

# 케이싱 오실레이터의 역기구학 해석

이은준\*, 배재만\*\*, 박명관\*\*\*

## A Study on the Inverse Kinematic Analysis of a Casing Oscillator

Eun Jun Rhee\*, Jae Man Bae\*\*, and Myeong Kwan Park\*\*\*

### ABSTRACT

The casing oscillator is a construction equipment to clamp, oscillate and push a casing for foundation work. In case that the casing oscillator is operated on the slant ground, if another construction heavy equipment is not used, it is impossible to insert the casing in ground using only casing oscillator. So in this paper, we present the new casing oscillator that need not to level the ground for work of casing insertion. This mechanism can execute 4 DOF motion by actuating 5 single - rod hydraulic cylinders. The inverse kinematics analysis of the casing oscillator is performed and we verify the validity of kinematics analysis thorough the experiment.

**Key Words** : Casing Oscillator(케이싱 오실레이터), Construction Equipment(건설장비), 4 DOF(4 자유도) Kinematics analysis(기구학 해석)

### 1. 서론

케이싱 오실레이터란 Fig.1 에 나타낸 바와 같이 건물, 공장, 도로교, 철도교, 첩탑 등의 기초작업에 사용되는 건설용 장비로 케이싱을 좌·우로 회전, 요동하여 지면에 압입하는 장치를 말한다. 케이싱을 지면에 최초 압입할 때 지면의 기울기와는 상관없이 해수면에 대해 항상 수직인 방향을 유지하는 것이 중요하며 일반 건설장비와 마찬가지로 케이싱 오실레이터는 유압식으로 구동된다.

현재 건설현장에서 사용되는 케이싱 오실레이터는 해수면에 수직인 방향으로 케이싱을 압입할 수 있는 장치가 부착되어 있지 않으므로 작업시 반

드시 지면의 평탄화 작업이 선행되어야 하며 작업시 케이싱의 수직압입 여부의 확인은 케이싱 내부의 흙을 제거하는 굴삭기에 부착되어진 수직계로 측정이 이루어진다. 작업도중에 케이싱에 기울어짐이 발생하는 경우는 기중기나 크레인 등의 중장비를 사용하여 물리적인 방법으로 수직을 보정하고 있다. 따라서 이러한 방법으로는 수직압입의 정확도가 떨어질 뿐 아니라 보정 작업에 많은 시간이 소요되고 케이싱 외부에 손상을 입혀 구조물의 강도를 약화시키게 됨으로 사고의 위험이 따르게 된다.

본 연구에서는 이러한 문제점을 해결하기 위하여 외부의 중장비가 필요 없이 수직압입 작업이 가능한 새로운 케이싱 오실레이터 시스템을 제시하였

\* 부산대학교 대학원

\*\* 만네스만 렉스로스 코리아

\*\*\* 부산대학교 기계공학부 및 기계기술연구소

다. 수직압입 작업을 위한 밸런싱 장치를 구현하기 위해서는 기학적 해석이 우선되어야 하므로 케이싱 오실레이터와 유사한 구조를 가진 병렬형 매니플레이터의 연구를 응용하였다.<sup>[14][15]</sup> 케이싱 오실레이터의 정확한 작업공간 해석과 구동을 알아내기 위해 역기구학 해석을 사용하였다. 이 결과를 이용하여 각 링크의 길이 및 조인트의 작동한계에 의해 구속되어지는 케이싱 오실레이터의 작업공간의 한계를 해석하고 실험을 통한 실험결과와 수치 시뮬레이션 결과를 비교하여 해석방법의 타당성 여부를 검증하였다.

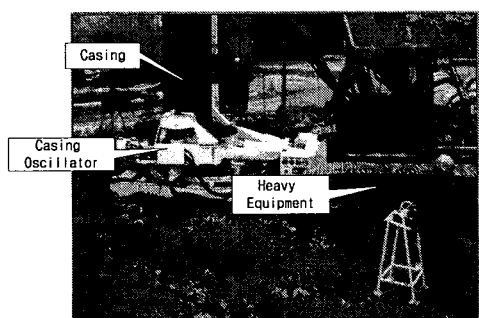


Fig. 1 Operation of Casing Oscillator

## 2. 기구학적 해석

Fig. 2는 연구에서 제안한 새로운 케이싱 오실레이터의 시제품 형상이며 Fig. 3은 시제품의 기학적 형태를 기구학적 해석을 위해 간략하게 도식화한 것이다.

