

차체단면설계를 위한 단면계수법 및 단면형상법의 성능비교에 관한 연구

A Study on the Comparison of Performances between Section Property Method and Section Shape Method for the Section Design of Vehicle Structure

서명원*, 이정환**
Myungwon Suh, Junghwan Lee

ABSTRACT

Section design of vehicle structure has been developed by two methods. One is the section property method which uses section property as a design variable. This method shows the tendency of an optimum section approximately. The other method is the section shape method which utilizes geometric parameter of section as a design variable. Practical solutions are obtained by this method. However, it is very expensive for large-scale problems due to the large number of geometric parameters. These two methods are compared through several sample problems. The finite element method is used for the structural and sensitivity analyses. The results are analyzed based on the number of function evaluations, the quality of cost function, the complexity of programming, and etc. The applications of both methods are also discussed.

주요기술용어 : Structural Optimization(구조최적설계), Section Property Method(단면계수법), Section Shape Method(단면형상법), Thin-plated Structure(박판구조)

1. 서론

최적설계의 응용은 공학 문제에 맞는 알고리즘의 개발을 통해 다양한 문제에 적용이 가능하게 되었고 각 알고리즘의 컴퓨터 프로그램화도 많이 진척되어 왔다. 특히 유한요소법의 발달과 안정

화로 인하여 구조분야에서 최적설계가 가장 활발히 진행되어 왔다. 구조물 중에서 차체구조의 단면에 대한 최적설계 응용은 여러 가지 방법에 의하여 연구가 이루어져 왔다. 하원필등⁽¹⁾은 프레임(frame)을 구성하는 주요부재에 대하여 Static Response, Modal Response에 대한 민감도해석 및 최적화를 통하여 프레임의 최적설계 방안을 제시하였다. Mamoru등⁽²⁾은 차체 구조물의 형상과 관련된 인자와 구조최적설계 기술의 조합을 통해 차체구조의 경량화를 위한 방법을 제시하였다. 이 방법은 비용과 생산성에 연관된 인자설정

* 정회원, 성균관대학교 기계공학부

** 정회원, 성균관대학교 대학원
기계설계학과

에 대한 설계자의 기술 정보(know-how)가 필요하다. 서명원등⁽³⁾은 보(beam)의 단면계수를 설계변수로 사용하여 외팔보(cantilever)와 프레임(frame) 구조에 대한 최적설계를 수행하였다. 임홍재등⁽⁴⁾은 차체의 단면형상 및 강판의 두께를 설계변수로 사용하여 저진동 주파수영역의 진동모드의 개선을 위한 방법을 제시하였다. Nishio와 Igarashi⁽⁵⁾는 사각단면과 원형단면을 가지는 차량구조에 대해서 최적설계를 수행하였다. 그들은 프레임(frame)을 구성하는 모든 단면의 넓이, 높이 그리고 반경과 두께를 설계변수로 사용하였다.

위와 같은 다양한 연구는 크게 두 가지 방법에 의하여 차체구조의 단면에 대한 최적설계를 수행하였다. 그중 하나는 단면계수, 즉 I_1 , I_2 와 같은 면적관성모멘트, 비틀림 상수 J 그리고 주축의 방향각 α 를 설계변수로 정의하여 적절한 설계조건을 만족하는 최적의 단면계수를 구하는 방법으로 본 연구에서는 비교의 편의상 단면계수법(section property method)이라고 부르기로 한다. 그런데 단면계수법을 이용하여 얻어진 최적의 단면계수를 갖는 실제 단면을 찾는다는 것은 용이한 일이 아니다. 그래서 실제단면을 구성하는 강판의 두께 및 단면의 크기 등을 결정하기 위하여 앞선 연구를 통하여 얻어진 단면계수를 설계조건으로 이용하여 최적의 단면형상을 결정하기 위한 형상최적설계(shape optimization)를 한번 더 수행하는 것이 일반적이다. 또 다른 하나는 단면의 형상을 좌우하는 강판의 두께 및 단면의 크기 그리고 단면의 기하학적 형상 등을 설계변수로 사용하여 적절한 설계조건을 만족하는 최적의 단면형상을 구하는 방법으로 편의상 단면형상법(section shape method)이라고 부르기로 한다. 단면형상법은 단면을 구성하는 형상인자(geometric parameter)를 설계변수로 사용하여 형상최적설계를 수행하는 것이므로 최적의 실제 단면의 형상을 바로 얻어낼 수 있다.

이 두 방법은 널리 응용되어 왔는데도 불구하고

고 그들에 대한 성능비교는 별로 이루어져 있지 않았다. 본 연구에서는 잘 알려진 구조물 문제를 통하여 접근방식이 서로 상이한 두 가지 최적설계방법의 성능을 비교분석하고 그 응용성을 살펴보고자 한다.

2. 박판보 단면계수 해석

차체의 강성해석을 수행하는데 있어서 면적관성모멘트와 비틀림 상수의 데이터가 필요하다. 빔 요소는 Fig. 1과 같이 단면길이와 두께가 각각 l_i 와 t_i 인 부분 단면들로 이루어져 있으며 기준 좌표인 z 축과 θ_i 만큼의 각도를 이루고 있다.

