

이중빔 오프셋안테나 해석

The Analysis of Dual Beam Offset-fed Dish Antenna

박경환* · 이형선** · 양군백* · 강동균*

Kyung H. Park* · Haeng S. Lee** · Kun B. Yang* · Dong K. Kang*

요 약

오프셋 안테나 (offset-fed dish antenna)를 분석한다. DBS 수신안테나로서 널리 사용되는 오프셋 안테나는 비대칭, 개방형 구조 때문에 해석이 어렵다. 본 논문에서는 푸리에 변환 방법과 Physical Optics를 이용하여 오프셋 반사판과 피드 혼 개구면으로부터의 방사 전계에 대한 정확한 급수해를 성공적으로 유도하였다. 또한 반사판의 직경, 초점거리, 단면 등 모든 다양한 구조적 환경에서 해석할 수 있도록 여러 구조 인자를 가진 해를 도출하였다. 이를 이용하여 한 개의 반사판에 여러 개의 피드 혼을 배치시킨 다중 빔 안테나를 분석하고, 특히 동경 116°의 무궁화위성 (중계기출력 59 dBW)과 동경 139°로 계획되어 있는 Orion 위성 (중계기출력 54 dBW)로부터 동시에 수신할 수 있는 안테나를 고찰한다.

Abstract

Offset-fed dish antennas are considered. Offset-fed dish antennas are widely used for DBS reception, the problem of offset-fed dish antenna has, however, received little attention because of its complicated and asymmetric geometry. A Fourier-transform technique and Physical Optics are employed to express the fields radiated from offset-fed reflector and feed horn aperture. The simultaneous equations are solved to obtain a solution in a fast convergent series, thus facilitating the numerical computation. For given parameters such as diameter of reflector, focal length, offset height of reflector center, exact solutions are derived. Since offset-fed dish antenna has an application as multi-beam antenna using multiple feed, a brief feasibility of dual beam antenna for Korea-SAT (116° E, EIRP 59 dBW) and Orion-SAT (139° E, EIRP 54 dBW) is given in Conclusion.

I. 서 론

오프셋 안테나의 전기적 특성을 예측하기 위한 수치 해석적 모델링은 1960년대 디지털 컴퓨터를 이용할 수 있게 되면서부터 수십 년 동안 연구되어 왔다. '90년대 들어 통신위성의 급증 및 위성방송의 활성화로 보급형 다중빔 안테나가 요구되면서, 고이득, 소형 오프셋 안테나가 필요하게 되었다. 하지만 오프셋 안테나는 비대칭 개방형 구조 때문에 이론 해석

이 까다로우며, 전기적 길이가 수십 파장에 달하기 때문에 마땅한 시뮬레이터가 없는 실정이다. 이에 본 논문에서는 이미 알려진 Physical Optics를 근간으로 하여 푸리에변환 및 변수분리 방법을 결합시킨 해석이론을 제안하며, 보다 빠른 방사패턴 계산을 위해 급수해를 도출하였다. Physical Optics는 초고주파 해석이론으로서 1962년 처음 소개되었으며, 접시 안테나 해석에 사용되는 가장 일반적인 방법이다. 즉, 피드 혼으로부터의 1차 방사와, 반사판으

*대이콤 종합연구소(Research & Development Center, DACOM)

**LG 전자기술원(LG Electronics Institute of Technology)

· 논문 번호 : 20000726-085

· 수정완료일자 : 2000년 9월 4일

로부터의 2차 방사에 대해 적분해를 도출한다. 본 논문에서는, 이러한 기존 적분해와 새로운 해석방법으로 유도한 급수해를 비교함으로써, 제안된 이론이 정확도 및 계산시간에 있어서 탁월한 해석방법임을 증명한다.

마지막으로, 다중빔 안테나를 분석하기 위해 45 cm 직경의 소형 읍셋 안테나의 국내 DBS 위성공용 수신도를 분석한다.

II. 반사판 안테나로부터의 방사 전자계

피드 혼으로부터의 방사전계는 반사판에 닿으면서 표면유기전류를 발생시키며 이는 2차 방사전계를 야기한다. 기본식은 벡터 퍼텐셜로부터 유도된다^[7]. Time factor는 $e^{+j\omega t}$ 를 사용한다.

$$\overline{E}(\theta, \phi) = \frac{j\omega\mu}{-4\pi} \iint_{\text{surface}} [\overline{J}_s - (\overline{J}_s \cdot \overline{a}_R) \overline{a}_R] \cdot \frac{e^{-jk(R - \overline{\rho}' \cdot \overline{a}_R)}}{R} dS \quad (1)$$

여기서 \overline{J}_s : 반사판에서의 표면유기전류벡터
 \overline{a}_R : 원점에서 측정점까지의 단위벡터
 $\overline{\rho}'$: 원점에서 반사판까지의 단위벡터
 곡면적분을 평면적분으로 변환한다. 이를 위해 반사판을 x-y평면에 투영시킨 projected aperture (P.A)를 구하고, Jacobian을 통해 원통좌표계 적분식으로 변환한다.

$$\overline{E}(\theta, \phi) = \frac{\omega\mu e^{-jkr}}{j 4\pi R} \iint_{P.A} [\overline{J}_s - (\overline{J}_s \cdot \overline{a}_R) \overline{a}_R]$$

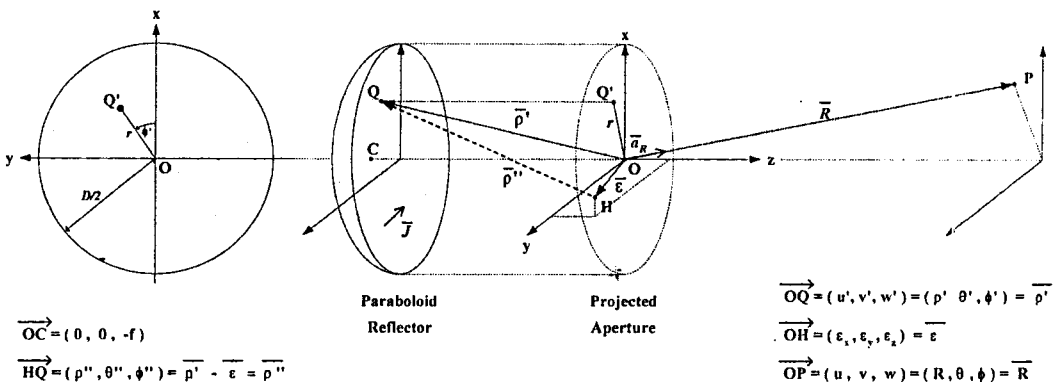


그림 1. 초점으로부터 피드가 천이된 파라볼라 안테나의 구조
 Fig. 1. Geometry of paraboloid reflector antenna with feed displacement.

