

# Haar 웨이블릿 MRTD와 FDTD를 이용한 비선형 회로 해석

## The Analysis of Nonlinear Circuits Using a Hybrid Haar Wavelet MRTD/FDTD Technique

배덕호\* · 박범석\* · 주세훈\* · 김형동\*\*

Duck-Ho Bae\* · Beom-Seok Park\* · Sae-Hoon Ju\* · Hyeong-Dong Kim\*\*

### 요 약

본 논문에서는 Haar 웨이블릿 다중분해능 시간영역 해석법과 유한차분 시간영역 해석법을 이용하여 집중소자가 연결된 비선형회로의 해석방법을 제시하였다. 집중소자가 연결된 구조체 해석 방법으로써 집중소자를 제외한 부분에는 Haar 웨이블릿 MRTD 차분방정식을 적용하고 집중소자 부분에는 국부적으로 FDTD 알고리즘을 적용하였다. 종단에 집중소자가 연결된 마이크로스트립 구조체와 단일 다이오드 혼합기를 해석하여 기존의 유한차분 시간영역 해석법과 비교하였다.

### Abstract

This paper presents the modeling method of nonlinear circuits with lumped elements by using a hybrid Haar-wavelet MRTD/FDTD techniques. To analyze nonlinear circuits with lumped elements, the Haar-wavelet MRTD scheme is applied to the entire structure of interest and the conventional FDTD scheme is locally used to describe the characteristics of the lumped elements. To validate the scheme, microstrip structures with lumped elements and a single diode mixer are simulated.

### I. 서 론

Yee에 의해 제안된 유한차분 시간영역법 (FDTD: Finite-Difference Time Domain method)<sup>[1]</sup>은 맥스웰방정식을 직접 이산화하므로 복잡하고 다양한 구조의 모델링이 용이하다. 또 이방법은 적분방정식을 이용한 해석방법에서 문제가 되는 상당량의 메모리와 계산 시간이 요구되는 행렬식 계산이 필요하지 않으며, 한 번의 시뮬레이션으로 넓은 주파수 대역 특성을 관찰할 수 있는 장점이 있어 마이크로파 소자를 해석하는데 유용하게 이용되고 있다. 최근에는 FDTD에 다중분해능 이론의 적용에 관한 연구가 진

행되어 Battle-Lemarie 웨이블릿<sup>[2],[3]</sup>, Daubechies 웨이블릿<sup>[4],[5]</sup>, Haar 웨이블릿<sup>[6],[7]</sup>을 이용한 다중분해능 시간영역법 (MRTD: Multiresolution Time Domain method)을 마이크로파 소자 해석에 사용하게 되었으며, 이러한 연구들을 통해 MRTD가 기존의 FDTD에 비하여 계산량과 메모리 절약면에서 유리하다는 것이 확인되었다. 웨이블릿 영역이나 파수 영역에서의 계산은 계산량과 메모리의 절약 측면에서는 유리하지만 공간영역에서의 기저함수의 폭이 넓어지기 때문에 공간 국부적인 경계조건을 구현은 기존의 FDTD에 비하여 어려워 지는 단점이 있다. 본 연구에서는 MRTD를 이용하여 계산 효율을

「이 논문은 1999년 한양대학교 교내연구비에 의하여 연구되었음.」

\* 한양대학교 전파공학과(Dept. of Radio Science and Eng., Hanyang Univ.)

\*\* 한양대학교 전자전기공학부(Div. of Electrical and Electronic Eng., Hanyang Univ.)

· 논문 번호 : 20000403-038

· 수정완료일자 : 2000년 6월 2일

증대시키면서 정확도를 유지하기 위하여 국부적으로 FDTD를 적용하여 경계조건을 구현하였다. 제안된 방법을 집중소자가 연결된 마이크로스트립 구조체에 적용하여 해석한 후 fine mesh FDTD와 coarse mesh FDTD를 적용한 결과와 비교하였다.

