

최소자승법에 의한 전기유압식 서보시스템의 모델링 및 파라미터 평가

노형우*, 송창섭**

Modeling and Parameter Estimation of an Electrohydraulic Servo System by the Least Square Method

HyungWoo Roh*, ChangSup Song**

ABSTRACT

By using the test of signal error, model structure of an electrohydraulic servo system is determined. For determining parameter of the electrohydraulic servo system, using time discrete model of parametric method, parameters in time discrete model are searched by the least square method. By bilinear transform, we have found the model of electrohydraulic servo system in s domain. Afterwards, we have compared experimental data with simulation data by MATLAB having the identified parameter. As the result, experimental data is agreed with simulation data very well.

Key Words : Parameter identification(변수추정법), Modeling(모델링), Electrohydraulic servo system(전자식유압서보시스템), Discrete model(이산시간영역의 모델), Experiment data(실험값), Simulation data(시뮬레이션값)

1. 서론

종래에는 전기유압식 서보시스템을 모델링하기 위해서 물리법칙을 사용하여 모델링을 하였으나 벨브형상의 복잡함이나 유량계수, 압력계수등은 별도의 실험을 통해서만 구할수 있는 파라미터가 많기 때문에 정확한 모델링이 어려우므로 파라미터추정법을 이용하면 보다 정확한 유압시스템의 모델링이 가능하다. 파라미터추정법에는 비파라미터적방법(nonparametric method)과 파라미터적방법(parametric method)이 있으나¹⁾²⁾ 전기유압시스템은

시스템이 잘 알려져 있으므로 파라미터적 방법을 사용하였다. 전기유압식 서보 시스템의 시스템 모델링을 위하여 시스템의 입력신호로 여러 가지 전기신호를 전기유압식 서보시스템에 입력시키고 시스템의 출력을 측정하였다. 측정방법은 입력신호를 발생시키기 위해서 함수발생기를 사용하였고 출력신호는 시스템의 회전각도를 포텐션미터로부터 전압으로 측정하였고 이 데이터를 LabVIEW를 사용하여 컴퓨터에 저장하였다. 100Hz의 샘플링주기로 컴퓨터에 저장된 입력신호와 출력신호를 MATLAB에서 파라미터추정하기위해서 데이터를

* 한양대학교 대학원 정밀기계공학과 박사 과정

** 한양대학교 기계공학부 교수

가공하여 저장한다. 준비된 데이터를 사용하여 MATLAB의 M파일을 이용한 프로그램으로 이산 시간영역에서의 전기유압식 서보시스템의 모델을 1차부터 8차까지로 가정하고 파라미터추정을 수행하였다. 파라미터추정법에는 여러 가지가 있으나, 일반적인 최소자승법(least square method)을 사용하였다. 파라미터추정법을 통하여 얻어진 1차모델부터 8차모델을 이산시간영역에서 Bilinear transform의 s 영역으로 변환시키고 이 변환된 s 영역의 1차 모델에서 8차모델의 각각에 대하여 입력신호와 같은 신호를 MATLAB으로 시뮬레이션한 모델에 입력하여 시스템의 출력을 구한다. 이 시뮬레이션에서 구한 출력값을 100Hz로 샘플링하여 실험에서 구한 출력값과 비교한다. 이 방법을 신호오차테스트라고한다. 이 신호오차테스트를 통하여 시뮬레이션 값과 실험값과의 차를 구하고 이 차들을 측정시간영역에서 합하면 4차모델에서 오차의 합이 가장 작음을 알 수 있다.

모델링하고자 하는 전기유압식 서보시스템의 차수를 4차로 정하고 각 입력파를 사용하여 이산시간영역에서의 4차모델로 파라미터를 추정하였다. 입력에 사용된 3가지 파형, 즉 정현파, 구형파, 오프셀된 구형파를 전기유압식 서보 시스템에 1Hz, 2Hz, 5Hz로 입력하여 출력을 측정후 신호 오차테스트를 통하여 최적의 모델, 즉 시스템 전달함수를 구한다.

