

# 전문가 슬라이딩 모드 제어를 이용한 직류전동기의 강인한 속도제어

(Robust speed control of DC motor using Expert sliding mode controller)

지봉철\* · 박왈서\*\*

(Bong-Chul Ji · Wal-Seo Park)

## 요 약

산업자동화의 고정밀도에 따라 직류 전동기는 강인제어가 요구되고 있다. 하지만 전동기 제어 시스템이 부하의 영향을 받게 되면 강인제어는 어렵게 된다.

일반적으로 슬라이딩 모드 제어기는 강인성을 갖는 것으로 알려져 있다. 강인한 슬라이딩 모드제어기는 외란의 불확실한 정도를 알고 있다는 가정하에 설계된다. 그러므로 외란의 불확실 정도를 알지 못한다면 제어기의 설계는 어렵게 된다. 이를 해결하기 위한 방법으로 본 논문에서는 전동기 제어 시스템을 위한 전문가 슬라이딩 모드 제어 기법을 제시하였다. 제의된 제어기는 부하 외란을 효과적으로 제거 할 수 있었다. 제어기법의 효과는 시뮬레이션에 의해 확인하였다.

## Abstract

Robust control for DC motor is needed according to the highest precision of industrial automation. However, when a motor control system has an effect of load disturbance, it is very difficult to guarantee the robustness of control system.

Generally, it is known that sliding mode controller has robustness. But, after it is assumed that we known the disturbance uncertainty, sliding mode controller is designed. Thereafter, if we are not known the disturbance uncertainty then controller design is difficult. As a method solving this problem, in this paper, Expert sliding mode control method for motor control system is presented.

The proposed controller can eliminate load disturbance effectively. The effectiveness of the control scheme is verified by simulation results.

## 1. 서 론

산업자동화의 고정밀도에 따라 직류전동기는 강인하고 정밀한 제어가 요구되고 있다. 그러나 강인한 제어기법이 적용되지 않는 제어시스템에서는, 부하의 외란이 인가되면 시스템의 출력은 설정값에서 이탈하게 된다.

그러므로 부하외란이 인가되더라도 정밀한 제어가

\* 정회원 : 원광대학교 공과대학 전기공학과  
\*\* 정회원 : 원광대학교 공과대학 전기공학과 조교수  
접수일자 : 1999년 10월 26일  
※ 이 논문은 1999년도 원광대학교의 교비지원에 의해 연구됨.

요구 될 때에는 이탈정도를 최소화 시킬 수 있는 제어기법이 필요하다[1,2].

슬라이딩 모드 제어 방식은 비선형 시스템에 대하여 안정성을 보장 할 수 있고, 또한 외란이나 잡음에 대하여도 매우 강인함(robustness)은 일반적으로 잘 알려진 사실이다[2~4].

하지만 슬라이딩 모드 제어기는 외란의 불확실 정도를 알고 있다는 가정 하에서 불확실 외란의 함수를 이용하여 설계된다.

그러므로 외란의 불확실 정도를 알지 못한다면 제어기의 설계는 할 수 없게 된다. 크기가 맞지 않는 불확실한 정도의 값을 이용하여 제어기가 설계된다면 강인제어는 어렵게되고, 더구나 임의의 외란이 인가되면 슬라이딩 모드 제어기의 장점인 강인성이 결여되는 제어기법이 될 수 있다.

근래에 슬라이딩 모드 제어기의 단점인 떨림(chattering)현상을 완화시키기 위해서 퍼지 이론 그리고 신경망(neural network)등이 적용되고 있다 [5~7].

또한 시스템 성능 개선을 위해 전문가의 지식과 경험을 전문가 제어기법도 계속적으로 연구되고 있다[8,9].

본 논문에서 외란의 불확실한 정도의 크기를 알지 못하더라도 제어기 설계가 가능하며, 임의의 외란이 인가되더라도 강인한 제어를 수행할 수 있는 전문가 슬라이딩 모드 제어를 제의하였다. 외란의 크기는 오차와 오차변화량을 이용하여 전문가 제어기법에 의하여 추정됨으로서 슬라이딩 모드 제어기 설계 시에 외란의 크기를 알아야만 하는 문제점을 극복할 수 있다.