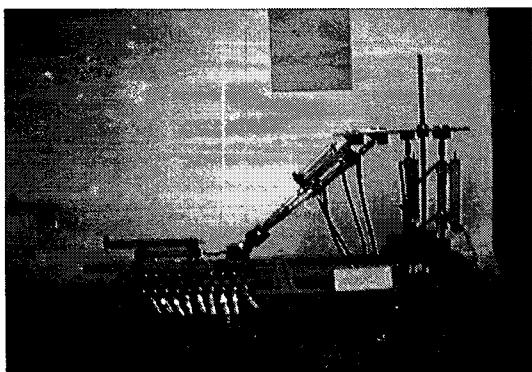


Fig. 2 Shape of Casing Oscillator

케이싱 오실레이터는 상판과 하판 그리고 5개의 작동기(actuator)로 구성되어 있다. 하판은 바닥에 고정되어 있고 상판은 직선운동만을 수행하는 5개의 작동기에 의해 움직인다. 이때 각각의 작동기와 하판은 볼조인트로 연결되어 있으며 하판과 상판의 중심좌표인  $\{O\}$ 와  $\{C\}$ 가 실제 케이싱 오실레이터에 케이싱이 장착되었을 때 케이싱의 중심위치가 된다. 또한 케이싱 오실레이터의 자유도는 공간운동을 하는 기구의 자유도 판별식에 의해 구할 수 있으며 4자유도를 가진다.<sup>[14][15]</sup>

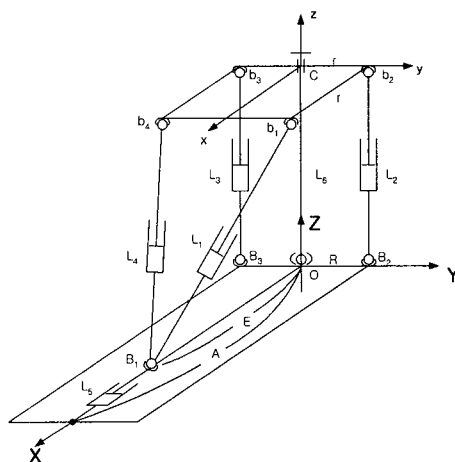


Fig. 3 A Kinematic Model of Casing Oscillator

### 2.1 좌표계 설정

케이싱 오실레이터의 하판에 대한 상판의 운동을 기술하기 위해 좌표계를 설정하고 설정된 좌표계들 사이의 변화를 기술한다. 먼저 하판에 고정된 좌표계를  $\{O\}$ 로 표시하며 이것은 항상 고정되어진 좌표계로서 기준 좌표계가 된다. 상판에도 또 하나의 좌표계를 설정하고 이것을  $\{C\}$ 로 나타낸다. 이 좌표계는 상판이 움직일 때 같이 움직이는 좌표계가 되며 케이싱 오실레이터의 기구학은 현재 상태의 기준 좌표계에 대해 움직이는 좌표계를 완전히 기술하는 문제로 귀결된다.

기준 좌표계는 대문자 XYZ로 표시하며 움직이는 좌표계는 소문자 xyz로 표시한다. 좌표계 XYZ의 Z는 하판에 수직으로 향하며, X축은 볼 조인트 연결부  $B_1$ 을 향하고 Y축은 볼 조인트 연결부  $B_2$ 를 향하고 있다. 하판의 경우와 유사한 형태로 좌표계 xyz는 상판에 놓여져 있으며, z축은 상판에 수

직이고 x축은 볼 조인트 연결부  $b_1$ 과  $b_4$ 사이의 중심으로 향하고 y축은 볼 조인트 연결부  $b_2$ 를 향한다. 하판 상의 볼 조인트  $B_1, B_2, B_3$ 와 상판 상의 볼 조인트  $b_1, b_2, b_3, b_4$ 를 연결하는 링크를  $L_1, L_2, L_3, L_4$ 로 표시하며 하판 상의 고정 A에서 볼 조인트  $B_1$ 까지 연결하는 링크를  $L_5$ 라 한다. 하판에서의 XYZ좌표에 대한 볼 조인트의 위치는 다음과 같다.

