구형 도파관내 전계면 필터의 모멘트법에 의한 해석

Analysis of Rectangular Waveguide E-Plane Filters by the Method of Moments

방재훈 · 윤소현 · 이석곤 · 안병철

Jai-Hoon Bang · So-Hyun Yoon · Seok-Gon Lee · Bierng-Chearl Ahn

요 약

본 논문에서는 구형 도파관내 전계면 필터를 모멘트법으로 해석하는 방법을 제안한다. 도파관내 전계면상의 단면이 균일한 구조물의 전류에 의한 전계의 계산에 있어 그린 함수의 빠른 계산과 효율적인 적분 방법을 제안한다. 구조물간의 경계면은 연속된 선분으로 표현하였다. 이것의 모멘트법 적용에 있어서 펄스전개함수와 점매칭시험함수를 이용하였다. 이러한 모멘트법을 이용하여 전체적인 전계면 필터 구조를 해석하였다. 본 논문의 효율성을 입증하기 위해 3개의 필터를 분석하였으며 기존의 연구 결과와 비교하였다.

Abstract

In this paper, an efficient moment-method technique is proposed for analyzing rectangular waveguide E-plane filters. Techniques are presented for the fast evaluation of Green's function and for the efficient evaluation of integrals arising in the calculation of the electric field due to currents on structures whose cross section is uniform in the E-plane of the rectangular waveguide. The structure boundary is represented by the piecewise linear segments. Simple pulse-expansion and point-matching technique are used. The entire E-plane filter structure is simulated by the method of moments. Three representative cases of the E-plane filter are analyzed and compared with results by other researchers.

I. 서 론

구형 도파관상의 전계면 필터는 구조가 간단하고 특성이 우수하므로 흔히 사용되는 필터이다. 일반적으로 전계면 상에 균일한 구조가 직렬로 연결되어 첨예한 통과 특성의 대역통과필터를 구현할 수 있다[1]. 필터의 설계에서는 원하는 대역에서의 통과 특성을 얻기 위해 최적화하는 작업이 필수적이다. 이에 따라 필터의 정확한 해석은 매우 중요하다.

전계면 필터를 해석하기 위한 수치해석 기법으로는 흔히 모드정합법(Mode Matching Method)과 유한차분시간영역법(FDTD : Finite-Difference Time-Domain Method) 등이 사용되고 있다[1],[2]. 모드정합법에서는 도파관상의 구조물에 의해 산란되는 전자계를 구조물 전후의 공간에서 도파관 모드로 전개한 후 두 공간의 경계면상에서 전계와 자계의 접선성분이 연속이어야 한다는 조건으로부터 각 공간에서의 전개계수를 구함으로써 해를 얻는다. 모드정합법은 비교적 복잡한 구조에도 적용이 가능하며 상호 수렴효과등의 단점도 있으나 이것이 잘 해결되면 정확한 해를 얻을 수 있다[1]. 공진기가 여러 개인 다단 필터인 경우 모드정합법을 이용하여 해석하는 경우

「이 논문은 1996년 한국학술진흥재단 학술연구조성비에 의하여 지원되었습니다.」

충북대학교 전파공학과(Dept. of Radio Engineering, Chungbuk Univ.)

· 논 문 번 호 : 991005-083

· 수정완료일자 : 1999년도 12월 6일

에는 추가적인 복잡함이 따른다. 즉, 각 공진기간의 경계면에서 모드정합을 해야 하므로 공진기의 개수가 증가함에 따라 모드정합법에서의 행열식이 더욱 복잡해지게 된다.

유한차분시간영역법(FDTD)[2]은 맥스웰 방정식을 직접 이산화함으로써 도파관 구조에 적용할 수 있다. 그러나 FDTD는 도파관의 3차원 구조물을 많은 격자로 모델링할 필요가 있고 샘플링하는 시간 폭을 짧게 잡아야 정확한 특성을 얻을 수 있으므로 계산 용량 및 계산 시간 면에서는 매우 비효율적이다.

본 논문에서는 기존의 방법과는 달리 모멘트법을 이용하여 도파관내 전계면 필터를 해석하였다. 모멘트법에서는 도파관내 구조물을 2차원으로 해석할 수 있으므로 도체의 단면 곡선만 모델링하면 되므로 미지수가 상대적으로 적어 매우 효율적으로 특성을 계산할 수 있다. 본 논문에서 제안된 방법의 효율성을 입증하기 위해 기존 연구가들의 연구 결과와 비교하였다.

