

오차피드백 제어입력이 개선된 모델추종 시간지연제어기 설계

박병석*, 윤지섭*, 강이석**

A Design of Model-Following Time Delay Controller with Modified Error Feedback Controller

Byung-Suk Park*, Ji-Sup Yoon* and E-Sok Kang**

ABSTRACT

TDC(Time Delay Control) deals with the time-varying system parameters, unknown dynamics and unexpected disturbances using time delay. TDC can be divided into two separate parts: an auxiliary controller and a servo controller. The two controllers can be designed independently. The auxiliary controller is used to reduce sensitivity to parameter variations, nonlinear effects, and other disturbances. The servo controller is to reduce the error between the desired command and output. We propose the model-following time delay controller with modified error feedback controller. This was applied to follow the desired reference model for the uncertain time-varying overhead crane. The model generates the damped-out swinging motion trajectory to suppress the swinging motion caused by the acceleration and the deceleration of crane transportation. The control performance was evaluated through simulations. The theoretical results indicate that this control method shows excellent performance to an overhead crane with the uncertain time-varying parameters.

Key Words : Time Delay Control(시간 지연 제어), model-following(모델추종), overhead crane(천정 크레인), swing-free(무진동), feedback controller(피드백 제어기)

1. 서론

강인 제어 기법으로는 슬라이딩 모드 제어(Sliding Mode Control, SMC)⁽¹⁾, 시간 지연 제어(Time Delay Control, TDC)⁽²⁾, 외란 및 환경 관측기(disturbance & environment observer)⁽³⁾ 등이 있다. 슬라이딩 모드 제어 기법은 외란에는 강인한 성능을 보이지만, 불연속적인 입력에 의한 떨림(chattering)

이 발생하는 단점이 있다. 시간 지연 제어 기법은 궤환(feedback) 루프와 시스템의 불확실성을 제거하기 위한 부가적 루프로 구성되어 있어서, 간단하면서도 강인한 제어 성능을 낸다. 외란 및 환경 관측기는 TDC와 근본적으로 유사한 개념이며 구조도 거의 같다. 이와 같은 강인 제어 기법 중에서 TDC는 과거의 몇 샘플링 주기 동안의 시스템의 입출력 정보를 이용하여 잘 모르는 선형 또는

* 한국원자력연구소

** 충남대학교 기계설계공학과

비선형 동력학과 예측하지 못한 외란 항들을 제거하고 기준 모델에 의해 주어진 원하는 동력학으로 치환하는 제어 기법이다. 즉, TDC 제어기는 시스템에 미지의 동역학과 미지의 외란이 존재하는 상황에서도 시스템의 상태변수가 원하는 궤적, 즉 기준 모델(reference model)을 정확하게 추종하도록 제어 입력을 결정하는 데 그 목적이 있다. 이의 성능은 서보 모터 및 로봇 매니퓰레이터 등에 적용하여 우수한 결과를 보여주고 있다⁽²⁾⁽⁴⁾. 시간지연 제어기법은 시간지연이 매우 작다는 가정 하에 설계되고 있기 때문에 시간지연이 다소 큰 경우, 불확실 요소의 추정값이 정확하지 않을 경우, 오차 피드백이 없는 제어입력에 pseudo-inverse가 존재하는 경우 오차 피드백 제어입력이 중요한 역할을 하게 된다. 그러나, 대부분의 논문에서는 피드백항을 무시하고 있으며 이 항을 고려하더라도 오차 피드백 제어입력에 pseudo-inverse가 존재한다면 최적해를 구하기가 쉽지 않다.

본 논문에서는 모델추종 시간지연 제어기의 오차 제어입력이 pseudo-inverse를 갖지 않으면서 최적의 해가 되는 방법을 제시한다. 또한, 비선형 불확실 시변 시스템으로 알려진 천정 크레인(overhead crane)에 모델추종 시간지연 제어를 적용하여 전산모사를 통해서 성능을 검증한다.

2. 모델추종 제어기

2.1 모델추종 시간지연 제어기

시스템 매개변수의 변화, 시스템의 비선형성, 불확실성 및 외란을 고려한 일반적인 다변수(multivariable) 시스템의 상태방정식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(t)x(t) + B(t)u(t) + f(t) \\ &= (A_o + \Delta A(t))x(t) + (B_o + \Delta B(t))u(t) + f(t) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 $x(t)$ 는 $n \times 1$ 시스템의 상태벡터, $u(t)$ 는 $r \times 1$ 제어입력 벡터, A_o 는 알고 있는 $n \times n$ 시스템 매개변수 행렬, B_o 는 rank가 r 인 알고 있는 $n \times r$ 제어 입력 매개변수 행렬이며, (A_o, B_o) 는 제어가능하다고 가정한다. 또한, $\Delta A(t)$ 는 시스템 매개변수의 변화 행렬, $\Delta B(t)$ 는 입력 매개변수의 변화 행렬, $f(t)$ 는 $n \times 1$ 시스템 비선형성, 불확실성 및 외란

벡터이다. 여기서, $\Delta A(t), \Delta B(t), f(t)$ 는 연속이고 식 (1)은 유한 집합 공간 내에 존재하는 것으로 가정한다. 변수 t 는 시간이다. 식 (1)에서 모든 상태변수와 그들의 미분은 측정 혹은 추정가능하다고 가정한다. 따라서, 식 (1)은 총체적인 불확실 요소(비선형, 시변, 불확실성 및 외란) $n \times 1$ 벡터 $v(t)$ 가 포함된 다음과 같은 식으로 표현할 수 있다.

$$\dot{x}(t) = A_o x(t) + B_o u(t) + v(t) \quad (2)$$

여기서 $v(t) = \Delta A(t)x(t) + \Delta B(t)u(t) + f(t)$ 이다.