$$B_1 = [E, 0, 0]^T \quad (2.1)$$

$$B_2 = [0, R, 0]^T \quad (2.2)$$

$$B_3 = [0, -R, 0]^T \quad (2.3)$$

상판에서의 xyz좌표에 대한 볼 조인트의 위치는 다음과 같다.

$$b_1 = [r, r, 0]^T \quad (2.4)$$

$$b_2 = [0, r, 0]^T \quad (2.5)$$

$$b_3 = [0, -r, 0]^T \quad (2.6)$$

$$b_4 = [r, -r, 0]^T \quad (2.7)$$

그리고 하판의 XYZ좌표에 대한 xyz좌표의 위치 및 방향을 나타내는 동차변환 행렬(Homogeneous transformation)  $[T]$ 는 다음과 같다.

$$[T] = \begin{bmatrix} n_1 & o_1 & a_1 & x_c \\ n_2 & o_2 & a_2 & y_c \\ n_3 & o_3 & a_3 & z_c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

여기서  $(x_c, y_c, z_c)^T$ 는 xyz 좌표계의 중심 위치를 나타낸다. 그리고 방위벡터  $(n_1, n_2, n_3)^T, (o_1, o_2, o_3)^T, (a_1, a_2, a_3)^T$ 는 하판 좌표계  $\{O\}$ 에 대한 상판 좌표계  $\{C\}$ 의 방향을 나타낸다. 단위벡터  $n, o, a$ 는 정규직교 기저이기 때문에 다음과 같은 구속조건을 만족한다.

$$\begin{aligned} & \text{즉,} \\ & n \cdot n = 1 \quad o \cdot o = 1 \quad a \cdot a = 1 \\ & o \cdot a = 0 \quad o \cdot n = 0 \quad a \cdot n = 0 \end{aligned} \quad (2.9)$$

## 2.2 역기구학 해석

역기구학 문제 해석은 주어진 상판의 위치와 자세로부터 구동기의 길이를 결정하는 문제이다. 이는 상판이 특정한 운동을 하기 위해서 각 구동기는 얼마만큼의 변위를 가져야 하는가를 계산하는 경우에 사용된다. 즉, 좌표계  $\{O\}$ 에 대해서  $\{C\}$ 의 병진 변위와 회전 변위가 주어졌을 때 그 때의 작동 변위를 구하는 문제이다. 하판 좌표계  $\{O\}$ 에 대한 볼 조인트의 위치는 다음과 같이 표현되어 질 수 있다.

$$\begin{bmatrix} B_i \\ 1 \end{bmatrix}_{XYZ} = [T] \begin{bmatrix} b_i \\ 1 \end{bmatrix}_{xyz} \quad (2.10)$$

여기에서 벡터  $B_i$ 와  $b_i$ 는 각각  $\{O\}$ 좌표계와  $\{C\}$ 좌표계에 대한  $i$ 번째 볼 조인트의 위치 벡터를 나타낸다. 링크의 길이는 실린더의 양단의 연결부인 볼 조인트  $B_i$ 와  $b_i$ 사이의 거리로 나타낼 수 있다.

먼저  $L_1$ 의 링크길이를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \overline{L_1} &= \overline{OC} + \overline{Cb_1} - \overline{OB_1} \\ &= \begin{bmatrix} x_c + n_1 r + o_1 r - E \\ y_c + n_2 r + o_2 r \\ z_c + n_3 r + o_3 r \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.11)$$

식 (2.11)의 양변에 놈(norm)을 취하면

$$\|\overline{L_1}\|^2 = \|\overline{OC} + \overline{Cb_1} - \overline{OB_1}\|^2 \quad (2.12)$$

다시 쓰면

$$\begin{aligned} L_1^2 &= (x_c + n_1 r + o_1 r - E)^2 \\ &\quad + (y_c + n_2 r + o_2 r)^2 \\ &\quad + (z_c + n_3 r + o_3 r)^2 \end{aligned} \quad (2.13)$$