Ⅱ. 모멘트법의 적용

2-1 적분방정식

그림 1은 구형 도파관의 전계면 방향으로 단면이 균일한 구조물을 보인 것이다. 도파관 내부에 식 (1)의 TE_{10} 모드의 전계가 입사된다고 가정하면

$$\mathbf{E}^{i} = \hat{\mathbf{y}} \sin\frac{\pi x}{a} e^{-j\beta_{10} z} \tag{1}$$

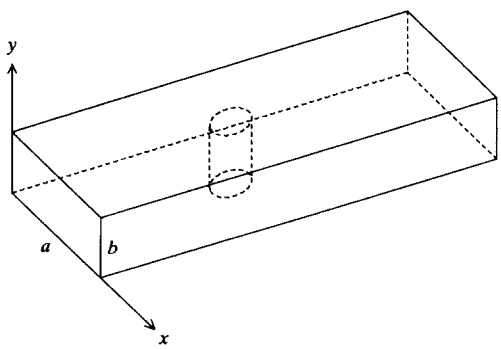


그림 1. 구형도파관 전계면상의 균일한 구조물

Fig. 1. A structure whose cross section is uniform in the E-plane of the rectangular waveguide.

$$\beta_{10} = \sqrt{k^2 - (\pi/a)^2} \tag{2}$$

금속봉의 단면이 y 방향으로 균일하므로 표면상에 유기되는 전류와 산란된 전계도 또한 y 방향으로 균일하며 y 방향 성분만을 가진다. 등가원리[3]에 의하면 도체를 없애고 도체 표면에 미지의 등가전류를 두고 이 등가 전류에 의한 산란 전계와 입사전계의 접선 성분의 합이 금속 표면이 있었던 모든 점에서 0이 되게 함으로써 원래 문제의 해를 얻을 수 있다. 이로부터 다음의 식을 얻는다.

$$E_y^s + E_y^i = 0 \qquad \text{on} \quad C \tag{3}$$

여기서 E_y^i는 도파관 내부에 입사되는 y 방향 전계이고 E_y^s는 구조물에 의한 산란 전계이다. 그리고 C는 구조물의 단면을 둘러싸는 폐곡선이다.

산란 전계 E_y^s를 y 방향의 전류 J_y와 그린 함수를 사용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$E_y^s(x,z) = \int_C J_y(x',z')\, G_y^A(x,z;x',z')\, dl' \tag{4}$$

이 때 구형 도파관 내부의 그린 함수는 식 (5)와 같이 표현할 수 있으며, (x, z)와 (x', z')은 각각 관측 점과 전원 점을 나타낸다.

$$G_y^A = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{-\gamma_{m0}|z-z'|}}{a\gamma_{m0}} \sin\frac{m\pi x}{a} \sin\frac{m\pi x'}{a} \tag{5}$$

여기서 도파관내 전파상수 γ_{m0}는 다음 식과 같다.

$$\gamma_{m0} = \begin{cases} j\sqrt{k^2 - (\pi/a)^2} & , \quad m = 1 \\ \sqrt{(m\pi/a)^2 - k^2} & , \quad m > 1 \end{cases} \tag{6}$$

2-2 그린 함수

식 (5)의 그린 함수를 식 (6)을 이용하여 다시 표현하면

$$G_y^A = \frac{e^{-j\beta_{10}|z-z'|}}{ja\beta_{10}} \sin\frac{\pi x}{a} \sin\frac{\pi x'}{a}$$

$$+\frac{1}{a}\sum_{m=2}^{\infty}\frac{e^{-\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2-k^2}|z-z'|}}{\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2-k^2}}$$

$$\cdot \sin\frac{m\pi x}{a}\sin\frac{m\pi x'}{a} \tag{7}$$

와 같다. 여기서 $|z-z'|=0$인 경우 급수가 $\frac{1}{m}$ 형태로 되어 수렴속도가 매우 늦게 됨을 알 수 있다. 이를 해결하기 위해 다음과 같은 쿠머(Kummer) 변환을 이용한다[4].

