

## 지중구조물의 축방향 동지반강성계수

### Dynamic Soil Stiffness in the Longitudinal Direction of Underground Structures

김 대 상\*<sup>1</sup> Kim, Dae-Sang

#### Abstract

A proper method to evaluate dynamic soil stiffness, which is used for response displacement method, is proposed. It is known that underground structures are generally deformed by their surrounding soils during earthquakes. In particular, deformations of soils in resonance are the primary cause of damage to underground structures. Dynamic soil stiffness is obtained by assuming the vibration mode that appears most predominantly during an earthquake. The soil stiffness for this particular mode is completely independent of the aspect ratio( $H/L$ ) of the soil deposit. And it is described in terms of the following three non-dimensionalized parameters : (1) the ratio of the size of underground structure to surface layer thickness, (2) the ratio of the location of underground structure to surface layer thickness and (3) impedance ratio between the surface layer and the bedrock.

#### 요 지

응답변위법에서 이용되는 동지반강성계수의 적절한 평가법에 대한 제안을 하였다. 현재까지의 지진피해조사 및 장기간의 지진관측사례는 지반이 공진할 때의 변형모드가 지중구조물의 피해에 가장 직접적으로 관련이 있는 것으로 알려져 있다. 따라서, 지중구조물의 축방향의 지반의 변형모드와 그 탁월 진동수를 특정하여 동지반강성계수를 평가했다. 동지반강성계수는 지반의 공진상태를 상징하고 있기 때문에 결과로써 지진파의 축방향 파장의 영향을 받지 않고, 관상구조물의 반경과 표층두께의 비, 표층두께에 대한 구조물의 매설위치, 표층지반과 기반의 임피던스비 라고 하는 3개의 무차원 변수에 의해 표현된다.

**Keywords :** Earthquake, Dynamic soil stiffness, Response displacement method

#### 1. 서 론

최근, 한반도 주변지역에서 발생하는 대규모의 지진에 의한 피해는, 지진에 대하여 안전하다고 인식되어져 왔던 지중구조물에 대한 내진성 재검토의 필요성을 강하게 요구하고 있다. 지중구조물은 지진시에 주변지반의 움직임에 따라 변형한다고 알려져 있으며, 따라서 지반과 지중구조물의 동적상호작용을 검토하는 경우에 있어서 표층지반이 고유진동할때의 지중구조물 응답을 구하는 것이 가장 중요하다고 볼 수 있다.

지중구조물의 축방향의 단위길이당 지반강성계수를 지반조건등을 엄밀히 고려하여 정하기 위해서는 유한요소법등이 이용될 수 있다. 그러나, 이 작업을 수행하기 위해서는 3차원적인 지반의 물성을 적절히 파악 할 필요가 있다. 다른 한편 응답변위법과 같은 단순화한 설계개념은, 복잡다양한 지반의 정보를 단순화하여 지중구조물의 내진성을 지배하는 본질적인 요인을 명확히 하고 적절한 설계를 행하기 위하여 중요하다. 응답변위법에서는 자연 지반의 응답과 지중구조물이 있음으로 인해 생기는 입력 지진동상호작용(Kinematic interaction)을 평가하기 위한

\*1 정희원, 서울대학교 지진공학연구소 연구원

지반(상호작용) 강성계수의 설정이 필요한데, 응답변위법이 간단한 반면, 이 계수를 설정하는 것은 쉽지 않다. 또한 지반강성은 물리적으로는 주파수에 의해 변화하기 때문에, 그 적절한 평가는 상당히 복잡한 작업과 고도의 판단을 필요로 한다. 이로 인해 각종시설물의 다양한 설계지침에서 각각 제각기 다른 지반강성계수를 구하는 방법이 제시되어져 왔다.

본 논문에서는 지중구조물이 표층지반의 고유진동모드를 따라 파장  $2L$  의 축방향 변형을 한다는 가정하에 이 변형모드에 대한 동지반강성계수를 구하고, 지중구조물의 크기, 표층지반과 기반사이의 경계조건 및 지중구조물의 매설위치등이 동지반강성계수에 미치는 영향을 매개변수해석을 통하여 파악함과 동시에 이를 간단한 식으로 표현하였다. 또한 이를 기존의 여러 설계지침에서 규정되어 있는 다른 동지반강성계수들과 비교하였다(김대상,2000).