위와 같은 방법으로  $L_2, L_3, L_4, L_5$ 를 구하면

$$\begin{aligned} L_2^2 &= (x_c + o_1 r)^2 \\ &\quad + (y_c + o_2 r - R)^2 \\ &\quad + (z_c + o_3 r)^2 \end{aligned} \quad (2.14)$$

$$L_3^2 = (x_c + o_1 r)^2 + (y_c - o_2 r + R)^2 + (z_c - o_3 r)^2 \quad (2.15)$$

$$L_4^2 = (x_c + n_1 r - o_1 r - E)^2 + (y_c + n_2 r - o_2 r)^2 + (z_c + n_3 r - o_3 r)^2 \quad (2.16)$$

$$L_5^2 = (A - E)^2 \quad (2.17)$$

$$L_6^2 = x_c^2 + y_c^2 + z_c^2 \quad (2.18)$$

케이싱 오실레이터에 장착된 케이싱이 하판의 중심에 고정되어 움직이는 것과 같게 케이싱의 방향을 표현하기 위하여, 좀더 간단한 형태의 방위에 대한 표현방법으로 Fig. 4 와 같이 고정 축에 대한 롤-피치-요각  $\psi$ ,  $\theta$ ,  $\phi$ 를 이용한다.

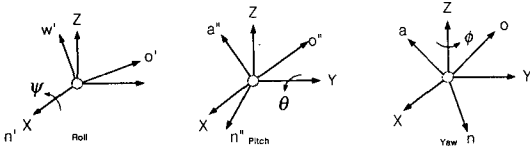


Fig. 4 Representation of Roll Pitch and Yaw Angles  $\psi, \theta, \phi$

롤-피치-요각을 이용한 하판에 대한 상판의 회전을 기술하는 회전행렬(Rotation matrix)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$R(\psi, \theta, \phi) = R(z, \psi) R(y, \theta) R(x, \phi) = \begin{bmatrix} C\phi C\theta & C\phi S\theta S\psi - S\phi C\psi & C\phi S\theta C\psi + S\phi S\psi \\ S\phi C\theta & S\phi S\theta S\psi + C\phi C\psi & S\phi S\theta C\psi - C\phi S\psi \\ -S\theta & C\theta S\psi & C\theta C\psi \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

여기서  $\psi, \theta, \phi$ 는

$$\theta = \sin^{-1}(-n_3) \\ \psi = \text{Atan2}(o_3/C\theta, a_3/C\theta) \\ \phi = \text{Atan2}(n_2/C\theta, n_1/C\theta)$$

식 (2.19)를 사용하여 링크의 길이를 표현하면

$$\overline{L_1} = \overline{OC} + \overline{Cb_1} - \overline{OB_1} = \begin{bmatrix} x_c + rC\phi C\theta + r(C\phi S\theta S\psi - S\phi C\psi) - E \\ y_c + rS\phi C\theta + r(S\phi S\theta S\psi + C\phi C\psi) \\ z_c - rS\theta + C\theta S\psi \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

식 (2.20)의 양변에 놈(norm)을 취하면,

$$\|\overline{L_1}\|^2 = \|\overline{OC} + \overline{Cb_1} - \overline{OB_1}\|^2 \quad (2.21)$$

$$L_1^2 = [x_c + rC\phi C\theta + r(C\phi S\theta S\psi - S\phi C\psi) - E]^2 + [y_c + rS\phi C\theta + r(S\phi S\theta S\psi + C\phi C\psi)]^2 + [z_c - rS\theta + C\theta S\psi]^2 \quad (2.22)$$

위와 같은 방법으로  $L_2, L_3, L_4, L_5, L_6$ 를 구하면 다음과 같다.

$$L_2^2 = [x_c + r(C\phi S\theta S\psi - S\phi C\psi)]^2 + [y_c + r(S\phi S\theta S\psi + C\phi C\psi) - R]^2 + [z_c + r(C\theta S\psi)]^2 \quad (2.23)$$

$$L_3^2 = [x_c - r(C\phi S\theta S\psi - S\phi C\psi)]^2 + [y_c - r(S\phi S\theta S\psi + C\phi C\psi) + R]^2 + [z_c - r(C\theta S\psi)]^2 \quad (2.24)$$

$$L_4^2 = [x_c + r(C\phi C\theta) - r(C\phi S\theta S\psi - S\phi C\psi) - E]^2 + [y_c + r(S\phi C\theta) - r(S\phi S\theta S\psi + C\phi C\psi)]^2 + [z_c - rS\theta - r(C\theta S\psi)]^2 \quad (2.25)$$