$$A_c=\frac{1}{a}\sum_{m=2}^{\infty}\frac{e^{-\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2-k^2}|z-z'|}}{\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2-k^2}}\cdot\sin\frac{m\pi x}{a}\sin\frac{m\pi x'}{a}$$

$$=\frac{1}{a}\sum_{m=2}^{\infty}\left[\frac{e^{-\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2-k^2}|z-z'|}}{\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2-k^2}}-\sum_{q=1}^{N_A}\frac{C_{Aq}}{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^q}e^{-\frac{m\pi}{a}|z-z'|}\right]\cdot\sin\frac{m\pi x}{a}\sin\frac{m\pi x'}{a}$$

$$+\frac{1}{a}\sum_{m=2}^{\infty}\sum_{q=1}^{N_A}\frac{C_{Aq}}{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^q}e^{-\frac{m\pi}{a}|z-z'|}\cdot\sin\frac{m\pi x}{a}\sin\frac{m\pi x'}{a} \tag{8}$$

식 (8)의 C_{Aq}는 다음과 같다.

$$C_{A1}=1 \tag{9a}$$

$$C_{A2}=\frac{k^2}{2}|z-z'| \tag{9b}$$

$$C_{A3}=\frac{k^2}{2}+\frac{k^4}{8}|z-z'|^2 \tag{9c}$$

$$C_{A4}=\frac{3k^2}{8}|z-z'|^2+\frac{k^6}{48}|z-z'|^3 \tag{9d}$$

$$C_{A5}=\frac{3k^4}{8}+\frac{k^6}{8}|z-z'|+\frac{k^8}{384}|z-z'|^4 \tag{9e}$$

$$C_{A6}=\cdots\cdots \tag{9f}$$

따라서 구형 도파관의 그린 함수를 효율적으로 계산하기 위해 식 (10)의 조건에 맞을 경우 식 (7)의 직접합

$$|z-z'|>\frac{a}{2\pi} \tag{10}$$

을 이용하고 그렇지 않을 경우 식 (8)의 가속합을 이용한다. 식 (8)에서 사용되는 N_A는 실험을 통해

$$N_A=3 \tag{11}$$

이 최적임을 알았다. 식 (8)의 마지막 항은 해석적인 방법에 의해 구할 수 있다[4].

2-3 적분방정식의 해

식 (5)로 주어지는 그린 함수를 적분변환 공식을 사용하여

$$G_y^A=\sum_{p=-\infty}^{\infty}\left\{\frac{1}{4j}H_0^{(2)}\cdot\left[k\sqrt{(z-z')^2+(2pa+x-x')^2}\right]-H_0^{(2)}\left[k\sqrt{(z-z')^2+(2pa+x+x')^2}\right]\right\} \tag{12}$$

로 나타낼 수 있으며 식 (12)의 특이점을 조사해 보면

$$G_y^A=-\frac{1}{2\pi}\ln\sqrt{(z-z')^2+(x-x')^2}+\frac{1}{2\pi}\ln\sqrt{(z-z')^2+(x+x')^2}+\frac{1}{2\pi}\ln\sqrt{(z-z')^2+(x+x'-2a)^2}+\text{Regular Parts} \tag{13}$$

가 되어 전원과 이의 $x=0$인 벽과 $x=a$인 벽에 의해 1차 영상전원에 의한 로그함수 특이점을 가진다. 이러한 특이점이 포함된 그린 함수를 적분할 경우에는 수치적분시 유의하여야 한다. 흔히 사용되는 기법으로는 피적분자로부터 로그함수의 특이점을 제외하고 수치적분을 구하고 로그함수 특이점의 적분은 위와 같은 방법으로 구한다. 다음 식과 같이 n번째 요소에서 특이점이 존재하는 경우를 살펴보자.