## 2. 기본가정과 방정식

### 2.1 기본가정

- (1) 지중구조물은 그림1에 보여지는 것처럼 견고한 기반(반드시 강체(rigid)일 필요는 없다) 위에 놓인 표층지반을 통과하는 수평한 파이프이다.
- (2) 파장  $2L$ 을 갖는 정현파가 지중구조물을 축방향으로 변형시킨다.
- (3) 수평경계들, 예를 들면 지표면과 지층경계의 효과를 지중구조물의 거울상(mirror images)을 중첩시킴에 의해 해석시 반영하였다.

### 2.2 기본방정식

지반-지중구조물계를 다루는 많은 파동문제들은 원통형좌표계에 의하여 잘 표현된다. 그림1에 보여진 것과 같이 지반-지중구조물계에 정현파가 통과한다고 가정할 때, 조화진동을 하는 지반 축방향의 지배방정식은 다음 식(1)과 같다.

$$(\lambda^* + 2\mu) \frac{\partial^2}{\partial x^2} u + \mu \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial r^2} \right) u = \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} u \quad (1a)$$

여기서,

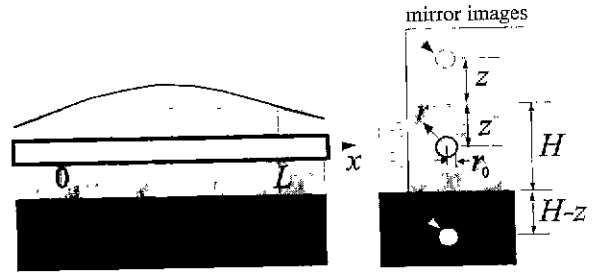


그림 1. 해석을 위한 기본가정

$$u = U e^{i\omega t} \quad (1b)$$

는  $x$  방향 변위이다.

식(1a)에서  $\lambda^*$ 는 라메의 상수  $\lambda$ 와 같지 않으며, 이 값은 다음 식 (2a) 와 같이 주어진다(김대상,2000).

$$\lambda^* = \frac{2\lambda\mu}{\lambda + 2\mu} \quad (2a)$$

여기서는 정현 조화 진동파가 고려되었기 때문에,  $U$ 는 단순히 다음과 같이 나타내어진다.

$$U = R(r) \cdot \sin \frac{\pi x}{L} \quad (2c)$$

식(1b),(2a),(2b)을 식(1a)에 대입하면, 다음식을 얻을 수 있다.

$$-(\lambda^* + 2\mu) \frac{\pi^2}{L^2} R + \mu \left( \frac{1}{r} \frac{d}{dr} + \frac{d^2}{dr^2} \right) R = -\rho \omega^2 R \quad (3)$$

식(3)을 고쳐 쓰면 식(4)를 얻을 수 있다.

$$\frac{d^2}{d(qr)^2} R + \frac{1}{qr} \frac{d}{d(qr)} R - R = 0 \quad (4)$$

여기서,

$$q = \left[ \left( \frac{\lambda^*}{\mu} + 2 \right) \cdot \frac{\pi^2}{L^2} - \frac{\rho \omega^2}{\mu} \right]^{1/2} \quad (5)$$

거리가 증가함에 따라 감소되는 파만을 고려하면, 식(5)의 해는 다음과 같이 얻어진다.

$$R = A_0 K_0(qr) \quad (6)$$

지반내에서 발생하는 전단응력  $\tau$  는

$$\tau = \mu \frac{dR}{dr} = -\mu \cdot q \cdot A_0 K_1(qr) \quad (7)$$

따라서, 축방향 단위길이당 지반강성계수  $S_0$  는 다음과 같다.

$$S_0 = -2\pi r_0 \frac{\tau}{R} = 2\pi\mu \frac{qr_0 K_1(qr_0)}{K_0(qr_0)} \quad (8)$$

여기서,  $r_0$  는 지중구조물의 외경이다.

