

〈논문〉 SAE NO. 2000-03-0055

다단계 부분구조법을 이용한 코일스프링의 유한요소 응력해석 II : 검증 및 해석

Finite Element Stress Analysis of Coil Springs using a Multi-level Substructuring Method II : Validation and Analysis

김진영*, 허훈**
Jin-Young Kim, Hoon Huh

ABSTRACT

This study is concerned with computerized multi-level substructuring methods and stress analysis of coil springs. The purpose of substructuring methods is to reduce computing time and capacity of computer memory by multiple level reduction of the degrees of freedom in large size problems that are modeled by three dimensional continuum finite elements. In this paper, the spring super element developed is investigated with tension, torsion, and bending of a cylindrical bar in order to verify its accuracy and efficiency for the multi-level substructuring method. And then the algorithm is applied to finite element analysis of coil springs. The result demonstrates the validity of the multi-level substructuring method and the efficiency in computing time and memory by providing good computational results in coil spring analysis.

주요기술용어 : 다단계 부분구조법(multi-level substructuring method), 스프링 슈퍼요소(spring super element), 코일스프링, 유한요소법, 응력해석

1. 서론

스프링은 힘을 제거하면 스스로 본래 상태로 돌아가는 기능, 진동을 절연 또는 이용하는 기능, 충격을 완화하는 기능, 에너지를 저장, 방출하는 기능, 힘을 계측하는 기능 등 용도가 다양하다.

따라서, 스프링은 금속, 고무, 플라스틱, 공기 등의 재료를 이용하여 보다 유용한 형태의 에너지 흡수, 에너지의 저축 및 복원, 진동 및 충격의 완화 등의 목적으로 필요한 형상으로 제작된 기초적인 기계요소 라고 정의할 수 있다.

이 중에서도 코일스프링은 그 종류가 매우 다양하고 가장 광범위하게 사용되고 있는데, 이는 코일 스프링은 제작이 용이하고, 그 효율성에 비해 가격이 저렴할 뿐만 아니라 취급이 쉽기 때문이다. 코일 스프링의 종류는 크게 압축 하중을 받고 있는 압축 코일 스프링, 인장 하중을 받고 있

* 회원, 대원강업(주) 대원기술연구소

** 회원, 한국과학기술원 기계공학과

는 인장 코일 스프링, 비틀림 하중을 받고 있는 비틀림 코일 스프링으로 구분되며, 다시 압축 코일스프링은 형상에 따라 원통형 (Cylindrical Coil Spring), 원추형(Conical Coil Spring), 장고형(Hourglass-shaped Coil Spring), 장독형(Barrel-shaped Coil Spring) 등으로 구분할 수 있다. 코일스프링을 하중과 변위의 관계에 따라서 분류하면 선형과 비선형으로 분류할 수 있는데, 비선형 코일스프링에는 부등피치 코일스프링, 중첩 코일스프링이 대표적이다.¹⁾

스프링 유사 형태에 대한 최초 연구는 Hooke에 의해 이루어 졌다. 유명한 후크의 법칙으로 알려진 이 법칙은 변위는 하중에 비례한다는 것으로서 아직도 스프링 설계의 기초 이론으로 적용되고 있다. 코일스프링의 설계에서 가장 중요한 것은 스프링의 특성과 강도를 만족시키는 사양을 결정하는 것이다. 코일스프링의 사양을 결정하는데 있어 설계 계산식은 종래의 Wahl²⁾의 이론이 광범위하게 사용되고 있다. Wahl은 피치가 0이고 하중은 코일 중심에서 축 방향으로 작용한다고 가정하여 스프링의 변형을 해석하였다. 일반적인 코일 스프링은 피치 각이 10° 미만이기 때문에 이 가정은 타당성을 가질 뿐 만 아니라 계산식이 간단하기 때문에 설계에 많이 적용되어 왔다. 그러나, Wahl의 이론은 코일스프링의 피치 각을 무시하였고, 하중이 코일 중심에서 축 방향으로 작용한다고 가정하며, 피치를 고려하지 않기 때문에 정밀한 설계에는 적용하기 어렵다.

이 밖에도 코일 스프링의 피치를 무시한 이론적인 연구로는, Göhner³⁾의 이론식, Röver⁴⁾의 이론식 등 많은 연구가 수행되었다. 좀더 정확한 결과를 얻기 위해서 나아가 피치를 고려하여 복잡한 해를 구한 Ancker와 Goodier⁵⁻⁷⁾는 피치를 고려하여 이론식을 구하였다. 그러나 이와 같이 피치를 고려한 식도 결국은 하중은 코일의 중심축으로 하중이 작용한다는 가정을 근간으로 하고 있고 스프링의 3차원 공간 곡률효과를 제대로 반영하지 못하고 있다. 공간 곡률을 반영하여 Kirchhoff가 이론식을 구하였으며, 이것을

Wittrick⁸⁾이 수정하여 3방향 병진과 3방향 회전 운동을 모두 고려한 지배 방정식을 구하였다.

또한 Mottershead⁹⁾는 코일 스프링을 유한요소로 모형화 하여 고유치 해석과 안정성 해석을 실시하였다. 그러나 이 방식도 지배 방정식이 복잡하게 연성되어 있어 적용 범위가 곡률과 변형률이 일정하고 경계조건이 간단한 제한된 영역에 한정된다. 그 후 Shimoseki¹⁰⁾는 Wittrick의 식을 수식화 하여 간편하고 범용적인 근사 해법을 확립하였고 각종 형상의 코일스프링에 적용할 수 있도록 하였다. Wittrick의 기초식을 차분법으로 근사하여 좌권부도 포함하는 원통형 코일스프링의 평행 압축 문제를 중심으로 자동차 현가 장치용 코일 스프링의 거동을 수식화 하였다.