$$P_n=\int_{C_n}\ln|\boldsymbol{\rho}'-\boldsymbol{\rho}|\,dl' \tag{14}$$

여기서 C_n은 n번째 요소이다. 선형요소일 경우 전원점 ρ'과 관측점 ρ간의 거리의 최소값을 $R_{\min}$이라 하고 L_n을 n번째 선형 요소의 길이라 할 경우

$$R_{\min} < L_n / 4 \tag{15}$$

이면 관측점이 전원 영역에 가까이 위치한다고 말한다. 식 (15)가 만족되지 않을 경우, 즉 관측점과 전원점이 전원에서 멀리 떨어진 경우에는 4차 Gaussian quadrature로 적분값을 구한다. 그러나 식 (15)가 만족되는 경우에는 다음의 식 (16)에서처럼 구간을 분할하여 8차 Gaussian quadrature를 사용하여 적분을 수행한다. 여기서 $L_{n,0}$는 적분 구간의 시작점에서 관측점이 있는 곳까지의 길이이다.

$$P_n = \int_0^{L_{n,0}} \ln|\rho' - \rho| du' + \int_{L_{n,0}}^{L_n} \ln|\rho' - \rho| du' \tag{16}$$

또 다른 방법으로는 식 (17)과 같이 보다 효율적이고 정확한 방법으로 적분값을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} P_n &= \int_0^{L_n} \ln\sqrt{(u'-u)^2+v^2}\, du' \\ &= \frac{1}{2}\Big[(u'-u)\ln[(u'-u)^2+v^2] \\ &\quad - 2(u'-u) + 2v\tan^{-1}\frac{u'-u}{v}\Big]_{u'=0}^{u'=L_n} \end{aligned} \tag{17}$$

식 (4)의 적분 방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\int_C G_y^A(\rho, \rho') J_y(\rho')\, dl' = -E_y^i(\rho) \tag{18}$$

여기서 C는 구조물의 단면을 둘러싸는 폐곡선이다. 식 (18)로 주어지는 적분 방정식의 해를 구하기 위해 그림 2(a)에서와 같이 적분 단면 C를 선 요소로 분할하고 각 선 요소에서 펄스 전개 함수 B_n을 사용하여 미지의 전류 J_y를 나타낼 수 있다.

$$J_y(\rho') = \sum_{n=1}^{N} I_n B_n(\rho'), \quad n = 1, 2, \cdots, N \tag{19}$$

식 (18)에 식 (19)를 대입하면 식 (20)처럼 전개계수 I_n의 합의 형태로 표시된다. 전개계수 I_n을 구하기 위해 식 (20)의 양변에 그림 2(b)의 점매칭 시험함수로 스칼라 적을 취한다.

$$\sum_{n=1}^{N} I_n \int_C G_y^A(\rho, \rho') B_n(\rho')\, dl' = -E_y^i(\rho) \tag{20}$$

이에 따라 식 (18)은 다음과 같은 선형대수 방정식으로 표현할 수 있다.

$$[Z_{mn}][I_n] = [V_m] \tag{21}$$

식 (21)의 각 행렬 요소는 다음과 같다.

$$Z_{mn} = \int_C \int_C T_m(\rho) B_n(\rho') G_y^A(\rho, \rho')\, dl' dl \tag{22a}$$

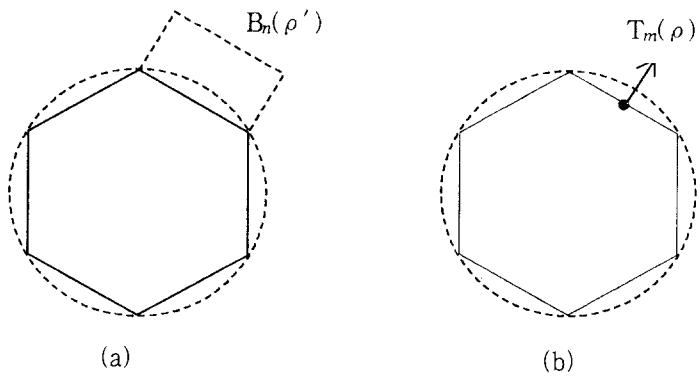


그림 2. 선 요소로의 분할 및 (a) 펄스전개함수, (b) 점매칭함수
Fig. 2. A linear segmentation and (a) pulse expansion function, and (b) point-matching function.