2. 전기유압식 서보시스템의 이론적 해석

전기유압식 서보 시스템의 블록다이아그램은 그림 1과 같고 그 구성도는 그림2와 같다.³⁾

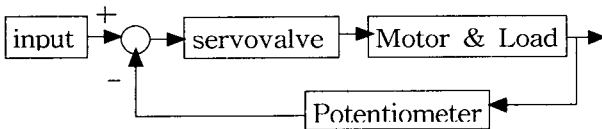


Fig. 1 Blockdiagram of electrohydraulic servosystem

서보 밸브의 입력전압V(S)와 밸브의 변위 X_s(S)와의 관계는 다음과 같다. 즉 서보 밸브의 차수가 3차가 됨을 알 수 있다.

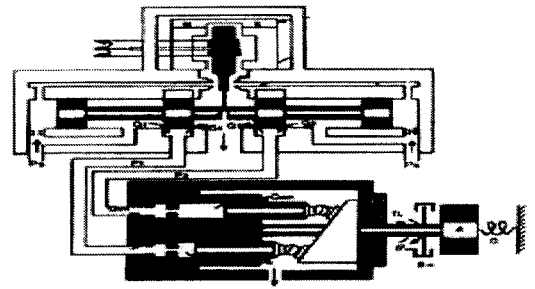


Fig. 2 Configuration of electrohydraulic servosystem

$$\frac{X_s(S)}{V(S)} = \frac{K_1 K_2 / A_s K_f}{S(1 + \frac{2\zeta}{\omega_n} S + \frac{S^2}{\omega_n^2}) + \frac{K_2 K_w}{A_s K_f}}$$

여기서 K₁ : 토크 모터의 게인

K₂ : 유압증폭기의 게인

A_s : 서보 밸브의 유효 단면적

K_f : 아마추어-플래퍼의 게인

ζ : 서보 밸브의 감쇠계수

K_w : 피이드백 스프링 게인

ω_n : 서보 밸브 고유진동수

유압모터와 부하의 전달함수는 다음과 같다. 즉 유압모터와 부하의 차수가 3차가 될수있다.

$$\frac{Xv(S)}{\theta(S)} = \frac{K_q / D_m}{S(-\frac{S^2}{\omega_h^2} + \frac{2\zeta S}{\omega_h} + 1)}$$

여기서 K_q : 유량이득

D_m : 유압 모터의 배재 용적

ω_h : 비감쇠 고유진동수

전기유압식 서보시스템의 전체차수는 6차가 된다. 그러나 3차의 차수를 갖는 서보 밸브는 스톱의 동특성을 결정하는 부분이 전달함수 내의 가장낮은 이탈 주파수(break frequency)임을 고려하면 다음과 같은 1차 전달함수로 표현할 수 있다.

$$\frac{X_s(S)}{V(S)} = \frac{K_i K_1 K_2 / A_s K_f}{\tau_s S + 1} = \frac{K_s}{\tau_s S + 1}$$

여기서 K_i : DC증폭기 게인

τ_s : 서보 밸브의 시상수

그러면, 전기유압식 서보시스템의 전체차수는 4차가 된다. 그러나 어떤 차수의 모델이 더 정확하게 시스템을 나타내고 있는지를 알 수 없었다. 파라미터추정법을 이용하여 1차부터 8차까지의 모델을 파라미터추정하고 이를 이용하여 실험값의 출력값과 시뮬레이션의 출력값을 비교하는 신호오차테스트를 통하여 신호오차의 합의 차수별 변곡점에서 최적의 모델 차수를 구한다.

3. 실험 및 파라미터추정법

3.1 입,출력 데이터 획득을 위한 실험

Table 1 Specifications of the experimental equipment

EHS-160	Accumulator	0.37 litre
	Servo valve	4-port spooltype
	Hydraulic motor Power rating	1.1kW at 1420 rev/min
	Hydraulic power supply	Maximum of 0.115 litres/sec at 70 bar
Function Generator		KENWOOD FG-272
DAQ hardware		National Instrument AT-MIO-16E-10

파라미터추정법을 위한 실험장치의 제원은 위의 표1과 같다.