$$\cdot \sqrt{1 + (r/2f)^2} e^{jk \overline{\rho}' \cdot \overline{a}_R} r dr d\phi' \quad (2)$$

그림 1에서 점 Q는 paraboloid 위의 점이므로 다음과 같은 r의 함수를 얻는다.

$$\rho' = w' + 2f = f + r^2 / (4f) \quad (3)$$

$$\overline{\rho}' \cdot \overline{a}_R = r \sin \theta \cos(\phi - \phi') + [r^2 / (4f) - f] \cos \theta \quad (4)$$

식 (4)를 식 (2)에 대입하면 2차 방사 전계는

$$\overline{E}(\theta, \phi) = \frac{\omega\mu e^{-jkr}}{j4\pi R} \iint_{P.A} [\overline{J}_s - (\overline{J}_s \cdot \overline{a}_R) \overline{a}_R] \cdot \sqrt{1 + (r/2f)^2} \cdot e^{jk(\frac{r^2}{4f} - f) \cos \theta} \cdot e^{jkr \sin \theta \cos(\phi - \phi')} r dr d\phi' \quad (5)$$

이다. 반사판 표면유기전류는 Physical Optics 등가 이론에 의해 $\overline{J}_s(u', v', w') \approx 2 \overline{n} \times \overline{H}_F$ 이므로^[7],

$$\overline{J}_s = 2[(n_y H_z - n_z H_y) \overline{a}_x + (n_z H_x - n_x H_z) \overline{a}_y + (n_x H_y - n_y H_x) \overline{a}_z] \quad (6)$$

여기서 $\overline{n}(u', v', w')$: 반사판 오목표면 법선 벡터

$\overline{H}_F(u', v', w')$: 피드 혼으로부터의 방사 자계 (반사판 표면에서)

그리고 $\overline{a}_R = u \overline{a}_x + v \overline{a}_y + w \overline{a}_z$ 이므로

$$[\overline{J}_s - (\overline{J}_s \cdot \overline{a}_R) \overline{a}_R] = 2[(n_y H_z - n_z H_y) \cdot (1 - u^2) - (n_z H_x - n_x H_z) uv]$$

$$\begin{aligned}
 & - (n_x H_y - n_y H_x) u w \overline{a_x} \\
 & + 2[(n_z H_x - n_x H_z)(1 - v^2) \\
 & - (n_y H_z - n_z H_y) u v \\
 & - (n_x H_y - n_y H_x) v w] \overline{a_y} \\
 & + 2[(n_x H_y - n_y H_x)(1 - w^2) \\
 & - (n_y H_z - n_z H_y) u w \\
 & - (n_z H_x - n_x H_z) v w] \overline{a_z} \\
 & \triangleq \overline{G}(r, \phi', \theta, \phi) \quad (7)
 \end{aligned}$$

식 (7)에서 u, v, w 는 측정위치 (θ, ϕ) 의 함수이고, $n_{x,y,z}$ 와 $H_{x,y,z}$ 는 (r, ϕ') 의 함수이므로 $G(r, \phi', \theta, \phi)$ 는 아래와 같이 3개 항으로 변수분리가 가능하다 [부록].

$$G(r, \phi', \theta, \phi) = f_1 g_1 + f_2 g_2 + f_3 g_3 \quad (8)$$

$G(r, \phi', \theta, \phi)$: \overline{G} 의 scalar 성분 중 하나
 $f_{1,2,3}(\theta, \phi)$: 2차방사전계의 측정점 방향의 함수
 $g_{1,2,3}(r, \phi')$: 파라볼라 반사판 표면위치의 함수

III. Primary Focus Antenna with Feed Displacement

그림 1의 PA에서 방사전계 적분은 식 (8)을 대입해서 스칼라 형태로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 E(\theta, \phi) &= E_1(\theta, \phi) + E_2(\theta, \phi) + E_3(\theta, \phi) \\
 &= \sum_{p=1}^3 E_p(\theta, \phi) \quad (9)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E_p(\theta, \phi) &= K_R(\theta) f_p(\theta, \phi) \int_0^{2\pi} \int_0^{D/2} G_p(r, \phi') \\
 &\cdot e^{jk \frac{r^2}{4f} \cos \theta} e^{jkr \sin \theta \cos(\phi - \phi')} r dr d\phi' \quad (10)
 \end{aligned}$$

$$\text{여기서 } K_R(\theta) = \frac{\omega \mu e^{-jk(R+f \cos \theta)}}{j 4 \pi R}$$

$$G_p(r, \phi') = g_p(r, \phi') \sqrt{1 + (r/2f)^2}$$

급수해를 유도하기 위해 다음과 같은 2차원 Fourier Transform을 이용한다.

$$\begin{aligned}
 f(s, \phi') &= \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} [C_m^n \cos n\phi' \\
 &+ D_m^n \sin n\phi'] F_m^n(s) \quad (11)
 \end{aligned}$$

$$C_m^n = \frac{1}{\alpha_n \pi} \int_0^1 \int_0^{2\pi} f(s, \phi') \cos n\phi' F_m^n(s) d\phi' s ds \quad (12)$$

$$D_m^n = \frac{1}{\pi} \int_0^1 \int_0^{2\pi} f(s, \phi') \sin n\phi' F_m^n(s) d\phi' s ds \quad (13)$$

여기서 C_m^n, D_m^n : Fourier Coefficients

$$\alpha_n = \begin{cases} 2 & , n=0 \\ 1 & , n \neq 0 \end{cases}$$

$F_m^n(s)$: Modified Jacobi Polynomial

$$\begin{aligned}
 F_m^n(s) &= \sqrt{2(n+2m+1)} P_m^{(n,0)}(1-2s^2) s^n \\
 &\cdot \int_0^1 F_m^n(s) F_m^n(s) s ds = \delta_{m,m'}
 \end{aligned}$$

$P_m^{(n,\beta)}(X)$: Jacobi Polynomial

식 (10)과 같은 적분식은 매 측정위치 (θ, ϕ) 마다 적분을 해야 하므로, 방사패턴과 같은 연속된 데이터를 얻기 위해서는 상당한 계산시간이 요구된다. 급수해는 주어진 정확도 내에서 수렴정도에 따라 계산량이 정해지며, 측정위치 (θ, ϕ) 에 상관없이 계산시간이 일정하다. 따라서 연속된 데이터를 얻어야 할 경우에도 빠른 계산시간을 보장한다.

