

# 위상 변환 격자를 이용한 선형 엔코더의 오차 보상법

송주호\*, 김경찬\*\*, 김수현\*\*, 곽윤근\*\*

## A New Error Compensation Method in Linear Encoder Using a Phase-Modulated Grating

Ju-Ho Song\*, Kyung-Chan Kim\*\*, Soo-Hyun Kim\*\*, Yoon Keun Kwak\*\*

### ABSTRACT

A new hardware compensation method reducing displacement measurement errors, caused by tilt of index scale in moiré linear encoders, has been developed. In conventional moiré linear encoders, the detectors are aligned perpendicular to the line of moiré fringes this structure is very sensitive to an unwanted tilt of the gratings. In this paper, a newly designed grating, called a phase-modulated grating, is developed to compensate for non-orthogonal errors. By using the phase-modulated grating instead of a conventional index, it is possible to reduce non-orthogonal errors of moiré linear encoders.

**Key Words** : Optical Encoder (광학 엔코더), Linear Encoder (선형 엔코더), Moiré Fringes (모아레 무늬), Phase-Modulated Grating (위상 변환 격자), Displacement Measurement (변위 측정), Optical Sensor (광 센서)

### 1. 서론

산업 현장에서 쓰이는 대부분의 기계에 있어 실시간 제어를 이용한 변위 제어 기법이 보편화됨에 따라, 정확한 변위 측정이 기계의 성능을 좌우하는 중요한 요소가 되고 있다. 여러 변위 측정 장치 중 선형 엔코더(linear encoder)는 저가이며, 소형화를 도모할 수 있어 현재 수~수십 마이크로미터 단위의 정밀도가 요구되는 CNC 공작기계, 산업용 로봇, 정밀 이송 기구, 반송 장치 등에서 변위 측정 장치로 널리 사용되고 있다. 여러 선형 엔코더 중 모아레 엔코더(moiré encoder)는 용이한 제작성, 상대적으로 높은 비용대비 분해능, 전자기 적 외란 요인에 대한 강인성과 같은 장점으로 인

해 그 효용성이 매우 높다. 그러나, 두 격자 사이의 기울임 각의 원치 않은 변화나 조립 오차에 의해 모아레 무늬의 간격이 민감하게 변하며, 이는 변위 측정의 오차로 나타나게 된다.

모아레 엔코더의 오차를 보상하기 위한 연구는 소프트웨어적 측면과 하드웨어적 측면의 두 갈래로 이루어져 왔다. 소프트웨어를 이용한 오차 보상법은 실험치를 얻어 이를 이상적인 값과 비교함으로써 매개 변수의 값을 보정하는 방법이다. 대표적으로는 리사쥬(lissajous) 곡선 방정식을 이용한 Heydermann<sup>(1)</sup>의 연구와 리졸버(resolver)의 신호처리를 위한 Hanselman<sup>(2)(3)</sup>의 연구를 들 수 있으며 그 외 Zhang<sup>(4)</sup>과 Wang<sup>(5)</sup>의 연구도 이 범주에 속한다. Hagiwara<sup>(6)</sup>는 코드 보상 기법을 개발하여

\* LG 전자 PCB OBU

\*\* 한국과학기술원 기계공학과

모아래 무늬의 위상 변동에 의한 디지털 코드의 변화를 보정하였다. 그러나 이러한 소프트웨어를 이용한 오차 보정법은 기기 사용 중 발생하는 오차를 보상할 수 없다는 본질적인 한계를 지닌다. 따라서 하드웨어 자체의 변형을 통해 보다 강인하며 오차에 민감하지 않은 엔코더 제작의 필요성이 대두 되어 왔다. 하드웨어적 측면의 오차 보정법의 대표적인 연구로는 정현파 형태의 광전 소자를 배열하여 위상을 검출하는 방식을 택한 Engelhardt<sup>(7)</sup>의 연구를 들 수 있다. 그러나 이 방식은 구조가 복잡하여 제작이 용이하지 못하다는 단점을 지니고 있다.

본 논문은 모아래식 선형 엔코더의 조립 오차 및 기울어짐 각의 변화에 의한 측정 오차에 대해 새로운 보상 기법을 제안함으로써 시스템의 성능을 개선시키는데 그 목적을 두고 있다. 새로운 오차 보정법은 엔코더 사용 중 발생하는 오차와 조립 시 발생하는 오차를 동시에 보상하기 위해 하드웨어적 방법을 채택하며, 기존의 하드웨어적 방법에 비해 기계적, 광학적 구조가 간단하게 구성된다.