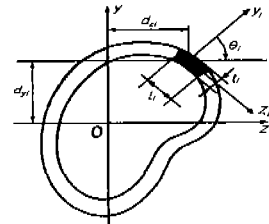


Fig.1 Thin-plated beam with arbitrary geometry

또한 각각의 빔 요소의 중심점은 전체단면의 중심점으로부터 d_i 만큼의 거리를 이루고 있다고 하면 전체단면의 면적관성모멘트는 식(1)~(6)로부터 구할 수 있다. Fig. 1은 임의의 형상을 갖는 박판보(Thin-plated beam)단면의 구조를 나타낸다.

$$I_y = \sum_{i=1}^n (I_{z_i} \cos^2 \theta_i + I_{y_i} \sin^2 \theta_i + d_{z_i}^2 A_i) \quad (1)$$

$$I_z = \sum_{i=1}^n (I_{y_i} \cos^2 \theta_i + I_{z_i} \sin^2 \theta_i + d_{y_i}^2 A_i) \quad (2)$$

$$I_{yz} = \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{1}{2} (I_{y_i} - I_{z_i}) \sin 2\theta_i + A_i d_{z_i} d_{y_i} \right\} \quad (3)$$

$$I_{y_i} = \frac{l_i^3 t_i}{12} \quad (4)$$

$$I_{zi} = \frac{l_i t_i^3}{12} \quad (5)$$

$$d_i = \sqrt{d_{zi}^2 + d_{yi}^2} \quad (6)$$

여기서, d_{zi} 는 y 축으로부터의 수직거리, d_{yi} 는 z 축으로부터의 수직거리를 나타낸다.

비틀림 상수는 개 단면(open section)과 폐 단면(closed section)으로 구분하여 해석할 수 있다. 개 단면에 대한 비틀림 상수는 식(7)과 같다.

$$J = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^n l_i^3 t_i \quad (7)$$

여기서, l_i 는 빔요소 길이, t_i 는 두께를 나타낸다.

그리고 폐 단면에 대한 비틀림 상수는 다음과 같이 유도할 수 있다⁽⁶⁾. Fig. 2는 임의의 단면을 갖는 두께가 얇은 관(Thin-walled tube)을 나타내고있다.

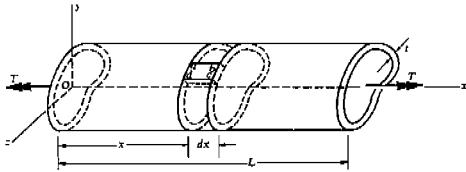


Fig.2 Thin-walled tube

미소요소 abcd를 가정하면 Fig. 3과 같이 전단응력에 의하여 단면 ab에 작용하는 힘은 $\tau_b t_b dx$ 이고 단면 cd에 작용하는 힘은 $\tau_c t_c dx$ 이다.

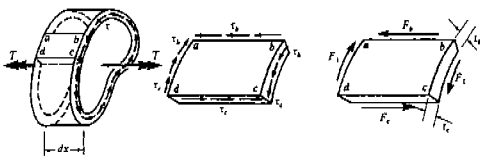


Fig.3 Small portion of thin-walled tube

힘의 평형을 고려하면 전단응력과 관의 두께와의 곱은 식(8)과 같이 일정한 값을 갖는다.

$$f = \tau_b t_b = \tau_c t_c = \tau t = \text{constant} \quad (8)$$

이때, f 를 전단류(shear flow)라 하고 이는 단면형상에 관계없이 일정한 값이다.

전단류와 관에 작용하는 비틀림과의 관계를 살펴보면 Fig. 4에서 전단류에 의한 힘은 $f ds$ 이고 어떤점 O에 대하여 힘의 모멘트는 식(9)와 같다.

$$dT = r \cdot f ds \quad (9)$$

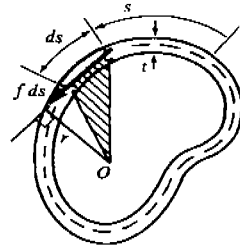


Fig.4 Section of thin-walled tube

단면의 두께중심선의 길이를 L_m 이라 하고 두께중심선의 길이를 따라서 식(9)에 대하여 적분을 수행하면 식(10)과 같다.

$$T = f \int_0^{L_m} r ds \quad (10)$$

또한 단면의 두께중심선으로 둘러싸인 면적 A_m 을 식(10)에 대입하면 $T = 2f A_m$ 가 된다. 이로부터 식(11)을 유도할 수 있다.

$$f = \tau t = \frac{T}{2A_m}, \quad \tau = \frac{T}{2tA_m} \quad (11)$$

순수전단상태의 미소요소의 변형에너지는

$$dU = \frac{\tau^2}{2G} t ds dx = \frac{\tau^2 t^2}{2G} \frac{ds}{t} dx = \frac{f^2}{2G} \frac{ds}{t} dx \quad (12)$$

이다. 이를 단면의 두께중심선을 따라서 적분하면

$$U = \frac{f^2 L}{2G} \int_0^{L_m} \frac{ds}{t} = \frac{T^2 L}{8GA_m^2} \int_0^{L_m} \frac{ds}{t} \quad (13)$$

와 같이 변형에너지를 비틀림의 항으로 표시할 수 있다. 식(13)에 변형에너지에 대한 식을 대입하면 폐 단면에 대한 비틀림 상수는 식(14)와 같다.

$$J = \frac{4 A_m^2}{\sum_{i=1}^n \frac{l_i}{t_i}} \quad (14)$$

여기서, A_m 폐 단면의 면적이다.

또한 여러개의 폐 단면으로 이루어진 보의 경우도 이와 같은 원리를 적용시켜 행렬식을 이용하여 비틀림 상수를 구할 수 있다⁽⁷⁾.

3. 수치예제 및 검토

본 연구에서 단면계수법과 단면형상법의 성능 실험은 외팔보(cantilever) 구조물과 프레임(frame) 구조물을 문제의 대상으로 비교, 분석하였다. 각 방법의 최적화 알고리즘은 Table 1과 같다. 또한 구조해석 및 민감도 해석을 위하여 MSC/NASTRAN Ver. 70을 사용하였다⁽⁸⁾.