## II. 비선형 회로 해석을 위한 Haar 웨이블릿 MRTD/FDTD 법

구조체에 있어서 집중소자를 제외한 부분에 적용되는 Haar 웨이블릿 MRTD 차분방정식은 스케일링 함수(scaling function)와 웨이블릿 함수(wavelet function)를 동시에 적용하여 전개와 이산화과정을 거쳐 만들게 된다<sup>[7]</sup>. 모멘트법에서 사용하는 방식을 적용하여 기존의 Yee의 FDTD 차분방정식과 Haar 웨이블릿 MRTD 차분방정식을 유도하는 과정에서 두 방법 모두 시간영역의 기저함수로써 펄스 함수를 사용하며, 공간영역의 기저함수에 있어서는 FDTD 해석법은 펄스를 사용하지만 Haar 웨이블릿 MRTD 해석법은 스케일링 함수  $\phi(x)$ 와 웨이블릿 함수  $\psi(x)$ 를 사용한다. 또한 두가지 방법 모두 전개와 자계의 시간과 위치가 반만큼 엇갈리게 하는 leap-frog방식을 사용한다. 맥스웰 방정식의  $E, H$  필드를 웨이블릿 기저함수로 전개한 후 Galerkin방법으로 테스트하면 모두 48개의 Haar 웨이블릿 MRTD 차분 방정식을 만들게 되는데 그 중에서 균일한 매질에서의 필드  ${}^x E_{i,j,k}^\xi$  ( $\xi = \phi\phi\phi, \phi\phi\psi, \phi\psi\psi$ ,

$\psi\phi\phi, \phi\psi\psi, \psi\psi\psi, \psi\phi\psi, \psi\psi\phi$ )의 결과식은 식 (1)과 같으며, 나머지 필드의 차분방정식도 이와같이 8개의 스케일링 함수와 웨이블릿 함수의 조합으로 나타나는 기저함수 계수들의 MRTD 차분방정식으로 표현된다.

$${}^x_{n+1} E_{i,j,k}^\xi = {}^x_n E_{i,j,k}^\xi + \frac{\Delta t}{\epsilon} \left( \frac{{}^z_{n+1/2} H_{i,j,k}^\xi - {}^z_{n+1/2} H_{i,j-1,k}^\xi}{\Delta y} - \frac{{}^y_{n+1/2} H_{i,j,k}^\xi - {}^y_{n+1/2} H_{i,j,k-1}^\xi}{\Delta z} \right) \quad (1)$$

$\Delta t$ 는 시간 간격을  $\Delta y, \Delta z$ 는 각각  $y, z$  방향으로의 공간간격을 나타낸다.  $n$ 과  $i, j, k$ 는 시간 영역과 공간영역에서의 위치를 나타내는 첨자이다.  $\xi$ 는 각 방향으로의 웨이블릿 함수의 조합으로 나타나는 기저함수의 계수를 나타낸다. 이러한 Haar 웨이블릿 MRTD는 기존의 FDTD와 유사성으로 프로그램의 작성이 쉽고, 물리적인 공간영역의 필드와 웨이블릿 영역의 필드 계수사이에 간단한 변환관계를 가지며, 빠른 해석시간 등의 장점을 가지고 있다. 하지만 MRTD는 공간영역에서의 기저함수의 폭이 넓기 때문에, 공간 국부적인 경계조건을 모델링하는 것은 FDTD가 유리하다. 이러한 단점을 극복하기 위한 방법으로 전체 해석영역은 MRTD를 이용하고 국부적인 경계조건에 적용에 FDTD를 이용하였다.