시스템이 추종하기를 원하는 선형 시불변 다변수(time-invariant multivariable) 기준 모델을 다음과 같이 정의한다.

$$\dot{x}_m(t) = A_m x_m(t) + B_m r(t) \quad (3)$$

여기서 $x_m(t)$ 는 $n \times 1$ 모델 상태 벡터, A_m 은 $n \times n$ 상수 안정 시스템 행렬이다. 즉, A_m 의 고유값(eigenvalues)은 음의 실수부를 가진다. B_m 은 $n \times r$ 상수 제어 지령 매개변수 행렬이고, $r(t)$ 는 $r \times 1$ 제어 지령 벡터이다. 오차 $e(t)$ 는 시스템과 모델 상태 벡터와의 차이인 $n \times 1$ 벡터로서 다음과 같이 정의한다.

$$e(t) = x_m(t) - x(t) \quad (4)$$

제어 목적은 다음과 같은 원하는 동력학을 가지도록 하는 것이다.

$$\dot{e}(t) = A_e e(t) \quad (5)$$

여기서 A_e 는 $n \times n$ 원하는 오차 시스템 행렬이다. 식 (2)~(4)로부터 다음과 같은 오차 동력학 방정식을 얻는다.

$$\dot{e}(t) = A_m x_m(t) - A_o x(t) + B_m r(t) - B_o u(t) - v(t) \quad (6)$$

식 (6)에 $A_m x(t)$ 를 더하고 빼면 다음과 같이 된다.

$$\dot{e}(t) = A_m e(t) + \{(A_m - A_o)x(t) + B_m r(t) - B_o u(t) - v(t)\} \quad (7)$$

식 (7)의 제어입력 $u(t)$ 는 다음과 같은 방정식을 항상 만족하게 함으로써 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} (A_m - A_o)x(t) + B_m r(t) - B_o u(t) - v(t) \\ = -Ke(t) \end{aligned} \quad (8)$$

여기서 K 는 $n \times n$ 오차 피드백 계인 행렬이다. 식 (8)을 식 (7)에 대입하면 다음과 같은 오차 동력학 방정식이 된다.

$$\dot{e}(t) = (A_m - K)e(t) = A_e e(t) \quad (9)$$

일반적으로 제어신호가 시스템 상태변수 보다 적기 때문에 매개변수 행렬 B_o 의 역행렬은 pseudo-inverse 행렬이 되어 식 (9)가 되는 제어입력 $u(t)$ 는 다음과 같은 근사 제어신호가 된다.

$$u(t) = B_o^+ \{ (A_m - A_o)x(t) + B_m r(t) - v(t) + Ke(t) \} \quad (10)$$

여기서 $B_o^+ = (B_o^T B_o)^{-1} B_o^T$ 이며, pseudo-inverse 행렬이다.

식 (10)의 제어법칙에서 $v(t)$ 는 알려져 있지 않다. 식 (2)로부터 시스템의 총체적 불확실 요소 $v(t)$ 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$v(t) = \{ \dot{x}(t) - A_o x(t) - B_o u(t) \} \quad (11)$$

그러나, $v(t)$ 가 미지의 함수이므로 바로 구하는 것은 불가능하다. 따라서, 미지 함수의 추정치인 $\hat{v}(t)$ 를 사용한다. 만약 시간 지연(time delay) L 이 충분히 작고, $v(t)$ 가 연속함수라면 시간 t 에서의 함수값 $v(t)$ 와 시간 $(t-L)$ 에서의 함수값 $v(t-L)$ 은 거의 동일하다고 할 수 있으므로 함수의 추정치는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \hat{v}(t) &\approx v(t-L) \\ &= \{ \dot{x}(t-L) - A_o x(t-L) - B_o u(t-L) \} \end{aligned} \quad (12)$$

식 (12)를 식 (10)에 대입함으로써 다음과 같은 모델추종 TDC(Time Delay Controller)가 얻어진다.

$$\begin{aligned} u(t) &= u(t-L) + B_o^+ \{ (A_m - A_o)x(t) \\ &\quad + B_m r(t) - \dot{x}(t-L) \\ &\quad + A_o x(t-L) + Ke(t) \} \end{aligned} \quad (13)$$

식 (8)을 만족하는 구속조건은 다음과 같은 과정을 통해서 얻어진다. 식 (10)을 식 (2)에 대입하면 다음과 같은 방정식을 얻는다.

$$\dot{x}(t) = A_o x(t) + B_o B_o^+ \{ (A_m - A_o)x(t) + B_m r(t) - v(t) + Ke(t) \} + v(t) \quad (14)$$

식 (3)에서 식 (14)를 빼면 다음과 같은 오차 동력학을 얻는다.

