한국정밀공학회지 제17권 제12호 (2000년 12월)
Journal of the Korean Society of Precision Engineering Vol. 17, No. 12, December 2000.

FEM을 이용한 유정압테이블의 운동정밀도 해석 (1. 단면지지형 테이블의 해석 및 실험적 검증)

박천홍*, 정재훈**, 이후상*, 김수태***

Finite Element Analysis on the Motion Accuracy of Hydrostatic Table (1st. Analysis and Experimental Verification on Single-side Table)

Chun-Hong Park*, Jae Hoon Chung**, Husang Lee*, and Soo Tae Kim***

ABSTRACT

In order to achieve systematical method for improving motion accuracy of hydrostatic table, an algorithm using finite element method is proposed in this paper. Quantification of averaging effect of oil film on motion error is performed theoretically by analysis on the relationship between spacial frequency of rail form error and motion error of table. Influences of film stiffness and pocket size on the motion error of table are also analyzed theoretically. Validity of the algorithm is verified experimentally from the test on the motion error of table with three types of rail which have different form profile. Experimental results show that the algorithm is very effective to analyze theoretically the motion error of hydrostatic table.

Key Words : Hydrostatic table(유정압테이블), Motion error(운동오차), Finite Element Analysis(유한요소해석), Averaging effect of oil film(유막의 평균화효과), Spacial frequency(공간주파수)

1. 서론

유정압테이블은 고감쇠특성 및 유막의 평균화 효과에 의해 높은 운동정밀도와 가공정밀도를 얻을 수 있어 특히 상대속도가 작아 발열면에서 문제가 없는 안내면을 중심으로 고정밀가공기에 자주 적용되고 있다.

그러나 최근들어 고정밀가공기에 요구되는 가공정도가 한층 엄격해지면서 유정압테이블에 있어서도 메카니즘상의 장점에 의한 정밀도만으로는 요구되는 운동정밀도를 만족시키기 어려운 단계에 와 있으며 이에 따라 능동제어형 패드나 모세관 등 제어기술의 도입에 의해 고정도화하고자 하는 연구[1),2)]가 활성화되고 있으나 외란에 따른 제어범위의 제약 및 장치의 복잡성에 따른 실용화 제작의 어려움 등의 단점이 있어 본격적으로 실용화되지는 못하고 있는 실정이다.

실용화 측면에 있어서 이러한 한계는 대부분 테이블의 운동정밀도를 좌우하는 가이드용 레일의 가공정밀도를 래핑과 같은 수작업에 의해 보완하여 테이블의 추종정밀도 즉 운동정밀도를 향상시키는 방법을 통하여 극복하고 있다. 이 방법에 의하면

* 한국기계연구원 공작기계그룹
** 창원대학교 대학원
*** 창원대학교 기계공학과

가장 안정적으로 운동정밀도를 확보할 수 있으나 숙련자에 의한 마무리 수작업후 테이블과 레일의 가조립상태에서 운동정밀도를 측정하여 목표정도에의 도달여부를 확인하는 과정을 반복하는 공정을 거쳐야 하므로 생산성과 정밀도의 재현성면에서 문제점을 안게 된다. 또한 이에 따라 이러한 수작업과정이 고정밀가공기의 생산능력 여부를 결정하는 노하우로 작용하고 있다.

본 논문에서는 이와 같이 숙련자에 의존하는 제작공정을 이론적으로 체계화하기 위한 한 가지 방법으로, 단면지지형 유정압테이블을 대상으로 유한요소법을 이용하여, 가공된 레일의 형상오차와 테이블의 설계조건으로부터 테이블의 운동정밀도를 해석할 수 있는 알고리즘을 제안하였다. 또한 이로부터 레일 형상오차의 각 공간주파수성분이 운동정밀도에 미치는 영향을 산출하여 '유막의 평균화효과'를 정량적으로 파악함으로써 레일 형상오차와 테이블의 운동정밀도간의 관계를 규명하고, 유막간극, 포켓크기 등 테이블 설계변수가 운동정밀도에 미치는 영향을 파악하고자 하였다. 서로 다른 형상오차를 갖는 3개의 레일에 대한 유정압테이블의 운동특성을 실험적으로 해석하고 이론치와의 비교를 통해 해석알고리즘의 타당성 검증도 수행하였다.