이후 Swanobori와 Nakamura¹¹⁾는 3차원 보요소를 이용하여 코일 스프링의 형상 변화, 즉 코일경, 소재경, 피치의 변화를 고려한 비선형 해석에 관하여 연구하였고, 나아가 Vondracek와 Nadorff¹²⁾는 코일 스프링의 소선간의 접촉과 시트 판과의 접촉을 접촉 요소를 사용하여 고려한 비선형 해석에 관한 연구를 하였다. 한편 Ookouchi 등¹³⁾과 Nagaya¹⁴⁾는 단면이 원형이 아닌 임의 단면형상의 코일스프링에 대한 응력분포와 동적 비선형 응답을 보요소를 이용하여 해석하였다. 한편 코일스프링의 변형을 연속체 요소를 사용하여 해석하는 것은 상용 프로그램을 이용하여 일반화되어 가고 있기 때문에 거의 연구가 이루어지고 있지는 않는 실정이다. 코일 스프링에 대한 응력분포를 정확하게 구해내기 위해서는 3차원 곡률 효과와 전단 하중에 의한 영향을 고려하고 코일 소선간의 접촉도 3차원적으로 고려되어야 한다. 코일 스프링의 비선형성은 코일 스프링의 대변형 특성과 함께 코일 스프링이 소선간에서 서로 접촉하거나 외부와 접촉을 진행하여 경계조건이 변하는 비선형 특성으로 구분된다.

본 논문에서는 유한요소 해석에서 컴퓨터 기억 공간의 제약과 계산시간 등의 문제점을 해결하고자 전체 요소의 강성 행렬을 다단계의 부분구조

로 축소시킨 후 해를 구함으로써 해석상에 필요한 시간과 기억 공간을 적게 할 수 있는 다단계 부분 구조법을 3차원 문제에 적용한다. 전편에서 제시한 슈퍼유한요소를 이용하여 코일 스프링의 변형과 응력분포를 구해내고 이의 유용성을 제시한다. 우선 슈퍼요소의 타당성과 적용 가능성을 검증하기 위해 원형 단면 직선보에 관하여 비틀림하중과 인장하중 조건을 설정하고, 링형상의 곡선보에 관하여 굽힘하중 조건을 설정하여 이를 선형 및 대변형 해석하였다. 슈퍼요소를 이용하여 원통형과 원추형 코일스프링을 해석하고 변형형상과 스프링에 작용하는 응력분포 특성을 검토하였다. 구하여진 응력과 변형 형상을 이론적인 해석적인 결과와 비교하여 개발된 프로그램의 정확성을 검증하고, 코일스프링의 설계에 본 논문의 유한요소 프로그램이 효율적으로 이용될 수 있음을 보였다.

2. 코일스프링 슈퍼요소의 검증

2.1. 원형 단면 직선보

코일스프링을 해석하기 앞서 코일 스프링의 단면이 원형 단면인 보에 대해 인장, 비틀림, 굽힘 조건에서 해석을 실시하여 슈퍼 요소를 사용한 해석 결과를 검증하였다. 해석시에 부가된 하중 경계조건과 변위경계조건은 각각 Fig. 1과 같고, 사용한 재료의 물성과 치수는 다음과 같다.

탄성계수	$E = 200 \text{ GPa}$
포와송 비	$\nu = 0.3$
소재경	$d = 16 \text{ mm}$
보의 길이	$L = 120 \text{ mm}$

원형 단면 보에 다단계 부분 구조법을 응용하여 각 단면을 다단계로 응축하여 하나의 슈퍼 요소로 변환하고 이 슈퍼 요소를 연결함으로써 길이 방향으로 몇 개의 영역으로 분할하여 해석하였다. 해석한 결과는 전 편의 6절에서 포괄적으로 검토하였으며, 본 논문에서는 같은 조건의 해석 결과 중에서 변위와 변형률에 관하여 검토한다.

인장 해석에 의해 구하여진 보의 변형은 Fig. 2(a)(b)에 나타낸 것과 같이 국부적으로는 단면 분할에 따라 조금씩 차이가 있으나 경계조건이 직접 가해지는 부분을 제외하면 거의 일정한 간격의 변위가 나타난다. Fig. 1(b)와 같이 단면전체에 경계조건을 부과하면 Fig. 3(a)(b)와 같이 전 영역에서 균일한 변형을 얻을 수 있다. 따라서, 실제 해석에서는 경계조건이 부가 시에 세심한 주의가 요구된다. 인장 조건에 대한 응력분포는 단면 분할에 따라 차이가 발생하는데 원형 단면에 대한 요소분할에서 가장 많은 단면축소가 발생한 첫번째 분할 조건에서 응력이 상대적으로 높게 나타나는 반면 분할수가 많을 수가 많아질수록 응력은 낮아진다. 중간에서의 응력분포는 분할 수에 관계없이 대체적으로 고르게 나타난다.

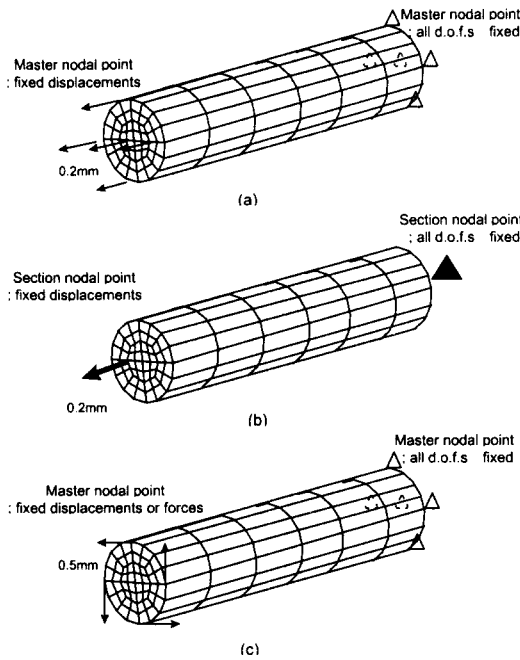
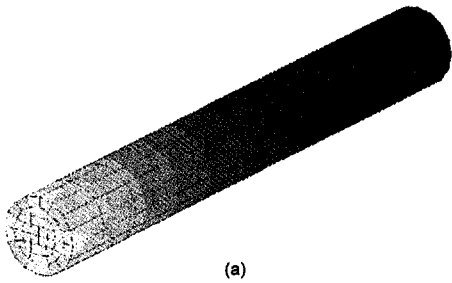
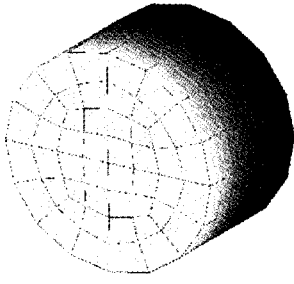