## 2. 오차 해석

### 2.1 측정 원리

모아래 엔코더는 기본적으로 기준 격자(main scale), 검출부, 분할 및 계수 회로로 구성되어 있다.

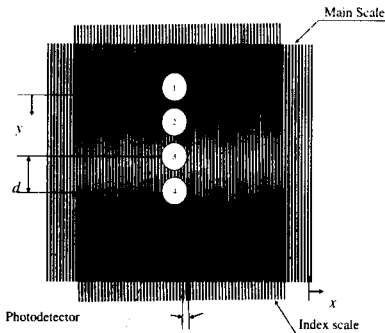


Fig. 1 Principle of moiré type linear encoder

기준 격자는 빛이 투과되는 부분과 투과되지 못하는 부분이 동일한 간격과 폭으로 배열되어 있

으며, 검출부는 빛을 보내는 광원, 보조 격자(index scale), 투과된 빛을 검출하는 수광 소자로 구성되어 있다. 분할 방법으로는 위상 변조법(phase modulation method)을 이용한다. 신호 검출부의 구조는 Fig. 1 과 같다. Fig. 1 에서와 같이, 기준 격자 위에 보조 격자를 기울여 겹치면 모아래 무늬가 형성되며, 무늬의 간격  $f$  는 격자의 피치(pitch)를  $p$  라 할 경우, 보조 격자의 기울임 각  $\theta$  의 함수로서 식 (1)과 같이 표현할 수 있다<sup>(8)</sup>.

$$f = \frac{p}{2\sin \frac{\theta}{2}} \quad (1)$$

무늬선의 방향은 격자선 방향과 거의 직각을 이루며 기준 격자를 좌우로 이동시키면 무늬가 위 또는 아래로 움직인다. 특히 격자가 정확히 한 피치의 변위를 갖게 되면 모아래 무늬도 한 피치 이동하게 되며, 이러한 변위 확대 효과를 이용함으로써 정밀한 측정이 가능하다.

Fig. 1 에서 격자를 기준으로 후면에 광원을 위치시키고 전면에 수광 소자를 배치하면 모아래 무늬가 이동하면서 생기는 광량의 변화를 검출할 수 있다. 하나의 수광 소자만으로는 격자의 이동 방향을 판별할 수 없어 두 개 이상의 소자를 배치하여 1/4 주기의 위상차를 갖는 두 개의 정현파를 얻는다. 광량의 편심량(bias value)을 제거하기 위해서는 네 개의 수광 소자가 필요하며 각각 1/4 주기의 위상차를 갖도록 배치한 후 신호를 차등 증폭(differential amplification)하여 편심량 없는 두 개의 정현파를 얻는다. 네 개의 수광 소자는 초기 모아래 무늬 간격을 4 등분하여 배치하며, Fig. 1 에서 기준 격자가  $x$  방향으로 이동함에 따라 모아래 무늬는  $y$  방향으로 변위를 갖게 된다. 이 때 4 개의 수광 소자로부터 얻어지는 빛의 세기  $I_1, I_2, I_3, I_4$  로부터 1/4 주기 위상차를 갖는 두 정현파 신호를 식 (2)와 같이 얻을 수 있다.

$$V_a = \frac{I_1 - I_3}{2} = V_p \cos \phi \quad (2)$$

$$V_b = \frac{I_2 - I_4}{2} = V_p \sin \phi$$

여기서  $\phi$  는 모아래 무늬의 위상,  $V_p$  는 광량의

진폭을 의미한다. 모아레 무늬의 위상  $\phi$ 는 식 (2)로부터 다음과 같이 표현된다.

$$\phi = \tan^{-1} \frac{V_b}{V_a} \quad (3)$$

모아레 무늬 위상의 변화는 기준 격자의 변위  $x$ 에 비례하므로 위상 값을 얻음으로써 이동 거리를 산출할 수 있고, 그 관계는 식 (4)와 같다<sup>9)</sup>.