제안된 제어기법의 효과는 시뮬레이션에 의하여 확인하였다.

## 2. 슬라이딩 모드 제어이론

다음과 같이 n차의 시스템이 주어졌다고 가정하자.

$$\dot{x}^n(t) = f(x, t) + gu(t) + d(t) \quad (1)$$

여기서,  $x(t) = (x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})^T$ 는 상태 벡터(state vector)이고,  $u(t)$ 는 제어입력 그리고

$g$ 는 이득이다.

또한  $f(x, t)$ 는 상태벡터  $x$ 와 시간  $t$ 의 함수이고, 고계함수에서 일반적으로 비선형항을 나타낸다. 외란  $d(t)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$d(t) = \hat{d}(t) + \Delta d(t) \quad (2)$$

여기서,  $\hat{d}(t)$ 는  $d(t)$ 의 추정값(estimation)이고,  $\Delta d(t)$ 는 외란의 불확실 정도(disturbance uncertainty)를 나타낸다.

그리고  $\Delta d(t)$ 는  $D$ 로 한정된다.

$$|\Delta d(t)| \leq D(t) \quad (3)$$

본 논문에서 고려하는 제어문제는 외란이 인가되더라도 현재 상태  $x$ 가 목표로 하는  $x_d$ 를 따라 가도록 하는 것이다.

이에 따른 추적오차(tracking error)와 오차벡터를 다음과 같이 정의한다.

$$e(t) = x(t) - x_d(t) \quad (4)$$

$$e(t) = (e, \dot{e}, \dots, e^{(n-1)})^T \quad (5)$$

슬라이딩 곡면(sliding surface)은 n차원 평면상에서  $s(x, t) = 0$ 를 만족시키는 식으로 구성한다.

$$s(x, t) = (d/dt + \lambda)^{n-1} \cdot e; \lambda \geq 0 \quad (6)$$

여기서,  $\lambda$ 는 오차와 오차 미분의 상관관계를 나타낸다.

위와 같이 정의하면, 추적제어(tracking control)는 오차벡터  $e$ 를 슬라이딩 곡면상에 놓이게 하는 것과 같다.

슬라이딩 곡면상에 오차벡터를 머물도록하는 제어 입력  $u(t)$ 는 다음의 슬라이딩 조건으로부터 얻을 수 있다.[2]

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{d}{dt} [s^2(x, t)] \leq -\eta \cdot |s|; \eta \geq 0 \quad (7)$$

일반성을 유지하면서, 다음의 2차 시스템의 경우를 생각하여보자.

$$\ddot{x}(t) = f(x, t) + gu(t) + d(t) \quad (8)$$

식(6)으로부터  $s(t)$ 와 그의 미분값은 아래와 같다.

$$s = \dot{e} + \lambda e \tag{9}$$

$$\dot{s} = \ddot{x} - \ddot{x}_d + \lambda \dot{e} \tag{10}$$

식(7)의 슬라이딩 조건으로부터 아래의 관계를 얻는다.

$$\begin{aligned} s \cdot \dot{s} &= s \cdot (f(x, t) + gu(t) + d(t) - \ddot{x}_d(t) + \lambda \dot{e}) \\ &\leq -\eta \cdot |s| \end{aligned} \tag{11}$$

식(11)을 만족시키도록 제어입력을 구성하면 되므로,  $gu(t) = g\hat{u} - K(x, t) \cdot \text{sgn}(s)$ 와 같이 정의한다.