그림 1은 제안된 방법의 시간 진행 알고리즘을 보여주고 있다.  $E^w(n)$ 은 시간  $n\Delta t_w$ 에서 전체의

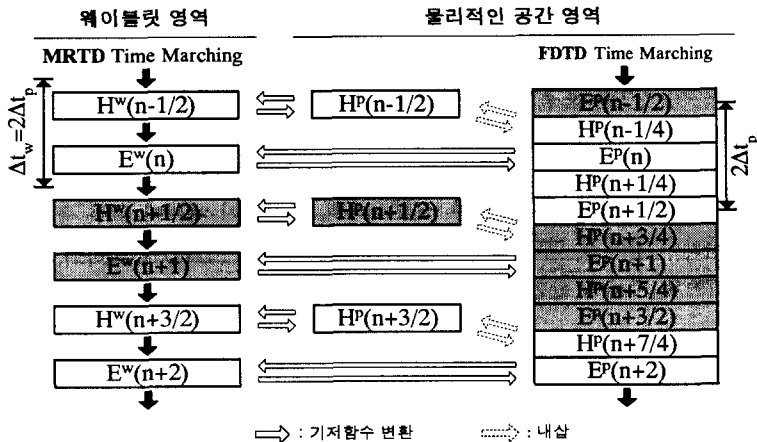


그림 1. Haar 웨이블릿 MRTD와 FDTD의 시간 진행 알고리즘

웨이블릿계수를 나타내고  $H^w(n-1/2)$ 는 시간  $(n-1/2)\Delta t_w$ 에서 자계의 웨이블릿 계수를 나타낸다.  $E^p(n-1/2)$ 는 시간  $(n-1/2)\Delta t_w$ 에서의 전계값이고  $H^p(n-1/4)$ 는 시간  $(n-1/4)\Delta t_w$ 에서의 자계값을 나타낸다. 그리고 첨자  $w$ 와  $p$ 는 각각 웨이블릿 영역과 물리적인 공간 영역을 나타낸다. 그림 1에서 보는 것처럼 Haar 웨이블릿 MRTD는 FDTD보다 2배 큰 시간간격으로 진행을 하게 된다. 또한 기저함수의 변환으로 얻어지는 공간영역에서의 전계와 자계값은 공간적으로 같은 위치에 놓이게 되므로, FDTD의 엇갈린 공간 격자와 자계의 시간 위치를 맞추기 위하여 내삽(Interpolation)을 사용하였다. 전체 해석영역에서는 그림 1의 MRTD와 같이 시간 진행을 하고 국부적인 경계조건 적용시에는 공간영역에서 FDTD로 해석을 하여 다시 웨이블릿 영역으로 변환을 하게 된다.

그림 2에서는 집중소자의 특성을 모델링하기 위하여 적용한 MRTD/FDTD의 혼합된 알고리즘을 보여주고 있다. 집중소자를 모델링하기 위하여 집중소자에 흐르는 전류밀도를 포함하고 있는 맥스웰의 자계 방정식<sup>[8]</sup>을 웨이블릿의 기저함수를 적용하고 이산화하면 다음과 같은 웨이블릿 영역에서의 차분 방정식을 얻게 된다.

$$\begin{aligned}
 {}_{n+1}E_{i,j,k}^\xi &= {}_nE_{i,j,k}^\xi + \frac{\Delta t_w}{\epsilon} (\nabla \times \overline{H})^\xi \\
 &- \frac{\Delta t_w}{\epsilon} (\overline{J}_C + \overline{J}_L)^\xi \quad (2)
 \end{aligned}$$

여기에서  $\overline{J}_C$ 는 전도 전류밀도이고  $\overline{J}_L$ 은 집중소자에 흐르는 전류밀도이다. 그림 2에서 보는 것과 같이 전체 해석영역에서는 MRTD를 적용하고, 집중소자가 놓여있는 곳에서는 국부적으로 FDTD를 수행하여 다시 웨이블릿 계수로 변환함으로써 전체적으로 MRTD의 시간 진행을 하게 된다. 본 논문에서는 MRTD의 셀에서 소자를 중심으로 가장 가까운 위치에 있는 E와 H의 값을 한스텝씩 업데이트 시키기 위해서 소자의 위치가 x방향으로 놓여져 있다고 했을 때 MRTD 셀에서 각각 x방향으로 5개, y와 z 방향으로 4개의 셀에 위치한 필드를 본 논문에서 제시한 방법을 적용하였다. 마이크로스트립의 완전도체 경계조건 적용은 참고문헌 [7]의 방법을 적용하였다.