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= (A_m - K)e(t) + (I - B_o B_o^+) \\ &\quad \{ (A_m - A_o)x(t) + B_m r(t) \\ &\quad - v(t) + Ke(t) \} \end{aligned} \quad (15)$$

식 (9)와 같이 주어진 원하는 오차 동력학을 얻기 위해서는 시간이 무한대로 갈때 다음과 같은 구조적 구속조건(structural constraint)을 만족하여야 한다⁽⁵⁾.

$$(I - B_o B_o^+) \{ (A_m - A_o)x(t) + B_m r(t) - v(t) + Ke(t) \} = 0 \quad (16)$$

만약 B_o 가 $n \times n$ 이라면,

$I - B_o B_o^+ = I - B_o B_o^{-1} = 0$ 이 되어 식 (16)을 만족한다. 그렇지 않으면 A_m , B_m 과 K 의 선정에 있어서 제한을 받는다. 또한, $v(t)$ 는 알려지지 않은 값이기 때문에 식 (16)은 쉽게 만족되지 않는다. 그러나, 시스템의 (2) 및 기준모델 (3)이 다음과 같은 가 제어(controllable) 정준형(canonical form) 상태방정식을 가지면 식 (16)의 구속조건을 항상 만족한다⁽²⁾.

$$\begin{aligned} x(t) &= \begin{bmatrix} x_{o((n-r) \times 1)}(t) \\ x_{r(r \times 1)}(t) \end{bmatrix}; A_o = \begin{bmatrix} 0_{(n-r) \times r} & I_{n-r} \\ A_{or(r \times n)} & \end{bmatrix}; \\ A_m &= \begin{bmatrix} 0_{(n-r) \times r} & I_{n-r} \\ A_{mr(r \times n)} & \end{bmatrix}; B_o = \begin{bmatrix} 0_{(n-r) \times r} \\ B_{or(r \times r)} \end{bmatrix}; \\ B_m &= \begin{bmatrix} 0_{(n-r) \times r} \\ B_{mr(r \times r)} \end{bmatrix}; v(t) = \begin{bmatrix} 0_{(n-r) \times 1} \\ v_{r(r \times 1)}(t) \end{bmatrix}; \\ K &= \begin{bmatrix} 0_{(n-r) \times n} \\ K_{r(r \times n)} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (17)$$

식 (17)에서 보면 0벡터 및 0행렬이 존재하므로 이를 식 (13)에 대입하면 TDC 제어기는 다음과 같이 간략화 되며 도식적으로 표시하면 그림 1과 같다.

$$\begin{aligned} u(t) &= u(t-L) + B_{or}^- \{ (A_{mr} - A_{or})x(t) \\ &\quad + B_{mr} r(t) - \dot{x}_r(t-L) \\ &\quad + A_{or} x(t-L) + K_r e(t) \} \end{aligned} \quad (18)$$

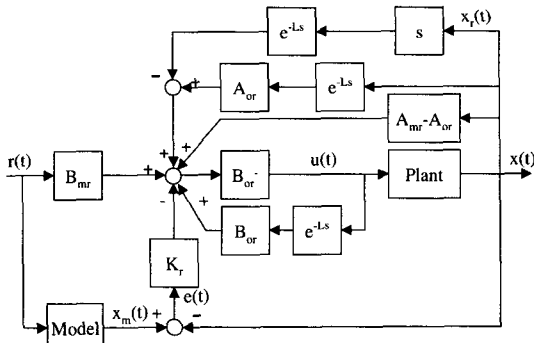


Fig. 1 Perfect model-following TDC for r-input r-output systems

2.2 오차 제어입력이 개선된 모델추종 시간 지연 제어기

식 (17)과 같은 정준형은 단지 r-input r-output 시스템에 대해서만 식 (16)의 구속조건을 만족한다. 즉, 제어입력과 출력의 개수가 같지 않은 시스템에 대해서는 앞에서 언급한 정준형으로는 구속조건을 만족하지 못한다. 이 경우 오차 피드백게인 K 의 최적해가 쉽게 구해지지 않는다. 본 논문에서는 모델추종 시간지연 제어기의 오차 피드백게인을 안정되게 구할 수 있는 방법을 제시한다.

식 (6)에 $A_o x_m(t)$ 를 더하고 빼면 오차 동력학은 다음과 같이 수정된다.

$$\dot{e}(t) = A_o e(t) + B_m r(t) - B_o u(t) + (A_m - A_o)x_m(t) - \dot{x}(t-L) \quad (19)$$

이 경우 식 (13)의 모델추종 시간지연 제어기는 다음과 같이 된다.

$$u(t) = u(t-L) + B_o^+ \{ (A_m - A_o)x_m(t) + B_m r(t) - \dot{x}(t-L) + A_o x(t-L) \} + B_o^+ K e(t) \quad (20)$$

즉, 시스템의 상태변수 $x(t)$ 가 모델의 상태변수 $x_m(t)$ 로 바뀌게 된다.