여기서,  $g\hat{u} = -f - \lambda \dot{e} - \ddot{d} + \ddot{x}_d$ 는  $\dot{s} = 0$ 으로부터 얻은 값이고,  $\text{sgn}(s) = s/|s|$ 이다.

$$\begin{aligned} gu &= g\hat{u} - K(x, t) \cdot \text{sgn}(s) \\ &= (-f - \lambda \dot{e} - \ddot{d} + \ddot{x}_d) \\ &\quad - K(x, t) \cdot \text{sgn}(s); K(x, t) > 0 \end{aligned} \tag{12}$$

식(12)를 식(11)에 대입하여  $K(x, t)$ 의 범위를 아래와 같이 얻는다.

$$K(x, t) = D + \eta \tag{13}$$

식(12)에서 양변을  $g$ 로 나누면 식(14)를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} u &= (-f - \lambda \dot{e} - \ddot{d} + \ddot{x}_d)/g \\ &\quad - K(x, t)/g \cdot \text{sgn}(s) \end{aligned} \tag{14}$$

### 3. 전문가 슬라이딩 모드 제어기의 설계

식(13)의  $K(x, t)$ 항은  $D$  및  $\eta$  항으로 구성되어 있다.  $\eta$ 는 오차가 존재할 때 슬라이딩 곡면에 향하도록 하게 하는 양의 상수이다.  $\eta$ 의 크기에 따라 식(7)에서 음의 강하(negative descent)정도가 결정된다.

$D$ 는 불확실한 외란의 크기를 나타낸다. 이것은 외란의 크기에서 외란의 추정값을 뺀 불확실성을 나

타내는 함수로 표현된다. 외란 및 불확실성에 강한 슬라이딩 제어기법은 외란 및 외란의 추정값이 알려지지 않는다면 제어기의 설계가 불가능하게 된다.

본 논문에서는 슬라이딩제어의 이러한 단점을 보완하기 위해서 외란의 불확실이 알려지지 않더라도 제어기를 설계할 수 있는 전문가 슬라이딩제어 기법을 제안하였다. 전문가 제어는 전문가의 경험 또는 수학적 지식 등을 제어시스템에 효율적으로 반영하기 위한 제어기법이다. 특히 오차와 오차변화율을 이용한 제어기법은 시스템의 정보를 알지 못하더라도 제어기 설계가 가능한 장점을 갖고 있다.

다음은 불확실한 외란(D)을 추정하는 규칙들을 나타낸다. 이는 규칙 그리고 이전 단계들의 오차와 오차 변화량의 정보를 이용하여 다음단의 크기가 단계별(step-by-step)로 결정되어진다.

$$e_n^* = X_n - X_{dn} \tag{15}$$

$$\Delta D_n = -e_n^* \tag{16}$$

$$e_n = D_{n-1} - e_n^* \tag{17}$$

$$e_{n-1} = D_{n-2} - e_{n-1}^* \tag{18}$$

$$e_{n-2} = D_{n-3} - e_{n-2}^* \tag{19}$$

$$h = \left| \frac{e_n - e_{n-1}}{e_{n-1} - e_{n-2}} \right| \tag{20}$$

$$\Delta D_n^* = e_n - e_{n-1} \tag{21}$$

$$D_{n+1} = D_{n-1} + \Delta D_n + h \cdot \Delta D_n^* \tag{22}$$

식(14)에서  $K$ 의  $D$ 항은  $D_{n+1}$ 로 대체됨으로서 제어입력  $u$ 가 결정된다.

이와 같이 함으로서 불확실한 외란의 크기를 알지 못하더라도 제어기 설계가 가능하다.

### 4. 시뮬레이션 및 결과고찰

앞에서 설계한 전문가 슬라이딩 모드 제어기의 성능을 확인하기 위해 다음과 같이 미분방정식으로 기술되는 전기자 제어용 직류전동기의 모델에 적용시킨다.

$$\begin{aligned} J L_a \ddot{x} + (R_a J + L_a B) \dot{x} + (R_a B + K_b K_T) x \\ = K_T u + d(t) \end{aligned} \tag{23}$$

전문가 슬라이딩 모드 제어를 이용한 직류전동기의 강인한 속도제어

식(23)을 정리하여 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x} = & -\frac{(R_a J + L_a B)}{J L_a} \dot{x} - \frac{(R_a B + K_b K_T)}{J L_a} x \\ & + \frac{K}{J L_a} u + \frac{d(t)}{J L_a} \end{aligned} \quad (24)$$

본 논문에서 사용된 직류전동기(정격출력 400[w])의 매개변수는 다음과 같다.