$$L_5^2 = (A - E)^2 \quad (2.26)$$

$$L_6^2 = x_c^2 + y_c^2 + z_c^2 \quad (2.27)$$

케이싱 오실레이터는 케이싱을 효과적으로 땅속에 압입하기 위해서 요잉, 피칭, 롤링, z방향 병진운동 등 4가지의 운동을 수행한다. 그런데  $L_5$  실린더는 피칭운동( $\theta$  각 운동)을 발생시키지만  $L_1$ 과  $L_4$  실린더는 요잉( $\phi$  각 운동)과 피칭( $\theta$  각 운동)등의 2가지 운동을 수행할 수 있다.  $L_1$ 과  $L_4$  실린더를 같은 방향으로 동시에 운동( $L_1$  &  $L_4$  축소 혹은  $L_1$  &  $L_4$  인장)하면 피칭 운동이 일어나고  $L_1$ 과  $L_4$  실린더를 서로 다른 방향으로 운동( $L_1$  축소 &  $L_4$  인장 혹은  $L_1$  인장 &  $L_4$  축소)하면 요잉 동작이 일어나는데 케이싱을 효율적으로 땅 속에 삽입하기 위해선 요잉 동작과 피칭 동작이 동시에 일어나야 하므로  $L_1$  &  $L_4$  실린더는 케이싱의 요잉운동을  $L_5$  실린더는 케이싱의 피칭운동 만을 일으키게 한다.

케이싱의 피칭운동을 가장 크게 일으킬 수 있는 곳은  $L_5$  실린더의 위치 중 중립위치이므로 초기 작업 조건에 필요한 모든 작업 조건은 항상 각 실린

터의 최대 변위의 중립위치이다. 비록  $L_5$  실린더 위치 변화에 의해 케이싱 오실레이터가 무한개의 해를 가질 수 있는 구조를 가졌다 하더라도 구속 조건으로 초기 상태에서  $L_5$ 의 위치를 중립에 두면 식 (2.22) - (2.27)의 해를 쉽게 구할 수 있다.

### 2.3 작업공간 해석

작업공간의 한계는 각 링크길이의 한계와 링크를 연결하는 조인트의 작동한계에 의해 정하여지며, 이것은 케이싱 오실레이터의 성능과 직결된다. 실험장치에 사용되어진 장치의 물리적인 한계 값들과 기준 값들이 Table. 1에 요약되어져 있다.

Table 1 Kinematic Constraints of Casing Oscillator  
[ unit : mm ]

Actuator	Limited Value	Initial Condition
L1	$-50 < d < 50$	0
L2	$-62.5 < d < 62.5$	0
L3	$-62.5 < d < 62.5$	0
L4	$-50 < d < 50$	0
L5	$-62.5 < d < 62.5$	0
$b_1, b_2, b_3, b_4$	$30^\circ$	$15^\circ$
$B_1, B_2, B_3, O$	$30^\circ$	$15^\circ$

작업공간은 케이싱 오실레이터의 최초 작업위치에 따라 작업영역의 크기와 위치가 변하게 된다. Fig. 5는 역기구학 해석에 의한 케이싱 오실레이터의 작업공간을 나타낸 것이다. 작업공간이 가장 크게 나타나는 부분은 케이싱 오실레이터의 하판 클램프 중심에서부터 상판 클램프까지의 거리가 480[mm]인 부분으로서, 각 실린더의 위치가 총 작동거리의 중간 지점인 중립위치에 위치한 경우이다. 중립위치에서 작업을 수행하는 경우 넓은 작업영역과 삽입각도로 작업을 할 수 있으므로 이 위치를 작업자가 인지함으로써 작업의 효율성을 높일 수 있다. 케이싱 오실레이터의 최초 작업위치가 중간위치에서 상승하거나 하강하는 경우, 각 링크 및 조인트들이 가지는 기구적인 한계에 의해 작업영역이 좁아지거나 수직작업이 어려워짐을 알 수 있다. 수직작업이 아닌 경사 작업, 예를 들면 바닥이 수평이 아닌 경우나 케이싱을 특정 각도(방향)로 삽입하는 경우, 작업자는 사용중인 케이싱 오실레이

터의 이와 같은 작업영역을 고려하여 작업을 수행해야만 한다.