전기유압식 시스템에 함수 발생기를 이용하여 1Hz, 2Hz, 5Hz의 구형파, 정현파, 오프셀된 구형파를 입력으로 하고 시스템의 출력 각도 θ 를 전압으로 출력하여 시스템의 입력 및 출력을 DAQ하드웨어와 LabVIEW소프트웨어를 이용하여 100Hz로 샘플링하여 저장한다. 저장된 값들을 MATLAB에서 불러들여 파라미터추정법을 하기 위해서 저장된 데이터를 가공한다.

3.2 파라미터추정법과 신호오차테스트를 이용한 전기유압식 서보시스템의 모델 차수결정

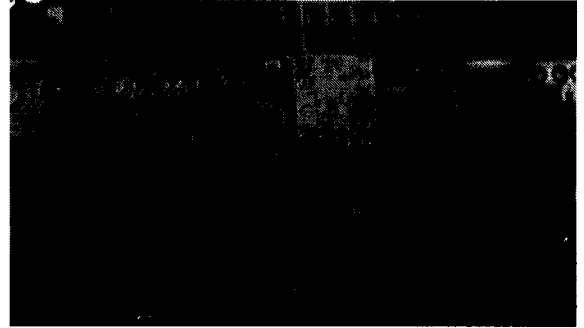


Fig. 3 Configuration of experimental apparatus

전기유압식 서보 시스템에 1Hz, 2Hz, 5Hz의 구형파를 입력하고 시스템의 출력을 측정한다. 입력과 출력을 DAQ하드웨어로 전기유압식 서보 시스템과 인터페이스를 시키고 LabVIEW프로그램을 이용하여 100Hz로 샘플링하여 컴퓨터에 저장한다. 파라미터추정을 하기위해서 MATLAB에서 M파일을 이용하여 파라미터추정프로그램을 작성한다. 프로그램의 알고리즘은 3.3과 같다. 작성된 프로그램에서 저장된 입력 및 출력데이터를 읽어 들이고 파라미터추정을 하여 1차모델에서 8차모델까지의 시스템 전달함수를 구한다. 파라미터추정법에서 구한 모델은 이산시간영역에서의 모델이므로 Bilinear transform을 사용하여 S영역의 전달함수를 구한다. 이 전달함수를 이용하여 MATLAB으로 시뮬레이션을 하고 시뮬레이션 영역에서 구형파를 발생시켜 모델에 입력을 주면 출력을 구할 수 있고 이를 다시 100Hz로 샘플링하면 시뮬레이션상의 출력을 구할 수 있다. 이 시뮬레이션 출력과 실험상의 출력을 비교하는 신호오차테스트를 수행한다. 신호오차테스트의 식은 다음과 같다.⁴⁾

$$\sum_{k=0}^n |y_k(t) - S_k(t)|$$

여기서, $y_k(t)$ 는 실험상의 샘플링된 출력이고 $S_k(t)$ 는 시뮬레이션상의 샘플링된 출력이다.

3.3 최소자승법에 의한 이산시간 영역 모델의 파라미터추정법

모델의 파라미터추정법은 다음과 같이 유도된다.⁵⁾ 입력신호와 출력신호는 다음의 식(1)과 같은 차분방정식으로 나타내진다. 이 차분방정식은 입

력신호의 잡음을 무시하고 입력 및 출력값의 초기 조건을 영으로 가정하여 유도된다.

$$y(k) + a_1y(k-1) + \dots + a_my(k-m) = b_1u(k-d-1) + \dots + b_mu(k-d-m) \quad (1)$$

위의 차분방정식을 Z변환하고 정리하면 식(2)를 얻게 된다.

$$\frac{Y(z)}{u(z)} = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} z^{-d} = \frac{b_1z^{-1} + \dots + b_mz^{-m}}{1 + a_1z^{-1} + \dots + a_mz^{-m}} z^{-d} \quad (2)$$

식(1)에 시간 k까지 측정된 신호값인 y(k)와 u(k)와 시간(k-1)까지의 예측된 파라미터를 대입하면 식(3)을 얻을 수 있다.

$$y(k) + a_1y(k-1) + \dots + a_my(k-m) - b_1u(k-d-1) - \dots - b_mu(k-d-m) = e(k) \quad (3)$$

이 된다. 여기서 e(k)는 방정식오차이다. 식(3)을 변환하고 정리하면 식(4)와 같이 표시할 수 있다.