2. 해석알고리즘의 개요

그림 1에 단면패드형 유정압테이블의 운동정밀도해석을 위한 흐름도를 나타내었다. 해석에 있어 테이블은 완전히 정적상태에 있음을 가정하였으며, 유정압테이블이 레일상의 임의의 위치에 있을 때의 정적평형상태를 모델링하여 테이블의 자세오차(수직변위 및 각도변위)를 구하고, 이를 전 이송거리에 대해 반복계산하는 것에 의해 수직변위의 연속인 직선운동오차 및 각도변위의 연속인 각운동오차를 구한다. 지배방정식으로 사용되는 레이놀즈방정식을 이용하여 운동정밀도를 해석하기 위해서는 먼저 베어링간극을 설정하지 않으면 안되므로, 베어링간극에 영향을 미치는 테이블의 자세오차를 가정할 필요가 있다. 따라서 테이블의 자세오차를 적당한 값으로 가정하여 그에 따른 테이블내의 유막반력과 모멘트를 구한후, 모델링에서의 정적 평형상태와의 일치여부를 비교하고 그 값이 일치할 때 까지 자세오차의 가정값을 변화시켜가며 반복계산을 수행한다. 이러한 해석과정에 있어 테이블의 자세변화에 따른 압력분포는 유한요소법을 이용하여 계산하였다.

3. 해석을 위한 정적 평형상태의 모델링

유정압테이블이 레일상의 임의의 위치에서 정적 평형을 이룰 경우의 상태를 그림 2와 같이 나타낼 수 있으며, 여기서 W는 테이블의 자중을 포함한 외부 하중, l_0는 테이블의 길이, x는 테이블 중심의 레일상의 좌표, $z(x)$ 및 $\theta(x)$는 좌표 x에서의 테이블의 수직변위 및 각변위를 각각 나타낸다.

레일의 형상오차 $e(x)$는 퓨리에계수를 이용하여 식(1)과 같이 나타낼 수 있으며, 여기서 n은 해석시 고려되는 최대 주기이다.

$$e(x) = a_0 + \sum_{k=0}^{n}\left(a_k \cos\frac{2k\pi}{L}x + b_k \sin\frac{2k\pi}{L}x\right) \quad (1)$$

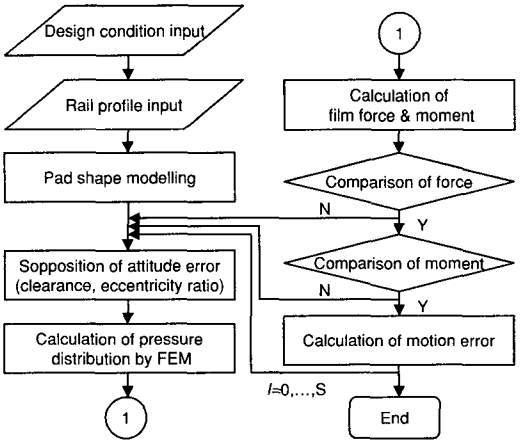

Fig. 1 Analysis algorithm of motion error on single pad type hydrostatic table

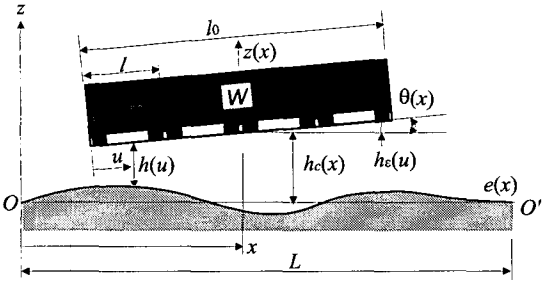

Fig. 2 Analysis model of hydrostatic table

테이블 선단을 기준으로한 상대좌표를 u로 하고 테이블 중심의 레일기준선 O-O'에 대한 간극을 $h_c(x)$라고 하면, 테이블내 임의의 위치에 있어서의 간극 $h(u)$는 식(2)와 같이 수직변위 및 각변위에 의한 간극 $h_c(x)$, $h_\varepsilon(u)$ 및 레일형상오차에 의한 간극변화 $e(u)$의 합으로 나타낼 수 있으며 각 간극과 변위와의 관계는 식(3)과 같다.

$$h(u) = h_c(x) - e(u) + h_\varepsilon(u), \quad x - \frac{l_0}{2} \le u \le x + \frac{l_0}{2} \tag{2}$$

$$h_c(x) = h_0 + z(x)$$
$$h_\varepsilon(u) = \theta(x)\left(u - \frac{l_0}{2}\right) \tag{3}$$

4. FEM을 이용한 운동정밀도 해석

4.1 지배방정식의 유한요소화[3), 4)]

비압축성 유체에 대한 레이놀즈방정식을 삼각요소를 이용하여 유한요소화하면, 전 요소에 대한 압력분포는 식(4)와 같이 나타낼 수 있다. 단, Δ는 삼각형요소의 면적, (u, v)는 절점 좌표, h_n은 요소내 평균간극, q_n은 단위유출유량, N_i, N_j, N_k는 선형보간계수, η는 오일의 점성계수를 나타낸다.