### III. 수치적 결과

그림 3과 같이 종단에 집중소자가 연결되어 있는 3차원 마이크로스트립 구조체에 대하여 앞서 설명했던 방법을 이용하여 해석한 결과와 fine mesh FDTD와 coarse mesh FDTD로 해석한 결과를 비교하였다. 모든 해석결과는 SunOS 5.5.1(CPU 167 MHz, 256 M RAM)을 이용하여 얻은 결과이다. 표 1은 제안된 해석방법과 FDTD에 적용한 해석 조건을 나타내었다. Haar 웨이블릿 MRTD는 coarse mesh FDTD와 같은 해석조건을 적용하였고, 모두 fine mesh FDTD 보다 2배 큰 공간격자와 시간격자를

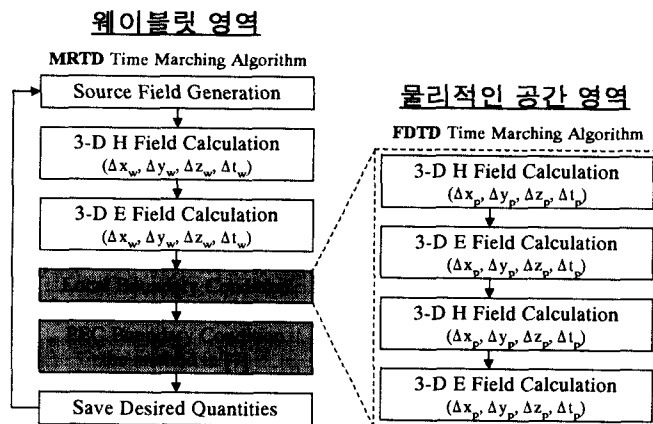


그림 2. 제안된 Haar 웨이블릿 MRTD/FDTD 해석법

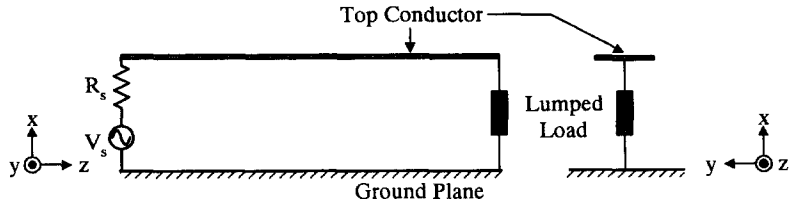
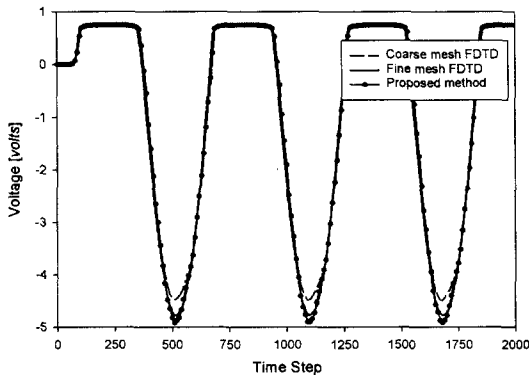


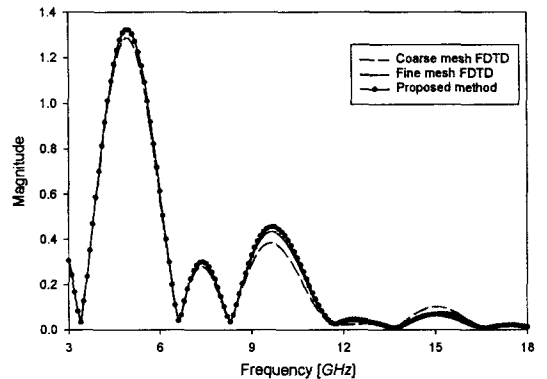
그림 3. 마이크로스트립 종단에 집중소자가 연결된 구조

표 1. 제안된 해석방법과 유한차분 시간영역법의 해석 조건

	FDTD fine mesh	FDTD coarse mesh	Haar wavelet MRTD	
			전체 셀	서브노드셀
공간간격 [mm]	$\Delta x=0.12705$ $\Delta y=0.19154$ $\Delta z=0.43652$	$\Delta x=2\Delta x_{FDTD}$ $\Delta y=2\Delta y_{FDTD}$ $\Delta z=2\Delta z_{FDTD}$	$\Delta x=2\Delta x_{FDTD}$ $\Delta y=2\Delta y_{FDTD}$ $\Delta z=2\Delta z_{FDTD}$	$\Delta x=\Delta x_{FDTD}$ $\Delta y=\Delta y_{FDTD}$ $\Delta z=\Delta z_{FDTD}$
시간간격 [psec]	$\Delta t=0.34297$	$\Delta t=2\Delta t_{FDTD}$	$\Delta t=2\Delta t_{FDTD}$	$\Delta t=\Delta t_{FDTD}$