$$V_m = -\int_C T_m(\rho)\, E_y^i(\rho)\, dl \qquad (22b)$$

2-4 산란계수의 계산

식 (21)의 선형 방정식의 해로부터 미지 전류가 구해지면 구조물에 의한 TE_{10} 모드의 산란 전계는

$$E_y^- = \left[\int_C J_y(\rho')\frac{e^{-j\beta_{10}z'}}{ja\beta_{10}}\sin\frac{\pi x'}{a}\,dl'\right] \cdot \sin\frac{\pi x}{a}\, e^{j\beta_{10}z} \qquad (23a)$$

$$E_y^+ = \left[\int_C J_y(\rho')\frac{e^{j\beta_{10}z'}}{ja\beta_{10}}\sin\frac{\pi x'}{a}\,dl'\right] \cdot \sin\frac{\pi x}{a}\, e^{-j\beta_{10}z} \qquad (23b)$$

로부터 구할 수 있다. 여기서 E_y^-와 E_y^+는 각각 음의 z방향과 양의 z방향으로 진행하는 산란전계를 나타낸다. 식 (1)과 식 (23)로부터 산란계수는

$$S_{11} = \int_C J_y(\rho')\frac{e^{-j\beta_{10}z'}}{ja\beta_{10}}\sin\frac{\pi x'}{a}\,dl' \qquad (24a)$$

$$S_{21} = 1 + \int_C J_y(\rho')\frac{e^{j\beta_{10}z'}}{ja\beta_{10}}\sin\frac{\pi x'}{a}\,dl \qquad (24b)$$

으로써 구할 수 있다.

Ⅲ. 모멘트법에 의한 필터 해석 결과

본 논문에서 제안된 방법의 유용성과 정확성을 입증하기 위해서 3가지의 필터 형태를 해석하였고 기존 연구 결과와 비교하였다.

그림 3은 일정한 두께 t를 가지는 격막에 의해 반파장 공진부가 직렬로 연결되어 첨예한 통과 특성을 가지는 대역통과필터이다. 이 형태의 필터를 본 논문에 적용하기 위해 참고문헌 [5]의 치수를 이용하였다. 식 (25)는 이의 세부 치수이다. 그림 4는 필터의 삽입손실 결과를 보이고 있다. 해석 결과 참고문헌 [5]과 본 논문의 방법이 모두 측정값과 잘 일치하고 있음을 확인할 수 있었다.

$n=5$

$d_1 = d_6 = 1.1119$ mm $\quad d_2 = d_5 = 5.9275$ mm

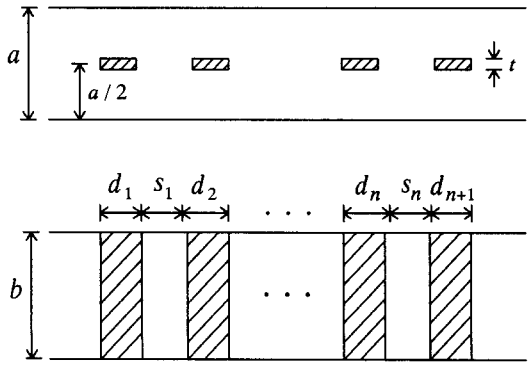


그림 3. 금속이 삽입된 구조의 전계면 필터
Fig. 3. An E-plane filter with metal inserts.

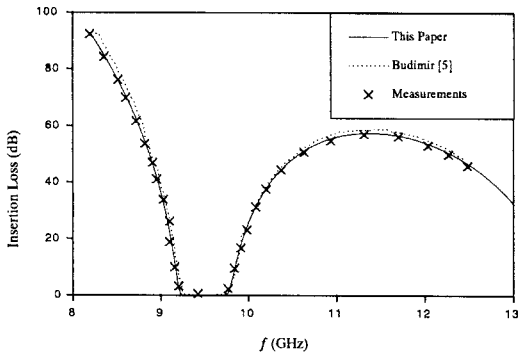


그림 4. 필터(그림 3)의 삽입 손실
Fig. 4. Insertion loss of the filter (Fig. 3).

$d_3 = d_4 = 7.2654$ mm

$s_1 = s_5 = 16.0482$ mm

$s_2 = s_4 = 16.4223$ mm

$s_3 = 16.4472$ mm

$t = 0.25$ mm $\quad a = 22.86$ mm(WR−90) $\qquad (25)$

다음으로 해석한 필터는 유도성 아이리스를 이용한 필터이다. 그림 5는 비대칭 구조의 대역 통과 필터로서 참고문헌 [6]에서 제시된 제원의 필터를 해석하였다. 제시된 필터는 WR-62 도파관에 구현된 것으로 세부 치수는 식 (26)과 같다. 그림 6에 필터의 삽입손실 결과를 보였다. 해석결과 문헌의 결과와 모멘트 법에 의한 본 논문의 결과가 주파수상의 특성이 약간의 편이를 보이고 있었으나 그 형태는 잘 일치함을 알 수 있었다.