Table 1 The algorithm used in optimization

Whole routine algorithm	Linear Extended Interior Penalty Function method
Search direction detect algorithm	Broydon-Fletcher-Goldfarb-Shanno variable metric method
One-dimensional search algorithm	Golden Section method followed by polynomial interpolation

3.1 외팔보 구조물 최적설계

3.1.1 단면계수법

Fig. 5와 같이 보 요소의 왼쪽을 완전히 구속

하고 오른쪽 정 중양부에서 하중을 z축으로부터 $\theta=30^\circ$ 경사지게 작용시킨 경우에 대하여 Fig. 6과 같이 초기 단면을 설정하고 단면계수를 설계 변수로 하여 최적설계를 수행하였다. 단면설계를 위하여 단면계수를 설계변수로 설정하면 2장에서 유도한 면적관성모멘트와 비틀림 상수에 대한 일반화된 식을 사용하게 된다.

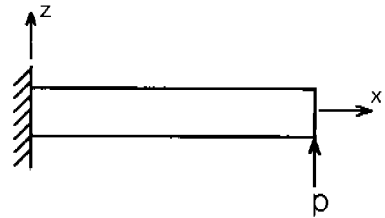


Fig.5 Cantilever beam structure

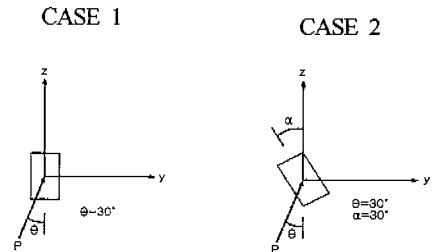


Fig.6 Initial section for section property method

이때 사용된 재료의 물성치는 일반적인 강을 사용하였고 그 물성치는 Table 2와 같다. 변위에 대한 설계목표를 만족하도록 제한조건을 부과하였으며, 이때 목적함수는 강성자원(stiffness resources)을 최소화하는 문제로 정의하고 최적화를 수행하였다.

Table 2 Material Property

Young's Modulus (GPa)	Shear Modulus (GPa)	Poisson's Ratio	Density (kg/m ³)
210	80	0.3	7850

단면계수법을 정식화하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \text{Min}_X : F(\mathbf{X}) &= A + I_1 + I_2 + J \\ \text{subject to: } g_1(\mathbf{X}) &= \frac{v}{v_o} - 1 \leq 0 \end{aligned} \quad (15)$$

$$g_2(\mathbf{X}) = \frac{w}{w_o} - 1 \leq 0$$

$$X_k' < X_k < X_k'', \quad k=1, \dots, 5$$

여기서, X_k 는 k 번째 설계변수이고, $g_1(\mathbf{X})$ 와 $g_2(\mathbf{X})$ 는 각각 y 와 z 방향의 변위에 대한 부등식 제한조건이며, X_k' 과 X_k'' 는 변수자체가 가지는 제한조건이다. v 와 w 는 각각 끝단에서 y 와 z 방향의 처짐이고, 아래첨자 0는 설계목표치이다. \mathbf{X} 는 설계변수 벡터이며, $F(\mathbf{X})$ 는 최소화되는 목적함수이다. A 는 단면적이고, I_1 과 I_2 는 주관성모멘트이며, J 는 비틀림 상수이다. 설계변수 벡터는 강성자원을 구성하는 요소와 주축의 방향각으로써 식(16)과 같다.

$$\mathbf{X} = (A, I_1, I_2, \alpha, J)^T \quad (16)$$

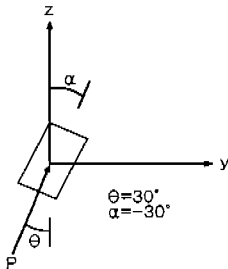


Fig.7 Optimal section of section property method

최적화 수행의 결과는 Fig. 7 및 Table 3과 같다. Fig. 7은 제한조건을 모두 만족하면서 강성자원(stiffness resource)을 최소화 할 때의 단면구조이다.

Table 3 Optimized result of section property method

	CASE 1		CASE 2	
	Initial	Optimal	Initial	Optimal
OBJ	1.000	0.109	1.000	0.102
CON 1	3.000	-5.299E-4	4.500	-2.484E-6
CON 2	2.247E-5	-0.016	1.500	-3.298E-5
A	2.000	0.001	2.000	0.001
I_1	0.667	0.667	0.667	0.667
DV I_2	0.167	0.009	0.167	0.005
α	0.000	-30.000	30.000	-30.000
J	3.787	0.001	3.787	0.001

Note : OBJ ; normalized objective value

CON ; constraint value

DV ; design variable

Table 3의 최적화 결과를 살펴보면 CASE 1, CASE 2 모두 주축의 최적화 된 방향은 하중의 작용방향과 일치하고, 제한조건을 모두 만족하며, I_1 값을 제외한 모든 강성자원은 무시할 만한 값으로 감소하였다. 이는 구조물에서 첫 번째 주축 방향 단면모멘트 값이 중요한 단면요소임을 나타낸다. 이러한 단면계수를 갖는 단면형상을 설계하기 위해 일반적으로 다음과 같은 형상최적설계를 한번 더 수행한다.

$$\text{Min}_X : F(\mathbf{X}) = \sum_{i=1}^n t_i s_i$$

$$\text{subject to: } h_j(\mathbf{X}) = 0, \quad j=1, \dots, m \quad (17)$$

$$g_l(\mathbf{X}) \leq 0, \quad l=1, \dots, n$$

$$X_k' < X_k < X_k'', \quad k=1, \dots, p$$

여기서, t_i 와 s_i 는 i 번째 요소의 두께와 길이, h 는 최적화 된 단면이 목표단면계수를 갖도록 하는 등식제한조건이며, g 는 앞선 최적화에서 최소한계(lower limit) 값으로 수렴한 단면계수의

부등식 제한조건이다. 즉, 이 문제에서 I_1 값은 등식제한조건 I_2 및 J 값은 부등식 제한조건으로 사용하여 실제단면의 형상을 얻는다.