Fig. 1 Model with a circular cross section bar and boundary conditions: (a) Tension condition-I; (b) Tension condition-II; (c) Torsion condition

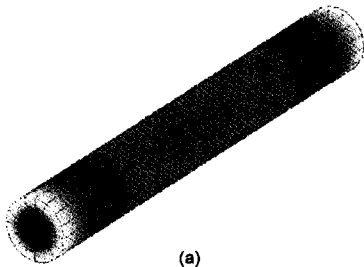


(a)

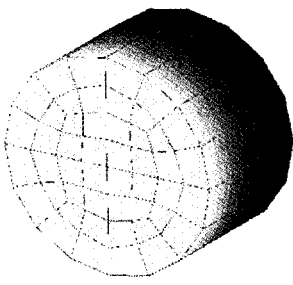


(b)

Fig. 2 Displacement of the z-direction under tension condition-I: (a) Distribution of displacement in the bar; (b) Distribution of displacement at the mid point

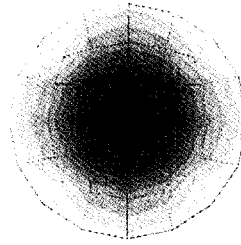


(a)

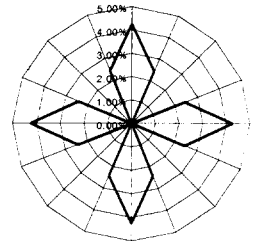


(b)

Fig. 3 Displacement of the z-direction under tension condition-II: (a) Distribution of displacement in the bar; (b) Distribution of displacement at the mid point

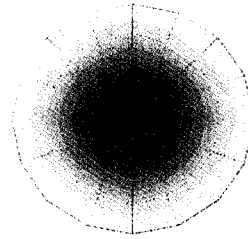


<Stress contour>

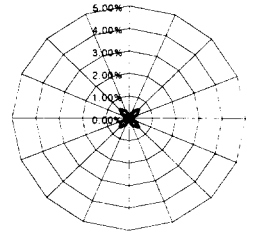


<Relative stress difference rate along surface nodes>

(a)

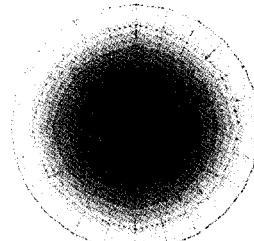


<Stress contour>

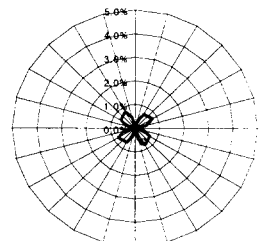


<Relative stress difference rate along surface nodes>

(b)



<Stress contour>



<Relative stress difference rate along surface nodes>

(c)

Fig. 4 Sectional shear stress distribution under torsion condition: (a) 3 by 4 section mesh; (b) 4 by 4 section mesh; (c) 6 by 6 section mesh

비틀림 해석에 의해 구하여진 보의 변형은 단면 분할의 영향을 받으며 4×4 mesh 이상인 경우에는 단면분할 요소수에 크게 영향을 받지 않는 결과를 보였다. Fig.4 (a)는 반경 방향으로 3등분한 단면의 응력분포를 보여주는데, 응력분포가 균일하지 않고 심하게 굴곡을 가진다. 한편 4등분한 Fig.4 (b)와 6등분한 Fig.4 (c)에서는 단면응력분포가 거의 동심원을 그리면서 일정한 분포를 가진다. 각각의 단면 분할에서 표면에서 가지는 응력분포를 분석하기 위해 표면상의 절점

에서의 응력을 표면의 응력중에서 가장 큰 응력과의 차로 나타내어 이를 편차율로 표시하여 나타낸 결과, 반경방향으로 3등분한 경우 최대 4.2%의 편차를 가지고, 나머지 단면에서는 0.8% 이하의 편차를 가지는 것으로 나타났다. 따라서, 실제 코일스프링의 해석 시에는 단면의 분할은 반경 방향과 사분원주 방향으로 각각 4등분 이상이어야 한다는 것을 알 수 있었다.