$$A(z^{-1})Y(z) - B(z^{-1})z^{-d}u(z) = e(z) \quad (4)$$

식(3)에서 출력인 y(k)의 예측인 y(k | k-1)을 구하면 식(5)와 같이 표시된다.

$$y(k | k-1) = -a_1y(k-1) - \dots - a_my(k-m) + b_1u(k-d-1) + \dots + b_mu(k-d-m) = \Psi^T(k)\theta \quad (5)$$

여기서, 데이터벡터 $\Psi^T(k)$ 는

$$\Psi^T(k) = [-y(k-1) \dots -y(k-m) \quad | \quad u(k-d-1) \dots u(k-d-m)]$$

이고, 파라미터벡터 θ 는

$$\theta = [a_1 \dots a_m \quad | \quad b_1 \dots b_m]^T$$

이다.

식(3)과 (5)에서

$$y(k) = \Psi^T(k)\theta(k-1) + e(k) \quad (6)$$

이 된다.

식 (6)을 행렬 형태로 바꾸고, 오차방정식을 세우면 식(7)이 되고 식(7)에 식(6)을 대입하고 이를 미분하면 식(8)이 되고 정리하면 식(9)을 얻게 된다.

$$V = e^T(m+d+N)e(m+d+N) \quad (7)$$

$$\frac{dV}{d\theta} |_{\theta = \theta} = -2 \Psi^T [y - \Psi \theta] = 0 \quad (8)$$

$$\theta = [\Psi^T \Psi]^{-1} \Psi^T y \quad (9)$$

식(9)을 사용하여 입력과 출력으로 구성된 데이터 매트릭스 Ψ 와 출력 매트릭스 y를 대입하여 미지의 파라미터를 추정한다. MATLAB에서 사용한 프로그램은 위와같은 알고리즘을 갖고 있고 신호오차테스트에서 결정된 모델구조를 이용하여 파라미터를 추정할 수 있다. 이때 사용되는 입력은 1Hz, 2Hz, 5Hz의 구형파, 정현파 및 오프셀 된 구형파 등이다. 파라미터추정법을 이용하여 이산시간영역에서 z전달함수의 파라미터를 구하고 이를 Bilinear transform하여 s 영역에서의 전달함수를 구한다. 이 전달함수를 이용하여 MATLAB에서 실제의 입력과 같은 신호를 시뮬레이션영역에서 만들어 입력시키고 출력을 받아 샘플링하여 시뮬레이션 데이터를 받아서 실험치의 출력과 비교한다. 신호오차테스트를 수행하여 오차가 가장 작은 모델의 전달함수를 전기유압식 서보 시스템의 전달함수로 정한다.

4. 결과 및 검토

3.2에서 구한 신호오차테스트의 결과는 다음과 같다.

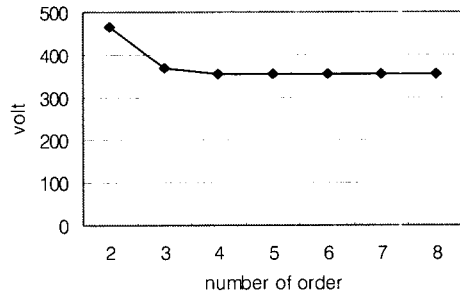


Fig. 4 Result of signal error test by 1 Hz pulse type input

신호오차테스트의 결과를 검토하면 1Hz구형파 입력에 의한 신호오차테스트의 경우 모델차수가 4차가 되면 안정될 수 있는 것을 알 수 있으나 2Hz인 경우보다 오차의 합이 큰 것을 알 수 있고 신

