

〈논문〉 SAE NO. 2000-03-0121

비선형성을 갖는 전륜 현가장치의 이산시간 모델링

Discrete Time Modeling of the Front Suspension System with Nonlinearity

이 병 립*, 이 재 응**
Byungrim Lee, Jaceung Lee

ABSTRACT

In this study, a discrete time model for a simplified front wheel suspension system which has nonlinear damping and stiffness property is introduced. The model is estimated from the discrete data which are generated based on the real car parameters. The performance of the proposed method is evaluated through numerical simulations, and the simulation results show that the proposed method can estimate the nonlinear behavior of the suspension system very well.

주요기술용어 : Suspension system(현가계), Nonlinear vibration(비선형 진동), ARMAX(Auto Regressive moving average eXogenous), Discrete time model(이산시간 모델)

1. 서 론

현가 장치의 동적 특성은 차량의 접지성 및 운동 특성을 연구하는데 매우 중요한 요소 중의 하나이다. 이러한 현가 장치의 거동을 보다 정확히 표현 또는 예측하는 것이 설계 단계에서 매우 중요하다고 할 수 있다. 그 동안 많은 관점에서 현가 장치의 거동에 대한 수학적 접근이 시도되었으며, 그 결과 선형 모델은 작은 진폭을 갖는 노

면에 대해서 이론과 실험에서 좋은 결과를 제공하였다.¹⁻⁵⁾ 그러나 많은 경우에 있어서 노면의 진폭이 작다고는 할 수 없으므로, 이러한 경우에는 현가 장치의 비선형 특성을 고려한 모델링 및 해석이 요구된다. 비선형 모델을 구하는 방법 중에는 실험 데이터로부터 시스템 규명 과정을 통하여 이산시간 모델(discrete time model) 형태로 표현하는 방법에 대한 연구가 최근에 많이 진행되고 있다.^{6,7)} 이를 효과적으로 하기 위해서는 비선형 시스템의 운동방정식을 적절히 표현할 수 있는 이산시간 모델이 필요한데, 여러 모델 중 NARMAX 모델(Nonlinear Auto Regressive Moving Average with eXogenous input model)을 이용한 모델링 방법이 널리 이용되고 있다.^{6,8)}

* 회원, 현대자동차 남양연구소

** 회원, 중앙대학교 기계공학과

이 모델은 여러 모델 가운데 매우 일반적이고 변위 응답 추정도 잘 할 수 있다는 장점이 있으나, 모델을 만들기 위한 초기 비선형 항의 수가 많아 각 항의 계수 추정 시 계산상 부담이 많으며, 또한 생성된 모델의 각 항에 물리적 의미를 부여하기 어렵다는 단점이 있다.

본 연구에서는 현가 장치의 비선형 진동 특성을 측정 데이터로부터 규명할 수 있는 비선형 이산시간 모델을 제안하고 그 특성을 해석하고자 한다. 제안하는 방법은 주어진 입력신호에 대해 응답신호에 현저한 영향을 끼치는 변수를 먼저 가정하고, 그 변수의 조합으로 시스템의 응답에 대한 이산시간 모델을 구성한다. 제안된 모델의 계수를 추정하기 위하여 최소 자승 방법의 확장 형태인 직교 매개변수 추정 방법⁸⁾을 사용하여 모델 계수를 추정하며, 추정된 모델의 검증은 1단계 전방 예측 오차(one step ahead prediction error)의 상대적인 크기를 계산하여 평가하는 방법과 입력신호와 오차신호가 만족해야 할 상관관계를 만족하는지 확인 평가하는 방법을 사용하였다. 마지막으로, 제안하는 방법의 타당성을 확인하기 위하여 모의 실험을 실시하였는데, 모의 실험에 사용한 현가 장치는 H사의 M2 차량의 값을 사용하였으며, 제안된 모델은 4th order Runge-Kutta 방법에 의해 구한 결과와 비교하여 그 타당성을 검토하였다.

2. 제안모델의 전개

본 연구에서 사용한 모델은 Fig. 1에서와 같은 맥퍼슨 스트러트 타입의 현가 장치로써, 스트러트는 서포트 베어링으로 차체에 장착되어 있다. 이와 같은 전륜 현가장치는 고려하는 방법에 따라 여러 가지 방법으로 모델링 될 수 있으나, 본 연구에서는 다음과 같은 가정 하에 1자유도 비선형 진동 시스템으로 모델링하였다.

(1) 코일 스프링은 선형 스프링 정수를 갖으며, 속 압소버는 비선형 점성 감쇠 특성을 갖는다.