$$[K]\{p\} + \{Q\} = 0 \tag{4}$$

$$[K]^e = \int\int_{E_n} \frac{h_n^3}{6\eta}[R_n]^T[R_n]dudv$$

$$[Q]^e = \int_{C_n} 2q_n[T_n]ds$$

$$[R_n] = \begin{bmatrix} b_i & b_j & b_k \\ c_i & c_j & c_k \end{bmatrix}, \quad [T_n] = [N_i, N_j, N_k]$$

$$N_i = a_i + b_i u + c_i v, \quad a_i = (u_j v_k - u_k v_j)/2\Delta$$
$$b_i = (v_j - v_k)/2\Delta, \quad c_i = (u_k - u_j)/2\Delta$$

4.2 테이블내 압력분포의 계산

식(4)에 있어 외부경계절점에서의 압력은 0이므로, 이를 이용하여 미지압력과 기지압력에 대한 부분행렬로 전개하여 정리하면 식(5)와 같다.

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} p_u \\ p_k \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{Bmatrix} = 0 \tag{5}$$

여기서 벡터 $\{Q_1\}$은 내부 절점에서의 유량의 선적분이므로 식(6)과 같이 기지의 값이 되며, 이것과 기지압력 $\{p_k\}$을 이용하여 연립방정식을 풀면 식(7)과 같이 미지 절점의 압력 $\{p_u\}$및 유량 $\{Q_2\}$를 구할 수 있다. 여기서 k_{ci}는 i번째 패드에서의 모세관계수, m은 테이블내 패드수를 나타낸다.

$$\{Q_1\} = \begin{cases} -k_{ci}\, p_s/\eta, & \text{if } (i \le m) \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \tag{6}$$

$$\{p_u\} = -[K_{11}]^{-1}\{Q_1\}$$
$$\{Q_2\} = [K_{21}][K_{11}]^{-1}\{Q_1\} \tag{7}$$

이상의 과정에 있어 $[K]$행렬은 Choleski알고리즘[5)]을 이용하여 삼각행렬로 분해하였으며, 삼각행렬의 해법으로는 skyline method[5)]를 이용함으로써 소요메모리를 극소화하여 상대적으로 고주기까지의 공간주파수에 대한 운동정밀도 해석을 가능하게 하였다.

식(7)로 부터 압력분포가 얻어지면, 이를 이용하여 테이블의 유막반력 및 모멘트를 식(8) 및 식(9)와 같이 구할 수 있다.

$$F = \int\int \frac{p_i + p_j + p_k}{3}\, dudv \tag{8}$$

$$M = \int\int \frac{p_i + p_j + p_k}{3}\, ududv \tag{9}$$

계산되어진 유막반력은 테이블의 하중조건과, 계산되어진 모멘트의 중심은 테이블의 실제 모멘트 중심과 일치할 때 까지 수직변위 $z(x)$ 및 각변위 $\theta(x)$를 변화시켜 반복계산을 수행한다. 이 때, 실제 테이블에 있어 모멘트중심은 테이블 중심과 일치하는 것으로 가정하였으며, 반복계산에서의 수렴값은 10^{-4}으로 설정하여 계산하였다.

수렴조건을 만족하는 테이블 중심의 수직변위 및 각변위를, x=0 ~L에 대해 반복하여 구하면 테이블의 직선운동오차 $z(x)$ 및 각운동오차 $\theta(x)$의 파형을 얻을 수 있다

5. 유정압테이블의 운동특성 해석

5.1 해석을 위한 변수 및 조건의 설정

먼저 해석을 위해 가정한 유정압테이블의 형상 및 형상에 관한 변수들을, 패드수 m=3일 때의 경우를 예로 하여 그림 3에 나타내었으며, 해석에 사용한 대표적인 각 변수의 조건을 표 1에 나타내었다. 단, 랜드폭비 $\beta = b_x/l_x = b_y/l_y$로 정의하여 사용하였다. 또한 테이블길이와 동일한 파장을 갖는 공간주파수를 $\omega_T = 2\pi/l_0$로 정의하여 사용하였다..

각 조건의 변화에 따른 특성해석에 있어서는, 먼저 테이블길이 기준으로 1~n의 주기(계산주기는 0.1주기씩 증가) 및 단위 진폭(2δ=1μm)를 갖는 코싸인파 형상의 레일상에서, 유정압테이블이 각각 1주기(0~2π)만큼 이동했을 때의 직선운동오차 및 각운동오차의 최대값를 구해 나타내었다.

유정압테이블의 운동에 있어서 고주파의 공간주파수가 운동정밀도에 미치는 영향이 크지 않으므로, 최대계산주기 n은 30주기까지로 하였다. 이 때 30주기까지의 레일형상오차가 베어링간극으로 정확히 나타내어질 수 있도록, 유한요소해석에 있어서의 테이블 길이방향의 분할 절점수는 270개이상으로 하였으며 요소분할은 삼각형요소로 등분 분할하였다.