식 (10)의 변수를 $r \rightarrow as$ ($a \triangleq D/2$)로 변환하고, 식 (11)에서 정의한 Fourier Transform을 이용한다.

$$\begin{aligned}
 E_p(\theta, \phi) &= a^2 K_R(\theta) f_p(\theta, \phi) \int_0^{2\pi} \int_0^1 G_p(as, \phi') \\
 &\cdot e^{jk \frac{a^2 s^2}{4f} \cos \theta} e^{jka s \sin \theta \cos(\phi - \phi')} s ds d\phi' \quad (14)
 \end{aligned}$$

한편, Bessel function of the first kind를 이용하는 Jacobi Anger expansion은 다음과 같다.

$$e^{jX \cos \theta} = \sum_{\nu=0}^{\infty} (2/\alpha_\nu) j^\nu J_\nu(X) \cos(\nu\theta) \quad (15)$$

이를 식 (14)의 $\exp[jk a^2 s^2 / (4f) \cos \theta]$ 에 적용하여 급수를 만들면, θ 항과 s 항의 곱 형태로 전개할 수 있다. 이는 θ 항과 s 항의 변수분리가 가능함을 의미한다.

한편 Bessel function은 $|\nu/X| \gg 1$ 이면 $|J_\nu(X)| \ll 1$ 이 되는 특성이 있다. 따라서 ν 가 커

짐에 따라 수렴을 하게 되며, 식 (15)를 다음과 같은 유한급수로 표현할 수 있다.

$$e^{jX_s \cos \theta} = \sum_{\nu=0}^{M_s} (2/\alpha_\nu) j^\nu J_\nu(X_s) \cos(\nu\theta) \tag{16}$$

여기서 $X_s = k a^2 s^2 / (4 f)$

따라서 식 (14)는 θ 의 함수가 s 의 함수와 분리되면서, 아래와 같은 급수 형태로 전개된다.

$$E_p(\theta, \phi) = K_{R,p}(\theta, \phi) \sum_{\nu=0}^{M_s} L_\nu(\theta) \cdot \int_0^{2\pi} \int_0^1 G_{p,\nu}(s, \phi') e^{jka s \sin \theta \cos(\phi - \phi')} s ds d\phi' \tag{17}$$

여기서 $K_{R,p}(\theta, \phi) = a^2 K_R(\theta) f_p(\theta, \phi)$

$$L_\nu(\theta) = (2/\alpha_\nu) j^\nu \cos(\nu\theta)$$

$$G_{p,\nu}(s, \phi') = G_p(as, \phi') J_\nu(X_s), (\nu=0, 1, 2, \dots)$$

이제 $G_{p,\nu}(s, \phi')$ 에 식 (11)의 Fourier Transform 을 적용한다. 이때 Fourier Transform Pair는

$$G_{p,\nu}(s, \phi') \triangleq \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} [C_{m,(p,\nu)}^n \cos n\phi' + D_{m,(p,\nu)}^n \sin n\phi'] F_m^n(s) \tag{18}$$

$$C_{m,(p,\nu)}^n = \frac{1}{\alpha_n \pi} \int_0^1 \int_0^{2\pi} G_{p,\nu}(s, \phi') \cdot \cos n\phi' F_m^n(s) d\phi' s ds \tag{19}$$

$$D_{m,(p,\nu)}^n = \frac{1}{\pi} \int_0^1 \int_0^{2\pi} G_{p,\nu}(s, \phi') \cdot \sin n\phi' F_m^n(s) d\phi' s ds \tag{20}$$

이다. 식 (18)을 식 (17)에 대입하고, $C_{m,(p,\nu)}^n, D_{m,(p,\nu)}^n$ 을 분리하면 아래와 같은 적분식을 만들 수 있다. 이는 Bessel function 적분식을 이용할 수 있도록 정리된 것이다.

$$E_p(\theta, \phi) = K_{R,p}(\theta, \phi) \sum_{\nu=0}^{M_s} L_\nu(\theta) \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \cdot [C_{m,(p,\nu)}^n \int_0^1 \int_0^{2\pi} \cos n\phi' e^{jka s \sin \theta \cos(\phi - \phi')} d\phi' F_m^n(s) s ds + D_{m,(p,\nu)}^n \int_0^1 \int_0^{2\pi} \sin n\phi' e^{jka s \sin \theta \cos(\phi - \phi')} d\phi' F_m^n(s) s ds] \tag{21}$$

식 (21)식에서 ϕ' 적분을 하기 위해 아래와 같은 Bessel function 특성을 이용한다^[6].

$$\int_0^{2\pi} \cos n\phi' e^{jX \cos(\phi - \phi')} d\phi' = 2\pi j^n \cos n\phi J_n(X) \tag{22}$$

$$\int_0^{2\pi} \sin n\phi' e^{jX \cos(\phi - \phi')} d\phi' = 2\pi j^n \sin n\phi J_n(X) \tag{23}$$

$$E_p(\theta, \phi) = K_{R,p}(\theta, \phi) \sum_{\nu=0}^{M_s} L_\nu(\theta) \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} 2\pi j^n \cdot [C_{m,(p,\nu)}^n \cos n\phi + D_{m,(p,\nu)}^n \sin n\phi] \cdot \int_0^1 J_n(ka s \sin \theta) F_m^n(s) s ds \tag{24}$$

한편, modified Jacobi polynomial과 Bessel function의 적분식은 closed form으로 나타낼 수 있다^[6].

$$\int_0^1 J_n(ka \sin \theta) F_m^n(s) s ds = \sqrt{2(n+2m+1)} \left\{ \frac{J_{n+2m+1}(ka \sin \theta)}{(ka \sin \theta)} \right\} \tag{25}$$

식 (25)를 식 (24)에 대입하면 다음과 같은 급수 해를 얻을 수 있다.

$$E_p(\theta, \phi) = K_{R,p}(\theta, \phi) \sum_{\nu=0}^{M_s} L_\nu(\theta) \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} 2\pi j^n \cdot [C_{m,(p,\nu)}^n \cos n\phi + D_{m,(p,\nu)}^n \sin n\phi] \cdot \sqrt{2(n+2m+1)} \left\{ \frac{J_{n+2m+1}(ka \sin \theta)}{(ka \sin \theta)} \right\} \tag{26}$$

IV. Offset-fed Dish Antenna with Feed Displacement

오프셋 안테나는 그림 2와 같이 반사판의 중심축과 파라볼라의 중심축 (z-축)을 다르게 하여 main-lobe 바깥에 피드 혼이 위치하도록 함으로써, 피드 blockage 현상을 줄인 안테나이다.