을 갖는다.

(2) 범프 스톱퍼는 비선형 특성을 갖는 리버 스프링으로써, 공차 상태에서 일정한 거리를 갖고 있다.

(3) 범프 및 리바운드 시 휠 얼라인먼트(wheel alignment) 변화 및 스트러트 장착 각에 의한 변화는 상하 진동에 영향을 끼치지 못할 정도로 작기 때문에 무시한다.

(4) 스트러트 타워 베어링의 스프링 정수는 범프 스톱퍼에 비해 매우 크므로 강체로 취급한다.

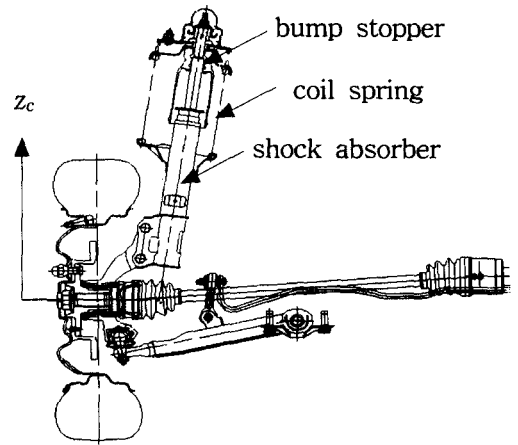


Fig. 1 Illustration of Macpherson strut wheel suspension system

가정으로부터 캠버(camber)변화, 스트러트 장착각 변화는 범프 및 리바운드 시에 최대 2° 이내에서 작동하므로 상하 진동특성에 미치는 영향은 매우 작다고 할 수 있다. 또한, 공차 상태에서 캠버는 0° 20' 이며 앞에서 언급한 것처럼 캠버 변화가 상하진동에 미치는 영향은 작기 때문에 너클, 브레이크 디스크 및 캘리퍼로 구성되는 휠 끝단부의 관성 모멘트도 거의 변화하지 않는다고 할 수 있다.

따라서, Fig. 1로부터 단순화시킨 모델을 만들면 Fig. 2에서 보여주는 것처럼 1자유도

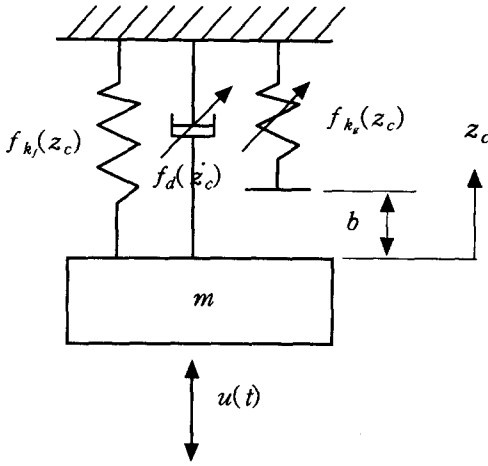


Fig. 2 One dof model of the simplified wheel suspension system

의 비선형 진동 시스템으로 표현할 수 있다.³⁾

여기서, m 은 차량의 스프링 하질량 (unsprung mass)이고, k_f 는 코일 스프링의 강성계수, k_g 는 범프 스토퍼의 강성계수이고, $f_d(\dot{z}_c)$ 는 속 압소버의 비선형 감쇠력이다. 또한, z_c 는 휠에서의 변위 응답이고, $u(t)$ 는 휠에 작용하는 가진력 신호이다. Fig. 2에 적용된 속 압소버와 범프 스토퍼는 3차 비선형 특성을 갖는 형태로 모델링될 수 있다.