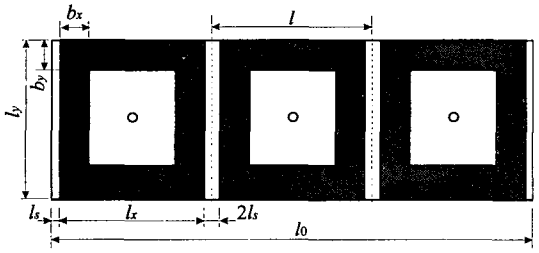

Fig. 3 Parameters on the dimension of table

Table 1 Specifications of calculated hydrostatic table

Table length, width	l_0, l_y	300 mm, 100 mm
Supply pressure	p_s	1 Mpa
Weight of table	W	294 N
Pad length	l_x	140 mm (m=2) 90 mm (m=3) 60 mm (m=4)
Slot width	l_s	10 mm (m=2) 5 mm (m=3) 5 mm (m=4)
Landwidth ratio	β	0.1 - 0.3
Initial film clearance	h_0	40 μm
Magnitude of rail error	δ	0.5 μm

5.2 유막강성이 운동오차에 미치는 영향

테이블의 설정유막간극 h_0를 30, 40, 50μm로 변화시켜서 유막강성을 변화시켰을 경우, 단위 진폭의 공간주파수에 따른 직선 및 각운동오차의 최대값을 구해 그림 4에 나타내었다. 그림으로부터 직선, 각운동오차 모두 베어링간극의 변화에 관계없이 동일한 값을 갖게 되므로, 테이블의 치수가 같을 경우, 특정 공간주파수의 레일형상오차에 의해 발생하는 운동오차는 유막강성에 관계없이 형상오차의 크기(진폭)에 비례함을 알 수 있다.

한편 그림 4는 단위크기를 갖는 레일 형상오차의 각 공간주파수에 대한 테이블의 직선 및 각운동오차를 나타내므로, 그림 상단에 표시된 형상조건을 갖는 유정압테이블에 있어서, 1~30주기의 레일형상오차에 상응하는 유막의 평균화효과를 정량적으로 나타내게 된다. 예로, 그림의 직선운동오차에 있어, 테이블길이에 대해 약 3, 6, 9, 15. 18. 21주기를 제외한 정수의 주기에서의 단위진폭에 대한 직선운동오차는 0.2이하이므로, 이들 주기의 공간주파수에 대해서는 적어도 1/5이상의 유막의 평균화효과를 얻을 수 있다고 할 수 있다. 또한 1주기보다 작은 공간주파수에 대해서는 유막의 평균화효과가 크지 않음을 알 수 있다.

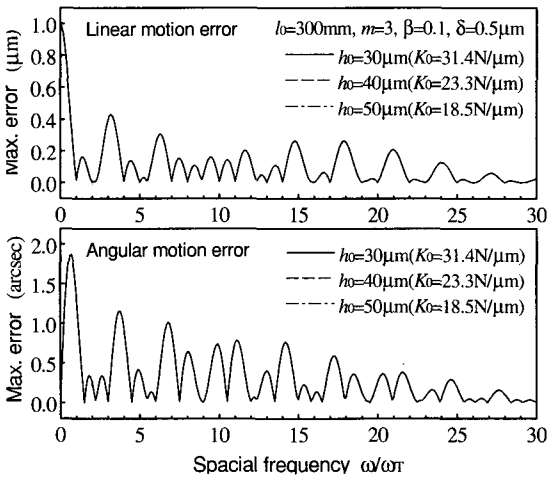

Fig. 4 Relationship between film stiffness and motion error

5.3 레일 공간주파수와 운동오차의 관계

그림 4에 있어 운동오차는 공간주파수에 따라 다양하게 변화하지만, 약 25주기이상의 공간주파수는 상대적으로 운동오차에 크게 영향을 미치지 않는다. 또한 그림으로부터 정수의 주기만을 고려하면, 직선운동오차의 경우 1, 2, 4, ⋯ 등의 주기, 각운동오차의 경우 3, 6, 9, ⋯ 등의 주기에 대한 운동오차는 0에 근접하고 있으며 이러한 공간주파수를 각각의 운동오차에 대한 둔감주파수라고 정의한다.

그림 4에서 각 공간주파수에 따른 운동오차의 변화를 상세히 검토하면, 3의 배수가 되는 주기에 있어서 각운동오차는 0에 근접하여 각운동오차에 대한 둔감주파수임을 보이고 있다. 또한 3의 배수가 아닌 정수의 주기에 있어서는 역으로, 직선운동오차에 대한 둔감주파수가 된다.

