

## 볼 베어링의 등가하중에 관한 연구

### A Study on the Static and Dynamic Equivalent Load of the Ball Bearings

이 재 선\*, 한 동 철\*\*  
Jae-Seon Lee, Dong-Chul Han

#### ABSTRACT

The ball bearings are the widely-used machine elements in many machineries. They support not only the radial and the axial force but also the moment in many cases. To simply determine the limit load which can be maintained on an ball bearing or survived in wanted life, the combined the radial and axial force with the moment is converted to the equivalent radial or axial load. However, it is not easy to calculate the equivalent load on the ball bearings. So the simplified equations to evaluate the dynamic and static equivalent load considering the axial force and moment are proposed in this analysis. And the modified equation for the static equivalent radial load with the moment and the axial load is proposed. It is desired that these equations are effectively refered in designing the machineries where the ball bearings are installed.

주요기술용어 : Ball bearing(볼 베어링), Equivalent load(등가하중), Moment(모멘트), Axial force(축방향하중)

#### Nomenclature

$C$  : Dynamic Load Rating

$C_0$  : Static Load Rating

$D$  : Ball Diameter [m]

$d$  : Inner Race Diameter [m]

$d'$  : Inner Race Diameter [mm]

$d_m$  : Pitch Circle Diameter [m]

$F_a$  : Axial Force [N]

$F_r$  : Radial Force [N]

$K$  : Load-Deflection Factor

$M$  : External Moment [N · m]

$M'$  : Non-Dimensionalized Moment

$$\left( = \frac{M}{C d_m} \text{ or } \frac{M}{C_0 d_m} \right)$$

$M''$  : Non-Dimensionalized Moment

$$\left( = \frac{M}{C d} \text{ or } \frac{M}{C_0 d} \right)$$

\* 정회원, 한국원자력연구소

\*\* 정회원, 서울대학교 기계항공공학부

- $P$  : Equivalent Dynamic Force [N]  
 $P_s$  : Equivalent Static Force [N]  
 $P'$  : Non-Dimensionalized Equivalent Dynamic Force ( $= \frac{P}{C}$ )  
 $P'_s$  : Non-Dimensionalized Equivalent Static Force ( $= \frac{P}{C_0}$ )  
 $Q$  : Contact Force at the Point Contact [N]  
 $R_i, R_o$ : Inner and Outer Ring Radius to Neutral Axis, respectively  
 $r_i$  : Inner Race Groove Radius  
 $\delta$  : Deflection or Contact Deformation  
 $\gamma$  :  $\frac{D \cos \alpha}{d_m}$

## 1. 서 론

깊은 홈 볼 베어링으로 대표되는 볼 베어링은 설치와 유지, 보수가 용이하고, 오일 또는 공기 베어링에 비해 제한된 크기로 큰 하중을 지지할 수 있기 때문에 대부분의 산업 기계에 폭 넓게 사용되는 동력 전달 요소이다. 특히 볼 베어링은 경방향 하중과 축방향 하중 뿐 아니라 모멘트를 동시에 지지할 수 있는 구조로 되어 있어, 축에 경사가 발생하거나 모멘트 형태의 외력이 적용하는 부위에 적절하게 사용되고 있다. 그러나 볼 베어링의 경우 모멘트에 대해서는 경방향 및 축방향 하중에 비해 허용 용량이 작은 것으로 알려져 있으며[1,5], 이는 모멘트로 인해 발생하는 응력 집중에 의해 피로 수명이 감소되기 때문이다.

일반적인 산업기계 또는 회전체에 장착된 볼 베어링에 복합 하중이 작용하는 경우 베어링의 수명과 정적 허용 하중을 계산하기 위해서는 베어링 내부의 하중 분포 상태와 변형을 계산하여야 한다[2]. 그러나 볼 베어링을 사용하는 일반 설계자 입장에서 볼 베어링의 하중 해석을 실시

한다는 것은 비능률적이고, 어려운 일이기 때문에 경방향 하중과 축방향 하중만이 동시에 작용하는 경우에 대해서는 일반적으로 통용될 수 있는 등가의 하중 계산식이 제안되어[3] 널리 사용되고 있다. 또한 모멘트 하중이 작용되는 경우를 고려하여 모멘트-경방향 하중 하에서의 동등가 하중[1]과 정등가 하중[4]을 계산할 수 있는 간략식이 제안되었다.