3.1.2 단면형상법

단면형상법에 있어서 모델은 설계변수와 목적함수를 제외하면 단면계수법과 모든 조건이 동일하다. Fig. 8은 단면형상법에 사용된 초기단면의 구조를 나타내고 있다. 변위에 대한 설계목표를 만족하도록 제한조건을 부과하였으며, 이때 목적함수인 질량을 최소화하는 문제로 정의하고 최적화를 수행하였다.

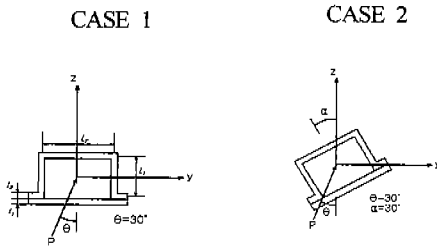


Fig.8 Initial section for section shape method

단면형상법을 정식화하면 다음과 같다.

$$\text{Min}_X : F(\mathbf{X}) = \rho AL$$

$$\text{subject to: } g_1(\mathbf{X}) = \frac{v}{v_0} - 1 \leq 0 \quad (18)$$

$$g_2(\mathbf{X}) = \frac{w}{w_0} - 1 \leq 0$$

$$X_k^l < X_k < X_k^u, \quad k=1, \dots, 5$$

여기서, X_k 는 k 번째 설계변수이고, $g_1(\mathbf{X})$ 와 $g_2(\mathbf{X})$ 는 각각 y 와 z 방향의 변위에 대한 부등식 제한조건이며, X^l 과 X^u 는 설계변수 자체가 가지는 제한조건이다. v 와 w 는 각각 끝단에서 y 와 z 방향의 처짐이고, 아래첨자 0는 설계

목표치이다. \mathbf{X} 는 설계변수 벡터이며, $F(\mathbf{X})$ 는 최소화되는 목적함수이다. L 은 보의 길이이고, ρ 는 밀도이며, A 는 단면적이다.

설계변수 벡터는 Fig. 8에 나타난 바와 같이 단면의 형상을 결정하는 강판의 길이와 단면의 크기 그리고 주축의 방향각으로써 식(19)와 같다.

$$\mathbf{X} = (l_1, l_2, \alpha, t_1, t_2)^T \quad (19)$$

최적화 수행의 결과는 Fig. 9 및 Table 4와 같다.

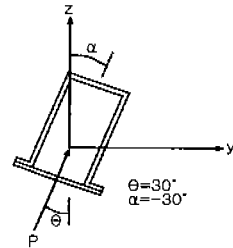


Fig.9 Optimal section of section shape method

Table 4 Optimized result of section shape method

	CASE 1		CASE 2	
	Initial	Optimal	Initial	Optimal
OBJ	1.000	0.6057	1.000	0.6057
CON 1	0.629	-1.12E-2	0.693	-1.18E-2
CON 2	0.509	-6.86E-3	0.573	-6.87E-3
l_1	1.785	3.075	1.785	3.075
l_2	1.400	1.000	1.400	1.000
DV α	0.000	-30.000	30.000	-30.000
t_1	0.100	0.050	0.100	0.050
t_2	0.100	0.050	0.100	0.050
A	0.837	0.507	0.837	0.507
SP I_1	0.440	0.667	0.440	0.667
I_2	0.406	0.144	0.406	0.144
J	0.395	0.232	0.395	0.232

Fig. 9는 단면계수법과 동일한 목표변위에 수렴하면서 질량을 최소화한 단면형상을 보여주고 있다. Table 4의 최적화 결과를 살펴보면 CASE 1, CASE 2 모두 주축의 최적화 된 방향은 하중의 작용방향과 일치하고, 제한조건을 모두 만족하며, 중요한 단면요소인 I_1 값은 단면계수법과 동일한 값인 0.667로 수렴하였다. 그러나 나머지 단면요소는 단면계수법에서와 같이 무시할 만한 값으로 수렴하지 않고 A 값은 0.507, I_2 는 0.144, J 는 0.232로 수렴하였다. 이는 이들 변수들이 설계변수에 대해 서로 연계되어 있기 때문이다.

3.1.3 외팔보 구조물 결과에 대한 고찰

단면계수법과 단면형상법의 결과값을 보면 두 가지 초기조건 모두 주축의 최적화 된 방향은 하중의 작용방향과 일치한다(Table 3 및 Table 4 참조). Fig. 10을 보면 단면계수법의 경우 필요없는 성질은 무시되고 필요한 성질만 강조된다. 단면형상법도 마찬가지이다. 즉, 현실적인 설계변수들이 A , I_1 , I_2 , J 과 모두 관계하여 목적함수인 A 값을 감소시키면서 제한조건을 만족시키려고 변화함에 따라 단면계수법에서와 마찬가지로 필요없는 성질은 감소하고 필요한 성질은 증가하는 결과를 나타낸다. 그런데 단면형상법은 설계변수와 단면계수 상호간에 관계를 갖고 있어서 단면계수법에서와 같이 필요없는 성질이 무시할 만한 값으로 감소하지는 않는다.