$$x = \frac{p}{2\pi} \Delta\phi \quad (4)$$

## 2.2 오차 발생 요인 및 영향

모아레 엔코더의 주된 오차 요인으로는 격자 자체의 주기적인 오차(periodic error), 엔코더 조립 오차, 격자의 원치 않은 기울어짐, 외부 진동(vibration)에 의한 격자간 정렬의 흐트러짐 등을 들 수 있다. 이로 인해 검출 신호는 이상적인 형태에서 벗어나 변형을 일으키게 된다. 신호 변형은 진폭 변조(amplitude imbalance), 1/4 주기 위상 오차(quadrature phase shift error), 기준 위상 변환(reference phase shift), 신호 왜곡(signal distortion), 잡음(noise) 등의 형태로 나타난다. 이 중 진폭 변조와 1/4 주기 위상 오차가 측정치에 가장 큰 영향을 미친다. 진폭 변조는 주로 격자의 주기적인 오차와 광량 검출에 사용되는 각 수광 소자의 성능 차이에 기인하며 이는 초기 보정을 통해 크게 줄일 수 있다. 반면 엔코더의 오랜 사용과 잦은 이동에 따라 발생하는 보조 격자의 원치 않은 기울임 각 변화를 그 원인으로 하는 1/4 주기 위상 오차는 초기 보정으로 줄이기에 한계가 있다. 1/4 주기 위상 오차는 위치 분해능이 높은 작은 피치의 격자일 경우 더욱 심각하며, 선형 엔코더의 측정 신뢰도를 떨어뜨리는 주 원인으로 작용한다.

보조 격자의 기준 격자에 대한 원치 않은 기울임 각 변화가 1/4 주기 위상 오차에 미치는 효과를 고찰하기 위해, 동일한 피치를 갖는 기준 격자 상에 네 개의 보조 격자를 각각 기울임 각을 달리 하여 겹쳐 놓을 경우, 생성되는 모아레 무늬는 Fig. 2와 같다.

초기 설계치 만큼 보조 격자가 기준 격자에 대해 기울임 각  $\theta$ 를 가질 때 생성되는 모아레 무늬는 Fig. 2(a)와 같고, 여기서 모아레 무늬 간격은

$f_0$ , 수직 방향으로 배치된 네 개의 수광 소자 간격  $d$ 는  $1/4 f_0$ 의 값을 가진다. 그러나, 보조 격자가 기준 격자에 대해  $\Delta\theta$ 의 원치 않은 기울임 각을 가질 경우, 즉 기준 격자와 보조 격자의 기울임 각이  $\theta + \Delta\theta$ 가 될 경우, 모아레 무늬의 간격은 Fig. 2(b), (c), (d)와 같이 급격히 변하게 된다.

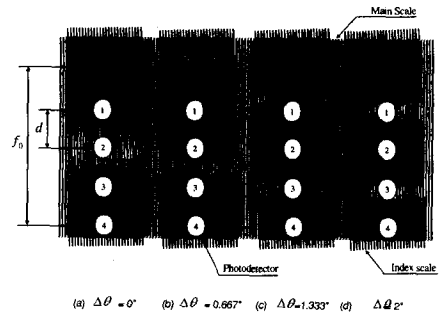


Fig. 2 Error caused by tilt of index scale (grating pitch  $p=200\mu\text{m}$ ,  $\theta_0=2^\circ$ )

격자 피치  $200\mu\text{m}(20\mu\text{m})$ , 보조 격자의 초기 기울임 각( $\theta_0$ )  $2^\circ(0.2^\circ)$ 인 엔코더를 가정할 때, 초기 모아레 무늬의 간격은 식(1)에서  $5.73\text{mm}$ 을 얻을 수 있다. 이 때 수광 소자를  $1.43\text{mm}$ 의 간격으로 배치하면 1/4 주기의 위상차를 가지는 신호를 얻을 수 있다. Fig. 2(b)에서와 같이 수광 소자의 간격은 고정된 채, 보조 격자가  $0.667^\circ(0.067^\circ)$ 의  $\Delta\theta$ 를 가질 경우, 각 소자 사이의 위상차는  $120^\circ$ 가 되어 위상 오차는  $30^\circ$ 가 된다. 같은 방법으로 보조 격자가  $1.333^\circ(0.133^\circ)$ ,  $2^\circ(0.2^\circ)$ 의  $\Delta\theta$ 를 가질 경우,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ 만큼의 1/4 주기 위상 오차가 발생한다는 것을 Fig. 2(c)와 Fig. 2(d)로부터 알 수 있다. 이와 같이 모아레 무늬 간격은 격자 간 매우 각 변화에 매우 민감하며, 측정 변위의 오차로 나타난다.

