에서는 균열면 수압을 고려하여야만 댐의 안전성을 정확히 판단할 수 있다.

### 참고문헌

1. Bhattacharjee S. S. and Léger P. "Application of NLFM Models to Predict Cracking in Concrete Gravity Dams". Journal of Structural Engineering, Vol. 120, No. 4, 1994, pp. 1255-1271.

2. Plizzari G. A. "LEFM Application to Concrete Gravity Dams", Journal of Engineering Mechanics, Vol. 123, No. 8, 1997, pp. 808-815.
3. 진치섭, 최현태, 이홍주, "균열면의 압력을 고려한 응력확대계수 결정에 관한 연구", 한국콘크리트학회논문집 제7권 제3호, 1995, pp. 175-186.
4. 진치섭, 이영호, 최희진, "최대 원주방향 인장응력기준에 의한 콘크리트 혼합모드에서의 균열전파", 대한토목학회 학술발표회 논문집, 1996, pp. 275-278.
5. Sih, G. C., "Strain Energy Factors Applied to Mixed Mode Crack Problems", International Journal of Fracture, Vol. 10, pp. 305, 1974.
6. Ingraffea A. R. "Case Studies of Simulation of Fracture in Concrete Dams", Engineering Fracture Mechanics, Vol. 35 No. 1/2/3, 1990, pp. 553-564.

### 요 약

콘크리트 구조물에 균열이 발생하면, 균열선단에는 미세 균열영역 또는 파괴 진행영역이 나타난다. 이러한 미세 균열영역의 파괴거동을 조사하려면, 비선형 파괴역학을 적용하여야 하지만 콘크리트 중력댐 같은 거대 구조물의 경우에는, 이러한 미세 균열영역을 무시할 수 있으며 따라서 구조물이 선형탄성 파괴 거동을 한다고 가정하여도 유용한 결과를 얻을 수 있다.

본 연구는 이러한 관점에서 균열이 존재하는 콘크리트 댐의 (1) 표면적분법을 이용하여 균열선단에서의 응력확대계수(SIF)를 계산하고, (2) 초기균열의 진전여부 및 균열 전파각을 평가하였는데, 초기균열이 진전할 경우, 그 진행 각도를 최소 원주방향 인장응력 이론을 이용하여 계산하였다. 본 연구에서는 또한 물체력의 영향 뿐 아니라 균열면의 수압에 의한 영향도 함께 고려하였다.

(접수일자 : 1999. 12. 13)