여기서 오차 피드백게인항 $B_o^+ K$ 를 안정되게 구하는 방법을 제시한다.

식 (20)을 $u(t) = u_1(t) + u_2(t)$ 항으로 분리한다⁽⁶⁻⁷⁾.

$$u_1(t) = u(t-L) + B_o^+ \{ (A_m - A_o)x_m(t) + B_m r(t) - \dot{x}(t-L) + A_o x(t-L) \}$$

$$u_2(t) = B_o^+ K e(t) \quad (21)$$

즉, $u_2(t)$ 는 오차 제어입력이 된다.

식 (19)에서 제어입력과 오차에 관련된 항만을 정리하면 다음과 같다.

$$\dot{e}(t) = A_o e(t) - B_o u_2(t) \quad (22)$$

식 (22)의 양변에 새로운 $r \times n$ 행렬 G 를 곱하면 식 (22)는 다음과 같이 된다.

$$G \dot{e}(t) = G A_o e(t) - G B_o u_2(t) \quad (23)$$

즉, 식 (23)의 양변에 G 를 곱함으로써 오차 동력학 방정식은 오차 미분의 총합 방정식으로 바뀌게 되며 입력 개수와 같은 방정식이 생성된다. 여기서, 오차 미분의 총합이 0이 되도록 하면 오차에 관련된 제어입력 $u_2(t)$ 는 식 (23)으로부터 다음과 같이 된다.

$$u_2(t) = (G B_o)^{-1} G A_o e(t) \quad (24)$$

여기서 G 는 $G B_o$ 가 비특이(nonsingular) 행렬이 되도록 선정된 것으로 가정한다.

식 (24)의 오차 제어입력은 입력변수의 개수와 상태변수의 개수 및 출력변수의 개수가 같지 않음에도 불구하고 pseudo-inverse가 존재하지 않는 제어신호가 된다.

오차 동력학을 얻기 위해 식 (24)를 식 (22)에 대입하면 다음과 같이 된다.

$$\dot{e}(t) = [I - B_o (G B_o)^{-1} G] A_o e(t) \quad (25)$$

G 는 식 (25)의 오차 동력학 고유값이 원하는 안정된 값을 갖도록 적절히 설정하면 구할 수 있다. 따라서, 피드백 오차항이 개선된 모델추종 시간지연제어기는 다음과 같이 된다.

$$u(t) = u(t-L) + B_o^+ \{ (A_m - A_o)x_m(t) + B_m r(t) - \dot{x}(t-L) + A_o x(t-L) \} + (G B_o)^{-1} G A_o e(t) \quad (26)$$

즉, 오차 제어입력 항의 $B_o^+ K$ 가 $(G B_o)^{-1} G A_o$ 로 바뀌었다.

식 (26)의 제어기는 시간지연 L 을 샘플링 주기 T 와 동일하게 하거나 정수배를 취함으로써 이산 제어기로 쉽게 구현할 수 있다.

3. 전산모사

3.1 천정 크레인 시스템 설정

크레인의 동력학은 이송물의 흔들림 각도 및 각 속도 등에 의한 시스템의 비선형요소, 점성 마찰(viscous friction), 이송물의 흔들림으로 인한 외란, 모델되지 않은 동력학 부분 및 줄길이 변화를 포함한 모델로 나타낼 수 있다. 크레인의 동력학 모델에는 비선형인 $\sin \theta$, $\cos \theta$ 가 존재하나 크레인의 가감속에 의해 발생하는 이송물의 흔들림각은 일반적으로 $\pm 10^\circ$ 를 넘지 않기 때문에 선형으로 근사화 할 수 있다. 본 논문에서는 모터 구동드라이버 및 크레인 시스템으로 이루어진 다음과 같은 동력학 모델을 고려한다. 이는 2톤 용량의 크레인 구동 시스템과 유사하다.

$$\ddot{y}(t) + a_1(t)\dot{y}(t) - a_2(t)\theta_y(t) = a_1(t)\dot{y}_d(t) + d(t) \quad (27)$$

$$\ddot{z}(t) + a_3(t)\dot{z}(t) = a_3(t)\dot{z}_d(t) \quad (28)$$

$$\ddot{\theta}_y(t) + a_4(t)\dot{\theta}_y(t) + a_5(t)\theta_y(t) = -a_6(t)\ddot{y}(t) \quad (29)$$

여기서 $y(t)$ 는 크레인 트롤리의 위치, $\dot{y}_d(t)$ 는 트롤리 구동 드라이버에 가하는 제어 속도, $\theta_y(t)$ 는 트롤리 주행축 방향의 이송물의 흔들림 각, $z(t)$ 는 로프의 위치, $\dot{z}_d(t)$ 는 호이스트 구동 드라이버에 가하는 제어 속도, $d(t)$ 는 시스템의 비선형성, 불확실성의 합이다. 또한,

$$a_1(t) = D_y(t), \quad a_2(t) = \gamma_1(t) \frac{mg}{M},$$

$$a_3(t) = D_z(t), \quad a_4(t) = \left(\frac{2\ell(t)}{l} + \gamma_2(t) \right),$$

$$a_5(t) = \frac{g}{l(t)}, \quad a_6(t) = \frac{1}{l(t)} \text{ 이고 } D_y(t), D_z(t)$$

는 각각 트롤리 및 호이스트의 점성 마찰계수, m 은 이송물의 질량, M 은 트롤리 주행 차륜의 질량, $l(t)$ 는 로프의 힌지점(hinged point) 부터 이송물의 무게중심까지 길이, g 는 중력가속도($9.8m/s^2$)이다.