그림 5는 패드수 m=2인 경우에 대한 계산 결과를 나타낸 것으로, 2의 배수인 주기는 각운동오차에 대해 둔감주파수이며, 2의 배수가 아닌 정수의 주기는 직선운동오차에 대해 둔감주파수가 된다. 그림 5와 그림 6의 관계를 정리하면, 레일 형상오차 가운데 패드수 m의 배수가 되는 공간주파수는 각운동오차에 대해 둔감주파수가 되어 직선운동오차만에 영향을 주게 되며, m의 배수가 아닌 정수의 공간주파수는 직선운동오차에 대해 둔감주파수가 되어 각운동오차에만 영향을 주게 된다.

그림 6은 패드수 m=4인 경우에 대한 계산결과로, 4의 배수의 주기는 각운동오차에 대해, 그 이외의 정수의 주기는 직선운동오차에 대해 각각 둔감주파수가 되어, 패드수 m=2, 3에서의 경향과 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

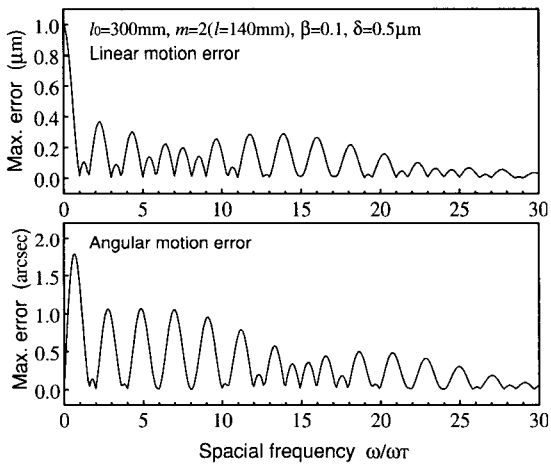

Fig. 5 Relationship between spacial frequency and motion error when the number of pad m=2

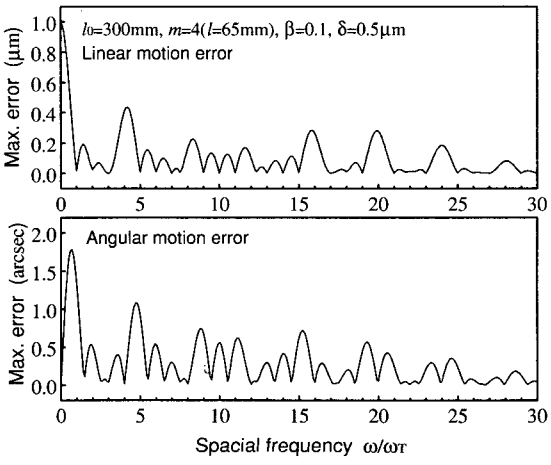

Fig. 6 Relationship between spacial frequency and motion error when the number of pad m=4

5.4 포켓크기가 운동정밀도에 미치는 영향

일반적으로 유정압테이블에 있어서는 포켓크기가 클 수록(랜드폭비가 작을수록) 유막강성을 향상시킬 수 있으므로 포켓을 가능한한 크게 하는 것이 유리하다고 알려져 있으나, 이 경우 운동정밀도에 대한 영향은 검토된바 없다. 그림 7은 포켓의 크기에 따른 영향을 알아보기위해, 테이블의

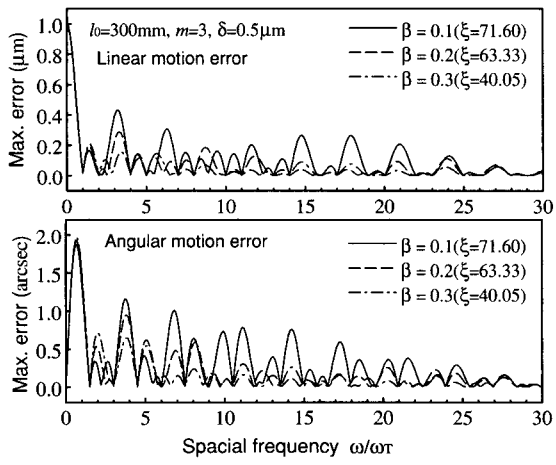

Fig. 7 Relationship between pocket size and motion error

유막강성을 일정값을 유지하면서 랜드폭비를 변화시켰을 경우의 운동오차의 변화를 나타낸 것으로, 랜드폭비가 클수록 직선, 각운동오차는 모두 감소함 보이고 있다. 따라서 운동정밀도면에서는 랜드폭비를 크게, 즉 포켓크기를 작게하는 것이 유리함을 확인할 수 있다.

6. 해석알고리즘의 실험적 검증

6.1 실험장치 및 실험방법

실험장치의 개략도를 그림 8에 나타내었다. 유정압테이블의 수직방향에는 단면패드에 대한 실험을 수행할 수 있도록 3개의 패드가 길이방향으로 설치되어 있으며, 수평방향의 양쪽에도 유정압패드가 설치되어 있어 수평방향의 운동을 지지하도록 되어 있다. 배관의 간섭에 의해 운동오차가 생기지 않도록 모세관은 테이블내에 설치하였으며 급유용 배관은 테이블 후단 중앙부 1곳에 설치하였다. 테이블의 총 이송량은 145mm이며, 와이어로프와 스테핑모터를 이용하여 구동함으로써 구동계가 테이블의 운동정도에 미치는 영향을 최소화하였다. 표 2에 실험용 유정압테이블의 제원을 나타내었다.