$K_T = 2.27 [kgf \cdot cm/A]$ : 토오크상수

$J = 3.4 \times 10^{-1} [kgf \cdot cm \cdot sec^2]$ : 관성모멘트

$R_a = 1.2 [\Omega]$ : 전기자저항

$B = 0.75 [kgf \cdot cm]$ : 마찰토크

$K_b = 23.33 [V/Krpm]$ : 유기전압상수

$L_a = 0.89 [mH]$ : 전기자인덕턴스

그리고 식(23)에서 부하외란  $d(t)$ 는 다음과 같이 인가하였다.

$$d(t) = a \sin(\pi t); 0 \leq a \leq 10 \quad (25)$$

또한, 외란의 추정값  $\hat{d}(t)$ 와 외란의 불확실 정도  $D(t)$ 는 식(26)으로 놓는다.

$$\begin{aligned} \hat{d}(t) &= 5 \sin(\pi t) \\ D(t) &= 5 |\sin(\pi t)| \end{aligned} \quad (26)$$

식 (12),(14)에 의해  $\hat{u}$ 는 다음의 식과 같이 쓸 수 있다.

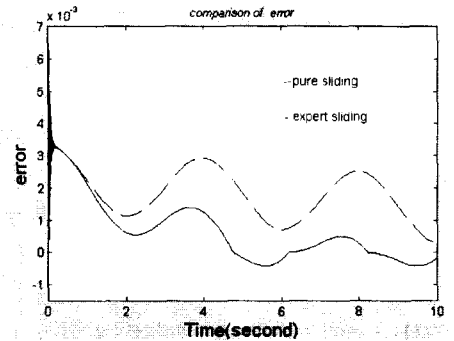
$$\begin{aligned} \hat{u} &= (-f - \lambda \dot{e} - \hat{d} + \ddot{x}_d) / g \\ &= (-f - \lambda \dot{e} - 5 \sin(\pi t) + \ddot{x}_d) / g \end{aligned}$$

따라서 전문가 슬라이딩 모드 제어기의 제어입력  $u$ 는 다음과 같다.

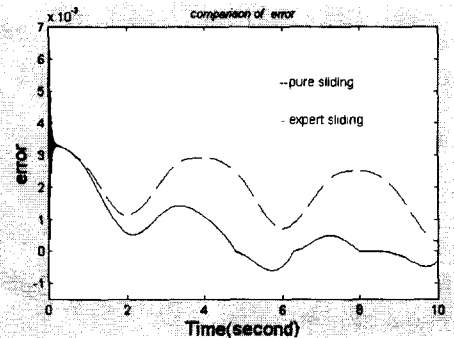
$$\begin{aligned} u &= \hat{u} - \frac{(D_{n+1} + \eta)}{g} \operatorname{sgn}(\dot{e} + \lambda e) \\ &= (-f - \lambda \dot{e} - 5 \sin(\pi t) + \ddot{x}_d) \\ &\quad - \frac{(D_{n+1} + \eta)}{g} \operatorname{sgn}(\dot{e} + \lambda e) \end{aligned}$$

여기서 상수  $\lambda$ 는 7200,  $\eta$ 는 0.1로 놓고 목표궤적  $x_d(t) = 10 \sin(\pi t) [rad]$ 로 인가하여 시뮬레이션 한 결과를 슬라이딩모드의 오차와 비교하여

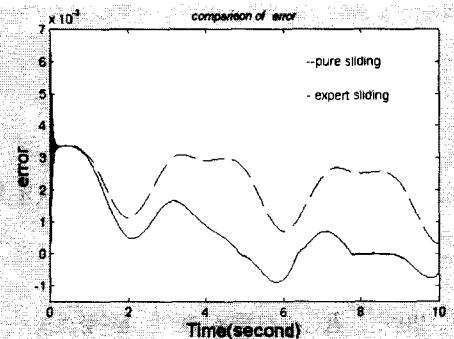
그림 1에 (a), (b), (c)로 나타내었다.