### 2.3 거울상(mirror images) 에 의한 경계효과의 근사

위의 식들로부터, 지반의 유연성함수(flexibility function)는 다음과 같이 얻어진다.

$$F(qr_0, r/r_0) = \frac{1}{2\pi\mu} \frac{K_0(qr_0 \cdot r/r_0)}{qr_0 K_1(qr_0)} \quad (9)$$

식(9)로부터, 지중구조물이 통과하는 특정 깊이에서의 지표면과 지층경계의 존재에 의한 거울상은 다음과 같이 얻어진다.

$$F_0 \cong F(qr_0, 1) + \sum_{j=0}^{\infty} \alpha_R^{j-1} [F(qr_0, 2((j-1)H+z)/r_0) + 2\alpha_R F(qr_0, 2jH/r_0) + \alpha_R F(qr_0, 2(jH-z)/r_0)] \quad (10)$$

여기서,  $\alpha_R$  은 반사지수(reflective index) 인데, 이는 식(11)과 같이 저항비(impedance ratio)의 함수로써 다음식(11)과 같이 주어진다.

$$\alpha_R = \left( \frac{(\rho v_T)_{bedrock}}{(\rho v_T)_{surface}} - 1 \right) / \left( \frac{(\rho v_T)_{bedrock}}{(\rho v_T)_{surface}} + 1 \right) \quad (11)$$

이 식으로부터,  $\alpha_R$  은 기반(bedrock)의 저항비가 증가함에 따라 1 에 수렴하는 값을 갖는다.

식(10)으로부터, 앞서 가정된 축방향 운동에 대한 지중구조물의 강성  $S_0$  는 다음과 같이 수정 될 수 있다.

$$S_0 = \frac{1}{F(qr_0, 1) + \text{mirror images}} \quad (12)$$

위 식은 무차원주파수,  $qr_0$ , 의 함수로써 주어지는 데, 이 무차원 주파수는 식(5)로부터 다음과 같이 주어진다.

$$qr_0 = r_0 \left[ \left( \frac{v_L^*}{v_T} \right)^2 \frac{\pi^2}{L^2} - \frac{\omega^2}{v_T^2} \right]^{1/2} \quad (13)$$

여기서,  $v_L^*$  은 지중구조물의 경계면을 따라 전파하는 겉보기 파의 속도(apparent wave velocity)이다. 이 겉보기 파의 속도  $v_L^*$  는  $v_T$  의 대략 2배 만큼 빠르다(Gazetas 등, 1984). Gazetas 등은 표층지반내를 전파하는 겉보기 파의 속도와 횡파의 속도의 비를 식(14)와 같이 둘 것을 제안하고 있는데, 이는 표층지반전체를 평면응력상태로 가정하는 것에 상당한다(김대상, 2000).

$$\frac{v_L}{v_T} = \left( \frac{2}{1-\nu} \right)^{1/2} \quad (14)$$

이 식에서  $v_L$  는 실체파(Body wave)로서의 종파가 아니고, 표층지반전체를 평면응력상태로 가정할 때 얻어지는 겉보기 파동의 전파속도이다. 이 파의 존재는 Konagai(1992) 등에 의하여 실험적으로도 확인되었다. 그리고  $\nu$  는 지반의 포아송비로써, 이 값이 0.5에 가까운 지반에서 식(14)의 속도비는 2에 수렴해 간다.

식(13)은 변수 정리를 통하여 식(15)와 같이 다시 쓸 수 있다.

$$qr_0 = \frac{\omega H}{v_T} \frac{r_0}{H} \left[ \left( \frac{v_L^*}{v_T} \right)^2 \pi^2 \left( \frac{v_T}{\omega H} \right)^2 \left( \frac{H}{L} \right)^2 - 1 \right]^{1/2} \quad (15)$$

### 3. 동지반강성계수의 평가 ( $S_0$ )

여러  $z/H$  의 값들에 대하여, 주파수  $\omega H/v_T$  에 대한 무차원강성  $S_0/2\pi\mu$  의 변화가 일어났다. 이 과정에서 복소전단강성계수  $\mu = G_s(1 + iD)$  를 이용하여 재료감쇠를 고려하였는데, 이는 무차원주파수가 복소수가 됨을 의미한

표 1 수치계산을 위한 변수들

$r_0/H$	$H/L$	$\alpha_R$	$D$	중첩된 거울상들의 수
0.1	0.1	1.0	0.1	8(식(10)에서n=2)

다. 표층지반과 기반사이의 경계조건 상태에 따라, 대표적인 2가지 경우에 대하여 매개변수해석을 행하였다. 매개변수해석을 위한 변수들의 값은 표 1에 정리되어 있다.