본 연구에서는 슬루밍 링의 경우와 같이 모멘트-축방향 하중이 동시에 작용하는 경우에 대하여 등가의 동하중 및 정하중을 최소 오차 범위 내에서 계산할 수 있는 간략식을 제안하고자 하며, 이전에 제안된 모멘트-경방향 하중의 정등가 하중식을 개선, 제안하고 자한다. 본 연구는 모멘트를 지지할 수 있는 구조로 되어있는 볼 베어링에 적용 가능하며, 이를 통하여 적용 부위에 따라 볼 베어링의 선정에 있어 모멘트 하중을 고려한 좀 더 효율적인 시스템 설계가 이루어 질 수 있을 것으로 기대된다.

## 2. 베어링에 분포 되는 하중

베어링의 동등가 하중이란 베어링에 작용하는 복합 하중으로 인하여 결정되는 피로 수명이 순수 경방향 또는 축방향 하중에 의한 피로 수명과 동일하게 되는 순수 경방향 또는 축방향 하중으로 정의된다

또한 베어링의 정등가 하중이란 베어링에 하중이 작용할 때 발생하는 전동체 - 궤도론 접촉부에서의 최대 변형량이 순수 경방향 또는 축방향 하중에 의한 변형과 동일하게 되는 순수 경방향 또는 축방향 하중으로 정의된다.

볼 베어링에 경방향( $F_r$ ) 및 축방향( $F_a$ ) 하중이 동시에 작용하는 경우에 대해 등가의 경방향 하중을 얻기 위한 간략식은 다음과 같다.

· 동등가 하중

$$P = XF_r + YF_a \quad (1)$$

· 정등가 하중

$$P_s = X_s F_r + Y_s F_a \quad (2)$$

여기서 계수  $X, Y$  및  $X_s, Y_s$  는 경방향과 축방향 하중비에 따라 카탈로그를 참고하여 얻는다.

또한 모멘트-경방향 하중이 동시에 작용하는 경우에 등가의 경방향 하중을 얻기 위하여 다음과 같은 간략식이 제안되었다[1,4].

· 동등가 하중

$$\text{if } F_r' \geq 2.0 M' \quad P' = F_r' + M' \quad (3)$$

$$\text{if } F_r' < 2.0 M' \quad P' = 0.5 F_r' + 2.0 M'$$

· 정등가 하중

$$P_s = \frac{1200}{d'} M + F_r \quad (4)$$

본 연구에서는 아직 제안되지 않은 모멘트-축방향 하중 하에서의 등가 축방향 하중을 계산할 수 있는 간략식을 제안하고, 표기의 통일을 위해 모멘트-경방향 하중 하에서의 정등가 하중식을 수정, 제안하고자 한다.

등가 하중을 얻기 위해서는 베어링에 경방향, 축방향 및 모멘트가 작용하는 경우에 각 전동체로 전달되는 하중을 구하고, 이로 인한 탄성 변형량을 구하고, 이를 바탕으로 피로 수명을 예측하여야 한다. A. B. Jones[2]에 의해 제안된 해석 방법을 적용하여 하중에 따른 전동체 하중을 계산해 보면, 베어링에 3방향의 하중이 작용할 경우 베어링의 내륜은 고정된 외륜에 대해 Fig. 1 과 같이 변형됨을 알 수 있다.

전동체에 작용되는 하중을 변형을 고려하여 계산하기 위해, 접촉점에서의 변형은 Hertz의 탄성 변형을 한다고 가정하여 다음의 식을 이용하였다.

$$Q = K \delta^{1.5} \quad (5)$$

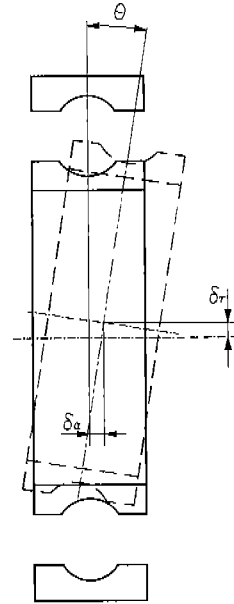


Fig. 1 Displacements of an inner ring due to radial, axial and moment loading

볼 베어링은 볼과 케드론의 접촉에 의해 탄성 변형을 일으키며, 이로 인해 내륜과 외륜의 케드론 반경 중심간 거리가 증가되는 영향을 고려하도록 한다. 또한 중심축에 대한 내륜과 외륜 케드론의 곡률 반경을 계산하고, 형상 관계와 접촉 하중의 힘평형을 고려하기 위하여 접촉부에 주어지는 힘의 각 방향 성분을 각각 구한다.