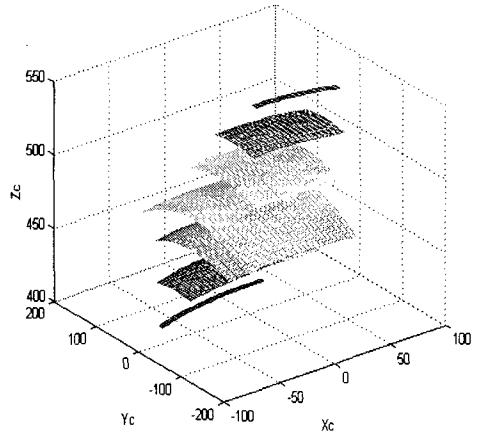


Fig. 5 Work Space of Casing Oscillator  
(  $L_6 = 540, 520, 500, 480, 460, 440, 420$  )

### 3. 수치해석 및 실험결과의 비교

앞 절에서 거론된 역 기구학 해석 및 작업공간 해석의 타당성을 입증하기 위해 롤( $\Psi$  각) 및 피치( $\theta$  각) 동작에 대해 수치 해석 결과와 실험결과를 비교하였다.

Table 2 Origin Points [ unit : mm ]

Joint	$X_c$	$Y_c$	$Z_c$
$B_1$	730	0	0
$B_2$	0	250	0
$B_3$	0	-250	0
A	1280	0	0
$b_1$	250	250	0
$b_2$	0	250	0
$b_3$	0	-250	0
$b_4$	250	-250	0

Table 3 The Relation between Displacement and Angle [ unit : mm ]

No.	L1	L2	L3	L4	L5	L6	$\psi$	$\theta$	$\varphi$
1	723.3	480	480	723.3	550	480	0	0	0
2	723.3	540.5	419.6	723.4	550	480	15	0	0
3	727.8	540.5	419.6	718	612.5	480	15	-6	0
4	724.1	480	480	724.1	612.5	480	0	-6	0
5	718.1	419.6	540.5	727.8	612.5	480	-15	-6	0
6	723.4	419.6	540.5	723.4	550	480	-15	0	0
7	729.9	419.6	540.5	718.3	487.5	480	-15	6	0
8	722.8	480	480	722.8	487.5	480	0	6	0

Table 2는 상판과 하판의 볼 조인트들과 실린더의 고정위치를 나타낸 것이며 Table 3은 케이싱 기울기에 대한 각 실린더의 변위를 나타낸 것이다. 이 결과를 통하여 케이싱 오실레이터를 수동 조작할 경우 실린더 길이를 조절하여 케이싱의 기울어짐의 정도를 조정할 수 있다.

케이싱 오실레이터의 동작 중 롤 동작과 피치 동작을 나타기 위해  $[X_c Z_c]$ 와  $[Y_c Z_c]$  평면을 설정하였고 케이싱의 길이  $L_6$ 를 중립위치인 480mm에서 좌우 방향으로 조금씩 움직여 그 결과를 각각 나타내었다.

Fig. 6에 나타낸 바와 같이 평면  $[Y_c Z_c]$ 에서는 궤적은 케이싱 오실레이터의 롤 동작을 나타낸다. 이때 케이싱 오실레이터의 구동 실린더는 각각  $L_2, L_3$  링크에 해당하며, 링크  $L_1, L_4, L_5, L_6$ 의 길이는 변하지 않기 때문에  $X_c$  축 방향으로의 위치 변화는 일어나지 않는다.