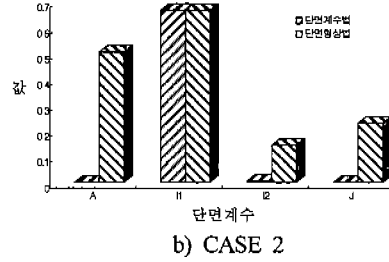
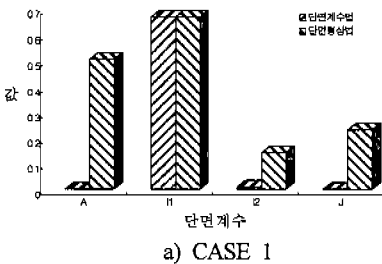
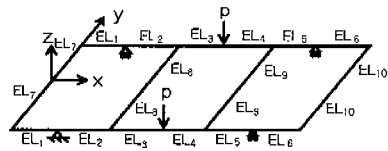


Fig.10 Comparison of results of two methods

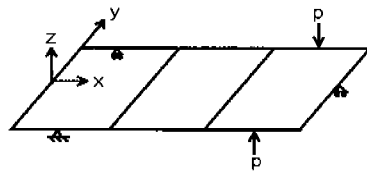
3.2 프레임(frame) 구조물 최적설계 : 단순형상

3.2.1 단면계수법

프레임(frame) 구조물의 하중조건을 일반차량 구조의 굽힘과 비틀림 강성을 모사 하도록 Fig. 11과 같이 설정하였다.



(a) Bending case



(b) Torsion case

Fig.11 Loading condition for simple frame structure

Bending case는 굽힘 강성을 구하기 위한 것으로 단순보(simple beam)와 같이 지지한 후 중앙부에서 하중을 가하고 그때의 처짐량을 얻는다. 또한 Torsion case는 비틀림 강성을 위한 것으로 FAC(Front Axle Center)에 비틀림을 가

했을 때 프레임사이드 레일(frame side rail)에서의 변위를 얻어내어 이로부터 비틀림각을 계산한다. Fig. 12에는 이 구조물에 사용된 초기 단면의 형상을 나타내고 있다. 제한조건은 변위에 대한 설계목표를 부과하였으며, 이때 목적함수는 강성 자원(stiffness resources)을 최소화하는 문제로 정의하고 최적화를 수행하였다.

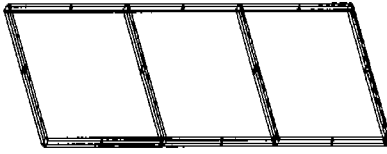


Fig.12 Initial design for section property method

단면계수법을 정식화하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \text{Min}_X : F(\mathbf{X}) &= \sum_{i=1}^n (I_{1i} + I_{2i} + J_i) L_i \\ \text{subject to: } g_1(\mathbf{X}) &= \frac{u_b}{u_{bo}} - 1 \leq 0 \\ g_2(\mathbf{X}) &= \frac{u_t}{u_{to}} - 1 \leq 0 \\ X_k' &< X_k < X_k'', \quad k=1, \dots, 40 \end{aligned} \quad (20)$$

여기서, X_k 는 k 번째 설계변수이고, $g_1(\mathbf{X})$ 와 $g_2(\mathbf{X})$ 는 각각 굽힘과 비틀림 강성에 대한 부등식 제한조건이며, X_k' 과 X_k'' 는 변수자체가 가지는 제한조건이다. u_b 는 굽힘 강성에 상응하는 변위이고, u_t 는 비틀림 강성에 상응하는 변위이며, 아래첨자 0은 설계목표치이다. \mathbf{X} 는 설계변수 벡터이고, $F(\mathbf{X})$ 는 최소화되는 목적함수이다. L 은 보 요소 길이이고, I_1 과 I_2 는 주관성 모멘트이며, J 는 보 요소 비틀림 상수이다.

설계변수 벡터는 강성자원을 구성하는 요소와

주축의 방향각으로써 식(21)과 같다.

$$\mathbf{X} = (I_{11}, I_{21}, \alpha_1, J_1, \dots, I_{1n}, I_{2n}, \alpha_n, J_n, \dots, I_{1m}, I_{2m}, \alpha_m, J_m)^T, \quad m=10 \quad (21)$$

여기서, n 은 n 번째 요소를 의미한다.

최적화 수행의 결과는 Fig. 13 및 Table 5와 같다. Fig. 13은 제한조건을 모두 만족하면서 강성자원을 최소화 할 때의 단면구조 이다.

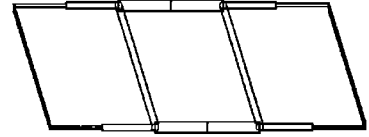


Fig.13 Optimal design of section property method

Table 5의 최적화 결과를 살펴보면 모든 제한조건을 만족함을 알 수 있다. 가로방향요소(cross member)인 EL8과 EL9는 $I_1=0.001$, $I_2=0.001$, $J=4.999$ 그리고 $\alpha=30^\circ$ 으로 수렴하였다. 즉, 비틀림 상수만 갖는 요소이다. 이것은 구조물의 가로방향요소(cross member)에는 비틀림 상수가 중요한 단면요소임을 나타낸다. 가로방향요소에 있어서 주축의 최적화 된 방향은 초기값에 대하여 변화가 없는데, 이는 비틀림 상수만을 갖는 요소에 있어서 축의 변화가 목적함수와 제한조건에 영향을 미치지 못하기 때문이다. 또한 축 방향요소(side member)인 EL3과 EL4는 $I_1=2.757$, $I_2=0.002$, $J=1.944$ 그리고 $\alpha=0^\circ$ 으로 수렴하였다. 즉 I_1 및 J 값에 비하여 I_2 값이 무시할 만한 값으로 수렴하였다. 이것은 축 방향요소에 있어서 첫 번째 주 방향 단면모멘트 값과 비틀림 상수가 중요한 단면요소임을 나타낸다. 축 방향요소에 있어서 주축의 최적화 된 방향은 구조물이 평면상에 있고 하중이 수직방향이므로 0° 으로 수렴한다.