(a)



(b)

그림 4. 종단에 다이오드가 연결된 마이크로스트립 구조 해석

(a) 시간영역 다이오드 전압, (b) 주파수 영역 다이오드 전압

사용하였다. 50 Ω 마이크로스트립 라인을 사용하였으며, 종단에 다이오드와 커패시터, 저항을 연결한 결과를 각각 그림 4, 5, 6과 표 2에 나타내었다. 다이오드의  $I_s$ 는  $1 \times 10^{-14}$  A이며 5 GHz 정현파 소스를 인가하였다. 커패시터의 경우에는 2 pF의 커패시턴스를 사용하였으며, 구형파 소스를 적용하였다. 저항은 50 Ω을 사용하였으며 3 GHz의 정현파 소스를 적용하였다. 그림에서 보는 것과 같이 제안된 방법으로 해석한 결과는 fine mesh FDTD로 해석한 결과와 매우 유사하면서 해석시간은 현저하게 줄어들

었음을 알 수 있다. 또한 해석시간이 비슷한 coarse mesh FDTD의 결과와는 차이가 있음을 알 수 있다. 전체적으로 MRTD의 빠른 해석 알고리즘을 사용함으로써 해석시간을 줄이고 집중소자의 공간 국부적인 특성은 FDTD로 정확하게 모델링 함으로써 해석의 효율성을 높일 수 있었다.

제안된 방법을 그림 7과 같은 단일 다이오드 혼합기 해석에 적용하였으며 회로 전체 크기는 8 mm × 31.82586 mm × 27.96818 mm이며 FDTD와 MRTD에 적용한 셀 크기는 표 3에 정리를 하였다. 그림에

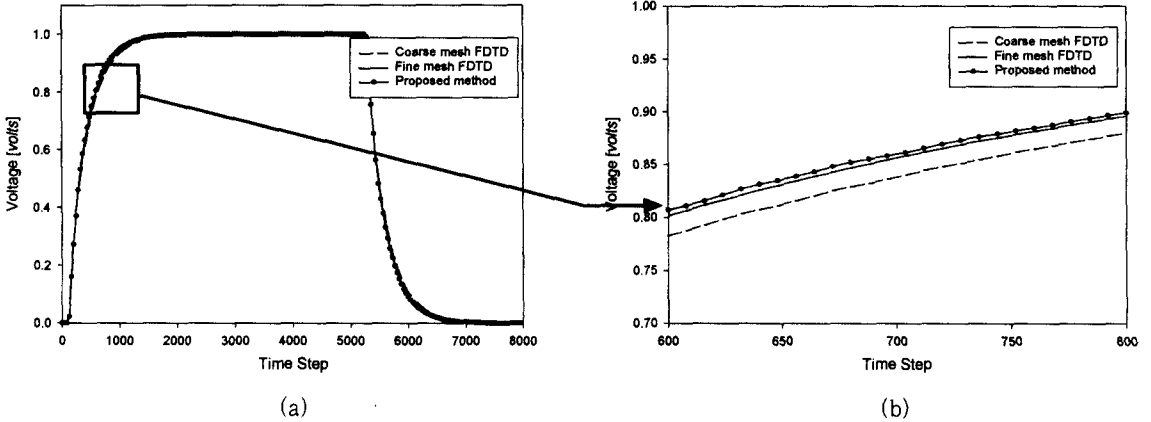


그림 5. 종단에 커패시터가 연결된 마이크로스트립 구조 해석  
 (a) 시간영역 커패시터 전압, (b) 시간영역 커패시터 전압 (600~800 time step)

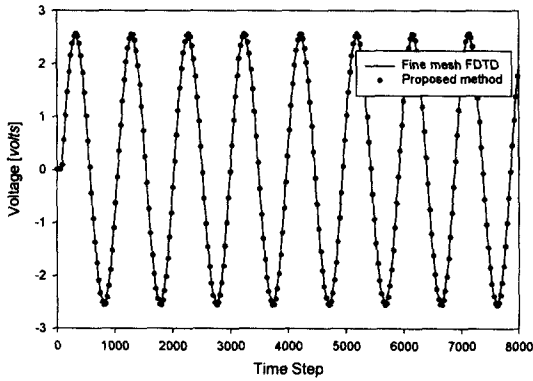


그림 6. 종단에 저항이 연결된 마이크로스트립 구조 해석

서 소스, 로드저항, 다이오드에 본 논문에서 제시한 방법을 적용하여 해석을 하였다. 혼합기의 LO 신호의 주파수는 4.5 GHz이고 RF 신호의 주파수는 5