2.2. 원형 단면 곡선보

앞 절의 결과에서 코일스프링의 모델링은 단면에 대해 반경 방향과 사분원주 방향으로 각각 4등분하고 길이 방향으로 장단비가 10이하가 되도록 설정하는 것이 형상 모델링에 의한 오차를 줄이고 신뢰할 만한 결과를 얻을 수 있는 조건이라는 것을 밝혔다. 코일스프링에 작용하는 하중에 대한 응력분포를 검토하여 해의 정확성을 평가하고 다단계 부분구조법에 의한 해석시간의 단축과 기억공간의 축소를 정량적으로 평가하기 위해 Fig. 5와 같이 코일스프링의 1권을 곡선 보로 모델링하고 해석을 수행하였다. 모델링은 1권을 길이방향으로 최대장단비가 8이 되도록 12등분하거나 최대장단비가 4가 되도록 24등분하였다. 경계조건은 Fig. 5에서 곡선 보에서 한쪽은 고정시키고 다른 한쪽 끝에서 z방향으로 1000N의 하중을 부여하였다. 이 때, 보의 각 부분에 작용

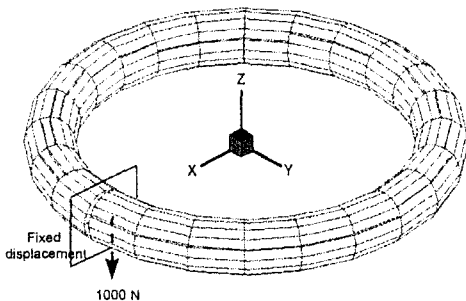


Fig. 5 Curved bar model of the coil spring with circular cross section

하는 하중은 위치에 따라 하중 조건과 크기가 다르게 분포한다. 이론적으로는 하중이 작용하는 쪽과 반대 위치인 180°에서는 비틀림 모멘트만이 나타나고, 90°와 270°에서는 굽힘 모멘트와 비틀림 모멘트가 같은 크기로 작용하고 나머지 부분에서는 굽힘과 비틀림이 혼합하여 분포하게 된다.

슈퍼요소를 사용하여 유한요소 해석하고, 이때 절점에서의 응력분포와 기초 재료역학에 기초한 이론적인 엄밀해와 비교하여 보았다. 응력분포는 Fig. 6과 같이 최대 전단응력과 최대 주응력으로

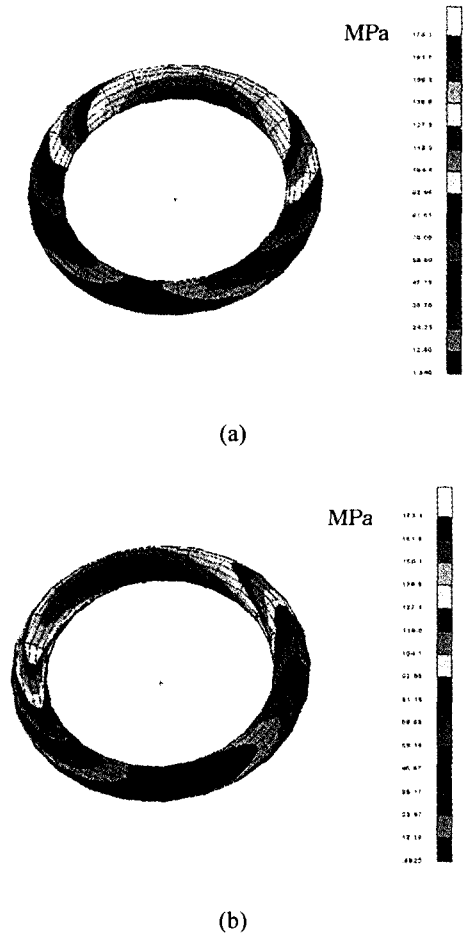


Fig. 6 Stress distribution contour on the curved bar surface: (a) Maximum shear stress; (b) Maximum principal stress

Table 1 Comparison of the stress in a curved bar from an analytic solution and a finite element solution

Position (180°)	Inner Surface		Upper Surface	
	This Work	Analytic	This Work	Analytic
Max. Shear Stress (MPa)	173.6	177.5	145.0	149.2
Max. Principal Stress (MPa)	173.6	177.5	145.1	149.2

나타낼 수 있다. 해석결과는 각 단면에서의 최대 전단응력이나 최대 주응력이 균일하지 않고 원주 방향으로 늘어지는 경향을 보여 주고 있다. 곡선 보의 180° 위치에서 내측면과 상측면에 작용하는 응력을 비교하여 나타내면 Table 1과 같다. 이론해와의 차이는 슈퍼요소를 사용한 때문이 아니라 형상 모델링에서의 실제 형상과의 차이 때문이며, 슈퍼요소의 사용이 해석 결과에 나쁜 영향을 미치지 않음을 알 수 있었다.

슈퍼요소의 효율성을 검증하기 위하여 다단계 부분구조법으로 생성된 슈퍼요소를 바탕으로 수치해석하는 과정에서의 수치 계산수와 응축과정을 갖지 않는 일반 유한요소 해석상에서의 수치 계산수를 비교하여 해석에 소요되는 시간을 상대적으로 비교하여 보았다. 해석 과정에서 데이터의 입출력과 저장 등의 시간은 제외하고 연산에 필요한 시간을 계산하기 위해서 유한요소 프로그램에서 수행하는 연산과정만을 고려하였다. 연산과정은 크게 요소강성행렬을 만들기 위한 연산과 전체강성행렬을 조립하고 해를 구하는 연산, 변위에서 변형률과 응력을 계산하는 연산과정으로 구분된다.

슈퍼요소를 사용하면, 연산과정 중에서 슈퍼요소로의 응축과정에서의 연산과정이 필요하며 주절점에서 구해진 변위로부터 보조절점의 변위를 환원하는 과정이 별도로 필요하다. Table 2는 일반 유한요소 해석과 다단계 부분구조법에서의 해석에서의 연산 과정을 Fig. 6과 같은 형상의 3차

Table 2 Comparison of the typical computing time in the relative ratio for the conventional process and a multi-level substructuring process

	Direct Analysis	Multi-level Substructuring
Element stiffness composition	7.9	7.9
Assembly and Solution	91.8	9.5
Condensation	-	24.5
Stress recovery	0.3	24.5
Total	100	66.4

원 곡선 보를 대상으로 비교한 것이다. 연산과정에서 가장 큰 비중을 차지하는 것은 요소 강성행렬을 계산하는 과정과 방정식에서 해를 구하는 과정이라고 할 수 있다. 슈퍼요소를 사용하면 각 영역을 다단계로 응축하는 과정과 환원하는 과정에 많은 연산을 필요로 하나, 조립과 행렬식의 해를 구하는 과정에서 연산이 최소화되는 것을 알 수 있다. 이러한 현상은 해석 대상의 요소 수가 증가할수록 더욱 심해지므로 요소 수가 증가할수록 슈퍼요소의 효율성은 극대화 될 것으로 예측할 수 있다.