적분영역은 $0 \leq r_1 \leq D_1/2, 0 \leq \phi_1 \leq 2\pi$ 이며, (r, ϕ') 에서 (r_1, ϕ_1) 로의 좌표변환을 필요로 한다. 이는 급수해를 유도하는 과정에서 변수분리를 어렵게 만드는 요인이 된다.

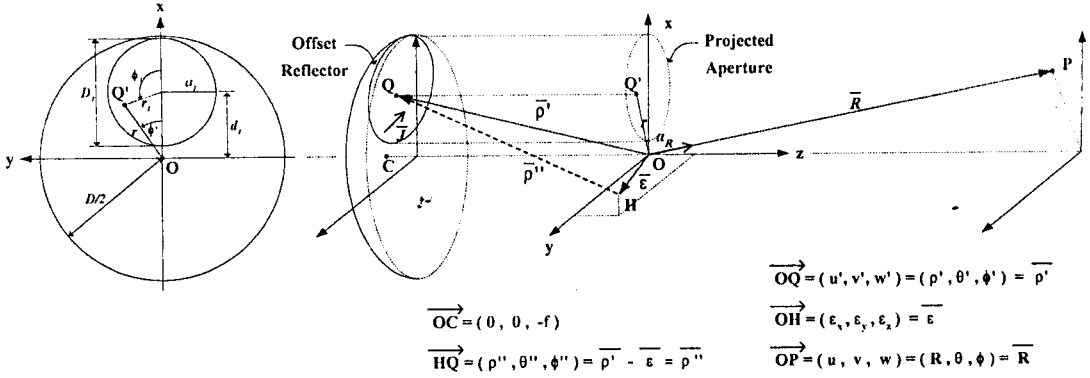


그림 2. 초점으로부터 피드가 천이된 육십 안테나의 구조
Fig. 2. Geometry of Offset-fed Dish Antenna with feed displacement.

$$\begin{aligned} r \cos \phi' &= d_1 + r_1 \cos \phi_1, \\ r \sin \phi' &= r_1 \sin \phi_1 \end{aligned} \quad (27)$$

적분변수가 (r, ϕ') 에서 (r_1, ϕ_1) 로 변할 때의 적분식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E(\theta, \phi) &= \frac{\omega \mu e^{-jkR}}{j 4 \pi R} \int_0^{2\pi} \int_0^{D/2} G^*(r_1, \phi_1, \theta, \phi) \\ &\cdot \sqrt{1 + (r_1^2 + d_1^2 + 2r_1 d_1 \cos \phi_1) / (4f^2)} \\ &\cdot e^{jk(r_1^2 + d_1^2 + 2r_1 d_1 \cos \phi_1 - 4f^2) / (4f) \cos \phi} \\ &\cdot e^{jk \sin \theta [(d_1 + r_1 \cos \phi_1) \cos \phi + r_1 \sin \phi_1 \sin \phi]} r_1 dr_1 d\phi_1 \end{aligned} \quad (28)$$

여기서

$$G^*(r_1, \phi_1, \theta, \phi) = G[\chi(r_1, \phi_1), \phi'(r_1, \phi_1), \theta, \phi]$$

급수해를 도출하기 위해선 먼저 위상항의 변수분리가 필요하다는 것을 III장에서 확인하였다. 따라서, 변수 r_1, ϕ_1 대해 변수분리를 한다.

$$\begin{aligned} H(r_1, \phi_1, \theta, \phi) &= \eta(\theta, \phi) + r_1^2 / (4f) \cos \theta \\ &+ r_1 \chi(\theta, \phi) \cos [\xi(\theta, \phi) - \phi_1] \end{aligned} \quad (29)$$

여기서 사용된 각 심볼은 변수 (θ, ϕ) , (r_1, ϕ_1) 향으로 정리된 것이다.

$$\eta(\theta, \phi) = \left(\frac{d_1^2 - 4f^2}{4f} \right) \cos \theta + d_1 \sin \theta \cos \phi \quad (30)$$

$$\chi(\theta, \phi) = \sqrt{\left(\frac{d_1 \cos \theta}{2f} + \sin \theta \cos \phi \right)^2 + \sin^2 \theta \sin^2 \phi} \quad (31)$$

$$\xi(\theta, \phi) = \tan^{-1} \left[\frac{\sin \theta \sin \phi}{d_1 \cos \theta / (2f) + \sin \theta \cos \phi} \right] \quad (32)$$

식 (8)과 마찬가지로, $G^*(r_1, \phi_1, \theta, \phi)$ 은 (r, ϕ') 와 (r_1, ϕ_1) 로 아래와 같이 3개 항으로 변수분리할 수 있다.

$$\begin{aligned} G^*(r_1, \phi_1, \theta, \phi) &= f_1(\theta, \phi) g_1^*(r_1, \phi_1) + \\ &f_2(\theta, \phi) g_2^*(r_1, \phi_1) + f_3(\theta, \phi) g_3^*(r_1, \phi_1) \end{aligned} \quad (33)$$

여기서

$$g_{1,2,3}^*(r_1, \phi_1) = g_{1,2,3}[\chi(r_1, \phi_1), \phi'(r_1, \phi_1)]$$

변수 분리된 식 (29), (33)을 식 (28)에 대입하면 다음과 같은 적분식이 나온다.

$$E(\theta, \phi) = \sum_{p=1}^3 E_p(\theta, \phi) \quad (34)$$

$$\begin{aligned} E_p(\theta, \phi) &= K_R^*(\theta, \phi) f_p(\theta, \phi) \int_0^{2\pi} \int_0^{D/2} G_p^*(r_1, \phi_1) \\ &\cdot e^{jk \frac{r_1^2}{4f} \cos \theta} e^{jk r_1 \chi(\theta, \phi) \cos [\xi(\theta, \phi) - \phi_1]} r_1 dr_1 d\phi_1 \end{aligned} \quad (35)$$

여기서

$$K_R^*(\theta, \phi) = \omega \mu e^{jk[\eta(\theta, \phi) - R]} / (j 4 \pi R)$$

$$G_p^*(r_1, \phi_1) = g_p^*(r_1, \phi_1) \sqrt{1 + \frac{r_1^2 + d_1^2 + 2r_1 d_1 \cos \phi_1}{4f^2}}$$

식 (35)의 변수를 $r_1 \rightarrow a_1 s_1$ ($a_1 \triangleq D_1/2$) 로

변환하고, Fourier Transform을 이용한다.

$$E_p(\theta, \phi) = a_1^2 K_R^*(\theta, \phi) f_p(\theta, \phi) \int_0^{2\pi} \int_0^1 G_p^*(a_1 s_1, \phi_1) \cdot e^{jk \frac{a_1^2 s_1^2}{4f} \cos \theta} e^{jka_1 s_1 \chi(\theta, \phi) \cos[\xi(\theta, \phi) - \phi_1]} s_1 ds_1 d\phi_1 \quad (36)$$