표 2. 종단에 집중소자가 연결된 마이크로스트립 구조 해석 시간

	FDTD fine mesh	Haar 웨이블릿 MRTD
다이오드	7분 6초	4분 29초
커패시터	28분 38초	19분 9초
저항	28분 37초	17분 57초

GHz이며, 각각에 대하여 20 dBm과 -20 dBm을 적용하였다. 다이오드의 파라미터는  $R_s = 4 \Omega$ ,  $\phi = 0.7$ ,  $C_{j0} = 0.055 \text{ pF}$ ,  $I_s = 2.6569 \times 10^{-15}$ , Ideality factor는 1이다. 그림 7의 왼쪽 개방회로는 IF 신호 블록(block)으로써 16.395 mm이고, 오른쪽의 개방회로는 LO/RF 신호 블록으로써 10.66 mm가 사용되었으며, 50  $\Omega$  마이크로스트립 라인을 사용하였다. 표

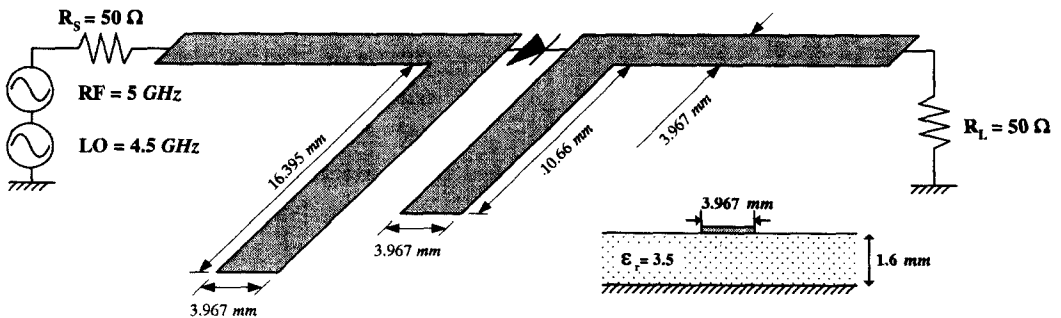


그림 7. 단일 다이오드 혼합기 (RF: 5 GHz, LO: 4.5 GHz)

표 3. 단일 다이오드 혼합기 해석에 적용된 해석법의 조건과 해석 결과

	FDTD fine mesh	Haar 웨이블릿 MRTD	
		전체 셀	서브노드셀
공간간격 [mm]	$\Delta x=0.4$ $\Delta y=0.48221$ $\Delta z=0.48221$	$\Delta x=2\Delta x_{FDTD}$ $\Delta y=2\Delta y_{FDTD}$ $\Delta z=2\Delta z_{FDTD}$	$\Delta x=\Delta x_{FDTD}$ $\Delta y=\Delta y_{FDTD}$ $\Delta z=\Delta z_{FDTD}$
시간간격 [psec]	$\Delta t=0.86496$	$\Delta t=2\Delta t_{FDTD}$	$\Delta t=\Delta t_{FDTD}$
Simulation Timestep	30000	15000	
총계산시간	6시간 46분 34초	4시간 6분 59초	
Conversion Loss [dB]	8.132	8.047	

3에서 보는 것과 같이 제안된 방법은 정확하면서도 빠른 해석시간을 갖게 됨을 알 수 있다.

#### IV. 결 론

본 논문에서는 집중소자가 연결된 선형 및 비선형 소자해석에 있어서 Haar 웨이블릿 MRTD와 병행하여 국부적으로 FDTD를 적용하는 해석방법을 제시하였다. 이 방법을 집중소자가 연결되어 있는 마이크로스트립 구조체에 적용한 결과 fine mesh FDTD로 해석한 계산시간보다 상당한 시간단축이 있었고, 결과의 정확성은 fine mesh FDTD 해석결과와 거의 일치하였으며, coarse mesh FDTD 해석결과와는 차이가 있음을 알 수가 있었다. 따라서, 기존의 대표적인 전자파 해석법의 하나인 FDTD 해석법과 함께 수동소자 및 능동소자로 구성된 다양한 마이크로파 구조를 해석하는데 응용될 수 있으리라 기대된다.