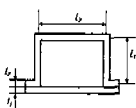
Table 5 Optimized result of section property method

		Initial	Optimal
OBJ		1.0000	0.6384
CON	Bending	4.4166	-1.0667E-5
	Torsion	0.4558	-1.7333E-4

DV	I_1	I_2	α	J
Initial				
EL 1-10	2.000	1.000	30.000	2.000
Optimum				
EL1	0.538	0.091	1.604	1.956
EL2	1.097	0.084	0.916	1.956
EL3	2.757	0.002	0.000	1.944
EL4	2.761	0.005	0.000	1.944
EL5	1.098	0.067	0.458	1.963
EL6	0.544	0.101	2.578	1.963
EL7	0.673	0.052	0.802	0.001
EL8	0.001	0.001	30.000	4.999
EL9	0.001	0.001	30.000	4.999
EL10	0.673	0.077	-0.515	0.001

3.2.2 단면형상법

단면형상법에 있어서 모델은 설계변수와 목적함수를 제외하면 단면계수법과 모든 조건이 동일하다. Fig. 14에는 이 구조물에 사용된 초기 단면의 형상을 나타내고 있다. 제한조건은 변위에 대한 설계목표를 부과하였으며, 이때 목적함수인 질량을 최소화하는 문제로 정의하고 최적화를 수행하였다.



Section A-A



Section C-C

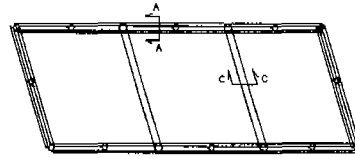


Fig.14 Initial section for section shape method

단면형상법을 정식화하면 다음과 같다.

$$\text{Min}_X : F(\mathbf{X}) = \rho \sum_{i=1}^n (A_i L_i)$$

$$\text{subject to: } g_1(\mathbf{X}) = \frac{u_b}{u_{b0}} - 1 \leq 0 \quad (22)$$

$$g_2(\mathbf{X}) = \frac{u_t}{u_{t0}} - 1 \leq 0$$

$$X_k^l < X_k < X_k^u, \quad k=1, \dots, 46$$

여기서, X_k 는 k 번째 설계변수이고, $g_1(\mathbf{X})$ 와 $g_2(\mathbf{X})$ 는 각각 굽힘과 비틀림 강성에 대한 부등식 제한조건이며, X^l 과 X^u 는 변수자체가 가지는 제한조건이다. u_b 는 굽힘 강성에 상응하는 변위이고, u_t 는 비틀림 강성에 상응하는 변위이며, 아래첨자 0은 설계목표치이다. \mathbf{X} 는 설계변수 벡터이고, $F(\mathbf{X})$ 는 최소화되는 목적함수이다. L 은 보 요소 길이이고, ρ 는 밀도이며, A 는 보 요소 단면적이다.

설계변수 벡터는 Fig. 14에 나타난 바와 같이 EL8과 EL9에서는 원형단면의 내경과 두께를 사용하였고, 나머지 요소에 대해서는 외팔보 구조물에서와 같은 모자형 단면을 사용하였다. 즉, 단면의 형상을 결정하는 강판의 길이와 단면의 크기 그리고 주축의 방향각으로써 식(23)과 같이 설정하였다.

$$\mathbf{X} = (l_{11}, l_{21}, \alpha_1, t_{11}, t_{21}, \dots, l_{1n}, l_{2n}, \alpha_n, t_{1n}, t_{2n}, \dots, l_{1m}, l_{2m}, \alpha_m, t_{1m}, t_{2m})^T, \quad (23)$$

$m = 10$

여기서, n 은 n 번째 요소를 의미한다.

최적화 수행의 결과는 Fig. 15 및 Table 6과 같다. Fig. 15는 단면계수법과 동일한 목표변위에 수렴하면서 질량을 최소화 할 때의 단면형상을 나타내고 있다.

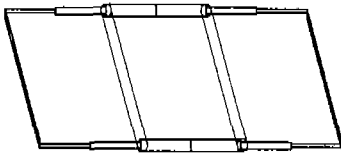


Fig.15 Optimal design of section shape method

Table 6 Optimized result of section shape method

	Initial	Optimal
OBJ	1.0000	0.6125
CON Bending	3.3752	-2.12E-04
Torsion	0.2804	-1.52E-04

DV	l_1	l_2	α	t_1	t_2
Initial					
EL2-5	2.000	1.400	30.000	0.100	0.100
EL 1,6,7,10	2.000	1.400	0.000	0.100	0.100
Optimum					
EL1	2.809	1.000	0.360	0.050	0.050
EL2	3.778	1.129	0.319	0.050	0.050
EL3	4.609	2.802	-1.576	0.050	0.050
EL4	4.533	2.796	-1.658	0.050	0.050
EL5	3.817	1.133	0.323	0.050	0.050
EL6	2.809	1.000	0.436	0.050	0.050
EL7	3.084	1.000	0.000	0.050	0.050
EL10	3.084	1.000	0.000	0.050	0.050

DV	d_i	t	α
Initial			
EL 8,9	3.500	0.200	30.000
Optimum			
EL8	4.421	0.100	30.000
EL9	4.481	0.100	30.000

Table 6의 최적화 결과를 보면 모든 제한조건을 만족함을 알 수 있고, 주축의 최적화 된 방향은 가로방향의 경우 30° 로 단면계수법과 일치하고 축 방향의 경우 두 방법 모두 0° 에 가깝다. Fig. 18을 보면 가로방향요소에 있어서 중요한 단면요소인 J 값은 단면계수법과 같이 상당히 큰 값으로 증가하였고, 축 방향요소에 있어서 중요한 단면요소인 I_1 값은 단면계수법과 거의 일치한다. 그러나 I_2 값에 있어서는 단면계수법과 상당한 차이를 보이는데, 이는 단면형상법에서 설계변수와 단면계수가 서로 연계되어 있기 때문이다.