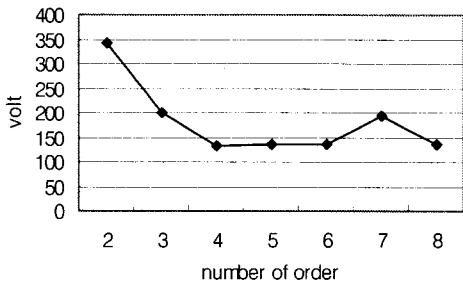


Fig. 5 Result of signal error test by 2Hz pulse type input

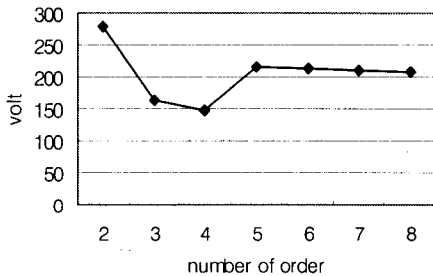
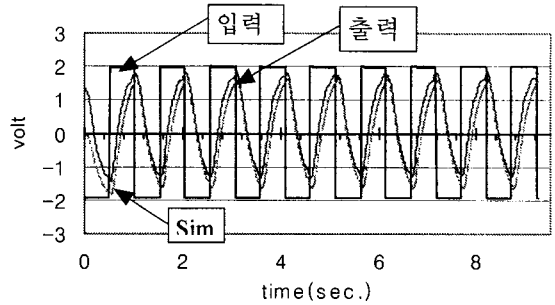


Fig. 6 Result of signal error test by 5 Hz puls type input

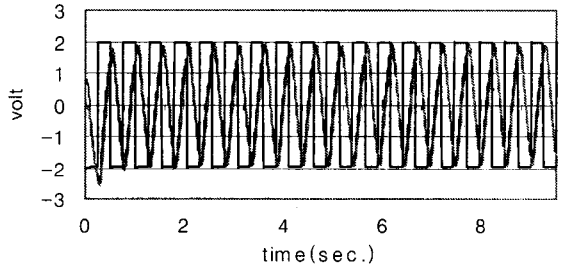
호 오차테스트의 결과를 검토하면 1Hz구형과 입력에 의한 신호오차테스트의 경우 모델차수가 4차가 되면 안정될 수 있는 것을 알 수 있으나 2Hz인 경우보다 오차의 합이 큰 것을 알 수 있고 2Hz 구형과의 입력에 의한 신호오차테스트는 오차의 합이 가장 작은 4차 부근에서 안정되는 것을 볼 수 있다. 5 Hz 구형과 입력에 의한 신호오차테스트 경우도 모델차수가 4차일 때 가장 오차의 합이 작은 것을 알 수 있다. 이 결과를 종합하면 전기유압식서보시스템은 모델구조가 4차일 때 최적인 것을 알 수 있고 이는 이론적으로 유도한 결과와도 일치함을 알 수 있다.

다음 그림 7에서 그림 15까지는 각각의 입력전기 신호에 따른 출력신호를 이용하여, 파라미터추정법을 수행하여 얻어진 전기유압식 서보시스템의 전달함수를 이용한 시뮬레이션값과 실험값의 비교를 도시하고 파라미터 추정에 의해서 구한 전달함수를 표시한 것이다. 실험된 입력과 출력값은 실



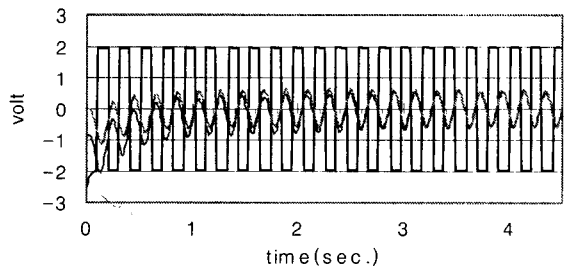
$$\frac{0.000166S^4 - 0.285S^3 + 39.066S^2 - 6988.392S + 1854162.464}{S^4 + 407.630S^3 + 27951.918S^2 + 502047.632S + 1782531.013}$$

Fig. 7 Comparison parameter identification results with simulation results by 1 Hz pulse type input



$$\frac{0.000359S^4 - 0.535S^3 - 26.863S^2 - 11183.031S + 7018879.391}{S^4 + 517.557S^3 + 39060.366S^2 + 883789.841S + 3723306.904}$$

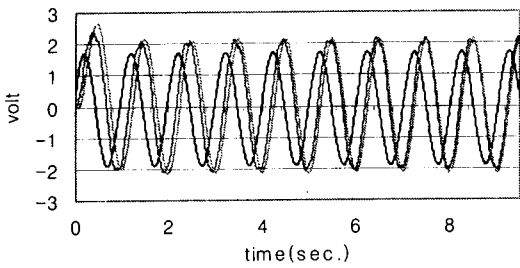
Fig.8 Comparison parameter identification results with simulation results by 2 Hz pulse type input



$$\frac{0.000341S^4 - 0.0224S^3 - 107.162S^2 - 10152.902S + 5950228.821}{S^4 + 465.648S^3 + 28451.964S^2 + 876191.875S + 2552238.97}$$