식 (28)은 호이스트의 동력학인데 트롤리와 이송물의 영향을 받지 않고 단지 그들에 영향만 준다. 즉, 로프의 길이 변화만 발생시킨다. 따라서, 본 논문에서는 호이스트에 대해서는 제어 대상으로 하지 않고 단지 로프 길이를 변화시키는 데만 활용

한다.

이상적으로 추종하기를 원하는 크레인 목표값 궤적을 생성하기 위해 식 (30)과 같은 가제어 정준형 기준모델을 설정한다.

$$\dot{x}_m(t) = A_m x_m(t) + B_m u_d(t) \quad (30)$$

여기서,

$$A_m = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{\tau} & 0 \\ 0 & -\omega_{n\theta}^2 & \frac{1}{l_0\tau} & -2\zeta_\theta\omega_{n\theta} \end{bmatrix}, \quad B_m = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{\tau} \\ \frac{-1}{l_0\tau} \end{bmatrix}$$

이고, $\omega_{n\theta}$ 및 ζ_θ 는 각각 원하는 이송물의 고유진동수, 감쇠계수이고 τ 는 원하는 트롤리의 시정수이다.

식 (27)과 식 (29)에 대해서 상태변수를 다음과 같이 정한다.

$$x(t) = [x_1(t) \quad x_2(t) \quad x_3(t) \quad x_4(t)]^T = [y(t) \quad \theta(t) \quad \dot{y}(t) \quad \dot{\theta}(t)]^T \quad (31)$$

식 (27)과 식 (29)에 위의 상태변수를 적용하면 다음과 같은 상태방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) + f(t) \quad (32)$$

여기서,

$$A(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & a_2(t) & -a_1(t) & 0 \\ 0 & -a_2(t)a_6(t) - a_5(t) & a_1(t)a_6(t) & -a_4(t) \end{bmatrix},$$

$$B(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ a_1(t) \\ -a_1(t)a_6(t) \end{bmatrix} \text{ 이다.}$$

식 (27)과 식 (29)의 공칭모델(nominal model)에 대해서는 다음과 같이 고려한다.

$$\ddot{y}(t) + \beta_1\dot{y}(t) = \beta_1\dot{y}_d(t) \quad (33)$$

$$\ddot{\theta}_y(t) + \beta_2\theta_y(t) = -\beta_3\ddot{y}(t) \quad (34)$$

식 (33)과 식 (34)에 식 (31)의 상태변수를 적용하면 다음과 같은 상태방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\dot{x}(t) = A_o x(t) + B_o u(t) + v(t) \quad (35)$$

$$\text{여기서, } A_o = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\beta_1 & 0 \\ 0 & -\beta_2 & \beta_1\beta_3 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_o = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \beta_1 \\ -\beta_1\beta_3 \end{bmatrix}$$

이고, $v(t)$ 는 $f(t)$ 에 $A(t)$ 및 $B(t)$ 의 시변까지 포함

한 항이다.

3.2 매개변수 설정

TDC나, MRAC(Model Reference Adaptive Control) 등은 기준모델을 사용한다. 기준모델의 역할은 제어 시스템이 추종하기를 원하는 기준 궤적을 제시하여 주는 것이므로 선정된 기준 모델에 의해 제어 시스템의 추종 성능이 상당히 영향을 받는다. 크레인의 기준모델 시정수(time constant) τ 는 0.05sec, 크레인 이송물의 기준모델 고유진동수 ω_{no} 및 감쇠계수 ζ_0 는 각각 1.67 rad/sec, 0.707로 기준이 되는 로프길이 l_0 는 400cm로 설정하였다. 이때의 A_m 및 B_m 은 다음과 같다.

$$A_m = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -10 & 0 \\ 0 & -2.789 & 0.025 & -2.361 \end{bmatrix},$$

$$B_m = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 10 \\ -0.025 \end{bmatrix}$$

크레인 공칭모델에서 $\beta_2 = \frac{g}{l_0}$, $\beta_3 = \frac{\beta_1}{l_0}$ 이며 β_1 은 4.32로 설정하였다. 이때의 A_o 및 B_o 는 다음과 같다.

$$A_o = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -4.32 & 0 \\ 0 & -2.45 & 0.0108 & 0 \end{bmatrix}, B_o = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 4.32 \\ -0.0108 \end{bmatrix}$$

식 (27) 및 식 (29)에서 $\alpha_1(t)$ 는 7.32, $\alpha_3(t)$ 는 5.17, $\gamma_1(t)$ 는 0.001, $\gamma_2(t)$ 는 0.015, m 과 M 은 500kg으로 설정하였다.