## 2.3 해석 및 시뮬레이션

초기 모아레 무늬 간격  $f_0$ , 변화한 무늬 간격  $f$ 에 대해 1/4 주기 위상 오차  $\alpha$ 는 식 (5)와 같다.

$$\alpha = \frac{\pi}{2} \left( \frac{f_0}{f} - 1 \right) = \frac{2\pi d}{f} - \frac{\pi}{2} \quad (5)$$

이를 식 (1)과 연립하면 식 (6)과 같이 기울임 각의 변화에 따른 1/4 주기 위상 오차를 얻을 수 있다.

$$\alpha = \frac{\pi}{2} \left( \frac{\sin \frac{\theta}{2}}{\sin \frac{\theta_0}{2}} - 1 \right) \quad (7)$$

이로부터 얻게 되는 보조 격자의 기울임 각 변화에 의한 모아레 무늬의 위상  $\phi'$ 는 식 (8)과 같다.

$$\phi' = \tan^{-1} \frac{V_b'}{V_a'} = \tan^{-1} \left( \frac{\sin(\phi - 2\alpha)}{\cos(\phi - \alpha)} \right) \quad (8)$$

이상의 결과에 따라 격자 피치 200 $\mu$ m, 보조 격자의 초기 기울임 각 2°인 엔코더에 있어 기울임 각의 변화에 따른 변위 측정 시뮬레이션 결과는 Fig. 3 과 같다.

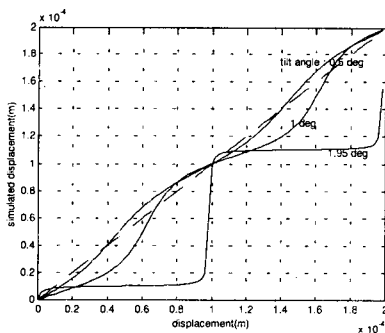


Fig. 3 Simulated values of displacements during one pitch movement with tilt of index scale ( $p=200\mu\text{m}$ ,  $\theta_0=2^\circ$ )

Fig. 3 은 각각 보조 격자의 기울어짐이 0.5°, 1°, 1.95°일 때, 기준 격자의 한 피치 이동에 따라 측정되는 변위 값을 나타낸다. 점선은 이상적인 경우이며, 초기 상태에서 보조 격자의 기울임 각이 증가할수록 측정 오차가 크게 형성되는 것을 볼 수 있다.

따라서 모아레식 선형 엔코더의 경우 쉽게 변

하는 위상에 대한 측정 값의 안정화 방안이 요구된다.

### 3. 오차 보상

#### 3.1 위상 변환 격자 설계

기존 시스템의 경우 Fig. 1 에서와 같이 모아레 무늬 한 피치를 4 등분 하여 수광 소자를 배치함으로써 무늬선 방향에 대해 직각 방향의 거리를 산출할 수 있게 된다. 따라서 모아레 무늬 간격의 원치 않은 변화는 각 수광 소자 검출 신호간의 위상차에 영향을 끼치게 된다. 이를 보상하기 위해 수광 소자를 모아레 무늬선과 평행한 방향으로 배열하면 모아레 무늬 간격 변화에 영향이 없도록 할 수 있다. 수광 소자를 평행하게 배열하면 수직 방향으로의 수광 소자 간격  $d$  는 0 이 되며, 기존 보조 격자에 적용 시 식 (6)에 의해 1/4 주기 위상 오차는 각각  $-\pi/2$  로 나타난다. 이를 제거하기 위해 각 소자와 소자 사이에  $\pi/2$  만큼의 위상 변화를 갖도록 하는 방법을 구상하였으며 이를 보조 격자의 변형을 통해 실현한다.