식 (16)과 같이 $\exp[a_1^2 s_1^2 / (4f) \cos \theta]$ 를 다음과 같은 유한 급수로 표현할 수 있다.

$$e^{jX_s^* \cos \theta} = \sum_{\nu=0}^{M_s} (2/\alpha_\nu) j^\nu J_\nu(X_s^*) \cos(\nu \theta) \quad (37)$$

여기서 $X_s^* = k a_1^2 s_1^2 / (4f)$

위 특성을 이용한 2차 방사전계는,

$$E_p(\theta, \phi) = K_{R,p}^*(\theta, \phi) \sum_{\nu=0}^{M_s} L_\nu(\theta) \int_0^{2\pi} \int_0^1 G_{p,\nu}^*(s_1, \phi_1) \cdot e^{jka_1 s_1 \chi(\theta, \phi) \cos[\xi(\theta, \phi) - \phi_1]} s_1 ds_1 d\phi_1 \quad (38)$$

여기서 $K_{R,p}^*(\theta, \phi) = a_1^2 K_R^*(\theta, \phi) f_p(\theta, \phi)$

$$G_{p,\nu}^*(s_1, \phi_1) = G_p^*(a_1 s_1, \phi_1) J_\nu(X_s^*)$$

이다. 이제 $G_{p,\nu}^*(s_1, \phi_1)$ 에 Fourier Transform을 적용한다. Fourier Transform Pair는

$$G_{p,\nu}^*(s_1, \phi_1) \triangleq \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} [C_{m,(\rho,\nu)}^n \cos n\phi_1 + D_{m,(\rho,\nu)}^n \sin n\phi_1] F_m^n(s_1) \quad (39)$$

$$C_{m,(\rho,\nu)}^n = \int_0^1 \int_0^{2\pi} \frac{G_{p,\nu}^*(s_1, \phi_1)}{\alpha_n \pi} \cos n\phi_1 F_m^n(s_1) d\phi_1 s_1 ds_1 \quad (40)$$

$$D_{m,(\rho,\nu)}^n = \int_0^1 \int_0^{2\pi} \frac{G_{p,\nu}^*(s_1, \phi_1)}{\pi} \sin n\phi_1 F_m^n(s_1) d\phi_1 s_1 ds_1 \quad (41)$$

이다. 식 (39)를 식 (38)에 대입하고, $C_{m,(\rho,\nu)}^n$, $D_{m,(\rho,\nu)}^n$ 을 분리하면 아래와 같은 형태의 적분식을 만들 수 있다. 이는 Bessel function의 적분식을 이용할 수 있도록 정리된 것이다.

$$\left\{ \int_0^{2\pi} \cos n\phi_1 e^{jka_1 s_1 \chi(\theta, \phi) \cos[\xi(\theta, \phi) - \phi_1]} d\phi_1 \right\} F_m^n(s_1) s_1 ds_1$$

$$E_1(\theta, \phi) = K_{R,1}^*(\theta, \phi) \sum_{\nu=0}^{M_s} L_\nu(\theta)$$

$$\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} [C_{m,(\rho,\nu)}^n \int_0^1 + D_{m,(\rho,\nu)}^n \int_0^1]$$

$$\cdot \int_0^1 \left\{ \int_0^{2\pi} \sin n\phi_1 e^{jka_1 s_1 \chi(\theta, \phi) \cos[\xi(\theta, \phi) - \phi_1]} d\phi_1 \right\} \cdot F_m^n(s_1) s_1 ds_1 \quad (42)$$

식 (42)에서 ϕ_1 적분을 하기 위해 식 (22), (23)의 Bessel function 특성을 이용한다.

$$E_p(\theta, \phi) = K_{R,p}^*(\theta, \phi) \sum_{\nu=0}^{M_s} L_\nu(\theta) \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} 2\pi j^n [C_{m,(\rho,\nu)}^n \cos n\phi + D_{m,(\rho,\nu)}^n \sin n\phi] \cdot \int_0^1 J_n[k a_1 s_1 \chi(\theta, \phi)] F_m^n(s_1) s ds_1 \quad (43)$$

Modified Jacobi polynomial과 Bessel function을 포함한 적분식은 closed form인

$$\int_0^1 J_n[k a_1 s_1 \chi(\theta, \phi)] F_m^n(s_1) s ds_1 = \sqrt{2(n+2m+1)} \left\{ \frac{J_{n+2m+1}[k a_1 \chi(\theta, \phi)]}{k a_1 \chi(\theta, \phi)} \right\} \quad (44)$$

으로 나타낼 수 있다. 식 (44)를 식 (43)에 대입하면 다음과 같은 급수해를 얻을 수 있다.

$$E_p(\theta, \phi) = K_{R,p}^*(\theta, \phi) \sum_{\nu=0}^{M_s} L_\nu(\theta) \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} 2\pi j^n [C_{m,(\rho,\nu)}^n \cos n\phi + D_{m,(\rho,\nu)}^n \sin n\phi] \cdot \sqrt{2(n+2m+1)} \left\{ \frac{J_{n+2m+1}[k a_1 \chi(\theta, \phi)]}{k a_1 \chi(\theta, \phi)} \right\} \quad (45)$$

V. 수치 계산 결과

그림 3, 그림 4는 직경 45 cm, 초점거리 21.06 cm 인 primary focus antenna에 대해, 주파수 11.5 GHz 에서 적분해와 급수해를 비교한 것이다. 모든 방사각에 대해 방사패턴이 거의 일치함을 볼 수 있다. 한편, 급수 합 개수에 따른 방사패턴의 변화를 살펴보면, M_s 에 대해 많은 급수 합이 요구된다. 이는 식 (16)에서 보는 바와 같이 반사판의 반경이 초점거리보다 상대적으로 컸을 경우나 또는 주파수가 올라갔을 경우 계산량이 많아지게 된다. 일반적으로 $M_s \approx X_s + 14$ 정도 (약 25)이면 충분히 수렴하게 된다.