식 (26)의 제어기를 크레인 시스템에 적용하면 다음과 같이 된다.

$$u(t) = u(t-L) + u_d(t) + B_o^+ \{ (A_m - A_o)x_m(t) - \dot{x}(t-L) + A_o x(t-L) \} + (GB_o)^{-1} GA_o e(t) \quad (36)$$

식 (25)에서 보면 시스템의 오차 동력학은 행렬 G 에 좌우됨을 알 수 있다. 즉, 오차 동력학이 점근 안정성을 갖기 위해서는 적절한 G 가 선정되어야 한다. 여기서 G 는 극배치법(pole-placement method)을 이용하여 구하였다. 오차 동력학의 고유값은 감

쇠계수를 0.707로 설정한 상태에서, 고유진동수를 변화시켜가면서 최적으로 선정하였으며, 지배극이 약 2 rad/sec의 고유진동수를 갖도록 설정하였다. 설정한 오차 동력학의 고유값은 $-10, 0, -1.414 \pm 1.414j$ 이며 G 는 다음과 같이 계산되었다.

$$G = [1 \quad 85.6189 \quad 0.8072 \quad 298.3783]$$

3.3 크레인 운전 경로계획

천정 크레인 시스템의 운전경로는 그림 2와 같이 설정하였다. 즉, 지면 A에 있는 이송물을 중간 장애물을 통과하여 F 지점으로 하역하는데 있어서 A 지점에서 B 지점까지는 호이스트만 구동하고, B 지점에서 C 지점까지는 로프를 100cm 상승시키면서 트롤리를 구동한다. C 지점부터 D 지점까지는 호이스트의 구동없이 트롤리만 정속 운전을 하게 되고, D 지점에서 E 지점까지는 다시 로프를 100cm 하강시키면서 트롤리를 구동시키고, E 지점부터 F 지점까지는 호이스트만 구동시켜 이송물을 하역한다. 제어 목적은 B→C 구간에서는 트롤리의 가속으로 인해 필연적으로 발생된 이송물의 흔들림을 신속하게 제거시키는 것이며, C→D 구간에서는 이송물의 흔들림이 제거된 상태에서 트롤리를 주행하게 하고 D→E 구간에서는 트롤리의 감속으로 인해 다시 발생된 이송물의 흔들림을 신속히 제거하여 E→F 구간에서 이송물의 흔들림이 발생하지 않도록 하는 것이다. 본 논문에서는 큰 의미를 부여하지 않는 A→B 구간 및 E→F 구간에 대해서 고려하지 않았다. 여기에 사용한 크레인의 운전 변수 값은 표 1에 나타나 있다.

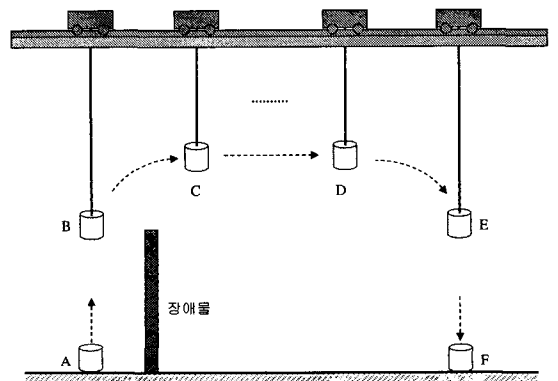


Fig. 2 Path trajectory of crane operation

Table 1 Parameters of crane operation

Trolley	Traversing Distance (cm)	720
	Constant Velocity (cm/sec)	30
	Acceleration Time (sec)	2
	Deceleration Time (sec)	2
Hoist	Initial Rope Length (cm)	400
	Rope Change (cm)	100
	Velocity (cm/sec)	15
	Acceleration Time (sec)	1
	Deceleration Time (sec)	1

3.4. 전산모사 결과

천정 크레인 시스템에 적용한 식 (36)의 모델추종 시간지연 제어기의 성능 평가는 PC-586에서 C-language를 사용하여 Runge-Kutta method로 미분방정식을 풀어 수행하였다. 크레인 시스템의 실제 동력학 모델과 차이가 나는 공칭모델을 설정하고 모델추종 시간지연제어기를 적용하여 원하는 궤적을 잘 추종하는지의 성능을 평가하였다. 성능 평가는 다음과 같은 경우에 대해 수행하였다. 첫째, 크레인을 제어하지 않은 상태에서 표 1의 변수값으로 실제 모델이라고 가정한 모델로부터 이송물의 흔들림을 관찰하였다. 둘째, 모델추종 시간지연제어기를 적용하여 로프길이 변화의 유무에 대해 제어기의 성능을 평가하였다. 셋째, 이송물의 초기각도가 있을 경우에 대해서 제어기의 성능을 평가하였다. 넷째 이송중 외란이 발생한 경우를 가정하고 이에 대한 평가도 수행하였다. 이송물 질량 변화에 따른 영향과 비선형성은 크레인 시스템에 큰 영향을 미치지 못하기 때문에 이들에 대해서는 무시하였다.