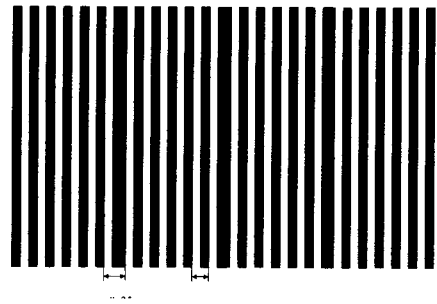


Fig. 4 Phase modulated grating

새로운 형태의 보조 격자는 Fig. 4 와 같고, 이 격자의 명칭을 위상 변환 격자(phase modulated grating)라 한다. 위상 변환 격자는 기존의 보조 격자를 왼쪽에서 전체 크기의 1/4, 1/2, 3/4 되는 위치에서 각각 검은 선을 다른 부위보다 1/4 만큼 두껍게 한다. 이를 기존의 기준 격자 위에 기울여 겹쳐 놓으면 Fig. 5 에서 보는 바와 같이 각각  $\pi/2$  의 위상차를 갖는 계단식 모아레 무늬가 형성된다.

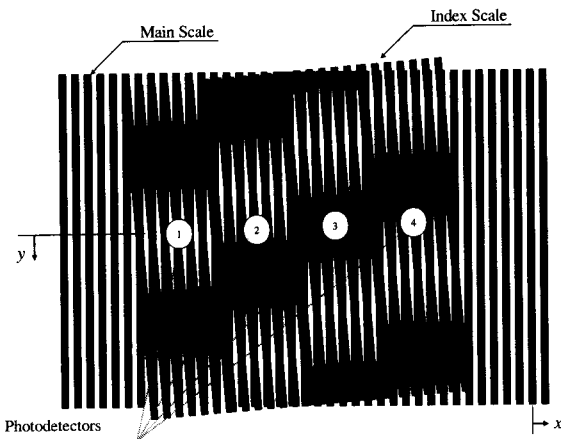
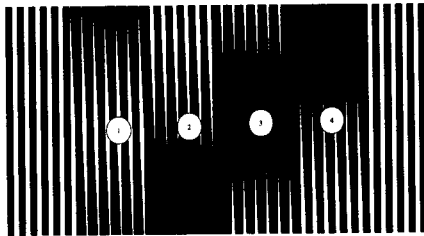


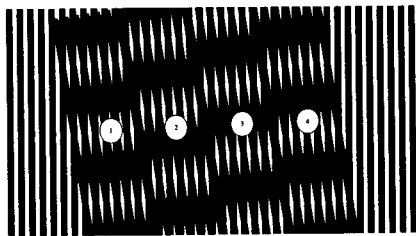
Fig. 5 Moire fringes by phase modulated grating

이 상태에서 주 격자를 Fig. 5의 x 방향으로 이동시키면 모아레 무늬는 계단 형태를 유지한 채 y 방향으로 움직인다. 이를 통해 수평으로 배치한 수광 소자는 각각 1/4 주기의 위상차를 갖는 광량의 변화를 검출할 수 있다.

### 3.2 선형 엔코더 오차 보상



(a) Rotated to clockwise



(b) Rotated to counter clockwise

Fig. 6 Conservation of phase differences among detectors

Fig. 6(a)는 격자 사이의 각이 작아질 경우, (b)는 커질 경우의 무늬 간격 변화를 보인다. 각 경

우 모아레 무늬의 간격은 크게 변화하지만 각 소자 간의 무늬 위상차가  $\pi/2$ 로 유지되는 것을 관찰할 수 있다. 즉, 모아레식 선형 엔코더의 보조 격자로서 위상 변환 격자를 이용하고 네 개의 수광 소자를 수평으로 배치함으로써 보조 격자의 기울어짐으로 인한 1/4 주기 위상 오차를 제거할 수 있다. 본 방법에 의한 오차 보상은 하드웨어의 변형을 통해 오차에 대한 강인성을 높임으로써 기존의 소프트웨어를 이용한 오차 보상의 단점을 보완할 수 있으며, 제작이 까다롭지 않고 대량생산이 가능한 격자의 제작을 통해 큰 비용의 증가 없이 엔코더의 성능을 향상시킬 수 있다.

## 4. 실험 및 고찰

### 4.1 실험 장치 구성 및 방법

위상 변환 격자를 이용한 오차 보상을 증명하기 위하여 구성한 실험장치의 사진과 개념도는 각각 Fig. 7, Fig. 8 과 같다.