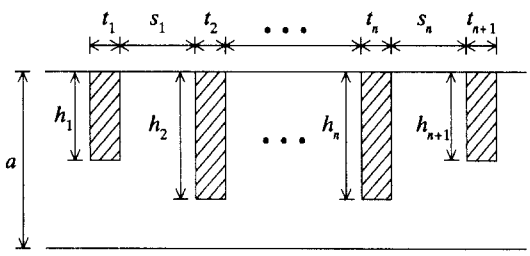


그림 5. 비대칭 유도성 아이리스 구조의 전계면 필터
Fig. 5. E-plane filter with the asymmetric inductive iris.

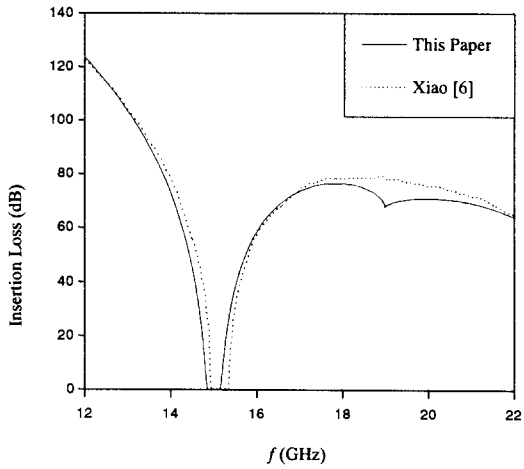


그림 6. 필터(그림 5)의 삽입 손실
Fig. 6. Insertion loss of the filter(Fig. 6).

$$n=4$$
$$h_1=h_5=7.9246\ \text{mm} \quad h_2=h_4=10.5201\ \text{mm}$$
$$h_3=10.835\ \text{mm}$$
$$s_1=s_4=11.67541\ \text{mm} \quad s_2=s_3=12.5614\ \text{mm}$$
$$t_1=t_2=t_3=t_4=t_5=0.19\ \text{mm}$$
$$a=15.75\ \text{mm(WR}-62) \qquad (26)$$

그림 7은 대칭 구조의 유도성 아이리스 필터이다. 이러한 형태의 필터에 본 방법의 유용성을 확인하기 위하여 참고문헌 [2]의 설계 치수을 이용하였다. 세부적인 설계 치수는 식 (27)과 같다. 그림 8은 그림 7에 나타낸 필터의 반사손실과 삽입손실의 해석결과를 나타내고 있다. 10~10.2 GHz 대역에서 첨예한 통과특성이 참고문헌의 경우와 잘 일치함을 확인할

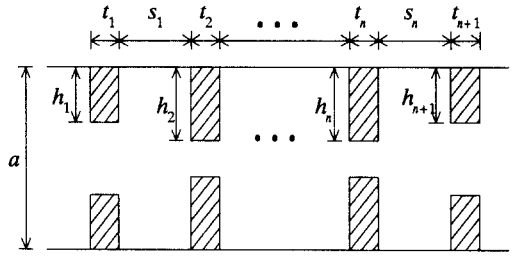


그림 7. 대칭 유도성 아이리스의 구조에 의한 필터
Fig. 7. Filter with the symmetric inductive iris.

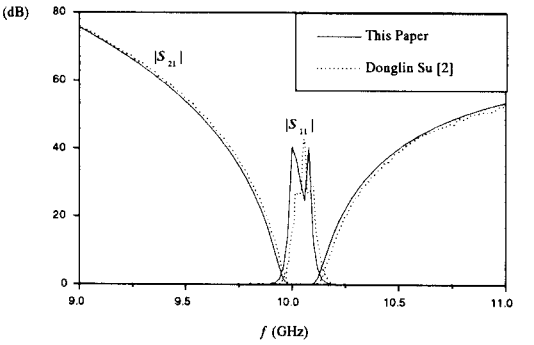


그림 8. 필터(그림 7)의 삽입손실과 반사손실
Fig. 8. Insertion loss and reflection loss of the filter(Fig. 7).