그림 5는 직경 9 피트 반사판에 $f/D=0.4$ 인 pri-

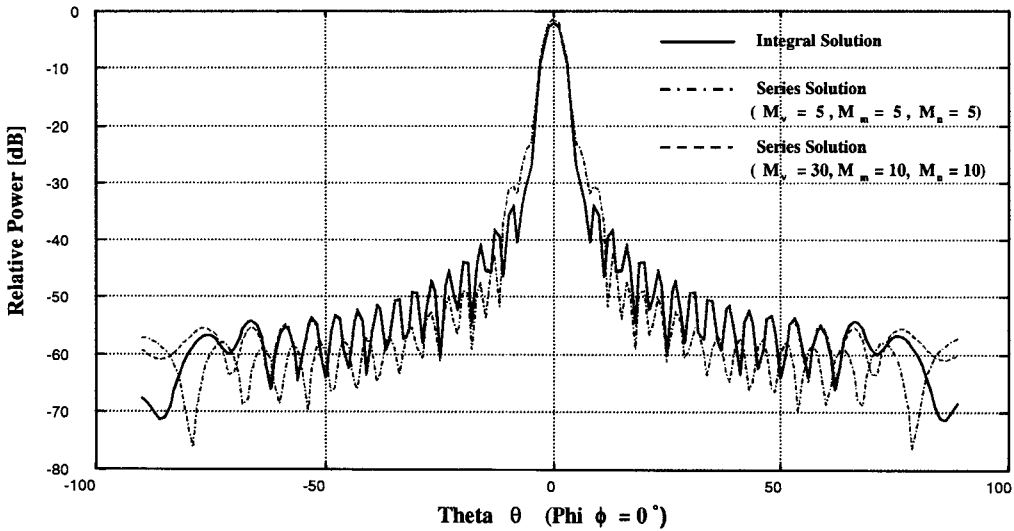


그림 3. 적분해와 급수해의 비교 (H-plane)

Fig. 3. Comparison between Integral Solution and Series Solution (H-plane).

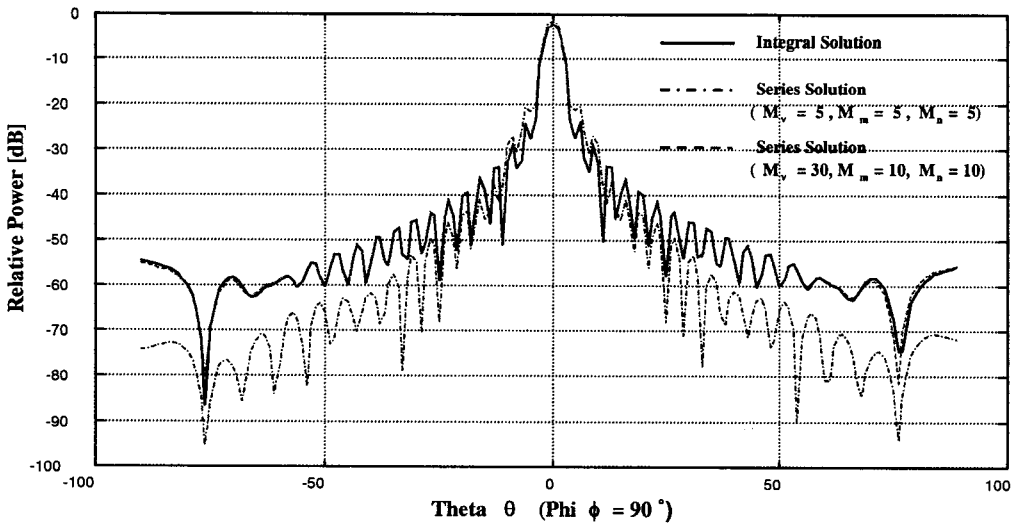


그림 4. 적분해와 급수해의 비교 (E-plane)

Fig. 4. Comparison between Integral Solution and Series Solution (E-plane).

primary focus 안테나 실험 데이터 [3, Fig. 2]와 계산결과를 비교한 것이다. 여기에 사용된 primary 피드는 직경 1인치의 open circular waveguide 피드이며 사용주파수는 7.9 GHz 이다. 이 실험에서 피드축은 반사판축과 평행하게 하고, 피드를 +y 방향으로 4λ, 8λ 만큼 천이시켜 보았을 경우, main lobe의

이동과 gain의 감소, 그리고 빔 분산을 볼 수 있다. Main lobe의 크기와 빔폭 등에서 거의 일치한다. 이 비교결과는 계산식을 이용한 안테나 분석 및 설계를 가능하게 한다는 점에서 중요하다.

특히 읍셋 안테나는 제작이 쉽지 않기 때문에, simulation 없이 고효율 안테나를 얻기 상당히 어렵

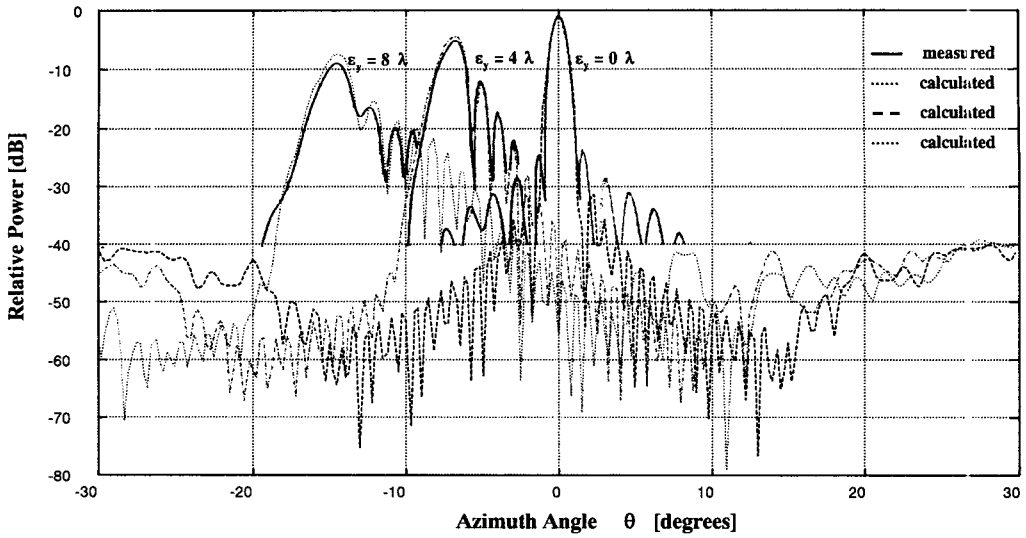


그림 5. 측정결과와 계산결과와의 비교

Fig. 5. Comparison between Measured and Calculated Pattern.