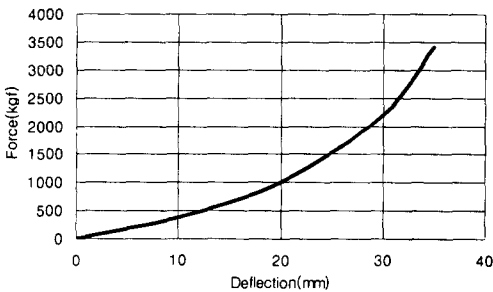


Fig. 3 F-D curve of bump stopper

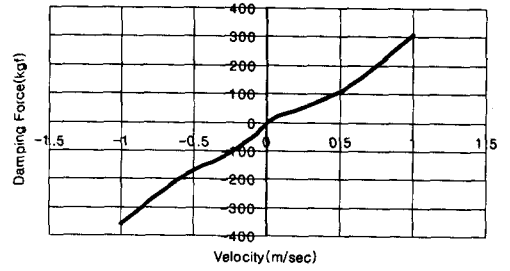


Fig. 4 Characteristic curve of shock absorber

현가 장치의 범프 스토퍼는 고무로써 공차 (curb vehicle weight)상태에서 거리 b 만큼 떨어져 Fig. 3과 같은 비선형 특성을 갖고 있고, 속 압소버는 범프 및 리바운드 시 Fig. 4와 같은 서로 다른 비선형 특성을 갖게 된다 그림으로부터 감쇠기와 스프링의 비선형 특성은 움직이는 방향과 변형에 따라서 각각 그 성질이 변화하는 것을 볼 수 있다. 이를 이용하여 Fig. 2를 운동 방정식 형태로 표현하면 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$m \ddot{z}_c + f_d(\dot{z}_c) + f_{k_f}(z_c) + f_{k_g}(z_c)\delta = u(t) \quad (1)$$

여기서,

$$f_d(\dot{z}_c) = \begin{cases} c_1 \dot{z}_c + c_2 \dot{z}_c^2 + c_3 \dot{z}_c^3, & \dot{z}_c > 0 \\ c'_1 \dot{z}_c + c'_2 \dot{z}_c^2 + c'_3 \dot{z}_c^3, & \dot{z}_c \leq 0 \end{cases}$$

$$f_{k_f}(z_c) = k_f z_c$$

$$f_{k_g}(z_c) = k_1 z_c + k_2 z_c^2 + k_3 z_c^3$$

$$\delta = \begin{cases} 1, & \text{if } z_c - b > 0 \\ 0, & \text{if } z_c - b \leq 0 \end{cases}$$

윗 식에는 움직이는 방향 및 위치에 따라서 변하는 감쇠기와 스프링의 비선형 특성을 포함시켰다. 식(1)과 같은 비선형 운동방정식은 일반적으로 다음과 같이 선형부와 비선형부로 구성되는 이산 시간 모델로 표현할 수 있다.¹¹⁾

$$z_c(t) = \sum_{i=1}^{n_L} \theta_{Li} p_{Li}(t) + \sum_{i=1}^{n_N} \theta_{Ni} p_{Ni}(t) + \epsilon(t) \quad (2)$$

여기서, θ_{Li} 와 θ_{Ni} 는 선형 항과 비선형 항의 모델 계수이고, $\epsilon(t)$ 는 예측오차, $p_{Li}(t)$ 와 $p_{Ni}(t)$ 는 선형과 비선형 항의 변수를 나타내며 다음과 같이 가정한다.

i) 식(2)의 선형 항은 p_{Li} 를 변수로 하는 ARMAX(Auto Regressive Moving Average with eXogenous) 모델로 표현될 수 있다.⁹⁾

ii) 운동 방정식에서 표현된 비선형 항들 \dot{z}_c^2 , \dot{z}_c^3 , z_c^2 , z_c^3 을 표현할 수 있는 이산시간 비선형 항들이 존재한다.

가정으로부터 식(2)의 선형 항은 ARMAX 모델의 형태로 표현되고, 비선형 항은 운동 방정식으로부터 영향이 현저한 비선형 항 \dot{z}_c^2 , \dot{z}_c^3 , z_c^2 , z_c^3 과 등가인 이산시간에서 표현된 비선형 항들의 조합으로 표현될 수 있기 때문에 식(1)은 유한 개의 항으로 표현되는 이산시간 모델로 나타낼 수 있다.¹⁰⁾

따라서, Fig. 2와 같이 단순화시킨 현가장치 모델의 운동방정식 식(1)은 다음과 같이 이산시간 모델로 표현할 수 있다.

$$z_c(t) = \sum_{i=1}^{n_z} a(i) z_c(t-i) + \sum_{j=1}^{n_u} b(j) u(t-j) + G^M [c_p(i) z_c(t-i) \dot{z}_c(t-i)] + \sum_{k=1}^{n_e} d(k) \epsilon(t-k) \quad (3)$$

여기서 n_z , n_u , n_e 는 최대 시간지연이며, $a(i)$, $b(j)$, $c_p(i)$, $d(k)$ 는 모델 계수이고, $\epsilon(t)$ 는 백색 잡음(white noise)다. 또한, 식(3)의 $G^M [c_p(i) z_c(t-i) \dot{z}_c(t-i)]$ 은 응답에 나타나는 시스템의 비선형 요소를 표현하는 항이며 이는 다음과 같은 형태로 나타낼 수 있다.¹⁰⁾

$$G^M [c_p(i) z_c(t-i) \dot{z}_c(t-i)] = \sum_{i=1}^{n_1} c_1(i) z_c^2(t-i) + \sum_{i=1}^{n_2} c_2(i) z_c^3(t-i) + \sum_{i=1}^{n_3} c_3(i) \dot{z}_c^2(t-i) + \sum_{i=1}^{n_4} c_4(i) \dot{z}_c^3(t-i) \quad (4)$$

여기서, $c_p(i)$ ($p=1,2,3,4$)는 비선형 항의 모델 계수이다.