수 있었다.

$$n=3$$
$$h_1=h_4=5.4507\ \text{mm} \quad h_2=h_3=7.3467\ \text{mm}$$
$$s_1=s_3=15.672\ \text{mm} \quad s_2=17.4686\ \text{mm}$$
$$t_1=t_4=5.5\ \text{mm} \quad t_2=t_3=5.6\ \text{mm}$$
$$a=22.86\ \text{mm(WR}-90) \qquad (27)$$

Ⅳ. 결 론

본 논문에서는 모멘트법을 이용하여 구형 도파관 전계면 필터의 특성을 해석하였다. 모멘트법을 이용할 경우 기존의 모드정합법이나 유한차분시간영역법보다 매우 효율적이며 편리하게 전계면 필터의 특성을 계산할 수 있었다. 도파관 그린 함수의 계산시 가속화 기법을 사용하였으며 적분계산시 발생하는 로그함수 특이점의 적분은 해석적인 방법을 사용하여 정확히 계산하였다. 참고문헌상에 발표된 전계면

필터의 삽입손실과 반사손실 특성을 모멘트법으로 계산하여 비교하였다. 모멘트법에 의한 해석결과는 측정치와 문헌상의 다른 방법을 사용한 해석 결과와 잘 일치함을 알 수 있었다.

참 고 문 헌

[1] Budimir, D. *Generalized Filter Design by Computer Optimization*, Boston : Artech House, 1998.

[2] Donglin Su, *et al.*, "Waveguide bandpass filter analysis and design using multimode parallel FDTD diakoptics", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 47, no. 6, June, 1999.

[3] Harrington, R. F., *Time Harmonic Electromagnetic Fields*, New York : McGraw-Hill, 1961, pp. 106-110.

[4] Abramowitz M. and I. A. Stegun. Eds., *Handbook of Mathematical Functions*, New York : Dover, 1965.

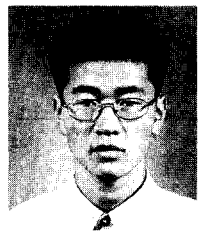
[5] Postoyalko V. & D. S. Budimir, "Design of waveguide E-plane filters with all metal inserts by equal ripple optimization," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 42, no. 2, Feb., 1994, pp. 217-222.

[6] Xiao F. and H. Yabe, "Rigorous design of iris-coupled waveguide filters by field-theory-based approach and genetic algorithms", *IEICE Trans. Electronics*, vol. E81-C, no. 6, 1998.

방 재 훈

1997년 2월: 충북대학교 전파공학과(공학사)
1999년 2월: 충북대학교 전파공학과(공학석사)
1999년 3월~현재: 충북대학교 정보통신공학과 박사과정
1999년 3월~현재: 옥천전문대학 시간강사
[주 관심 분야] 전자장 수치해석, 안테나

이 석 곤

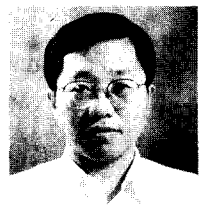


1999년 2월: 충주대학교 전자통신공학과(공학사)
1999년 3월~현재: 충북대학교 전파공학과 석사과정
[주 관심분야] 전자장 수치해석, RF 회로, 안테나

윤 소 현

1998년 2월: 충북대학교 전파공학과(공학사)
2000년 2월: 충북대학교 전파공학과(공학석사)
2000년 3월~현재: 텔 웨이브 연구원
[주 관심분야] 전자장 수치해석, RF 시스템, 안테나

안 병 철



1981년 2월: 서울대학교 전기공학과(공학사)
1983년 2월: 한국과학기술원 전기 및 전자공학과(공학석사)
1992년 12월: U. of Mississippi, Electrical Engineering(공학박사)
1983년 3월~1986년 7월: LG정밀(주) 주임연구원
1993년 1월~1995년 2월: 국방과학연구소 선임연구원
1995년 3월~현재: 충북대학교 전기전자공학부 부교수
[주 관심분야] RF 시스템, 레이더, 안테나, 전자장 수치해석