이제 변형 및 하중 평형식을 정리하면 식 (6), (7), (8)과 같다. 이 때  $Z$  는 볼 개수,  $n$  은 볼 베어링에 대해 1.5를 적용하는 상수,  $\alpha_0$  는 초기 접촉각,  $\delta_r$  및  $\delta_a$  는 베어링의 경방향 및 축방향 변위,  $\phi$  는 볼의 위치,  $\theta$  는 내, 외륜의 경사각을 각각 나타낸다.

전동체 하중과 변형을 얻기 위해 주어진 식들을 작용 하중에 대하여 Newton - Raphson 방법을 사용하여 연립 계산한다.

$$F_a - K_n A^n \sum_{n=0}^Z \frac{\{[(\sin \alpha_0 + \delta_a + R_i \theta \cos \phi)^2 + (\cos \alpha_0 + \delta_r \cos \phi)^2]^{1/2} - 1\}^n (\sin \alpha_0 + \delta_a + R_i \theta \cos \phi)}{[(\sin \alpha_0 + \delta_a + R_i \theta \cos \phi)^2 + (\cos \alpha_0 + \delta_r \cos \phi)^2]^{1/2}} = 0 \quad (6)$$

$$F_r - K_n A^n \sum_{n=0}^Z \frac{\{[(\sin \alpha_0 + \delta_a + R_i \theta \cos \phi)^2 + (\cos \alpha_0 + \delta_r \cos \phi)^2]^{1/2} - 1\}^n (\cos \alpha_0 + \delta_r \cos \phi) \cos \phi}{[(\sin \alpha_0 + \delta_a + R_i \theta \cos \phi)^2 + (\cos \alpha_0 + \delta_r \cos \phi)^2]^{1/2}} = 0 \quad (7)$$

$$M - \frac{1}{2} d_m K_n A^n \sum_{n=0}^Z \frac{\{[(\sin \alpha_0 + \delta_a + R_i \theta \cos \phi)^2 + (\cos \alpha_0 + \delta_r \cos \phi)^2]^{1/2} - 1\}^n (\sin \alpha_0 + \delta_a + R_i \theta \cos \phi) \cos \phi}{[(\sin \alpha_0 + \delta_a + R_i \theta \cos \phi)^2 + (\cos \alpha_0 + \delta_r \cos \phi)^2]^{1/2}} = 0 \quad (8)$$

이 때, 등가의 모멘트 하중을 구하기 위해서는 정등가 하중의 정의에 따라 접촉점의 변형을 구하여야 한다. 볼 베어링의 경우 접촉점의 변형은 다음과 같다.[5]

$$\delta = \delta^* \left[ \frac{3Q}{2 \sum \rho} \left( \frac{(1 - \xi_1^2)}{E_1} + \frac{(1 - \xi_2^2)}{E_2} \right) \right]^{2/3} \frac{\sum \rho}{2} \quad (9)$$

$$\delta^* = \frac{2F}{\pi} \left( \frac{\pi}{2x^2 E} \right)^{1/3} \quad (10)$$

여기서  $\sum \rho$ 는 합성곡률반경,  $x$ 는 타원변수,  $F$ 는 1차 타원 적분,  $E$ 는 2차 타원 적분,  $E_1, \xi_1$ 은 내륜의 Young's Modulus 와 Poissons 비를 나타낸다.

강구와 레드륜이 접촉하는 점접촉부의 수명은 Palmgren [6] 및 G. Lundberg[7]에 의해 제안된 수명식을 사용하도록 한다.

볼 베어링의 경우 여러 개의 강구가 조립되어

있으므로 각각의 접촉 하중으로부터 접촉 등가하중을 구해야 한다. G. Lundberg[7]에 의하면 점접촉의 경우 삼승 평균하중 (cubic mean load)이 시험 결과와 잘 일치한다고 보고되고 있으며, 따라서 볼 베어링의 회전 레드륜의 등가 하중과 피로 수명은 식 (11)와 (12)에, 정지 레드륜의 경우 식 (13)과 (14)로 주어진다.

$$Q_{eu} = \left( \frac{1}{Z} \sum_{j=1}^Z Q_j^3 \right)^{1/3} \quad (11)$$

$$L_u = \left( \frac{Q_{cu}}{Q_{eu}} \right)^3 (\times 10^6 \text{ rev.}) \quad (12)$$

$$Q_{ev} = \left( \frac{1}{Z} \sum_{j=1}^Z Q_j^{10/3} \right)^{0.3} \quad (13)$$

$$L_v = \left( \frac{Q_{cv}}{Q_{ev}} \right)^3 (\times 10^6 \text{ rev.}) \quad (14)$$

이로부터 볼 베어링 전체의 수명  $L$ 은 확률의 곱셈법칙에 따라 식 (15)로 구한다.

$$L = (L_u^{-1.11} + L_v^{-1.11})^{-0.9} \quad (15)$$

### 3. 계산 결과 및 오차

모멘트-축방향 하중이 동시에 작용하는 경우, 정등가 하중 및 동등가 하중을 6205베어링에 대해 계산한 결과는 Fig. 2, 3과 같다.