$\dot{z}_c(t) = \frac{z_c(t) - z_c(t-1)}{\Delta t}$ 로 표현되는 후방 유한차분법을 이용하면 식(4)의 비선형 항 $\dot{z}_c^2(t-i)$, $\dot{z}_c^3(t-i)$, $z_c^2(t-i)$, $z_c^3(t-i)$ 은 $z_c^2(t-i-1)$, $z_c^2(t-i)$, $z_c(t-i)z_c(t-i-1)$, $z_c^3(t-i-1)$, $z_c^3(t-i)$, $z_c^2(t-i)z_c(t-i-1)$, $z_c(t-i)z_c^2(t-i-1)$ 와 같이 이산시간의 조합으로 표현되는 변위만의 항으로 표현될 수 있다. 따라서, 식(3)은 다음과 같은 형태로 나타낼 수 있다.

$$z_c(t) = \sum_{i=1}^M \theta_i p_i(t) + \epsilon(t), \quad t=1, \dots, N$$

$$\Leftrightarrow Z_c = P\theta + \epsilon \quad (5)$$

여기서 M은 모델 항의 수, θ_i 는 모델계수, $p_i(t)$ 는 선형 및 비선형 항으로 표현되는 변수 그리고 $\epsilon(t)$ 는 오차로서 백색 잡음이며, 식(4)에서 최대 비선형 차수는 식(5)에서의 최대 비선형 차수와 동일하다.

식(3)(4)로 표현되는 이산시간 모델은 범프 스토퍼 및 속 압소버의 특성이 Fig. 3, 4와 같이 위치에 따라 그리고 운동방향에 따라 각각 다르게 표현되기 때문에 다음과 같은 4가지의 서로 다른 조건에 대하여 각각 모델 계수가 다르게 표현된다.

- (1) 범프 스토퍼가 변형되고($z_c - b > 0$)
 - i) 속 압소버가 압축되는 경우 ($\dot{z}_c > 0$)
 - ii) 속 압소버가 인장되는 경우 ($\dot{z}_c \leq 0$)
- (2) 범프 스토퍼 변형이 없고($z_c - b \leq 0$)

- i) 속 압소버가 압축되는 경우($\dot{z}_c > 0$)
- ii) 속 압소버가 인장되는 경우($\dot{z}_c \leq 0$)

3. 모델계수 결정 및 검증

본 연구에서 제안하는 이산시간 모델은 현재의 출력 신호는 가장 최근의 신호에 영향을 많이 받는다는 가정 하에서 출발한다. 영향이 현저한 항들을 가정 할 때 시간지연 값이 가장 작은 항들로 구성된, 비선형 항의 수가 작은 초기 모델을 구성하고, 충분히 시스템을 표현할 수 있을 때까지 시간지연을 늘려가며 그 모델의 계수를 추정하였다. 또한 모델은 계수에 대하여 선형으로 표현됨을 알 수 있으므로, 모델 계수 추정시 정확한(unbiased) 추정치를 제공할 수 있는 직교 매개변수 추정 방법을 이용하였다. 이 방법은 가정한 시간지연으로 표현될 수 있는 모든 비선형 항들 중에서 응답에 영향을 끼치는 각 항의 예측 오차 값을 줄이는 비율을 나타내는 예측오차 감소비(ERR : Error Reduction Ratio) 값의 크기를 기준으로 모델계수를 선정하게 된다. 여기서 ERR 값은 어떤 항이 추가되었을 때 오차를 줄이는 정도를 의미한다. 이 값이 작다는 것은 그 항을 추가하여도 예측의 정확도를 높이는 데 별 도움이 되지 않는다는 것을 의미하며, 그 표현식은 다음과 같다.^{11),12)}

$$[ERR]_i = \frac{\hat{g}_i^2 \sum_{t=1}^N w_i^2(t)}{\sum_{t=1}^N z_c^2(t)} \times 100 \quad (6)$$

여기서, \hat{g}_i 는 직교모델 매개변수 벡터의 추정 값이고 $w_i(t)$ 는 orthogonal polynomial set의 요소이다.