경우1:  $\alpha_R=1.0$

그림 2는 무차원강성  $S_0/2\pi\mu$ 가 주파수에 상당히 의존함을 보여준다. 그러나, 지중구조물은 표층지반이 공진시에 가장 큰 변형을 겪게 됨으로 표층지반의 고유진동수  $\omega_0$ 에 주목 할 필요가 있다.

고유진동수는 표층지반의 기계적 성질 뿐만아니라  $H/L$ 의 함수로 표현되는데, 다음 식(16a)과 같이 나타낼 수 있다(Tamura등,1991).

$$\omega_0 = 2\pi\sqrt{\left(\frac{v_T}{4H}\right)^2 + \left(\frac{v_L^*}{2L}\right)^2} \quad (16a)$$

식(16a)를 정리하면 다음과 같이 다시 쓸수 있다.

$$\frac{\omega_0 H}{v_T} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{16} + \frac{1}{4}\left(\frac{H}{L}\right)^2\left(\frac{v_L^*}{v_T}\right)^2} \quad (16b)$$

식(16b)를 식(15)에 대입하면 식(17)을 얻을 수 있다.

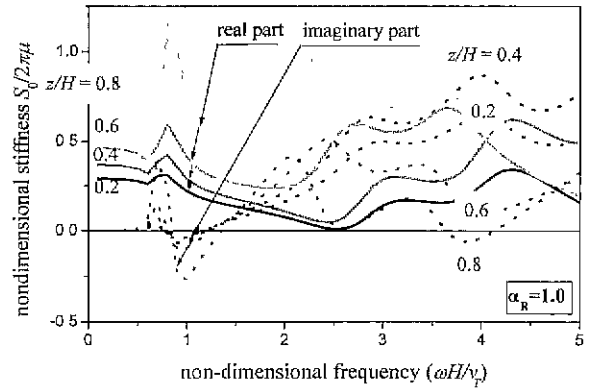


그림 2. 여러  $z/H$ 의 값들에 대하여 주파수  $\omega H/v_T$ 와 함께 변화하는 무차원강성  $S_0/2\pi\mu$

$$qr_0 = i\frac{\pi}{2}\frac{r_0}{H} = a_0 \quad (17)$$

이리하여, 식(12)는 다음과 같이 다시 쓸수 있다.

$$S_0 = \frac{1}{F(a_0, 1) + \text{mirror images}} \quad (18)$$

식(18)로부터  $S_0/2\pi\mu$ 는 지반의 공진상태를 상징하고 있기 때문에 축방향 파장의 영향을 받지 않아,  $H/L$ ,에 독립적이며, 다음 3개의 변수들 (1)표층두께에 대한 관상구조물 반경의 비,  $r_0/H$ , (2)표층두께에 대한 구조물의 매설 위치,  $z/H$ , 그리고 (3)표층지반과 기반의 임피던스비,  $\alpha_R$ ,에 의해 표현된다. 그림 3a와 3b는  $\alpha_R$ 을 1로 고정시켰을 때, 지중구조물이 매설된 위치,  $1-z/H$ ,에 따라 무차원강성  $S_0/2\pi\mu$ 의 절대값과 위상각이 구조물의 크기  $r_0/H$

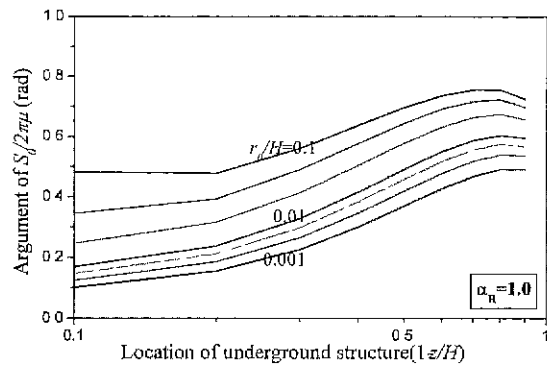
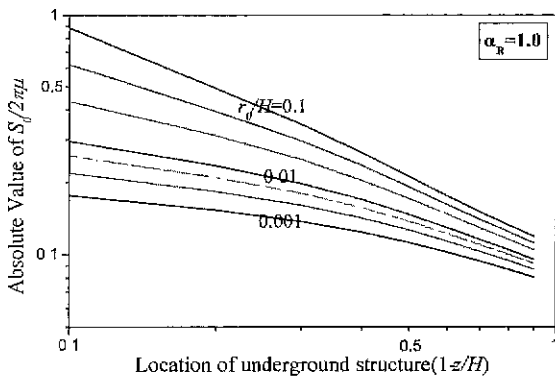