그림 3은 크레인을 제어하지 않은 상태에서 표 1의 변수값을 적용한 결과로 이송중 및 정지구간에서 이송물의 흔들림이 크게 발생함을 알 수 있다. 특히, 정지구간에서 감쇠되던 흔들림은 로프변화로 인해서 오히려 크게 증폭됨을 볼 수 있다.

그림 4는 그림 1에 대해 모델추종 시간지연 제어기를 적용한 결과를 보여준다. 그림에서 보는 바와 같이 줄길이가 변화하던 변화하지 않던 거의 똑같은 성능을 나타냄을 볼 수 있다. 크레인의 물리적인 특성 때문에 가감속 구간에서 이송물의 원하는 흔들림 궤적을 정확하게 추종하지는 못하나 매우 근사적으로 잘 추종함을 볼 수 있으며, 특히 정속 구간에는 원하는 궤적(0도)과 잘 일치됨을 볼 수

있다. 속도 궤적도 가감속 구간의 상승/하강 침투부분을 제외하고는 원하는 궤적과 잘 일치함을 볼 수 있다. 이송위치에 대한 궤적도 정확하게 추종함을 알 수 있었다.

그림 5는 초기각도가 존재하는 경우로 ± 0.5 도에 대해서 성능을 평가하였다. 이 경우에서도 초기의 미세한 차이를 제외하고는 초기각도가 존재하지 않는 경우와 성능이 거의 똑같았다.

그림 6은 이송도중 갑작스런 외란이 발생한 경우로 0.5도를 인가하였다. 이 경우에서도 외란을 신속하게 제거함을 볼 수 있으며 나머지 구간에서는 외란이 발생하지 않는 경우와 똑같았다.

전산모사 결과 로프길이 변화, 초기 각도 및 외란에 대해서 신속하게 대처하였으며, 원하는 경로를 잘 추종함을 알 수 있었다.