추정된 모델에 대한 검증은 1단계 전방예측오차의 상대적 크기 RPEL(Relative Prediction Error Level)(식(7))과 상관함수 관

계식(식(8))을 이용하여 검증할 수 있다.¹²⁾

$$RPEL = \sqrt{\frac{\sum_t \varepsilon^2(t)}{\sum_t z_c^2(t)}} \times 100\% \quad (7)$$

$$\phi_{\varepsilon\varepsilon}(k) = \frac{E[\varepsilon(t, \hat{\theta})\varepsilon(t-k, \hat{\theta})]}{E[\varepsilon^2(t, \hat{\theta})]} = 0, k \neq 0$$

$$\phi_{u^2\varepsilon}(k) = \frac{E[(u^2(t) - \overline{u^2})\varepsilon(t-k, \hat{\theta})]}{\sqrt{E[(u^2(t) - \overline{u^2})^2]E[\varepsilon^2(t, \hat{\theta})]}} = 0, \forall k$$

$$\phi_{uc}(k) = \frac{E[u(t)\varepsilon(t-k, \hat{\theta})]}{\sqrt{E[u^2(t)]E[\varepsilon^2(t, \hat{\theta})]}} = 0, \forall k$$

$$\phi_{\varepsilon(uw)}(k) = \frac{E[\varepsilon(t, \hat{\theta})\varepsilon(t-1-k, \hat{\theta})u(t-1-k)]}{\sqrt{E[\varepsilon^2(t, \hat{\theta})]E[\varepsilon^2(t, \hat{\theta})u^2(t)]}} = 0, \forall k \quad (8)$$

샘플링한 데이터가 N 개 일 때 상관함수의 값이 $\pm 1.96/\sqrt{N}$ 의 범위 내에 있으면 정규분포 불규칙 신호에서는 통계학적으로 95% 신뢰성을 갖고 그 값을 0으로 취급할 수 있다.¹³⁾ 그러므로 예측 오차의 상관함수 값이 $\pm 1.96/\sqrt{N}$ 의 범위 내에 있으면 95% 신뢰성을 갖고 백색 잡음이라 할 수 있으며, 따라서 쫓겨난 모델은 신뢰성이 있다고 할 수 있다.

지금까지의 과정으로 적정 모델을 추정하지 못할 경우에는 이산시간 모델의 시간지연을 증가시켜 더 많은 이산시간 항들을 포함시키면서 적정 모델이 추정될 때까지 반복 계산하여 모델을 결정하게 된다.

4. 모의 실험

제안하는 모델의 타당성 검토를 위하여 Fig. 5, Fig. 6과 같이 주기함수의 합성 형태로 표현되는 입력신호와 랜덤 가진력을 입력신호로 하는 두 가지 가진 신호에 대해 모의 실험을 실시하였다. 저주파이고 큰 변위를 갖는 불규칙 노면은 주기함수의 합성 형태로 표현할 수 있다고 가정하여 Fig. 5와 같이 합성함수를 생성하여 입력신호로 사용

하였으며, 모든 주파수 성분이 포함되고 큰 가진력이 작용하는 경우에 대해서는 Fig. 6 과 같이 랜덤 신호를 생성하여 적용하였다. 입력 신호에 대한 출력은 식(1)에 대해 4th order Runge-Kutta 방법에 의해 구하였으며, 이 결과는 이산시간 모델의 계수를 추정하는데 데이터로써 사용된다.

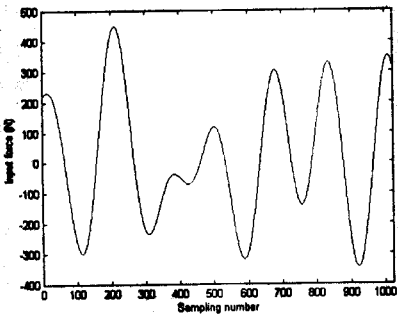


Fig. 5 Combined sinusoidal input

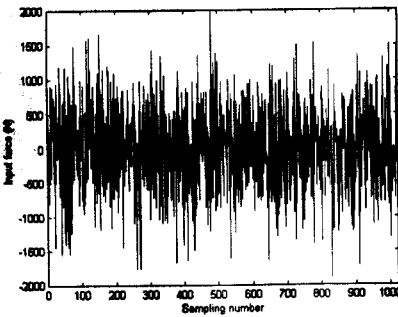


Fig. 6 Random input

모의 실험에 사용한 전륜 현가장치의 물리량은 다음과 같다.