(a)  $d(t) = \sin(\pi t)$ 일 때



(b)  $d(t) = 5 \sin(\pi t)$ 일 때



(c)  $d(t) = 10 \sin(\pi t)$ 일 때

그림 1. 슬라이딩 모드와 전문가 슬라이딩모드의 오차곡선 비교.

Fig. 1. Comparison of sliding mode controller's error curve with Expert-sliding mode controller's.

그림 (a)는 외란의 크기가  $\sin(\pi t)$ 인 경우로 슬라이딩에 비하여 오차의 범위가 작고 수렴 속도 또한 향상됨을 나타내었다. 그림 (b)와 (c)에서는 외란의 크기를 각각  $5 \sin(\pi t)$ 와  $10 \sin(\pi t)$ 를 인가함으로서 외란의 불확실성에 관한 슬라이딩 모드와 전문가 슬라이딩 제어기의 강인함을 비교하였다. 그림에서 보여지듯이 임의의 외란이 인가되더라도 슬라이딩 모드 제어기보다 오차가 현저히 작아짐으로서 제의된 제어기가 외란에 강인함을 보였다.

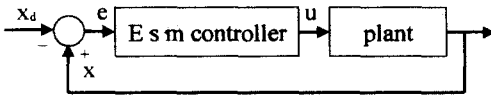


그림 2. 전문가 슬라이딩모드의 제어 블록선도.  
Fig. 2. Block-Diagram of Expert-sliding mode controller.

### 5. 결론

본 논문에서는 외란의 불확실한 정도를 알지 못하더라도 제어기 설계가 가능하며, 임의의 외란이 인가되더라도 강인한 제어를 수행할 수 있는 전문가 슬라이딩 모드 제어기를 제시하였다.

제안된 제어기는 시뮬레이션 결과에서 보이듯이 외란의 불확실 정도에 대해 오차와 오차변화량을 이용하여 추정함으로써 설계의 변화 없이 강인한 제어를 수행하였고, 슬라이딩 모드 보다 나은 강인함을 보였다.

따라서 제안된 제어기는 산업현장에서 부하의 변동이 심한 시스템의 제어 수행에 있어 강인함을 보장하며 제어기 설계 시에 불확실성으로 인한 설계의 어려움을 극복할 것으로 사료된다.

### 참 고 문 헌

- [1] K. J. Åström and T. Hägglund, "Automatic Tuning of PID Controllers," Instrument society of America, 1988.
- [2] J.-J. E. Slotine and W. Li, "Applied Nonlinear control," Prentice-Hall, 1991
- [3] J. Y. Hung and J. C. Hung, "Variable structure control : A survey," IEEE Trans. on industrial electronics, Vol.40 No.1, pp.2~22, February 1993.
- [4] J. L. Crassidis, " Robust Control of Nonlinear System

- using Model-error Control synthesis." Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol.22, No.4, July-August 1999.
- [5] J.-J. E. Slotine, "Sliding controller Design for Nonlinear system ," Int. J. control, Vol.40. No.2, pp. 421~434, 1884.
- [6] R. Palm, "Sliding mode Fuzzy control," IEEE International conference on Fuzzy systems 1992, pp. 519~526.
- [7] K. S. Narendra, K. Parthasarathy, " Identification and control of dynamical system using Neural networks," IEEE Trans. on Neural Network, Vol. 1, No. 1, pp. 4~27, March 1990.
- [8] L. R. Medsker, Hybrid neural network and expert system, Kluwer academic publishers, 1994.
- [9] J. A. Bernard, "Use of a Rule-Based System for Process Control," IEEE Control Systems Magazine, pp. 3~13, October, 1988.

### ◇ 저자소개 ◇

#### 지 봉 철 (池峰徹)

1973년 9월 21일생. 1999년 원광대학교공대 전기공학과 졸업. 현재 원광대학교대학원 전기공학과 석사과정.

#### 박 월 서 (朴曰緒)

1953년 5월 1일생. 1982년 원광대학교공대 전기공학과 졸업. 1985년 조선대학교 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1992년 원광대학교 대학원 전기공학과 졸업(박사). 현재 원광대학교 전기공학과 조교수.