실험용 레일로는 서로 다른 형상오차를 갖는 3개의 레일(이하, 레일A, B, C라 칭함)을 사용하였으며 각 레일의 형상오차는 독자적으로 개발한 진직도측정장치(측정정밀도 0.04μm)[6]를 이용하여 측정하였다. 그림 9는 각각 레일A, B, C의 형상오차이다. 그림 10은 형상오차의 공간주파수성분을, 레일길이와 같은 파장을 갖는 주파수 ω_R을 기준으로 나타낸 것으로, 테이블길이기준 주파수와는 $\omega_R=(L/l_0)\omega_T$의 관계를 갖는다. 그림에 있어 싸인파 공간주파수의 크기는 코싸인파에 비해 매우 작으므로 생략하였다. 레일A는 1주기성분, 레일B는 1, 2주기성분, 레일C는 레일A, B에 비해 고주기성분인 2, 3, 4주기성분이 지배적인 형상오차 파형으로 구성되어 있다.

운동오차측정시에 이송속도에 인한 동압효과가 발생하지 않도록 이송속도는 1.0mm/s의 저속으로

Table 2 Specifications of hydrostatic table and rail

rail length, width	L, B	250, 30 mm
table length, width	l_0, l_t	105, 105 mm
pad length, width	l_x, l_y	30, 20 mm
number of pad	m	3
weight of table (inc. mirror for measurement)	W	64 N
landwidth ratio	β	0.15
feeding parameter	ξ	20.494
Designed film clearance	h_0	58.8 μm
Supply pressure	p_s	1 Mpa

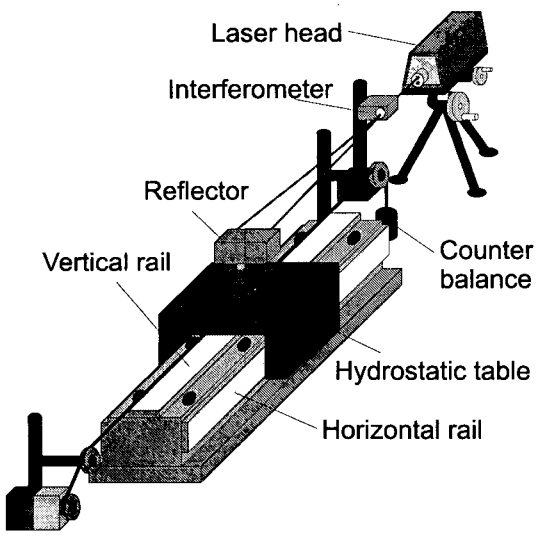

Fig. 8 Schematic diagram of experimental setup

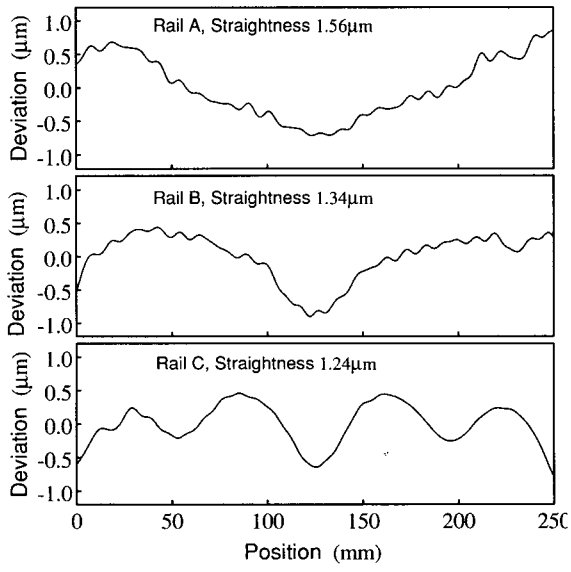

Fig. 9 Form error of rails for experiment

하였으며, 이 때의 운동오차는 레이저간섭계(HP5528A)를 이용하여 측정하였다. 측정된 데이터는 GPIB를 이용하여 PC로 전송되며, 본 실험에서는 형상오차의 측정이 목적이므로 총 이송거리에 대해 30개 이상의 파장을 갖는 공간주파수 성분은 소프트웨어필터를 이용하여 제거하였다. 한편, 레이저간섭계에 의해 측정된 운동오차는, 직선운동오차의 경우 최소자승법을 이용하여 경사량을 보정하며, 각운동오차의 경우 최초의 측정점이 상대적인 수평점(즉 각운동오차가 0)이 된다. 따라서 테이블에 대한 이론해석결과도 같은 방법으로 정리하여 실험결과와 함께 나타내었다.