unsprung mass: $m = 40\text{ kg}$

coil spring stiffness: $k_f = 2.45 \times 10^3\text{ kg}_f/m$

damping coefficient:

$c_1 = 344.7\text{ kg}_f\text{ s}/m$

$c_2 = -856.7\text{ kg}_f\text{ (s}/m)^2$

$c_3 = 1100\text{ kg}_f\text{ (s}/m)^3$

$c'_1 = 372.333\text{ kg}_f\text{ s}/m$

$c'_2 = 102.222\text{ kg}_f\text{ (s}/m)^2$

$c'_3 = -255.556\text{ kg}_f\text{ (s}/m)^3$

bump stopper spring coefficient:

$k_1 = 4.3 \times 10^4\text{ kg}_f/m$

$k_2 = -1.375 \times 10^6\text{ kg}_f/m^2$

$k_3 = 7.9167 \times 10^7\text{ kg}_f/m^3$

distance: $b = 28\text{ mm}$ 이다.

여기서, c_i, c'_i 는 속 압소버가 압축력과 인장력을 받을 때의 감쇠계수를 각각 나타낸다.

모의 실험은 전륜 현가 시스템에 각각의 가진 입력을 가하고 이에 따른 출력 데이터를 구한 후, 입출력 데이터를 이용하여 직교매개변수 추정방법 및 신뢰성 확인 시험을 통하여 제안한 모델의 계수를 추정하였다. 이와 같은 방법을 이용하여 구한 응답에 영향을 끼치는 변수, 그 변수의 추정 계수 값과 추정 값의 분산을 Table 1 및 Table 2에 나타냈다. 범프 스톱퍼가 작용하지 않는 구간 ($z_c - b \leq 0$)에서 현재의 응답 $z_c(t)$ 는 선형 항 $z_c(t-1), z_c(t-2)$ 만으로 표현되며, 각 항의 계수들도 움직이는 방향이나 입력 신호의 형태에 관계없이 같은 값으로 추정되고 있음을 알 수 있다(Table 1 (c),(d)와 Table 2 (c),(d)). 그러나 비선형성이 강한 범프 스톱퍼가 작용하는 구간 ($z_c - b > 0$)에서는 선형 항 $z_c(t-1), z_c(t-2)$ 이외에 합성된 조화 함수 입력인 경우 비선형부 $z_c^3(t-1)$ 항이 존재함을 알 수 있으며(Table 1 (a),(b)), 랜덤 입력인 경우에는 추가로 $z_c(t-1)z_c(t-2)$ 의 항이 존재함을 알 수 있다(Table 2 (b)).

Table 1 Estimated Model coefficients
(for sinusoidal input)

(a) $z_c - b > 0, \dot{z}_c > 0$ 인 경우

	model terms	coefficients	variance
1	$z_c(t-1)$	2.016E+00	5.074E-06
2	$z_c(t-2)$	-9.895E-01	5.934E-06
3	$z_c^3(t-1)$	-6.573E-05	8.611E-13
4	$\epsilon(t-1)$	8.721E-01	1.002E-03

ERR 99.996, RPEL 8.608E-02

(b) $z_c - b > 0, \dot{z}_c \leq 0$ 인 경우

	model terms	coefficients	variance
1	$z_c(t-1)$	1.912E+00	1.557E-05
2	$z_c(t-2)$	-8.991E-01	1.234E-05
3	$z_c^3(t-1)$	-4.932E-05	5.318E-13
4	$\epsilon(t-1)$	7.780E-01	4.369E-04

ERR 99.995, RPEL 9.742E-02

(c) $z_c - b \leq 0, \dot{z}_c > 0$ 인 경우

	model terms	coefficients	variance
1	$z_c(t-1)$	1.994E+00	1.044E-06
2	$z_c(t-2)$	-9.952E-01	1.003E-06

ERR 99.999, RPEL 5.54E-02

(d) $z_c - b \leq 0, \dot{z}_c \leq 0$ 인 경우

	model terms	coefficients	variance
1	$z_c(t-1)$	2.019E+00	3.328E-06
2	$z_c(t-2)$	-1.020E+00	3.468E-06

ERR 99.999, RPEL 7.443E-02

Table 2 Estimated Model coefficients
(for random input)

