

화력발전설비의 응력부식 균열성장에 대한 확률론적 수명평가

강 명 수

한국전력공사 전력연구원 발전연구실

Probabilistic Life Assessment for Stress Corrosion Crack Growth of Thermal Power Plant Components

Myung Soo Kang

Korea Electric Power Research Institute, Korea Electric Power Corporation

(1999년 10월 29일 받음, 1999년 12월 28일 최종수정본 받음)

초 록 화력발전설비의 주요 손상 요인 중의 하나인 응력부식 균열 성장에 대한 확률론적 잔존 수명평가에 대하여 연구하였으며, 손상해석 및 수명평가에 확률해석 기법을 도입한 확률론적 수명평가 프로그램을 개발하였다. 확률론적 수명평가는 재료물성치, 형상, 하중조건, 운전조건 등과 같은 불확실성과 변동 가능성을 고려하여 해석을 수행하며, 일정 시간 운전후 구조물의 손상이 일어날 확률을 예측하는 것이다. 응력부식 균열 성장에 대한 확률론적 잔존 수명평가 연구를 통하여 확률론적 수명평가 기술의 기반을 구축하였으며, 다른 손상기구에 대한 확률론적 수명평가를 수행하여 발전설비에 발생하는 모든 손상에 대하여 확률론적 수명평가가 가능하도록 확대할 계획이다.

Abstract This paper describes a probabilistic remaining life assessment for the stress corrosion crack growth of thermal power plant components. The probabilistic life assessment program is developed to increase the reliability of life assessment. The probabilistic life assessment involves some uncertainties, such as, initial crack size, material properties, and loading condition, and a triangle distribution function is used for random variable generation. The resulting information provides the engineer with an assessment of the probability of structural failure as a function of operating time given the uncertainties in the input data. This study forms basis of the probabilistic life assessment technique and will be extended to other damage mechanisms.

Key words : corrosion, fracture toughness, aging, life assessment

1. 서 론

선진 공업국에서는 대부분의 발전소 및 석유화학 공장들의 사용 기간이 오래되어 설계수명을 넘겨서 사용되고 있으며, 장기간의 운전이력을 갖는 노후화된 화력발전 설비를 가혹한 환경하에서 운전하게 되는 경우가 증가하고 있다. 따라서 발전설비의 노후화 현상을 방지하고 설비의 수명을 연장하기 위해서는 노후화 현상 및 정확한 수명평가에 대한 연구와 설비의 운전 기간을 연장하는 장수명화에 대한 연구가 요구되고 있다. 현재, 국내에는 15년 이상의 운전이력을 갖는 화력발전소가 절반을 넘고 있는 실정인데, 이러한 노후 설비를 폐기하고 새로운 설비를 건설하려면 경제적 부담 외에도 신축에 따른 법적 절차가 까다로워, 기존의 노후설비를 폐기하지 않고 수명을 연장하여 사용하는 경우가 많게 되었다. 따라서 노후 설비의 수명평가(life assessment) 기술에 대한 연구가 더욱 활발하게 진행되고 있으며, 노후화된 발전설비의 안전성 판단 및 잔존 수명평가에 대한 고급 기술을 개발하면 설비의 수명연장 운전을 통한 경제성 확보, 설비 손상에 의한 고장 발생 예측 기능 확보, 발전 설비의 효율적인 관리 체계 확보 등의 효과를 얻을 수 있을

것이다.

최근에는, 손상이 일어날 확률을 운전시간의 함수로 계산하는 연구가 진행되고 있으며, 확률론적 해석 알고리즘과 균열성장 알고리즘을 결합하여 수명평가에 적용하는 확률론적 수명평가(probabilistic life assessment)에 대한 연구가 활발히 수행되고 있다.^{1~5)} 확률론적 수명평가는 설비의 검사기술, 보수절차, 검사주기 및 고장해결(troubleshooting)과 같은 설비의 유지보수(maintenance)에 관련된 위험도 평가에 중요한 정보를 제공해 준다. 확률론적 수명평가는 재료 물성치, 형상, 사용환경, 하중조건 등과 같은 불확실성과 변동 가능성을 고려하여 해석을 수행하며, 일정 시간 운전 후 구조물의 손상 가능성을 예측할 수 있다.

본 논문에서는 화력발전설비의 손상해석 및 수명평가에 확률해석의 개념을 도입하여 해석의 신뢰성을 높이고자 확률론적 예측 모델을 제시하여 잔존수명예측 및 안전성 평가를 할 수 있는 확률론적 수명평가를 설명하였으며, 화력발전설비의 응력부식 균열 성장 모델에 대한 확률론적 수명평가 프로그램을 소개하였다.