6.2 실험결과 및 고찰

그림 11은 실험용 테이블의 공간주파수에 대한 운동오차를 구한 결과로, 레일 형상오차에 따른 영향을 비교하기 위해 레일길이기준 주파수를 가로축에 중복하여 표시하였다. 테이블길이와 레일길이간의 비가 0.42이므로, 레일기준 주파수로 1주기성분은 테이블길이기준 주파수로는 0.42주기에 해당한다.

그림 12~14는 실험용 테이블이 레일A, B, C상에서 이송되었을 때의 운동오차 측정결과를 이론해석결과와 함께 나타낸 것이다.

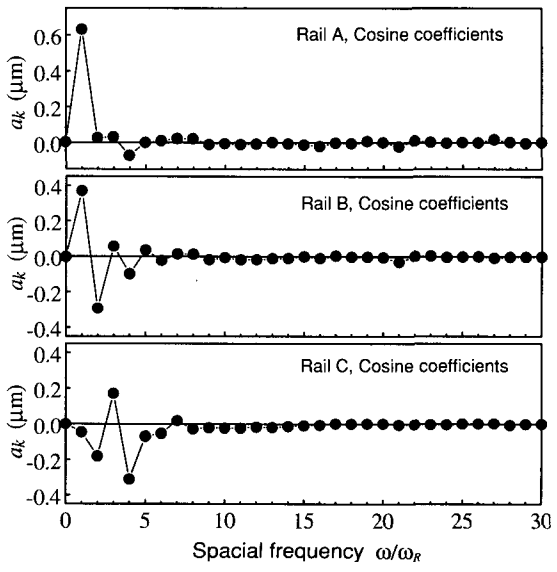

Fig. 10 Magnitude of spacial frequencies of rail form error

먼저 레일A, B, C에 대한 실험결과를 비교하기 위해, 각 레일의 형상오차를 지배하는 레일길이기준 주파수 1, 2, 3, 4주기가 테이블의 운동오차에 미치는 영향을 그림 11로부터 살펴보면, 테이블길이기준 주파수로는 0.42, 0.84, 1.26, 1.68에 각각 해당하므로, 각각의 주파수가 단위진폭을 갖을 때에 그에 의해 발생하는 직선운동오차량은 0.73, 0.18, 0.19, 0.17μm가 되며, 각운동오차량은 4.40, 5.13, 2.23, 1.40arcsec가 된다. 따라서 직선운동오차는 레일길이기준으로 1주기성분이, 각운동오차는 1, 2주기성분이 크게 영향을 미치게 된다.

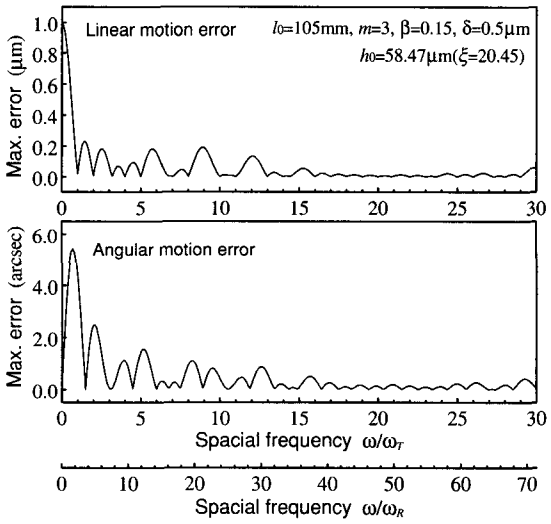

Fig. 11 Calculated motion errors of table correspond to spacial frequencies

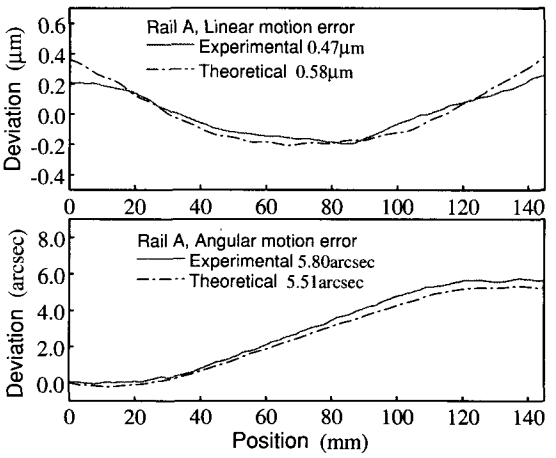

Fig. 12 Motion errors of hydrostatic table against rail A

이를 고려하여 그림 12와 그림 13을 비교하면, 레일B의 경우 레일A에 비해 레일의 진직도는 좋으나, 각운동오차에 크게 영향을 미치는 1, 2주기성분이 모두 존재하므로, 각운동오차가 오히려 레일A에 비해 나빠지게 된다. 또한 그림 13과 그림 14를 비교하면, 레일C의 경우 1주기성분이 매우 작으므로, 상대적으로 레일 형상오차의 차이에 비해 직선, 각운동오차가 모두 크게 향상됨을 알 수 있다.