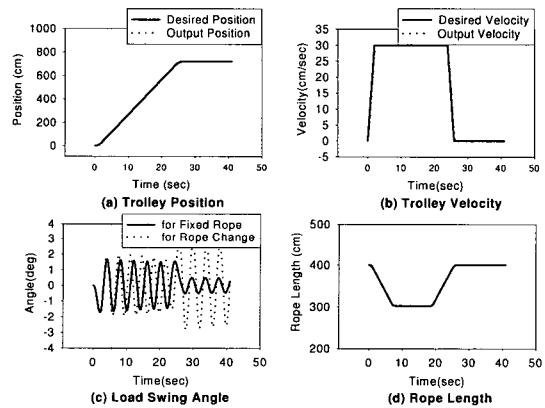


Fig. 3 Crane operation with trapezoidal velocity

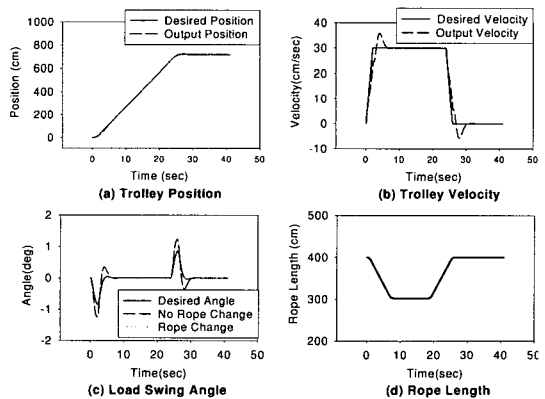


Fig. 4 Results of model-following TDC for initial 0 deg

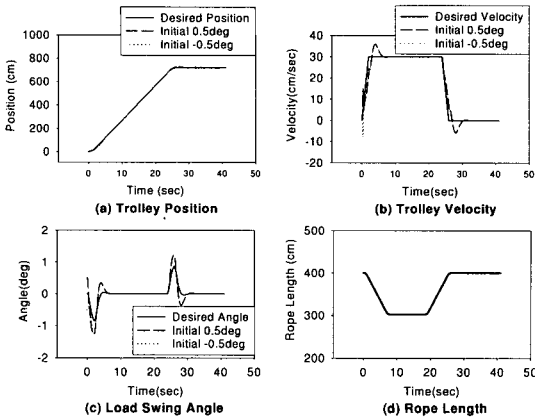


Fig. 5 Results of model-following TDC for initial ± 0.5 deg

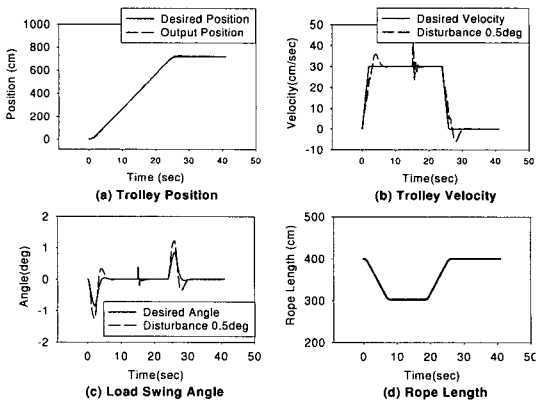


Fig. 6 Results of model-following TDC for disturbance 0.5 deg

4. 결론

오차 제어입력이 개선된 모델추종 시간지연제어를 설계하였으며, 천정 크레인 시스템에 적용하여 전산모사를 통해서 성능을 평가하였다. 실제 크레인 시스템과 다른 공칭모델을 설정하고 실제 크레인 시스템의 매개변수 변화 및 외란에 대해서 원하는 이송물의 흔들림 제적 및 이송속도 목표값을 잘 추종하면서 트롤리를 원하는 위치까지 이송시키는지 평가하였다. 전산모사 결과, 제어기는 로프변화에 무관한 성능을 나타냈으며, 초기 흔들림 각도 및 외란에도 신속히 대처하면서 원하는 궤적에 잘 추종하는 강인한 성능을 보여주었다.

크레인인 비선형 요소, 불확실성, 시변요소, 모델되지 않은 요소 등 제어성능에 영향을 미치는 인자가 많이 존재하기 때문에 강인한 제어 기법이 요구되지만 지금까지는 시스템의 복잡성으로 인해서 선형제어 및 지능제어 기법 등의 적용연구가 진행되었다⁽⁸⁻¹²⁾. 또한, 부분적으로는 슬라이딩 모드 제어 기법의 적용연구도 진행되었다⁽¹³⁻¹⁴⁾. 그러나, 슬라이딩 모드 제어 기법은 떨림이 발생하기 때문에 이를 줄이지 않고서는 크레인 시스템의 적용에는 바람직하지 않다.

모델추종 시간지연 제어를 크레인 시스템에 적용하여 전산모사를 수행한 결과 매우 만족스러운 결과를 보여주었으며, 향후 이를 현장의 크레인 시스템에 적용하여 좀더 실질적인 성능 평가를 수행할 계획이다.

후기

본 연구는 과학기술부의 원자력연구 개발사업의 일환으로 수행되었습니다.

참고문헌

1. Vadim I. Utkin, "Variable Structure Systems with Sliding Modes : Survey Paper," IEEE Transaction on Automatic Control., Vol. AC-22, No. 2, 1977.
2. Youcef-Toumi, K. and Ito, O., "Time Delay Controller for Systems with Unknown Dynamics," ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 112, pp. 133-141, 1990.
3. Satochi Komada, Koichi Nomura, and Takamasa Hori Muneaki Ishida, "Robust Force Control Based on Compensation for Parameter Variation of Dynamic Environment," IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 40, No. 1, pp. 89-95, 1993.
4. T.C.Hsia, "Robot Manipulator Control Using Decentralized Linear Time-Invariant Time-Delayed Joint Controllers," IEEE Conf. on Robotics and Automation, pp. 2070-2075, 1990.
5. A. Balestrino, G. DE Maria, A.S.I. Zinober, "Nonlinear Adaptive Model-Following Control," Automatica, Vol. 20, No. 5, pp.559-568, 1984.

6. J. J. Craig, "Introduction to Robotics: Mechanics and Control," Addison-Wesley, 1986.
7. T.C.Hsia, "A New Technique for Robust Control of Servo System," IEEE Transactions on I.E., Vol. 36, No. 1, pp. 1-7, 1989.
8. A. J. Ridout., "New Feedback Control System for Overhead Crane," Electric Energy Conference, pp. 135-140, 1987.
9. J. J. Hämmäläinen, A. Marttinen, L. Baharova, and J. Virkkunen, "Optimal Path Planning for a Trolley Crane : Fast and Smooth Transfer of Load," IEE Proc.-Control Theory Appl., Vol. 142, No. 1, pp. 51-57, 1995.
10. 윤지섭, 박병석, "무진동 크레인 구현을 위한 속도경로설계 연구," 한국정밀공학회지, Vol. 11, No. 5, pp. 143-152, 1994.
11. 박병석, 김성현, 윤지섭, 권달안, "천정 크레인의 자동화 연구," 제어 · 자동화 · 시스템공학회, '97 한국자동제어학술회논문집 2권, pp. 1871-1875, 1997.
12. 최형식, 김길태, "유전자 알고리즘을 이용한 천정크레인의 최적제어기에 실험적 연구," 한국정밀공학회지, Vol. 16, No. 1, pp. 34-41, 1999.
13. 홍금식, "컨테이너 기중기의 제어 : 수정된 시간최적주행과 비선형 잔류흔들림 제어," 제어 · 자동화 · 시스템공학 논문지, Vol. 5, No. 5, pp. 630-639, 1999.
14. 박병석, 김준홍, 윤지섭, 양현석, 강이석 "슬라이딩모드를 이용한 천정크레인의 추적제어에 관한 연구," 제어 · 자동화 · 시스템공학회, '99 한국자동제어학술회논문집 A권, pp. 112-115, 1999.