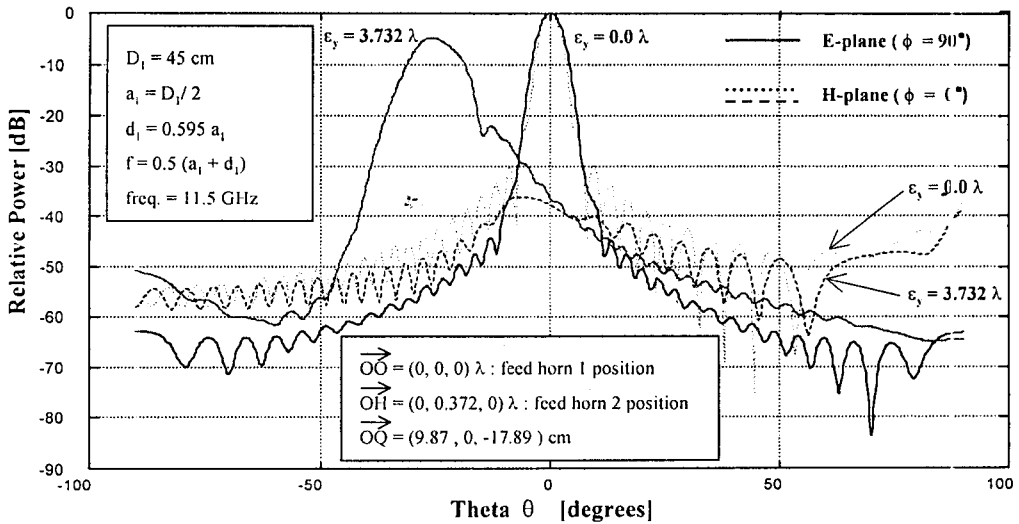


그림 6. 이중빔 오프셋 안테나

Fig. 6. Dual Beam Offset-fed Dish Antenna.

다. 따라서 그만큼 정확한 계산식이 필요하다. 본 논문에서는 정확도를 높이기 위해 적분해의 경우 적분구간을 세분화하고 급수해는 급수항 개수를 충분히 하여 수렴되도록 하였다.

실제 상용될 안테나에 대한 설계 simulation을 해보았다. 그림 6은 방송위성으로 사용될 무궁화-3

위성과 Orion위성에 대해 동시에 수신이 가능한 이중빔 오프셋 안테나에 대한 simulation 결과이다. Main lobe의 각 차가 26° 이며 6 dB 이하의 안테나 이득차를 보이도록 최적화 하였다. 11.5 GHz 주파수에서 TE11 mode open-ended circular waveguide (radius = 0.604λ) 피드를 사용하였으며, 최대 안테

나 효율 ($\eta = 0.6$)을 얻기 위해서 초점에서 45 cm 읍셋 반사판에 대한 Edge Taper가 11 dB가 되도록 하였다. 이때 반사판의 초점에 피드 혼을 위치시켰을 경우의 지향각과 안테나 이득은 방위각 0° 에서 32.46 dBi, 그리고 초점에서 y방향으로 3.732λ 떨어진 곳에 피드 혼을 위치시켰을 경우엔 방위각 26° , 이득 27.7 dBi가 되었다. 이러한 이득, 빔폭 그리고 지향각 차에 대한 계산결과는 이중빔 읍셋 안테나에 대한 크기, 이득 분배, 피드 혼 배치 등의 설계 기준을 제시하고 있다. 실제 상용될 안테나는 위성 EIRP와 Link Budget 그리고 가용률에 근거한 link margin 등을 종합적으로 고려하여 결정된다. 이는 안테나 구조뿐만 아니라 피드 혼의 전기적 특성, LNB 기술에 따라 변경될 수 있다.

VI. 결 론

1979년에 Raj Mittra는 Physical Optics를 이용한 읍셋 안테나 해석 방법^[2]을 제시하였다. Primary focus 안테나에 대한 급수해 전개^[1]와 같은 방법으로 읍셋 안테나에 대한 급수해를 유도하였다. 이러한 급수해를 이용하여 파라볼라 접시 안테나의 main lobe 영역에서의 전계와 빔폭을 수치계산을 통해 쉽게 예측할 수 있게 되었다. 하지만 side lobe 영역을 포함하는 wide angle 급수해는 20년이 지난 지금까지 제시되지 못했다. 따라서, 본 논문에서는 이제까지 풀지 못했던 wide angle 급수해를 제시하고, 이를 이용하여 side lobe 패턴을 구하였다. 특히, [2]에서 제시한 small angle 근사 급수해는 최대이득 angle 근처에서의 Fourier kernel 함수 근사 방법을 이용하였지만, 본 논문에서는 유용한 변수분리 방법과 Jacobi Anger expansion을 적용하여 exact solution을 도출하였다. 이는 초점거리와 반사판 반경에 따라 수렴정도가 결정되며 모든 방사각에 대해 급수해를 이용한 방사패턴을 얻을 수 있었다.

부 록

표면전류 항 $G(r, \phi', \theta, \phi)$ 는 $\overline{G}(r, \phi', \theta, \phi)$ 의 스칼라 성분이며 다음과 같이 변수 분리됨을 증명한다.

$$\overline{G}(r, \phi', \theta, \phi) \triangleq [\overline{J}_s - (\overline{J}_s \cdot \overline{a}_R)\overline{a}_R] \quad (1)$$

$$G(r, \phi', \theta, \phi) = f_1(\theta, \phi)g_1(r, \phi') + f_2(\theta, \phi)g_2(r, \phi') + f_3(\theta, \phi)g_3(r, \phi') \quad (2)$$

[증 명]

벡터 \overline{a}_R 은 그림 1에서 정의되었고, 반사판 표면에 유효되는 전류벡터 \overline{J}_s 는 Physical Optics 등가모델에 의해 다음과 같이 구해진다.

$$\overline{a}_R = u\overline{a}_x + v\overline{a}_y + w\overline{a}_z \quad (A.1)$$

$$\overline{J}_s \approx 2\overline{n} \times \overline{H}_F = 2[(n_y H_z - n_z H_y)\overline{a}_x + (n_z H_x - n_x H_z)\overline{a}_y + (n_x H_y - n_y H_x)\overline{a}_z] \quad (A.2)$$

여기서 $\overline{n} = (n_x, n_y, n_z)$: 반사판 오목표면의 법선 벡터

$\overline{H}_F = (H_x, H_y, H_z)$: 반사판 표면에서의 피드 혼 방사 전계 값

식 (7)에 \overline{a}_R 과 \overline{J}_s 를 대입하면,

$$\begin{aligned} [\overline{J}_s - (\overline{J}_s \cdot \overline{a}_R)\overline{a}_R] &= 2[(n_y H_z - n_z H_y) \cdot (1 - u^2) - (n_z H_x - n_x H_z)uv \\ &\quad - (n_x H_y - n_y H_x)uw]\overline{a}_x \\ &\quad + 2[(n_z H_x - n_x H_z)(1 - v^2) - (n_y H_z - n_z H_y)uv \\ &\quad - (n_x H_y - n_y H_x)vw]\overline{a}_y \\ &\quad + 2[(n_x H_y - n_y H_x)(1 - w^2) - (n_y H_z - n_z H_y)uv \\ &\quad - (n_z H_x - n_x H_z)vw]\overline{a}_z \\ &= G_x(r, \phi', \theta, \phi)\overline{a}_x + G_y(r, \phi', \theta, \phi)\overline{a}_y \\ &\quad + G_z(r, \phi', \theta, \phi)\overline{a}_z \end{aligned} \quad (A.3)$$