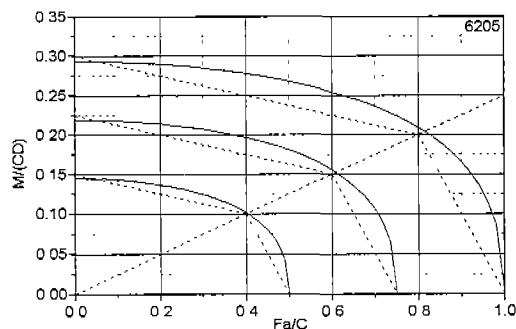


Fig. 2 The Dynamic Equivalent Axial Force Diagram on 6205 Ball Bearing

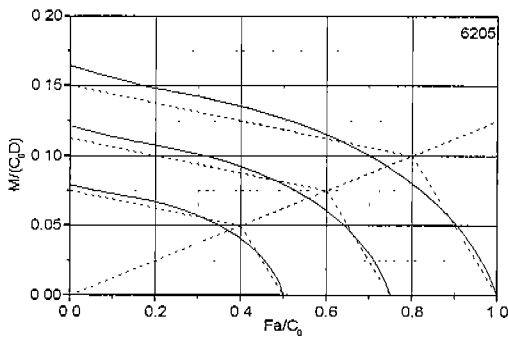


Fig. 3 The Static Equivalent Axial Force Diagram on 6205 Ball Bearing

해석 결과를 일반적인 볼베어링에 적용하기 위하여 무차원화된 축방향 하중 ( $F_a'$ )과 모멘트 ( $M'$ )에 대해 결과를 정리하도록 하며, 이로부터 동등가 하중 및 정등가 하중의 간략식을 구하면 다음과 같다. 모멘트를 무차원화하기 위하여 베어링의 피치지름을 나누도록 하였으며, 기존의 제시된 식[1,4]에서 제안된 것과 같이 베어링 안지름을 사용하는 것보다 베어링 크기의 영향을 적을 것으로 기대된다.

· 동등가 하중

$$\text{if } F_a' \geq 4.0M' \quad P' = F_a' + M' \quad (16)$$

$$\text{if } F_a' < 4.0M' \quad P' = \frac{5}{12} F_a' + \frac{10}{3} M'$$

· 정등가 하중

$$\text{if } F_a' \geq 8.0M' \quad P_s' = F_a' + 2M' \quad (17)$$

$$\text{if } F_a' < 8.0M' \quad P_s' = \frac{5}{12} F_a' + \frac{20}{3} M'$$

이와 같이 제안된 모멘트-축방향 하중의 간략식을 이용하여 볼 베어링의 대표적인 형번(6000, 6205, 6308)에 대해 등가의 하중을 계산하고, 이 값과 이론적으로 계산되어지는 등가의 축방향 하중에 대한 오차를 계산한 결과는 다음과 같다. 동등가 또는 정등가 하중을 구함에 있어 간략식이 이론적인 등가 하중에 대해 오차를 갖는 것은 베어링의 하중 분포가 모멘트 및 경방향, 축방향 하

중에 대해 수평 및 변형에 있어 선형적인 관계를 갖고 있지 않기 때문이다.

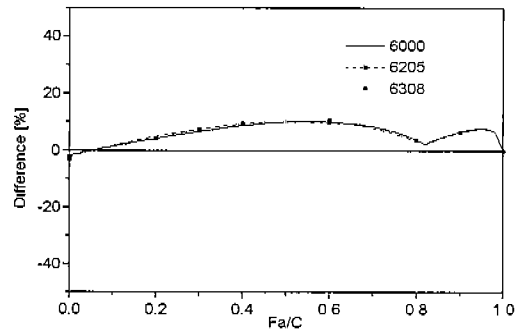


Fig. 4 Error between Estimated and Simplified Values (Dynamic Equivalent Axial Force)