3.2.3 프레임 구조물(단순형상) 결과에 대한 고찰

단면계수법과 단면형상법의 결과값을 보면 최적화 된 주축의 방향은 축 방향요소에 있어서는 0° 으로 수렴하고, 가로방향요소에 있어서는 초기값에 대하여 변화가 없다(Table 5 및 Table 6참조). Fig. 18을 보면 단면계수법, 단면형상법(단순형상) 모두 I_1 값은 가로방향요소인 EL8과 EL9를 제외하면 거의 동일한 값으로 수렴하였다. 그런데 I_2 및 J 값은 다른 결과를 나타낸다. 이는 외팔보 구조물에서와 같이 단면형상법에서 설계변수와 단면계수가 서로 연계되어 있기 때문이다.

3.3 프레임(frame) 구조물 최적설계 : 일반형상

단면형상법의 응용예제로써 실제 차량에 사용되는 프레임(frame)구조의 단면을 사용하여 형상최적설계(shape optimization)를 수행하였다. 즉, 초기단면의 형상을 제외하면 모든 조건이 3.2.2장과 동일하다. Fig. 16에는 이 구조물에 사용된 초기단면의 형상을 나타내고 있다. 제한조건은 변위에 대한 설계목표를 부과하였으며, 이때 목적함수인 질량을 최소화하는 문제로 정의하고 최적화를 수행하였다.

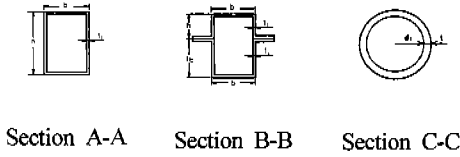


Fig.16 Initial section for frame structure

최적화 수행의 결과는 Fig. 17 및 Table 7과 같다. Fig. 17은 단면계수법과 동일한 목표변위에 수렴하면서 질량을 최소화 할 때의 단면형상을 나타내고 있다.

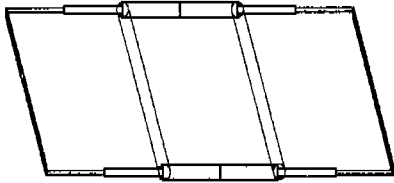


Fig.17 Optimal design of frame structure

Table 7의 최적화 결과를 살펴보면 모든 제한 조건을 만족함을 알 수 있고, 주축의 최적화 된 방향은 가로방향의 경우 30° 로 단면계수법과 일치하고 축 방향의 경우 두 방법 모두 0° 에 가깝다. Fig. 18을 보면 단면형상법(단순형상)과 마찬가지로 가로방향요소에 있어서 중요한 단면요소인 J 값은 단면계수법과 같이 상당히 큰 값으로 증가하였고, 축 방향요소에 있어서 중요한 단면요소인 I_1 값은 단면계수법과 거의 일치한다. 그러나 I_2 값은 앞의 예제와 같이 단면계수법과 상당한 차이를 보인다.

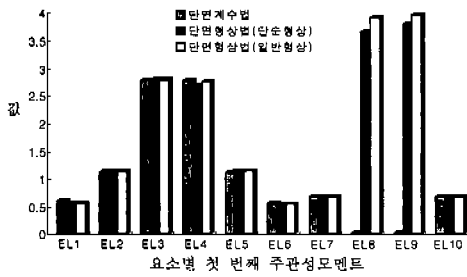
Table 7 Optimized result of frame structure

		Initial	Optimal
OBJ		1.0000	0.584
CON	Bending	6.9501	-6.98E-04
	Torsion	0.5622	-1.06E-02

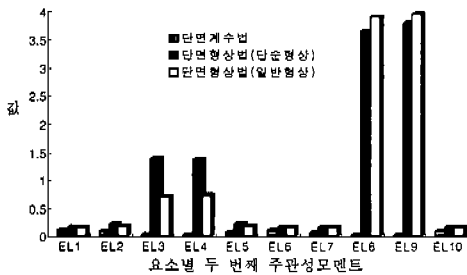
DV	l_1	l_2	l_3	α	t_1	t_2
Initial						
EL 1,6,7,10	1.785	1.400	1.785	0.000	0.10	0.10
Optimum						
EL1	2.153	1.000	1.000	-0.196	0.05	0.05
EL6	2.153	1.000	1.000	-0.196	0.05	0.05
EL7	2.426	1.000	1.000	0.000	0.05	0.05
EL10	2.426	1.000	1.000	0.000	0.05	0.05

DV	l_1	l_2	α	t_1
Initial				
EL 2-5	1.785	1.400	30.000	0.100
Optimum				
EL2	4.166	1.182	0.407	0.050
EL3	5.323	2.132	-1.013	0.050
EL4	5.283	2.173	-1.273	0.050
EL5	4.186	1.174	0.467	0.050