그림 3. (a) 매설깊이 및 크기에 따라 변화하는 무차원강성  $S_0/2\pi\mu$ 의 절대값 ( $\alpha_R=1.0$ )

(b) 매설깊이 및 크기에 따라 변화하는 무차원강성  $S_0/2\pi\mu$ 의 위상각 ( $\alpha_R=1.0$ )

에 따라 어떻게 변화하는가를 보여준다. 로그 단위로 도시하였을 때, 무차원강성  $S_0/2\pi\mu$ 의 절대값은 매설위치  $(1-z/H)$ 의 증가와 함께 선형적으로 감소하는 경향을 보여준다. 따라서,  $|S_0/2\pi\mu|$ 은 다음과 같이 근사식으로 나타낼 수 있다.

$$\log_{10}|S_0/2\pi\mu| \cong -C_1(r_0/H) \cdot \log_{10}(1-z/H) + C_2(r_0/H) \quad (19)$$

여기서,

$$C_1 \cong 2^{(1+\log_{10}r_0/H)} \quad (20a)$$

그리고

$$C_2 \cong \log_{10}(0.118 + 0.01 \cdot \log_{10}(r_0/H)) \quad (20b)$$

식(20a)와 (20b)를 식(17)에 대입하면,

$$|S_0/2\pi\mu| \cong (0.118 + 0.01 \cdot \log_{10}(r_0/H))(1-z/H)^{-C_1} \quad (21)$$

무차원강성  $S_0/2\pi\mu$ 의 위상각은 다음식 (22)에 의해 근사될 수 있다.

표 2. 수치계산을 위한 변수들

$r_0/H$	$H/L$	$\alpha_R$	$D$	중첩된 거울상들의 수
0.1	0.1	0.5	0.1	8(식(10)에서 $n=2$ )

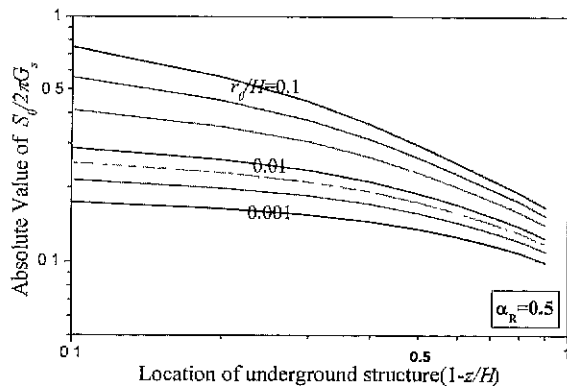


그림 5. (a) 매설깊이 및 크기에 따라 변화하는 무차원강성  $S_0/2\pi\mu$ 의 절대값 ( $\alpha_R=0.5$ )

(b) 매설깊이 및 크기에 따라 변화하는 무차원강성  $S_0/2\pi\mu$ 의 위상각 ( $\alpha_R=0.5$ )