(a) $z_c - b > 0, \dot{z}_c > 0$ 인 경우

	model terms	coefficients	variance
1	$z_c(t-1)$	1.965E+00	2.077E-05
2	$z_c(t-2)$	-9.449E-01	2.427E-05
3	$z_c^3(t-1)$	-4.570E-05	3.229E-12
4	$\epsilon(t-2)$	2.602E-04	1.311E-10

ERR 99.984, RPEL 0.204

(b) $z_c - b > 0, \dot{z}_c \leq 0$ 인 경우

	model terms	coefficients	variance
1	$z_c(t-1)$	1.993E+00	5.159E-05
2	$z_c(t-2)$	-1.036E+00	5.336E-05
3	$z_c^3(t-1)$	-1.282E-04	1.415E-11
4	$z_c(t-1)z_c(t-2)$	4.232E-03	2.776E-08
5	$\epsilon(t-2)$	5.796E-01	8.970E-04

ERR 99.984, RPEL 0.219

(c) $z_c - b \leq 0, \dot{z}_c > 0$ 인 경우

	model terms	coefficients	variance
1	$z_c(t-1)$	1.979E+00	2.296E-05
2	$z_c(t-2)$	-9.803E-01	2.211E-05
3	$\epsilon(t-2)$	3.092E-04	9.123E-11

ERR 99.999, RPEL 0.264

(d) $z_c - b \leq 0, \dot{z}_c \leq 0$ 인 경우

	model terms	coefficients	variance
1	$z_c(t-1)$	1.967E+00	1.424E-05
2	$z_c(t-2)$	-9.677E-01	1.500E-05
3	$\epsilon(t-2)$	2.892E-04	9.304E-11

ERR 99.998, RPEL 0.261

다음은 추정된 모델을 검증하기 위하여 예측 오차 값을 비교하였으며, 또한 상관관계도 비교하였다. 주기함수의 합성 형태로 표현되는 가진 입력에 대한 응답은 Fig. 7에, 랜덤 가진 입력에 대한 응답은 Fig. 8에 나타냈다. 제안한 이산시간 모델로부터 구한 응답을 Runge-Kutta 방법에 의해 구한 응답과 비교하여 그림에 나타냈으며, 제안하는 방법은 Runge-Kutta 방법에 의해 구한 결과와 잘 일치하고 있음을 볼 수 있다. 결과로부터 예측 오차의 상대적 크기는 0.22%보다 작음을 알 수 있다. 또한 랜덤 입력신호 $u(t)$ 에 대해 이산시간 모델로부터 구한 응답의 신뢰성은 식(8)로부터 입력신호와 추정모델 오차와 상관관계를 이용하는 유효성

시험으로부터 나타낼 수 있으며, 그 결과를 Fig. 9에 나타냈다. Fig. 9에서 점선은 $\pm 1.96/\sqrt{N}$ 구간을 나타내는 선이며, 입력과 모델 오차와의 상관관계를 조사한 결과 모두 그 범위 내에 있으므로 제안하는 모델은 오차는 백색잡음이라 할 수 있고, 따라서 추정된 모델은 95%의 신뢰성을 갖고 표현된다고 할 수 있다.

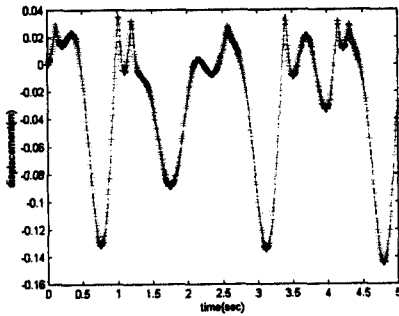


Fig. 7 Validation of the estimated model:
One step ahead prediction of the response signal for combined sinusoidal input
(+ : proposed model, - : Runge-Kutta)

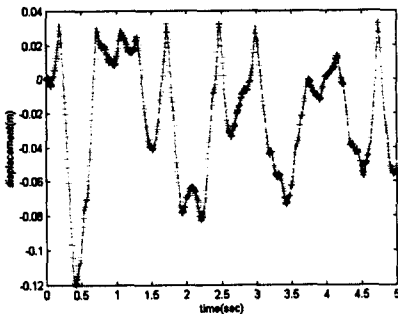
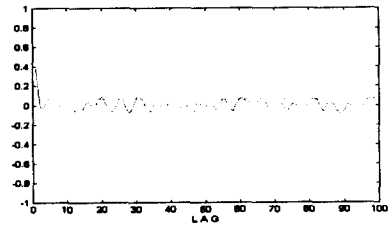
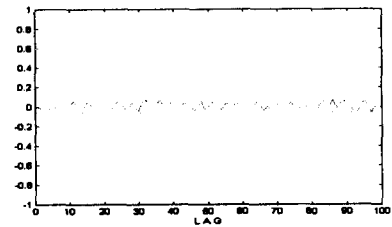