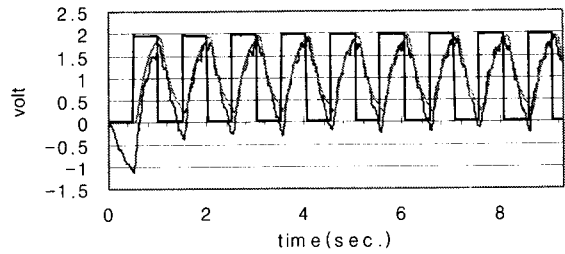
Fig.9 Comparison parameter identification results with simulation results by 5 Hz pulse type input

선으로, 시뮬레이션값은 점선으로 나타내었다. 구형파와 정현파 입력에 대한 실험값과 시뮬레이



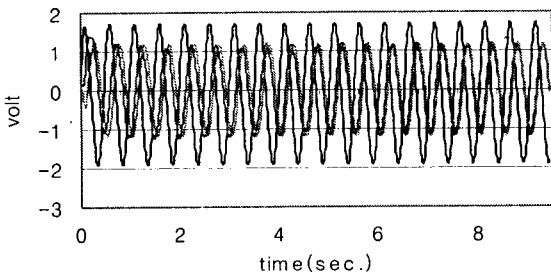
$$\frac{-0.0479S^4 + 42.264S^3 - 6911.211S^2 + 29105.837S + 9270880.55}{S^4 + 551.888S^3 + 42131.914S^2 + 1290513.808S + 3418453.752}$$

Fig.10 Comparison parameter identification results with simulation results by 1 Hz sine type input



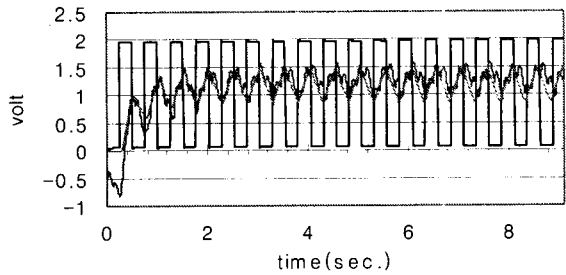
$$\frac{0.00612S^4 - 2.154S^3 + 322.486S^2 - 53602.403S + 5257350.292}{S^4 + 509.564S^3 + 37700.227S^2 + 1275337.920S + 4819426.481}$$

Fig. 13 Comparison parameter identification results with simulation results by 1 Hz offset pulse type input



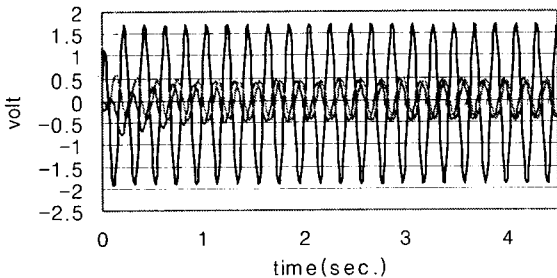
$$\frac{-0.136S^4 + 157.807S^3 - 24257.674S^2 - 406624.869S + 7266157.096}{S^4 + 598.123S^3 + 42169.005S^2 + 1542475.002S + 11638764.580}$$

Fig.11 Comparison parameter identification results with simulation results by 2 Hz sine type input



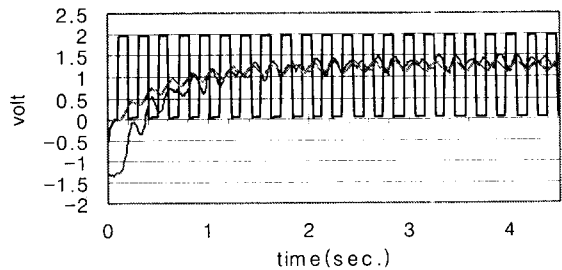
$$\frac{-0.0032S^4 - 0.618S^3 + 303.065S^2 - 31866.040S + 4326835.575}{S^4 + 532.863S^3 + 37664.283S^2 + 1754253.637S + 3713599.728}$$