3. 원통형 코일스프링의 해석 및 결과 검토

코일스프링의 해석은 선형 해석과 대변형을 고려한 비선형 해석을 수행하여 응력분포 등 해석 결과의 차이를 검토하였다. 스프링에서의 비선형성은 주로 경계조건이 변하는 데에서 오는 비선형과 스프링의 변형이 커져서 초기 형상과 변형 후의 형상이 달라짐으로 인해 발생하는 비선형으로 구분된다.

해석에 사용된 원통형 및 원추형 코일스프링의 형상과 치수는 Fig. 7과 같다. 해석하는 등반경 원통형 코일스프링은 일반적으로 자동차에 사용

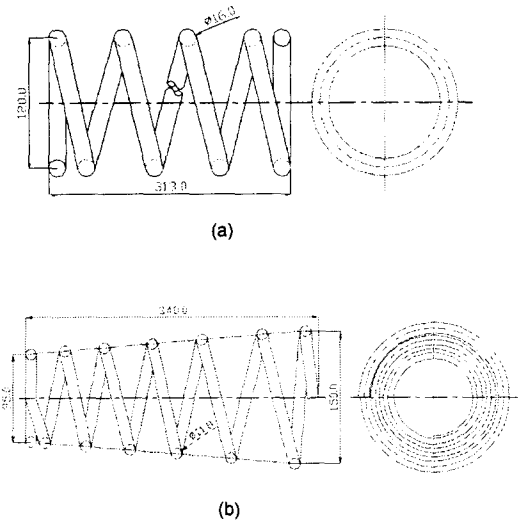


Fig. 7 Dimension of two coil springs: (a) Cylindrical coil spring; (b) Conical coil spring

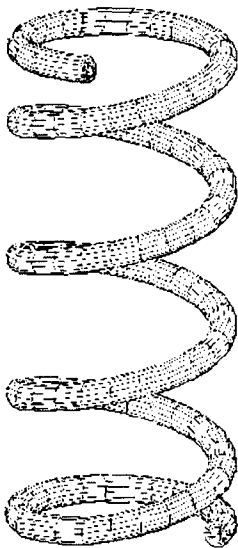


Fig. 8 Finite element model of a cylindrical coil spring

되는 코일스프링 중에서 가장 일반적인 형상이고 치수는 중간의 값을 설정한 것이다. 스프링의 모

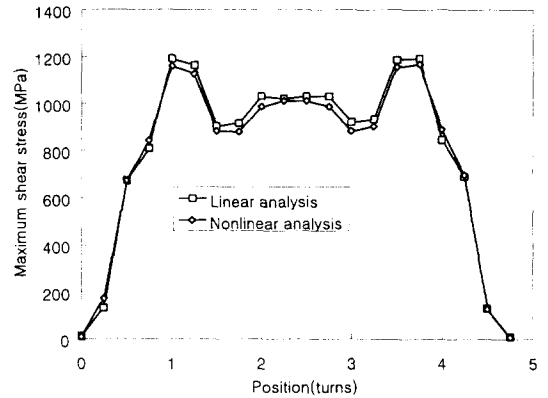


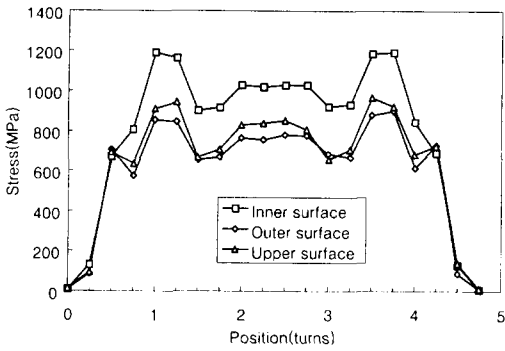
Fig. 9 Maximum shear stress distribution obtained from linear static and nonlinear static analysis

델링은 Fig. 8에 나타낸 바와 같이 단면을 반경 방향으로 4등분, 사분원주 방향으로 4등분하였고 길이 방향으로 한 권을 24등분하여 분할된 요소의 최대 장단비가 4이하가 되도록 하였다.

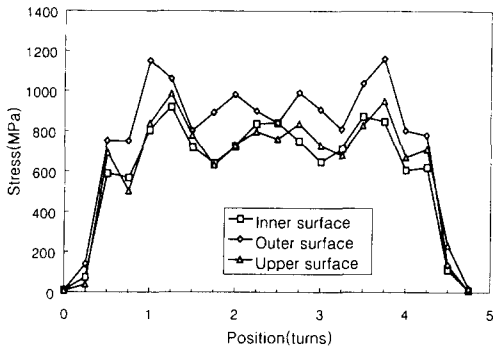
해석에 설정된 경계조건은 스프링 상단중 0.5권을 좌권부로 보고 0.25권까지는 코일단면의 중심에 존재하는 절점을 모두 고정하고 0.25권부에서 0.5권부까지는 축방향으로의 움직임을 고정하였다. 마찬가지로 하단부에서는 0.25권까지는 코일단면의 중심에 존재하는 절점에서는 반경방향과 회전방향의 변위를 고정하고 축방향으로 강제변위를 부여하고 0.25권에서 0.5권까지는 축방향으로 변위만을 부여하였다.