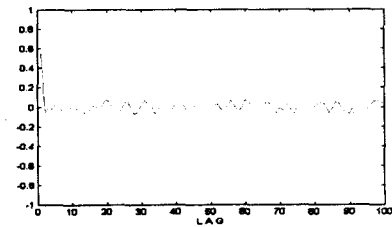
Fig. 8 Validation of the estimated model:
One step ahead prediction of the response signal for random input
(+ : proposed model, - : Runge-Kutta)



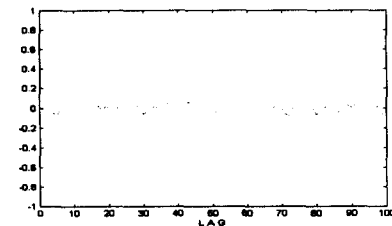
(a) $\Phi_{\epsilon\epsilon}$



(b) $\Phi_{u^2\epsilon}$



(c) $\Phi_{u\epsilon}$



(d) $\Phi_{u\epsilon^2}$

Fig. 9 Validation of the estimated model:
The auto and cross correlation
(for random input)

5. 결론

본 연구에서는 범프 스톱퍼 및 속 압소버 등의 비선형성을 고려한 전륜 현가 장치에 대해 주기 또는 랜덤 등과 같은 다양한 입력 신호가 가진력으로 작용할 때 시간영역에서 응답을 예측할 수 있는 새로운 이산시간 모델 및 그 모델링 방법을 제안하였으며, 제안하는 모델의 타당성을 모의실험을 통하여 검증하였다.

참고 문헌

- 1) H. Yamaguchi, S. I. Doi, N. Iwama, Y. Hayashi, "Experimental study of system optimization for suppression of vehicle vibration", *Vehicle System Dynamics*, 22, pp 299-308, 1993.
- 2) Manfred Mitschke, "Comparison of Different Mathematical Models of Oscillations of Passenger Cars", *Proceedings of 8th IAVSD Symposium*, pp362-376, 1983.
- 3) S. N. Buchvarov, A. A. Jonjorov, L. P. Kunchev, K. E. Vulchev, "Vibrations of Front Suspension of Car", *Proceedings of 10th IAVSD Symposium*, pp61-64, 1987.
- 4) R. S. Sharp, S. A. Hassan, "An Evaluation of Passive Automotive Suspension Systems with Variable Stiffness and Damping Parameters", *Vehicle System Dynamics*, 15, pp 335-350, 1986.
- 5) J. Aurele, S. Edlund, "Prediction of Vibration Environment in Real Operations Described by Q-distributions", *Vehicle System Dynamics*, 25, pp53-65, 1996.
- 6) A. K. Swain and S. A. Billings, "Weighted complex orthogonal estimator for identifying linear and nonlinear continuous time models from generalised frequency response functions", *Mechanical Systems and Signal Processing*, 12(2), pp269-292, 1998.
- 7) Jian(John) Dong, "Time Series Models for Vehicle Random Vibration Simulation Tests", *Int. J. of Vehicle Design*, Vol. 16, No. 16, pp581-593, 1995.
- 8) A. Stensson, C. Asplund, L. Karlsson, "The nonlinear behaviour of a Macpherson strut wheel suspension", *Vehicle System Dynamics*, 23, pp85-106, 1994.
- 9) Fassois, S. D., Lee, J. E., "Suboptimum Maximum Likelihood Identification of ARMAX Process", *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, Vol. 112, pp586-595, 1990.
- 10) 이병림, 이재웅, "비선형 강성 및 감쇠 특성을 갖는 진동 시스템의 규명", *한국소음진동공학회지*, Vol. 10, No.1, pp144-152, 2000.
- 11) M. J. Korenberg, S. A. Billings, Y. P. Liu and McIlroy, "Orthogonal parameter estimation algorithm for nonlinear stochastic systems", *Int. J. Control*, Vol. 48, No.1, pp193-210, 1988.
- 12) S. A. Billings and W. S. F. Voon, "Correlation based model validity test for nonlinear models", *Int. J. Control*, Vol. 44, No.1, pp235-244, 1986.
- 13) R. Johanson, *System Modeling and Identification*, Pentice-Hall, 1993.