#### 참 고 문 헌

[1] A. Taflov, *Computational electrodynamics*, Norwood, MA, Artech House, 1995.  
 [2] M. Krumpholz and L. Katehi, "New prospects for time domain analysis," *IEEE Microwave and Guided Wave Lett.*, vol. 5, pp. 382-384, Nov., 1995.  
 [3] M. Krumpholz and L. Katehi, "MRTD: New

time-domain schemes based on multi-resolution analysis," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 44, pp. 555-571, Apr., 1996.  
 [4] M. Werthen and I. Wolff, "A novel wavelet based time domain simulation approach," *IEEE Microwave and Guided Wave Lett.*, vol. 6, pp. 438-440, Dec. 1996.  
 [5] Y. W. Cheong, Y. M. Lee, K. H. Ra, J. G. Kang, and C. C. Shin, "Wavelet-Galerkin scheme of time-dependent inhomogeneous electromagnetic problems," *IEEE Microwave and Guided Wave Lett.*, vol. 9, pp. 297-299, Aug., 1999.  
 [6] K. Goverdhanam, L. P. B. Katehi, and A. Cangellaris, "Application of multiresolution based FDTD multigrid," in *1997 IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Dig.*, pp. 333-336.  
 [7] M. Fujii and W. J. R. Hoefer, "A three-dimensional Haar-wavelet-based multiresolution analysis similar to the FDTD method - derivation and application," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 46, pp. 2463-2475, Dec., 1998.  
 [8] Picket-May, M. J., A. Taflove, and J. Baron, "FDTD modeling of digital signal propagation in 3-D circuits with passive and active loads," *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*,

vol. 42, pp. 1514-1523, Aug., 1994.

배 덕 호

1997년 2월: 명지대학교 전자공학과(공학사)  
2000년 2월: 한양대학교 전자통신공학과(공학석사)  
2000년 3월~현재: 삼성전자 정보통신총괄 무선사업부 연구원  
[주 관심분야] 안테나 및 마이크로파 회로 설계, 전자파 수치 해석

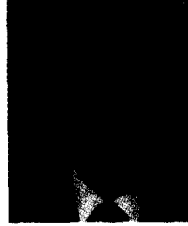
박 범 석

1997년 2월: 숭실대학교 정보통신공학과(공학사)  
1999년 2월: 한양대학교 전자통신공학과(공학석사)  
1999년 9월~현재: 한양대학교 전자통신전파공학 박사과정  
[주 관심분야] 마이크로파 회로 설계 및 해석, 전자파 수치해석

주 세 훈

1997년 2월: 한양대학교 전파공학과(공학사)  
1999년 3월: 한양대학교 전파공학과(공학석사)  
1999년 3월~현재: 서울대학교 수중음향특화연구센터 연구원  
2000년 3월~현재: 한양대학교 전자통신 전파공학과(박사과정)  
[주 관심분야] 안테나 및 마이크로파 회로설계, 전자파 수치해석

김 형 동



1984년 2월: 서울대학교 공과대학 전자공학사(공학사)  
1986년 2월: 서울대학교 공과대학 전자공학과(공학석사)  
1992년 5월: The University of Texas at Austin(Ph. D.) 안테나 및 電波傳播 마이크로파공학

전공

1989년 5월~1992년 5월: Microwave Research Lab., Dept. of Electrical and Computer Engineering, The University of Texas at Austin: Research Assistant  
1992년 6월~1993년 1월: Microwave Research Lab., Dept. of Electrical and Computer Engineering, The University of Texas at Austin: Postdoctoral Fellow  
1993년 3월~1996년 2월: 한양대학교 전파공학과 전임강사  
1996년 3월~현재: 한양대학교 전파공학과 조교수  
[주 관심분야] 이동통신용 안테나, 마이크로파 회로, 초음파 공학, 전자파 수치해석, 웨이블릿 변환의 수치해석 응용