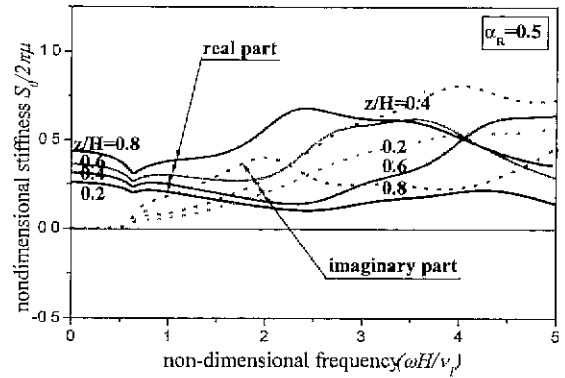


그림 4. 여러  $z/H$ 의 값들에 대하여 주파수  $\omega H/v_T$ 와 함께 변화하는 무차원강성  $S_0/2\pi\mu$

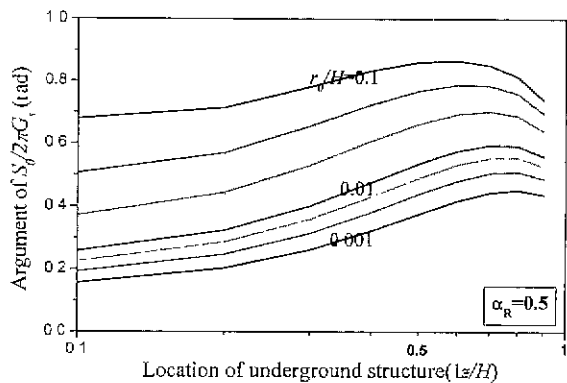
$$\begin{aligned} \text{Arg}(S_0/2\pi\mu) \cong & (0.675 + 0.125 \cdot \log(r_0/H)) \\ & + 0.2 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{0.7} \left(\frac{z}{H} - 0.25\right)\right) \end{aligned} \quad (22)$$

경우2:  $\alpha_R=0.5$

그림 5a와 5b는 단지 반사지수  $\alpha_R$ 을 0.5로 바꾸고 다른 변수들은 고정시킨 채, 지중구조물이 매설된 위치,  $1-z/H$ ,

표 3. 다른 기준들의 동지반강성계수

설계기준들 항목	수도시설 내진공법지침 (일본수도협회, 1997)		신내진설계법(안) (일본건설성, 1977) 공동구 설계지침 (일본도로협회, 1986)
	매설관	실드터널 (Shield Tunnel)	지중구조물
동지반강성계수	$1.5 \cdot G_s$	$3.0 \cdot G_s$	$3.0 \cdot G_s$



에 따라  $S_0/2\pi\mu$ 의 절대값과 위상각이 구조물의 크기  $r_0/H$ 에 따라 어떻게 변화하는가를 보여준다. 이 경우는 기반의 저항계수가 표층지반의 저항계수에 비해 3배 큰 경우인데, 그림 4로부터 그림 2에 비하여 주파수 의존성이 적어지는 것을 알 수 있다.

#### 4. 다른 기준들의 동지반강성계수와와의 비교

여기서는 본연구에서 구한 지중구조물의 축방향강성계수와 지금까지 여러 기준들에서 사용되어온 동지반강성계수를 비교 검토하였다.

표 3 으로부터 효고현 남부 지진 이후에 개정된 수도시설 내진공법지침에서는 직경이 작은 매설관과 같은 지중구조물에 대하여는 1.5를, 터널과 같이 직경이 큰 구조물에서는 3.0을 지반전단강성계수에 곱하여 이를 동지반강성계수로 사용하고 있다. 즉, 지중구조물의 크기만을 고려하여 설계에 반영하고 있다.

표 4로부터 3개의 변수들  $r_0/H$ ,  $z/H$ , 그리고  $\alpha_R$  중에서 동지반강성계수에 가장 영향을 많이 미치는 변수는 매설된 깊이,  $z/H$ , 임을 알 수 있다. 특히, 지중구조물이 클수록 매설 깊이에 따른 그 영향이 커짐을 알 수 있다. 또한, 반사지수의 영향은 상대적으로 크지 않음을 파악할 수 있다. 지중구조물이 매설 되어 있는 위치가 지표에 가까운 경우에는 동지반강성계수는 작으나, 깊어져서 기반에 가까워질수록 동지반강성계수는 증가함을 알 수 있다. 따라서, 현 설계지침들의 규정 (단지, 구조물의 크기에 따라 1.5 과

3.0 을 지반전단계수에 곱하여 동지반강성계수를 구한다)에 매설위치에 따른 영향을 고려 하여 동지반강성계수를 구할 필요가 있음을 보여준다. 그리고 입력운동에 대한 응답지연(response lag)을 의미하는 위상각은 지표면에 가까울수록 그리고 구조물이 커질수록 증가하였다.

여기서 구한 동지반강성계수는 표층지반의 전단변형률이 0.1%이하인 상태에서는  $G_s$ 의 변화만을 고려하면 되지만, 전단변형률이 0.1%를 넘었을 때에는 적절한 동지반강성계수의 평가는 쉽지 않게 되어, 편의적으로 등가선형해석의 한계변형률에서 산정된  $G_s$  값을 그대로 사용하여 동지반강성계수를 구하기도 한다.