선형 해석과 비선형 해석에서의 최대전단응력 분포를 비교하여 Fig. 9에 도시하였다. 선형 해석과 대변형 해석 결과는 스프링의 높이가 절반이 될 때까지 압축했을 때까지 거의 동일한 응력 분포를 가지며 차이는 거의 무시할 만한 것을 알 수 있다. 따라서, 스프링 해석은 경계조건이나 접촉에 의한 변화가 발생하지 않는다면 일반적인 현가장치용 코일스프링에서는 간단히 선형 해석하는 것이 효율적이라고 판단된다.

선형 해석 결과는 응력이 코일스프링의 각 권수별 위치와 코일 단면에서의 위치에 따라 일정하지 않음을 보여준다. 스프링에 작용하는 응력은 최대전단응력과 최대주응력이 응력상태를 나



(a)



(b)

Fig. 10 Stress distribution in a cylindrical coil spring:
(a) Maximum shear stress distribution;
(b) Maximum principal stress distribution

타내는 데 가장 적합하다고 할 수 있다. Fig. 10(a)(b)는 스프링에 작용하는 최대전단응력과 최대주응력을 스프링의 권수에 대하여 스프링의 내측면과 외측면, 그리고 상하 측면으로 구분하여 도시한 것이다. Fig. 10(a)는 스프링의 최대전단응력 분포인데, 스프링의 내측면에서 스프링의 외측면이나 상하측면보다 높게 작용하며 이는 이론적인 해와 잘 일치한다. 반면 최대주응력은 Fig. 10(b)와 같이 코일스프링의 외측면에서 내측면보다 높게 나타난다. 코일스프링의 외측면에 최대주응력이 높게 나타나는 것은 주응력이 굽힘하중이나 인장하중에 영향을 많이 받아 외측면과 같이 최대주응력과 최소주응력의 차가 내측면에서 보다 작기 때문인 것으로 판단된다. 최대

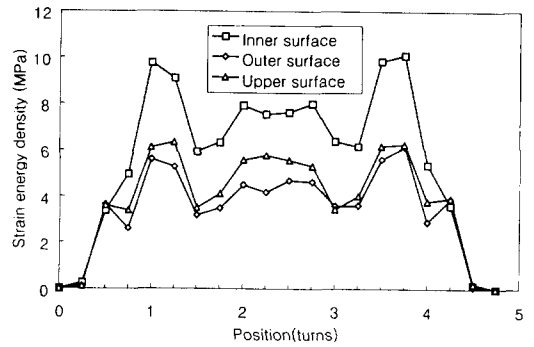


Fig. 11 Strain energy density distribution in a cylindrical coil spring

주응력과 최대전단응력의 최고치는 스프링의 중심부보다는 상하 선단 쪽으로 갈수록 높게 나타나는데 이는 경계조건이 상하 선단에 작용하여 스프링에 다소나마 국부적으로 응력이 높게 나타난다. 응력 분포가 일정하지 않은 이유는 스프링에 주어진 하중이 스프링의 코일중심축과 일치하지 않고 편심하중이 작용하기 때문이다. 이론적인 측면에서 보면 최대전단응력이 이론치와 분포가 유사하므로 최대전단응력을 설계에 사용하는 기준으로 설정하는 것이 바람직하다. 이는 코일스프링에 작용하는 변형을 에너지 밀도를 살펴봐도 마찬가지로의 결론을 도출할 수 있는데, Fig. 11에 나타난 바와 같이 변형을 에너지 밀도는 최대전단응력 분포와 거의 유사한 분포를 가진다는 것을 알 수 있다.

4. 원추형 코일스프링의 해석 및 결과 검토

원추형 코일스프링은 코일경의 크기가 하단에서 상단으로 갈수록 선형적으로 줄어드는 형상으로 설치공간이 제한되어 있거나 비선형 특성을 이용하고자 할 때 사용되는 스프링이다. 코일스프링의 모델링은 단면을 반경 방향으로 4등분, 사분원주 방향으로 4등분하였고 길이 방향으로 한 권을 36등분하여 요소의 최대장단비가 4이하

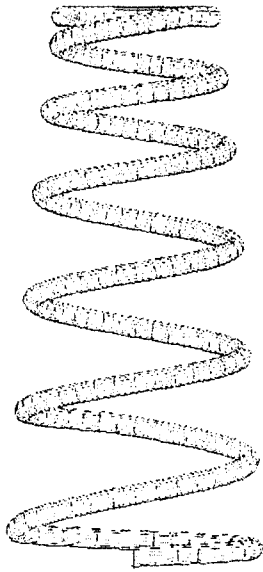


Fig. 12 Finite element model of a conical coil spring

가 되도록 하였다. 원추형 코일스프링의 형상과 치수는 Fig. 7에 보인 바와 같으며, 유한요소로 분할하여 모델링한 것은 Fig. 12에 도시하였다.

해석에 설정된 경계조건은 스프링 상단중 0.75권을 좌권부로 보고 0.5권까지는 코일단면의 중심에 존재하는 절점을 고정하고 0.5권부에서 0.75권부까지는 축방향으로의 움직임을 고정하였다. 하단부에서는 0.5권까지는 코일단면의 중심에 존재하는 절점에서는 반경방향과 회전방향의 변위를 고정하고 축방향으로 강제 변위를 부여하고 0.5권에서 0.75권까지는 축방향으로의 강제 변위를 부여하였는데 선형해석을 위해 변위량은 스프링의 자유길이에 대해 50%정도 압축하여 코일선간의 접촉은 무시하였다.