이제 \overline{G} 의 각 성분을 분류하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} G_x &= 2[(n_y H_z - n_z H_y)(1 - u^2) - (n_z H_x - n_x H_z)uv \\ &\quad - (n_x H_y - n_y H_x)uw] \end{aligned} \quad (A.4)$$

$$\begin{aligned} G_y &= 2[(n_z H_x - n_x H_z)(1 - v^2) - (n_y H_z - n_z H_y)uv \\ &\quad - (n_x H_y - n_y H_x)vw] \end{aligned}$$

$$- (n_x H_y - n_y H_x) v w] \quad (A.5)$$

$$G_z = 2 [(n_x H_y - n_y H_x) (1 - w^2) - (n_y H_z - n_z H_y) u v - (n_z H_x - n_x H_z) v w] \quad (A.6)$$

식 (4)~식 (6)의 $H_{x,y,z}$ 는 (u', v', w') 의 함수로서, 반사판 표면에서의 피드 혼 방사전계 값이며 피드 혼의 종류에 따라 다르다. 이는 다음 관계식에 의해 (r, ϕ') 의 함수로 표현할 수 있다.

$$u' = r \cos \phi' \quad (A.7)$$

$$v' = r \sin \phi' \quad (A.8)$$

$$w' = (r^2 - 4f^2) / (4f) \quad (A.9)$$

식 (4)~식 (6)의 $n_{x,y,z}$ 는 (u', v', w') 의 함수로서, 위 관계식을 이용하여 다음과 같이 (r, ϕ') 의 함수로 표현할 수 있다.

$$n_x(u', v', w') = \left(\frac{-u'}{2\sqrt{fw' + 2f^2}} \right) = \left(\frac{-r \cos \phi'}{\sqrt{r^2 + 4f^2}} \right) = n_x(r, \phi') \quad (A.10)$$

$$n_y(u', v', w') = \left(\frac{-v'}{2\sqrt{fw' + 2f^2}} \right) = \left(\frac{-r \sin \phi'}{\sqrt{r^2 + 4f^2}} \right) = n_y(r, \phi') \quad (A.11)$$

$$n_z(u', v', w') = \left(\frac{f}{\sqrt{fw' + 2f^2}} \right) = \left(\frac{2f}{\sqrt{r^2 + 4f^2}} \right) = n_z(r, \phi') \quad (A.12)$$

한편 관측점 방향벡터 (u, v, w) 는 그림 1의 정의에 의해 (θ, ϕ) 의 함수로 표현할 수 있다.

$$u = \sin \theta \cos \phi \quad (A.13)$$

$$v = \sin \theta \sin \phi \quad (A.14)$$

$$w = \cos \theta \quad (A.15)$$

따라서 \overline{G} 의 한 성분 $G_x(r, \phi', \theta, \phi)$ 만을 살펴보면, $f_{1,2,3}(\theta, \phi)$ 와 $g_{1,2,3}(r, \phi')$ 로 변수분리 됨을 아래와 같이 증명할 수 있다.

$$G_x(r, \phi', \theta, \phi) = f_1(\theta, \phi) g_1(r, \phi') + f_3(\theta, \phi) g_3(r, \phi') + f_2(\theta, \phi) g_2(r, \phi') \quad (A.16)$$

여기서

$$f_1(\theta, \phi) = 1 - u^2$$

$$f_2(\theta, \phi) = -u v$$

$$f_3(\theta, \phi) = -u w$$

$$g_1(r, \phi') = 2(n_y H_z - n_z H_y)$$

$$g_2(r, \phi') = 2(n_z H_x - n_x H_z)$$

$$g_3(r, \phi') = 2(n_x H_y - n_y H_x)$$

참 고 문 헌

- [1] V. Galindo-Israel and R. Mittra, "A New Series Representation for the Radiation Integral with Application to Reflector Antennas", *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, vol. AP-25, no. 5, Sep., 1977.
- [2] R. Mittra, Y. Rahmat-Samii, V. Galindo-Israel, and R. Norman, "An Efficient Technique for the Computation of Vector Secondary Patterns of Offset Paraboloid Reflectors", *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, vol. AP-27, no. 3, May, 1979.
- [3] W.A. Imbriale, P.G. Ingerson, and W.C. Wong, "Large Lateral Feed Displacements in a Parabolic Reflector", *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, vol. AP-22, no. 6, Nov., 1974.
- [4] S.W. Lee and Y. Rahmat-Samii, "Simple Formulas for Designing an Offset Multibeam Parabolic Reflector", *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, vol. AP-29, no. 3, May, 1981.
- [5] A.W. Rudge, "Multi-Beam Antennas : Offset Reflectors with Offset Feeds", *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, vol. AP-23, no. 3, May, 1975.
- [6] Bateman Manuscript Project, *Tables of Integral Transforms*, vol. II. New York : McGraw-Hill, 1954.
- [7] S. Silver, *Microwave Antenna Theory and Design*, IEE Electromagnetic Waves Series 19, New York : McGraw-Hill, 1949.
- [8] R.E. Collin, *Antennas and Radiowave Propagation*, International Edition, New York : McGraw-Hill, 1985.

박 경 환



1991년: 한양대학교 전자공학과 (공학사)
1993년: 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 (공학석사)
1997년: 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 (공학박사)
1997년~현재: 데이콤 종합연구소

선임연구원

강 동 균



1984년: 동아대학교 전자공학과 (공학사)
1989년: 동아대학교 전자공학과 (공학석사)
1998년: 한국해양대학교 전자통신 공학과 (공학박사)
1997년~현재: 데이콤 종합연구소

선임연구원

이 행 선

1995년: 서울대학교 전자공학과 (공학사)
1997년: 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 (공학석사)
2000년: 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 (공학박사)
2000년~현재 : LG 전자기술원 선임연구원

양 군 백



1982년: 광운대학교 통신공학과 (공학사)
1985년: 동국대학교 전자계산학과 (공학석사)
1983년~현재 : 데이콤 종합연구소 책임연구원