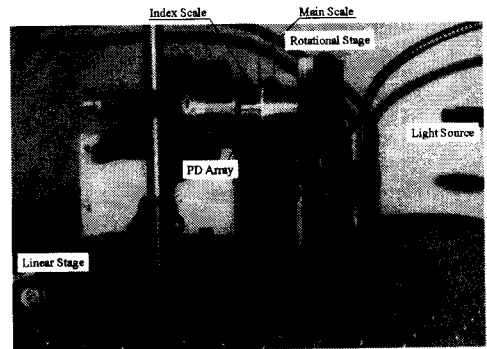


Fig. 7 Experimental setup

광원으로는 넓은 면적에 일정한 조도의 광을 조사할 수 있는 백색광 광섬유 조명기(fiber optic illuminator)를 이용한다. 광원으로부터 나온 빛은 기울임 각을 갖는 두 격자를 거치면서 모아레 무늬를 형성하고, 무늬의 명암은 격자 뒤에 배치된 네 개의 포토다이오드(photodiode)에 의해 전류 신호로 변환된다. 격자는 에멀전 마스크(emulsion mask)를 이용하여 제작되었으며, 피치는  $200\mu\text{m}$  이

다. 보조 격자로는 기존 방식의 격자와 위상 변환 격자를 이용하며, 각각 20×20mm의 크기를 가진다.

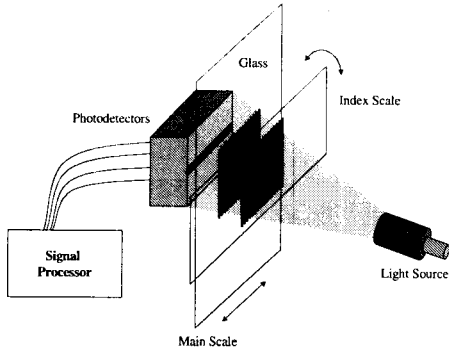


Fig. 8 Schematic diagram of measurement system

보조 격자에는 회전 이송 장치(rotational stage)가 부착되어 기울임 각 변화에 따른 변위 오차를 측정할 수 있다. 광원과 포토다이오드, 보조 격자가 고정된 상태에서 기준 격자는 선형 이송 장치(linear stage)를 통해 격자선의 직각 방향으로 이송된다. 선형 이송 장치는 마이크로 스테핑 모터(720,000 스텝/1 회전)에 휠 힌지를 통해 마이크로미터와 연결되어 구동되며 스테이지의 구동은 10nm 위치 분해능의 광 삼각법 변위 센서를 통해 측정된다. 이 때 변화하는 빛의 강도는 격자 눈금 1개의 이동 간격을 1주기로 하는 정현적인 전기 신호로 변환되며 이를 신호 처리하여 변위를 검출한다. 같은 조건하에서 기존에 사용되는 보조 격자와 위상 변환 격자를 교체할 수 있도록 하며, 각각의 경우에 대해 초기 상태와 원치 않은 두 격자 사이의 기울임 각 변화가 생긴 상태에서 모아레 무늬의 이동을 검출한다. 기준 격자에 대해 보조 격자가 2°의 기울임 각을 가질 경우 형성되는 모아레 무늬의 간격은 식 (1)에 의해 5.73mm이며, 이를 초기 상태로 설정한다. 실험은 기준 격자에 대해 보조 격자가 -0.5°, 0.5°, 1°, 2°의 원치 않은 기울임 각  $\Delta\theta$ 를 가질 경우에 대해 행해지며, 보조 격자는 기존의 격자와 위상 변환 격자를 사용하여 각각의 경우를 비교한다. 각 경우에 대해 구해진 변위 값을 선형 이송 기구의 변위량과 비교하여 변위 오차를 얻는다.

## 4.2 실험 결과 및 고찰

Fig. 9, Fig. 10은 기존 시스템과 제안된 시스템의 출력신호에 대한 리사주 곡선을 나타낸 실험 결과이다.

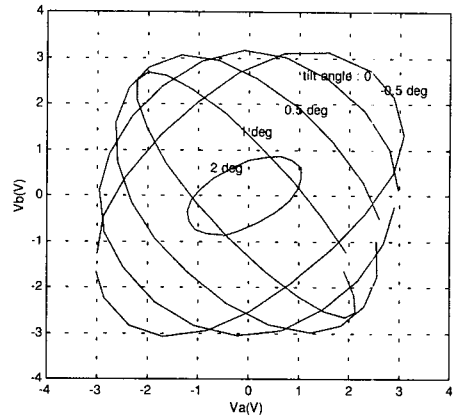


Fig. 9 Change of orthogonality of two output signals (conventional measurement system)