해석 결과 나타난 스프링의 변형형상은 Fig. 13과 같고, 스프링에 작용하는 최대전단응력과 최대주응력을 스프링의 권수에 대하여 스프링의 내측면과 외측면으로 구분하여 Fig. 14(a), (b)에 도시하였다. 최대전단응력은 Fig. 15에 나타낸 바와 같이 원통형과 마찬가지로 스프링의 내측면에서 스프링의 외측면이나 상하측면보다 높게 작용하는 반면 최대주응력은 코일스프링의 외측면

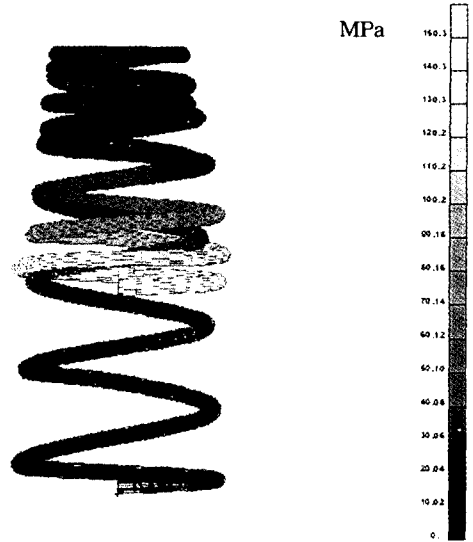


Fig. 13 Deformed shape of a conical coil spring

에서 내측면보다 높게 나타난다. 또한 변형률 에너지 밀도는 Fig. 16에서 보는 바와 같이 최대전단응력 분포와 거의 유사한 분포를 가진다. 응력의 위치별 크기는 코일경이 큰 쪽이 높고 코일경이 작은 쪽은 낮게 나타나는데 이는 이론적으로 합당하다고 볼 수 있다.

코일스프링에서 응력은 설계적인 관점에서 볼 때 변형률 에너지 밀도와 거의 동일한 분포를 가지는 최대전단응력을 기준으로 하여야 하나, 피로파괴의 관점에서는 피로 기점의 생성과 성장과 관련하여 최대주응력이 기준이 되어야 한다. 일반적으로 코일스프링에서의 피로 기점은 소재경의 크기에 따라 조금씩 다른 특성을 가지는데 10mm이하 소재의 코일스프링에서는 전단응력의 크기에 따라 주응력 방향으로 크랙이 생성되어 주응력에 따라 크랙이 전파하는데 비해 현가장치에 쓰이는 고응력하의 코일스프링에서는 주응력의 크기에 따라 크랙의 생성이 좌우되는 것으로 연구되고 있다. 따라서 응력을 평가하는 데에는 이와 같이 상이한 두개의 관점이 존재하고, 이때 스프링에 작용하는 응력의 크기와 분포도 위치에 따라 다르며, 동일한 위치의 코일 단면에서도 응

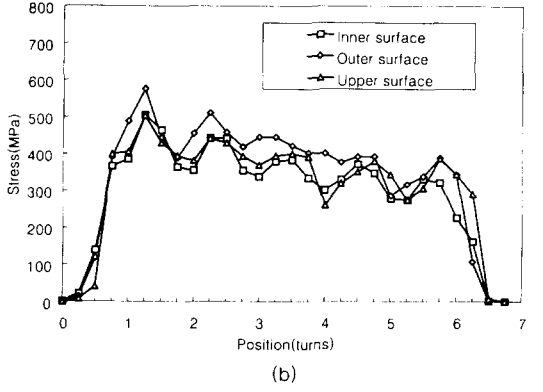
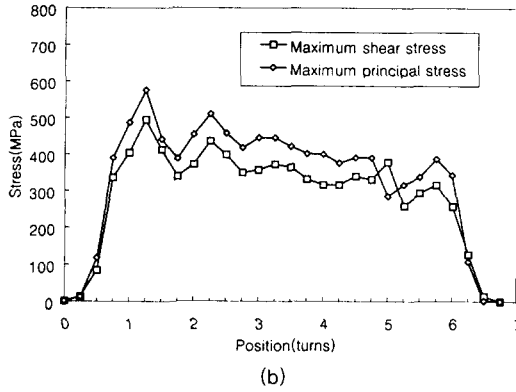
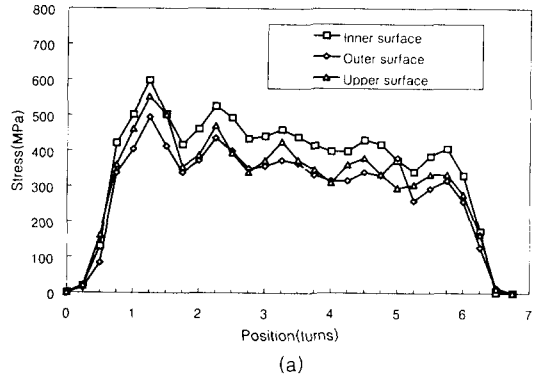
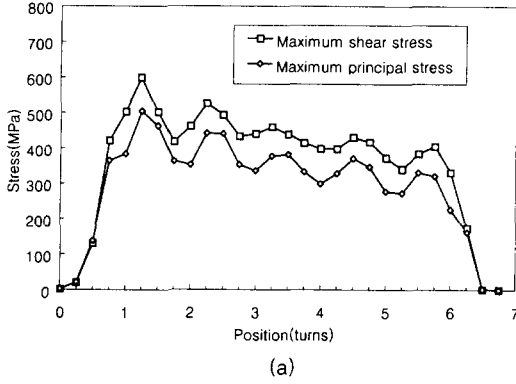


Fig. 14 Stress distribution in a conical coil spring: (a) Inner surface of coil spring; (b) Outer surface of coil spring

Fig. 15 Stress distribution in a conical coil spring: (a) Maximum shear stress distribution; (b) Maximum principal stress distribution

력이 위치에 따라 다르게 나타난다. 본 논문에서 해석한 예제의 코일스프링은 피치각이 크지 않음에도 불구하고 코일 스프링의 외측 표면에 최대 주응력이 작용한다는 것은 매우 중요한 것이며 이를 설계 단계에서 잘 반영하여야 할 것으로 판단된다.