한편 그림 12~14의 3개의 레일에 대한 실험결과와 이론해석결과는 전체적으로 잘 일치하고 있음을 보이고 있으며, 양 결과간의 미소한 차는 측정시 반사경의 전후방향 위치 및 와이어로프의 구동

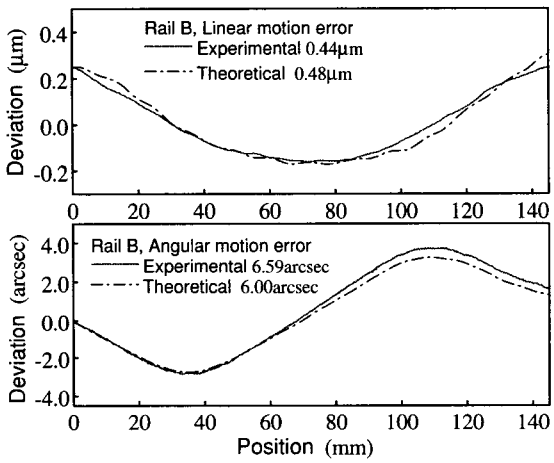

Fig. 13 Motion errors of hydrostatic table against rail B

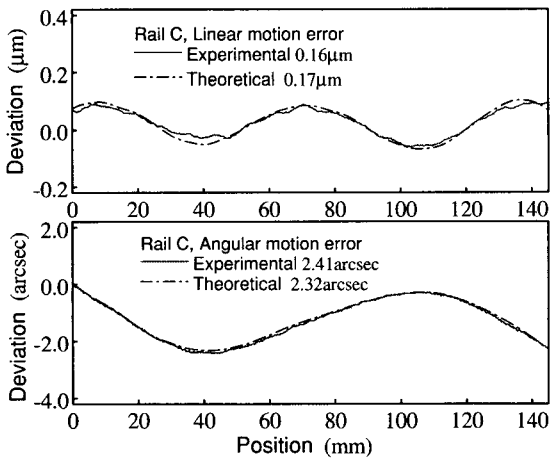

Fig. 14 Motion errors of hydrostatic table against rail C

력등에 의해 발생하는 초기모멘트 및 구동점과 측정점의 위치차이에 의한 Abbe의 옵셋오차 등이 주요 원인으로 추정된다.

이상의 실험결과로 부터 유한요소법을 이용한 해석 알고리즘은 유정압테이블의 운동오차 해석에 매우 유용함을 확인할 수 있다.

7. 결론

본 논문에서 얻어진 결과를 요약하면 다음과 같다.

1) 유한요소법을 이용하여 단면지지형 유정압테이블의 운동정밀도를 해석할 수 있는 알고리즘을 제시하였으며, 실험결과로부터 알고리즘의 유용성을 확인하였다.
2) 단위진폭을 갖는 각 공간주파수에 대한 운동오차를 산출하는 것에 의해 공간주파수에 따른 유막의 평균화효과를 정량적으로 산출할 수 있다.
3) 레일형상오차 가운데 패드수의 배수가 되는 공간주파수는 직선운동오차만에 영향을 주게 되며, 패드수의 배수가 아닌 정수의 공간주파수는 각운동오차에만 영향을 미친다.
4) 포켓크기가 작을 수록 운동정밀도는 향상된다.

참고문헌

1. 佐藤海二, 堀內正優 外 3人, "5自由度制御型能動空氣軸受(第1報, 5自由度制御型能動空氣軸受の原理と動的パラメータの同定)," 精密工學會誌, Vol. 60, No. 2, p. 220, 1994.
2. 박천홍, 송영찬, 김수태, 이후상, "능동제어모세관을 이용한 유정압테이블의 운동정도 향상," 한국정밀공학회지, Vol. 14, No. 12, p. 114, 1997.
3. M. M. Reddi, "Finite-Element Solution of the Incompressible Lubrication Problem," Trans. of the ASME, Jr. of Lub. Tech., p. 524, July, 1969.
4. 和田龍兒, "有限要素法による靜壓軸受の設計," 機械設計, Vol. 17, No. 8, p. 111, 1973.
5. G. Dahlquist, A. Bjorck, N. Anderson, "Numerical Method," Prentice-Hall, Inc., 1974.
6. 박천홍, 정재훈, 김수태, 이후상, "서브미크론 진직도 측정장치 개발," 한국정밀공학회지, Vol. 17, No. 5, p. 124, 2000.