Fig. 7은 케이싱 오실레이터의 피치 동작을 나타내며 이 때 케이싱 오실레이터의 궤적은  $[X_c Z_c]$  평면 상에서 나타나게 된다. 이 때 케이싱 오실레이터의 구동 실린더는  $L_5$  링크에 해당하며 링크  $L_1, L_2, L_3, L_4, L_6$ 의 길이 변화는 일어나지 않는다. 이 들 결과에서 알 수 있듯이 케이싱 오실레이터의 최초 작업위치가 중립위치에서 상승하거나 하강하는 경우, 각 링크 및 조인트들이 가지는 기구적 구속조건에 의해 작업영역이 좁아지거나 수직

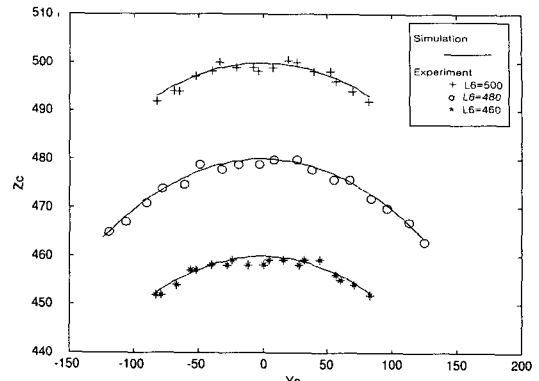


Fig. 6 Comparison between Experiment and Simulation for Rolling ( $X_c=0, L_6=500, 480, 460$ )

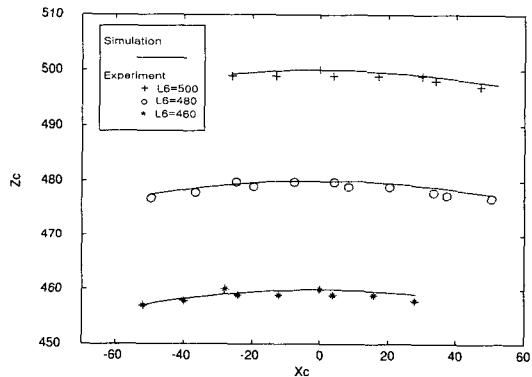


Fig. 7 Comparison between Experiment and Simulation for Pitching ( $Y_c=0, L_6=500, 480, 460$ )

작업이 어려워짐을 알 수 있다. 그러나 전반적으로 역기구학 해석에 의한 수치 시뮬레이션 결과와 실험결과가 잘 일치함을 보아 기구학 해석의 타당성이 입증되었다.

#### 4. 결론

본 연구에서는 현재 건설현장에서 사용 중인 케이싱 오실레이터에 오토-밸런싱(Auto-Balancing) 작업을 추가하기 위해 새로운 케이싱 오실레이터를 제시하고 기구학 해석을 수행하였다. 기구학 해석에 의한 수치 시뮬레이션을 바탕으로 작업공간 해석을 하였으며 기구학 해석 결과 및 작업공간 해

석 실험 결과를 비교하였고 이를 통해 수치 시뮬레이션에 의한 작업공간 해석의 타당성 여부를 검증하여 오토 밸런싱 작업이 가능함을 보였다.

본 연구에서 제안한 케이싱 오실레이터에 의해 케이싱 압입시 선행되었던 지면 평탄작업이 생략될 수 있으며, 기존에는 어려운 작업이었던 케이싱의 경사 삽입도 가능하게 되었다.

향후 연구과제로는 열악한 환경의 건설현장에서 원활한 오토 밸런싱 작업을 위한 강인한 제어기법의 개발 및 이를 사용한 동작의 제어가 필요하다. 이러한 연구는 각종 시뮬레이터 및 오토-밸런싱의 작업이 요구되는 장비 및 시뮬레이터 등에 응용될 것이며 기존의 병렬형 매니플레이터보다 훨씬 간단한 구조로 같은 기능을 수행할 것이라고 기대된다.

### 참고문헌

1. J. H. Shim, J. Y Park , D. S. Kwon , H S. Cho, and S. Kim., "Kinematic Design of a Six Degree-of-Freedom In-Parallel Manipulator for Probing Task," Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 2967-2973, 1997.
2. Kok-Meng Lee and Dharman K. Shah, "Kinematic Analysis of a Three-Degrees-of-Freedom In-Parallel Actuated Manipulator," IEEE Journal of Automation, Vol. 4, No. 3, pp. 354-360, 1988.
3. Ficher E. F., "A Stewart Platform Based Manipulator General Theory and Practical Construction," Int. J. of Robotics Research, Vol. 5, No. 2, pp. 157-182, 1986.
4. Hunt, K. H., Kinematic Geometry of Mechanism, Oxford Univ. Press, 1978.
5. Lung-Wen Tsai, Robot Analysis, John Wiley & Sons, pp. 9-15, 1999.