5. 결론

본 논문에서는 3차원 연속체요소를 사용하여 코일스프링의 유한 요소 변형해석 및 응력해석을 수행하였으며, 이를 위하여 다단계 부분구조법 이론을 도입한 유한요소 프로그램을 개발하였다. 개발된 프로그램의 타당성 및 신뢰도를 예제를 통하여 검증하였고 스프링의 해석에 적용하였다.

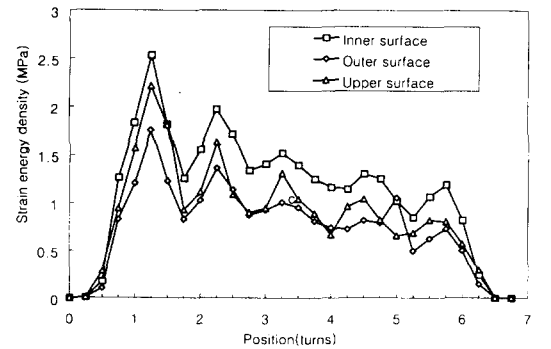


Fig. 16 Strain energy density distribution in a conical coil spring

본 논문에서 얻어진 결론을 종합하면 다음과 같다.

- 1) 선형 해석 이론과 대변형을 고려한 비선형 해석 이론을 도입하여 3차원 연속체요소로 유한요소 수식화 하고, 다단계 부분구조법 이론을 도입하여 슈퍼요소를 사용한 유한요소 프로그램을 개발하였다.
- 2) 인장, 비틀림 및 굽힘 등의 예제를 통해 해를 검증한 결과 응축 기법을 사용한 결과와 일반 유한요소 해석 결과가 잘 일치하였다. 또한 원형단면의 굽힘 보에 대해 다단계 부분구조법을 통해 해석하여 해의 정확성을 검토한 결과, 이론치와 1.4% 미만의 오차가 발생하는 것을 알 수 있었다.
- 3) 코일스프링의 모델링 방법을 검토하기 위하여 원형단면의 분할 방법과 길이방향으로의 분할 방법에 대하여 검토하였고, 그 결과 단면의 분할은 반경 방향과 사분원주방향으로 각각 4등분 이상, 길이 방향으로는 최대장단비가 10이하가 되도록 모델링하여야 해를 신뢰할 수 있다는 결론을 얻었다.
- 4) 다단계 부분구조법에 의한 슈퍼요소를 이용하여 선형해석을 수행하면, 1000개의 절점을 가진 모델에 대해서 수치상의 연산과정이 일반 유한요소 해석 과정에 비해 약 30~50%정도 축소되었고, 이를 바탕으로 스프링에 대해 해석할 경우, 연산 과정에서는 30% 이상의 연산과정이 축소됨으로 인해 수치연산에 소요된 계산 시간이 줄어드는 효과가 있을 것으로 평가되었다.
- 5) 코일스프링에 대해 유한요소 해석을 한 결과, 스프링이 50%정도까지 압축할 때까지는 대변형에 의한 비선형성은 무시할 만한 것으로 고찰되었다. 또한 스프링에 작용하는 응력을 평가하기 위해서는 변형률 에너지와 분포가 유사한 최대전단응력 분포를 기준으로 하면 이론적인 엄밀해와도 근접하는 것

으로 나타났으며 최대주응력은 코일스프링의 외측면에서 최고가 되는 것을 알 수 있었다.

참 고 문 헌

- 1) SAE Inc., Manual on Design and Application of Helical and Spiral Springs , HS J795, 1992.
- 2) A. M. Wahl, Mechanical Springs , McGraw-Hill Book Co., 1963.
- 3) O. Göhner, " Schubspannungsverteilung im Querschnitt einer Schraubenfeder" , Ingenieur Archiv., Vol.1, pp.619-633, 1929.
- 4) A. Röver, " Die Berechnung Zylindrischer Schraubenfedern" , VDI-Z, Vol.57, pp.1906-1910, 1913.
- 5) C. J. Ancker and J. N. Goodier, Pitch and Curvature Corrections for Helical Springs , J. Appl. Mech., Vol.25, pp.466-470, 1958.
- 6) C. J. Ancker and J. N. Goodier, Theory of Pitch and Curvature Corrections for Helical Springs-I (Tension), J. Appl. Mech., Vol.25, pp.471-483, 1958.
- 7) C. J. Ancker and J. N. Goodier, Theory of Pitch and Curvature Corrections for Helical Springs-II (Torsion) , J. Appl. Mech., Vol.25, pp.484-496, 1958.
- 8) W. H. Wittrick, On Elastic Wave Propagation in Helical Springs , Int. J. Mech. Sci., Vol.8, pp.25-47, 1965.
- 9) J. E. Mottershead, Finite Elements for Dynamic Analysis of Helical Rods , Int. J. Mech. Sci., Vol.22, pp.267-279, 1980.
- 10) M. Shimoseki and Y. Hayasaka, 圓筒形コイルばねの應力解析 , 日本機械學會論文集, Vol.48, No.435, pp. 1174-1179, 1982.

- 11) T. Sawanobori and M. Nakamura, The Analysis of Static Stress in Coil Springs with Nonlinearity , Bulletin of JSME, Vol.29, No.253, pp.230-236, 1986.
- 12) H. Vondracek and G. Nadorff, Design and Manufacturing of Helical Coil Springs with Variable diameters of Coils and Wires , SAE Trans., Vol.910, SAE Paper 820162, 1982.
- 13) T. Ookouchi, T. Imazumi, and S. Ichikawa, Shape Optimization of the Wire Cross Section of a Helical Spring , Trans. of JSME, Vol.55, No.518, pp.2033-2040, 1989.
- 14) K. Nagaya, Stresses in a Coil Spring of Arbitrary Cross Section with Effects of ends of the Spring under Parallel Compressive Loads , Trans. of JSME, Vol.52, No.473, pp.240-248, 1986.