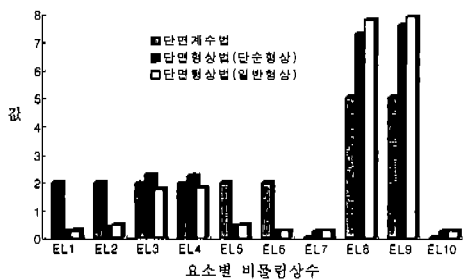
DV	d_i	t	α
Initial			
EL 8,9	3.500	0.200	30.000
Optimum			
EL8	4.703	0.09	30.000
EL9	4.723	0.09	30.000



a) I_1 value



b) I_2 value



c) J value

Fig.18 Comparison of results of two methods

3.4 결과에 의한 두 방법의 비교경도

3.1절과 3.2절에서 살펴본 결과에 의해 나타난 두가지 방법을 비교해 보면, 컴퓨터 계산비용의 대부분을 차지하는 함수값 계산수는 외팔보 구조물인 경우는 서로 거의 비슷한 결과를 보였다. 그러나 프레임(frame)구조물의 경우는 구조물이 복잡해짐에 따라서 형상을 정의하기 위한 인자의 증가 때문에 단면계수법이 단면형상법에 비해 현저한 감소를 보였다(Table 8참조). 프로그램의 개발과정을 보면, 단면계수법에서는 설계변수로 정의된 값이 그대로 목적함수에 사용될 수 있으

므로 프로그램의 개발이 비교적 단순하다. 또한 단면형상법에서는 설계변수의 값을 별도로 개발된 단면계수 계산프로그램(section property calculation program)과 연결하여 단면계수값을 계산하여 목적함수에 사용하므로 단면계수법에 비해 상대적으로 복잡한 과정을 거쳐야 한다. 개발적인 두 방법에 대한 평가를 Table 9에 요약하였다. 즉, 단면계수법은 설계자에게 최적구조물의 경향을 비교적 간단하게 보여주는 장점을 가지고 있고, 단면형상법은 설계자가 최적구조물의 결과를 그대로 상세 설계에 이용할 수 있는 장점이 있다.

Table 8 Function calculation of two methods

	단면계수법	단면형상법	증가율(%)
외팔보 구조물	1618	1623	0.3
프레임 구조물	3548	4563	28.6

Table 9 Comparisons of two methods

	단면계수법	단면형상법
설계비용	상대적으로 적음	상대적으로 많음
해의 질	최적화의 경향 파악	실용적인 결과
적용성	문제독립	문제종속
프로그램의 복잡성	상대적으로 단순	상대적으로 복잡

4. 결론

차량단면설계시 단면계수법과 단면형상법의 성능 비교를 통하여 이론과 수치적인 면에서 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 외팔보와 프레임 구조물 문제를 풀이해 본 결과 두 가지 구조물에서 두 방법은 동일한 경향이 나타났다.

후 기

본 논문은 한국과학재단 산하 성균관대학교 산업설비 안전성평가 연구센터의 연구비 지원으로 이루어진 것으로서, 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

참 고 문 헌

① 구조물의 설계변수값은 외팔보의 경우 하중의 작용방향으로 주축의 방향이 바뀌었고, 구조물에 있어서 중요한 단면요소는 제한조건을 만족시키도록 변화하였다. 또한 프레임구조의 경우 중앙부는 크고 양끝은 작은 형상을 갖는다.

② 함수값의 계산수는 단면계수법에 의하여 현저하게 감소되었다. 감소율은 규모가 큰 문제에서 더욱 크게 나타났다.

③ 구조물에 있어서 중요한 단면요소는 두 방법에서 동일한 값으로 수렴한다. 즉, 외팔보 구조물의 경우 첫 번째 주 방향모멘트가 같은 값으로 수렴하고, 프레임 구조물의 가로방향요소는 첫 번째 주 방향모멘트, 축 방향요소는 비틀림 상수가 근사한 값으로 수렴하였다.

(2) 구조물에 있어서 중요한 역할을 하는 단면성질을 확인할 수 있다.

① 단면계수법을 통하여 얻어진 최적의 단면계수는 중요한 역할을 하는 단면성질을 확인할 수 있어 초기 설계에 유용하게 이용된다. 상세 설계를 위하여 앞선 연구에서 얻어진 단면계수를 제한조건으로 사용하여 형상최적설계를 한번 더 수행할 수도 있다.

② 단면형상법에서는 실제단면을 구성하는 인자를 설계변수로 사용하여 형상최적설계를 수행하므로 단면계수법과 달리 최적화 된 단면형상을 바로 얻어낼 수 있다. 그러나 공학적으로 큰 구조물(large-scale structure) 문제에서는 많은 함수값의 계산이 요구되어지는 단점이 있다.

(3) 두 가지 방법을 비교하여 방법에 따라 선택하기보다는 문제의 특성에 따라 선택하는 것이 바람직하다.

① 전체 최적구조물의 경향을 파악한 후 상세 설계를 설계자가 직접 하고자 하는 경우에 단면계수법을 선택한다.

② 설계자의 개입없이 모든 설계를 하고자 하는 경우에 단면형상법을 선택한다.

1. 하원필, 신현우, "4륜구동차량 프레임의 최적설계에 관한 연구", 한국자동차공학회 춘계학술대회논문집, pp. 177~182, 1997.
2. Mamoru S., Osamu N., Masaaki O., "Application of optimization techniques to weight reduction of automobile bodies", JSAE Review, pp. 21~26, 1994.
3. M. W. Suh and J. W. Suh, "Shape Optimization for the Section Design of Vehicle Structure", SAE 931999, 1993.
4. 임홍재, 이호용, 최동운, 박재건, 권성은, 이명식, "차체 필라 강성도 해석 및 적설계", 한국자동차공학회 춘계학술대회논문집, pp. 220~227, 1995.
5. Nishio, S. and Igarashi, M., "Investigation of car body structural optimization method", Int. J. of vehicle design, vol. 11, no. 1, 1990.
6. Gere, J. M. and Timoshenko, S. P., "Mechanics of Materials", Van Nostrand, New York, 1972.
7. Pilkey, W. D., "Formulas for Stress, Strain, and Structural Matrices", John Wiley & Sons, Inc., New York, 1994.
8. MSC/NASTRAN User's Guide, Macneal-schwendler co., 1998, U.S.A.