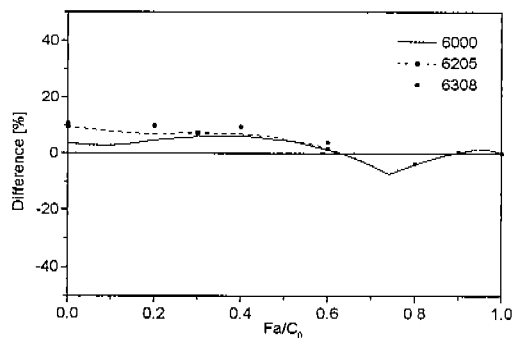


Fig. 5 Error between Estimated and Simplified Values (Static Equivalent Axial Force)

이전에 제안된 모멘트-경방향 하중 하에서의 정등가 하중식을 사용하는 편리를 위하여 본 논문 에 제시된 바와 같이 무차원 모멘트와 하중으로 표기하기 위하여 다음과 같이 제안된 식을 제시 하고자 한다.

$$P = F_r' + \frac{5}{2} M' \quad (18)$$

식 (18)을 이용하여 베어링 해석을 통한 등가의 경방향 하중과 간략식을 이용한 등가 하중과의 오차를 계산한 결과는 Fig. 6과 같다.

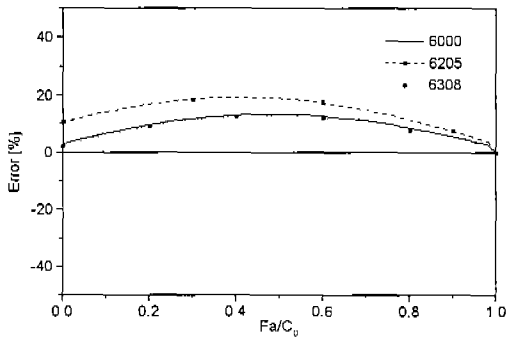


Fig. 6 Error between Estimated and Simplified Values (Static Equivalent Radial Force)

#### 4. 결론

1. 모멘트 하중과 경방향 또는 축방향 하중이 동시에 작용할 때 등가의 수명 또는 변형을 갖는 등가 하중을 계산할 수 있는 간략식을 제안, 또는 수정 제안하였으며, 각각의 간략식은 다음과 같다.

· 모멘트-경방향 하중 하의 동등가 경방향 하중[1]

$$\begin{aligned} \text{if } F_r' \geq 2.0M' \quad P' &= F_r' + M' \\ \text{if } F_r' < 2.0M' \quad P' &= 0.5 F_r' + 2.0M' \end{aligned} \quad (3)$$

· 모멘트-경방향 하중 하의 정등가 경방향 하중

$$P' = F_r' + \frac{5}{2} M' \quad (18)$$

· 모멘트-축방향 하중 하의 동등가 축방향 하중

$$\begin{aligned} \text{if } F_a' \geq 4.0M' \quad P' &= F_a' + M' \\ \text{if } F_a' < 4.0M' \quad P' &= \frac{5}{12} F_a' + \frac{10}{3} M' \end{aligned} \quad (16)$$

· 모멘트-축방향 하중 하의 정등가 축방향 하중

$$\begin{aligned} \text{if } F_a' \geq 8.0M' \quad P_s' &= F_a' + 2M' \\ \text{if } F_a' < 8.0M' \quad P_s' &= \frac{5}{12} F_a' + \frac{20}{3} M' \end{aligned} \quad (17)$$

2. 본 연구에서 제시한 간략식은 베어링 하중 해석 결과와 비교하여 볼 때 최대 20% 이내의 신뢰도로 등가의 하중을 예측하고 있으며, 따라서 일반 산업 기계 및 베어링 적용 부위의 설계 시에 적절하게 이용될 수 있을 것으로 판단된다.

#### 참고 문헌

1. 김완두, "축경사가 볼 베어링의 피로수명에 끼치는 영향에 관한 연구", 서울대학교 박사학위논문, 1993.
2. A. B. Jones, "A General Theory for Elastically Constrained Ball and Radial Roller Bearings under Arbitrary Load and Speed Conditions," J. of Basic Engineering, ASME Trans., 1960.
3. International Standard ISO 76, "Rolling Bearings - Static Load Ratings", 1989.
4. 이재선, 한동철, "모멘트 하중을 고려한 깊은 홈 볼 베어링의 정등가하중에 관한 연구", 한국윤활학회지, 제14권, 제3호, 1998.
5. T. A. Harris, "Rolling Bearing Analysis", John Wiley and Sons Inc., 1991.
6. A. Palmgren, Ball and Roller Bearing Engineering, 3rd ed., Burbank, Philadelphia, 1959.
7. G. Lundberg and A. Palmgren, "Dynamic Capacity of Rolling Bearings," Acta Polytech. Mech. Eng. Ser. 1, R.S.A.E.E., No. 3, 1947.