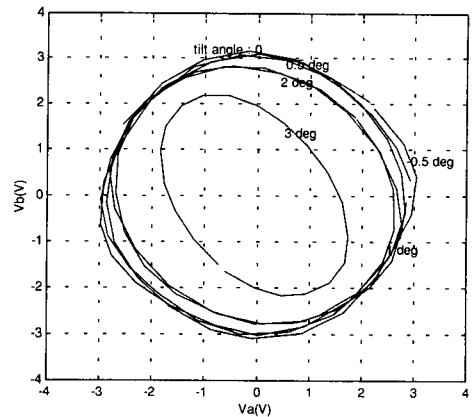
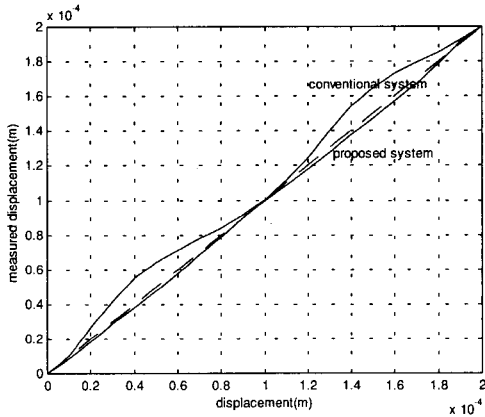


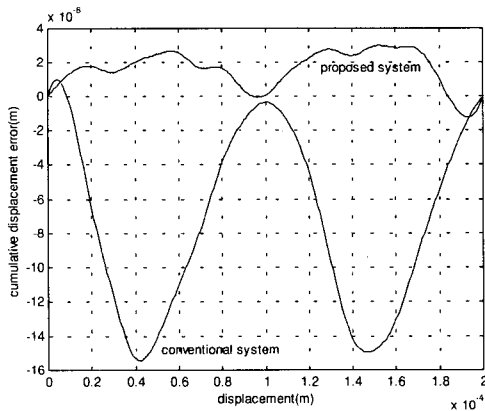
Fig. 10 Change of orthogonality of two output signals (proposed measurement system)

Fig. 10의 경우 보조 격자의 기울임 각이 변하더라도 곡선은 거의 원형을 유지하고 있으나 Fig. 9에서는 많이 찌그러진 결과를 나타내고 있다. Fig. 11은 주 격자가 한 피치 이동함에 따라 기존 시스템과 제안된 시스템의 측정치가 실제 이동거리 두 시스템 모두 보조 격자가 0.5° 기울어 졌을 때, 같은 조건 하에서의 실험 결과이며, 새로 제안된

시스템의 정확도가 우수함을 관찰할 수 있다. 리를 어느 정도 추종하는 지를 비교한 실험 결과이다.



(a) measured values of displacement



(b) displacement errors

Fig. 11 Displacement errors of conventional and proposed system during one pitch movement (tilt angle :  $0.5^\circ$ )

Fig. 12는 보조 격자의 기울어짐 각 변화에 따라 두 시스템의 변위 측정 오차가 변하는 모습을 나타낸 그래프이다. Fig. 12에서 살펴볼 수 있듯이 본 연구에서 제안한 위상 변환 격자를 이용한 선형 엔코더는 기존 시스템과는 달리 보조 격자의 기울어짐에 대한 영향이 매우 작은 것을 볼 수 있다. 이상의 결과를 통해 위상 변환 격자를 이용한

선형 엔코더의 경우 보조 격자의 기울임 각 변화에 대해 훨씬 강인하다는 것을 알 수 있다. 원치 않은 기울임 각 변화가 없는 경우, 두 시스템 모두 한 피치 이송 되는 동안 약  $3\mu\text{m}$  정도의 최대 변위 오차를 보인다. 이는 초기 조립 오차, 격자 자체의 부정확함, 증폭 회로에서의 잡음, 외부 검출 장치의 측정 오차 등에 의한 것으로 사료된다. 상대적으로 외부 검출 장치의 측정 오차와 격자 자체의 부정확함에 의한 변위 오차량은 매우 작으며, 조립 오차에 의해 대부분의 오차가 형성된다. 조립 오차로는 이송 장치와 격자 간의 어긋남, 두 격자 사이의 틈새 등을 들 수 있다.