#### 5. 결론

표층지반이 공진할 때 그 속을 관통하고 있는 지중구조물이 겪을 수 있는 고유진동모드를 가정하여, 동지반강성계수를 구하였다.

- (1) 동지반강성계수가 축방향 파장의 영향을 받지 않아,  $H/L$ , 에 독립적이며, 다음 3개의 무차원변수들 (1) 표층 두께에 대한 관상구주물 반경의 비,  $r_0/H$ , (2) 표층 두께에 대한 구조물의 매설위치,  $z/H$ , 그리고 (3) 표층 지반과 기반의 임피단스비,  $\alpha_R$ , 에 의해 표현될 수 있음을 보였다.
- (2) 3개의 무차원변수들 중에서 동지반강성계수에 가장 영향을 많이 미치는 변수가  $z/H$  임을 알 수 있었다. 특

표 4. 본 논문에서 계산된 동지반강성계수

크기 ( $r_0/H$ )	매설깊이 ( $z/H$ )	동지반강성계수 ( $\times 2\pi\mu$ )			
		$\alpha_R = 1.0$		$\alpha_R = 0.5$	
		절대값	위상각(라디안)	절대값	위상각(라디안)
0.1	0.1	0.119	0.724	0.167	0.740
	0.5	0.210	0.696	0.295	0.861
	0.9	0.884	0.481	0.752	0.678
0.01	0.1	0.095	0.593	0.125	0.559
	0.5	0.147	0.491	0.189	0.535
	0.9	0.295	0.168	0.287	0.258
0.001	0.1	0.080	0.490	0.100	0.438
	0.5	0.112	0.369	0.136	0.375
	0.9	0.176	0.100	0.174	0.155

히, 지중구조물의 반경이 클수록 매설 깊이에 따른 그 영향이 커짐을 알 수 있었다. 현행 여러 설계지침들에서는 매설 깊이의 영향은 고려하고 하지 않으므로 이를 고려 할 필요성이 있음을 보여준다.

- (3) 지중구조물이 매설 되어 있는 위치가 지표에 가까운 경우에는 동지반강성계수는 작으나, 깊어 저서 기반에 가까워 질수록 동지반강성계수는 증가함을 알 수 있었다.
- (4) 표층지반과 기반사이에서 반사지수, 즉 경계조건,의 영향은 다른 무차원 변수들에 비해 상대적으로 크지 않음을 알 수 있었다.
- (5) 입력운동에 대한 응답지연(response lag)을 의미하는 위상각은 지표면에 가까울수록 그리고 구조물이 커질수록 증가하였다.

### 감사의 글

본 연구논문은 저자의 박사과정 지도교수이자 현 동경대학교에서 재직중이신 카즈오 코나가이(Kazuo Konagai) 교수님의 지도가 없었다면 힘들었을 것으로 판단됩니다. 이 자리를 빌어서 다시 한번 감사의 글을 올립니다.

### 참고 문헌

1. 김대상(2000): "Key parameters Governing Seismic Isolation Effect on Underground Structures", Ph.D University of Tokyo, pp.B3-B5.
2. 일본수도협회(1997), 수도시설내진공법지침,동경, pp.299, pp.319.
3. 일본건설성(1977), 신내진설계법(안). 토목연구소자료, No.1185. pp. 216-228.
4. 일본도로협회(1986), 공동구 설계지침. pp.52~80.
5. Gazetas, G and Dorby, R. (1984): "Simple Radiation Damping Model for Piles and Footings", Journal of Engineering Mechanics, Vol.110, No.6, pp.937-956.
6. Konagai, K. and Maehara, M.(1992): "Study on Hypotheses for Simple Numerical Evaluation of Soil-Embedded Structure Interaction", Bulletin of Earthquake Resistant Structure Research Center, No.25, pp.69-79.
7. Tamura, C., Konagai, K. and Suzuki, T.(1991): "Earthquake Response Analysis of Soft Soil Deposit on Undulating Bedrock", The institute of Industrial Science, University of Tokyo.

(접수일자 2000. 7. 12)