Fig. 14 Comparison parameter identification results with simulation results by 2 Hz offset pulse type input



$$\frac{0.0217S^4 + 16.640S^3 - 3273.372S^2 - 220026.080S + 6983269.156}{S^4 + 651.912S^3 + 27574.073S^2 + 2203573.168S + 9086624.961}$$

Fig.12 Comparison parameter identification results with simulation results by 5 Hz sine type input



$$\frac{0.000683S^4 - 0.124S^3 - 45.975S^2 - 11103.188S + 3958368.188}{S^4 + 530.941S^3 + 37420.487S^2 + 1697104.479S + 3248859.997}$$

Fig. 15 Comparison parameter identification results with simulation results by 5 Hz offset pulse type input

참고문헌

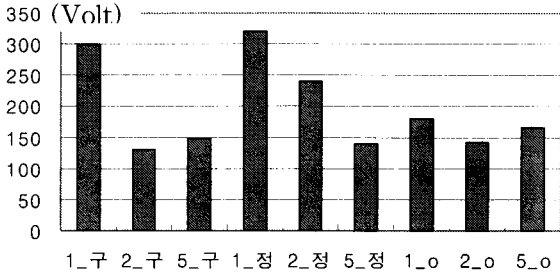


Fig. 16 Signal error test by parameter identification results and simulation results

선값이 비교적 잘 일치하나 오프셋된 구형파 입력에서는 처음상태에서 잘 추종하지 않음을 나타내고 있다. 파라미터추정법을 사용하여 구한 전기유압식 서보시스템의 전달함수는 입력주파수에 따라 약간의 차이는 있으나 파라미터의 정도차이는 비교적 적어서 파라미터 추정법을 이용한 시스템 모델링의 타당성을 나타낸다. 이 실험값과 시뮬레이션 값의 신호오차테스트를 수행하여 도시하면 그림 16과 같다. 여기서, 2Hz 구형파입력인 경우에 가장 오차의 합(전압)이 적어서 가장 잘 추종하고 있음을 알 수 있다.

그림 16에서 숫자는 주파수[Hz]를 나타내고, '구'는 구형파, '정'는 정현파, '오'는 오프셋된 구형파를 의미한다.

5. 결론

이산시간영역에서 전기유압식 서보 시스템 모델을 가정하여 파라미터추정법을 수행하고 수행결과를 이용하여 신호오차테스트를 하여 전기유압식서보시스템의 모델을 구할 수 있었으며 각 주파수 1Hz, 2Hz, 5Hz의 구형파입력을 사용한 모델은 서로 완전히 일치하지는 않으나 파라미터의 정도가 일치하는 전기유압식 서보 시스템의 모델을 구할 수 있었으며, 2Hz 구형파를 입력신호로 사용한 경우 신호오차테스트에서 가장 작은 오차를 나타내어 이때의 모델을 최적의 모델로 정하였다. 뿐만 아니라 이론적인 모델에서 모델의 차수를 줄여 4차의 전달함수로 바꾸는 이론적모델 최적화의 타당성을 검증하는 방법으로 파라미터추정법을 사용할 수 있었다.

1. R. Isermann, "Identifikation dynamischer system 1, 2," Springer-Lehrbuch, 1991.
2. Lennart Ljung, "System identification second edition," prentice hall, 1999.
3. 이용주, 송창섭, "전기유압 서보 시스템의 비표준 PID제어에 관한 연구," 한국정밀공학회지, 제14권, 제11호, pp. 25-33, 1997.
4. H. Unbehauen & B. Goehring, "Tests for determing model order in parameter estimation," Automatica, Vol. 10, pp. 233-244.
5. Peter Young, "parmeter estimation forcontinuous-time model- A survey," Automatica, Vol. 17, No. 1, pp. 23-39, 1981.
6. Simulink manual, math works Inc.
7. Merrit, H. E., "Hydraulic control system," John Wiley & Sons, 1967.
8. Ogata, "Modern Control Engineering," prentice hall.