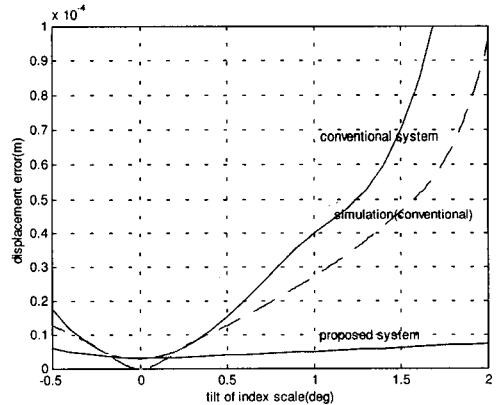


Fig. 12 Maximum displacement errors caused by tilt of index scale

### 5. 결론

본 연구에서는 일반 산업 현장에서 많이 사용되는 모아레식 선형 엔코더에 있어서 측정 오차에 큰 영향을 미치는 1/4 주기 위상 오차를 새로 고안한 위상 변환 격자를 통해 보상하였다. 이를 위해 먼저 기존 시스템의 1/4 주기 위상 오차를 해석, 시뮬레이션하고 그 영향 정도를 실험하였다. 그 결과 두 격자 기울임 각의 작은 변화에 상당히 큰 위상 오차가 발생됨을 알 수 있었고, 이로 인한 변위 측정 오차 또한 크게 나타났다. 격자 피치  $200\mu\text{m}$ 에 대하여 두 격자 사이의 기울임 각이 약  $0.5^\circ$  변화하였을 때, 변위 측정 오차는 최대  $16\mu\text{m}$ 에 이르렀다. 이를 제거하기 위하여 본 연구에서 고안한 위상 변환 격자를 보조 격자로 사용하여 실험하였을 경우 두 격자 사이의 각이  $0.5^\circ$  변화

하였을 때, 변위 측정 오차가 최대  $3\mu\text{m}$  로 줄어드는 것을 확인하였다. 본 연구를 통해 얻은 결론은 다음과 같다.

모아레 방식 선형 엔코더에서 1/4 주기 위상 오차를 보상하기 위해 위상 변환 격자를 고안하였으며 이를 보조 격자로 활용하였다.

위상 변환 격자를 적용한 새로운 시스템에서 보조 격자의 기울임 각 변화 또는 조립 오차에 의한 1/4 주기 위상 오차가 보상되었으며 이를 통해 시스템의 정확도와 신뢰도를 향상 시킬 수 있었다.

이상의 결과를 토대로 큰 비용의 증가 없이 모아레 무늬 위상이 안정화된 선형 엔코더를 제작할 수 있다.

### 참고문헌

1. Peter L. M. Heydemann, "Determination and correction of quadrature fringe measurement errors in interferometers," *Applied optics*, Vol. 20, No. 19, 3382~3384, 1981.
2. Duane C. Hanselman, "Resolver signal requirements for high accuracy resolver-to-digital conversion," *IEEE transactions on industrial electronics*, Vol. 37, No. 6, 556~561, 1990.
3. Duane C. Hanselman, "Techniques for improving resolver-to-digital conversion accuracy," *IEEE transactions on industrial electronics*, Vol. 38, No. 6, 501~504, 1991.
4. G.X. Zhang, C. H. Wang, Z. Li, "Improving the accuracy of angle measurement system with optical grating," *Annals of the CIRP*, Vol. 43, 457~460, 1994.
5. Chunhai Wang, Guoxiong Zhang, Shangi Guo, Jing Jiang, "Auto correction of interpolation errors in optical encoders," *Proceedings of SPIE*, Vol. 2718, 439~447, 1996.
6. Nobumi Hagiwara, Yoshihisa Suzuki, and Hideaki Murase, "A method of improving the resolution and accuracy of encoders using a code compensation technique," *IEEE transactions on instrumentation and measurement*, Vol. 41, No. 1, 98~101, 1992.
7. Kai Engelhardt and Peter Seitz, "High-resolution position encoder, insensitive to misalignment," *Proceedings of SPIE*, Vol. 2783, 184~191, 1996.
8. P. S. Theocaris, "Moire fringes in strain analysis," Pergamon, Oxford, 1969.
9. J. H. Song, "Development of a new error compensation method in linear encoder using phase shifted grating," MS thesis, KAIST, 1999.