2. 확률론적 수명평가법

2.1 확률론적 수명평가법 개요

발전설비, 석유화학설비 및 중화학설비등 산업구조물의 손상은 피로, 크리프, 응력부식 균열성장 등에 의하여 종종 발생하고 있다. 구조물의 설계와 운전에서 하나의 중요한 특성(변수)은 손상에 이르는 사이클수, 즉, "수명"이라고 하는 임계균열길이에 도달할 때까지의 사이클 수이다. 수명을 평가하는 과정에는 초기균열 발생시기 및 위치, 초기균열크기, 균열 형상비, 균열성장과 관련된 재료상수, 재료 물성치 및 하중조건 등과 같은 수많은 불확실한 변수들이 포함되어 있다. 확률론적 수명평가는 입력자료에 불확실성을 포함시킴으로서 구조물의 손상 확률을 운전시간의 함수로 제시하여 준다. 한편, 설비 운영에 있어서 검사와 보수는 중요한 분야이다. 결함을 검출해 내고 결함을 포함한 설비를 보수하는 것은 설비의 수명을 상당히 증가시킬 수 있다. 그러나, 검사과정에도 상당한 불확실성이 포함되어 있다. 즉, 어느 정도의 균열이 검출될 수 있는지, 또는 어느 정도 이하의 균열은 검출될 수 없는지에 대한 불확실성이 존재하므로 다른 크기의 결함이 검출될 확률을 정의하여야 한다. 검사와 보수과정에는 비용이 수반되므로 특별한 검사 방법의 특성 및 효과를 미리 파악해 놓아야 하며 검사비용을 최소로 하고, 최적의 효과를 낼 수 있는 검사 계획을 세워야 한다.

최근, 구조물의 손상이 일어날 확률을 불확실성을 포함하고 있는 운전시간의 함수로 해석하는 확률론적 잔존 수명평가가 활발히 진행되고 있다. 구조물에 발견된 초기균열길이 a_0 , 균열성장속도 da/dt , 임계균열길이 a_c 등 포함된 모든 변수의 값을 알 수 있다면 구조물의 잔존수명을 정확히 예측할 수 있는데, 이러한 평가방법을 결정론적(deterministic) 수명평가법이라 한다. 그러나, 초기균열길이, 균열 성장속도등 포함된 변수 값을 정확히 알 수 없으나 일정한 범위 값, 즉 분포함수를 구할 수 있다면 확률론적 해석을 도입하여 잔존수명을 해석하는데, 이러한 평가방법을 확률론적(probabilistic) 수명평가법이라 한다. 즉, 균열성장속도의 값이 불확실하다면 균열성장속도의 확률분포함수(probabilistic distribution function) 값을 근거로 균열성장을 예측하여 최종 균열길이를 구한 후 임계균열길이와 비교하여 손상여부를 결정할 수 있다. 확률론적 수명평가법은 이러한 과정을 충분히 많이 반복 수행하여 1년 후, 2년 후, 또는 10년 후 손상이 일어날 확률을 구하여 잔존수명을 평가하는 것이다.

일반적으로 결정론적인 수명평가는 종종 아주 낮은 잔존 수명이 나오는데, 이것은 손상을 피하기 위하여 보수적인 수명평가 자료를 이용하고자 하는 요구 때문이다. 반면에 확률론적 수명평가는 확률밀도함수로 표시되는 수명평가 자료에 불확실한 정도를 부여함으로써 잔존수명 계산에 상응하는 불확실한 정도를 포함시켜 균열을 포함한 설비의 앞으로의 사용에 대한 신뢰성 및 정량적인 평가를 가능하게 해준다. 확률론적 수명평가는 일정한 기간 동안 운전 후의

손상 확률은 균열을 포함하고 있는 요소를 제거할 것인지를 결정하거나, 설비 보수에 우선 순위를 정하거나, 설비를 계속 운전할 것인지, 보수할 것인지, 교체할 것인가에 대한 경제적인 판단(분석)을 하는데 중요한 역할을 한다.

2.2 불확정 변수 생성

확률론적 수명평가에 있어서 불확실한 변수의 값을 설정하는 과정을 불확정 변수 생성(random variable generation)이라고 한다. 불확정 변수 생성은 확률밀도함수(probabilistic density function ; PDF)를 이용하여 불확실한 변수의 값을 구할 수 있다.

확률밀도함수에는 정규분포(Gaussian distribution)나 와이블 분포(Weibull distribution)가 일반적으로 적용되고 있으나 본 연구에서는 이들을 단순화시킨 삼각분포함수(triangle distribution function)를 이용하였는데, 삼각분포 함수는 확률밀도함수중 가장 쉽게 널리 적용되고 있다. Fig.1은 삼각분포함수의 개략도를 나타낸 것으로서 Fig.1 (a)는 확률밀도함수 선도이고, Fig.1 (b)는 누적분포함수 선도이다. Fig.1에서 a_{min} 과 a_{max} 는 불확정 변수 a 의 최소값과 최대값을 의미하며, a_{mode} 는 확률밀도함수가 최대인 값, 즉 가장 빈번하게 발생하는 불확정 변수 a 값을 의미한다. 그리고, 확률밀도함수의 면적은 1이다. 일반적으로 불확정 변수 생성의 과정 및 불확정 변수의 값은 다음과 같이 구할 수 있다.

불확정 변수의 확률밀도함수가 최대인 값 a_{mode} 의 확률빈도 값을 f^* 라고 하면, 삼각형의 면적은 1이므로

$$\frac{1}{2} f^* (a_{max} - a_{min}) = 1 \tag{1}$$

따라서,

$$f^* = \frac{2}{(a_{max} - a_{min})} \tag{2}$$

누적분포함수 값 F^* 는 a_{mode} 왼쪽 삼각형의 면적과 같으므로

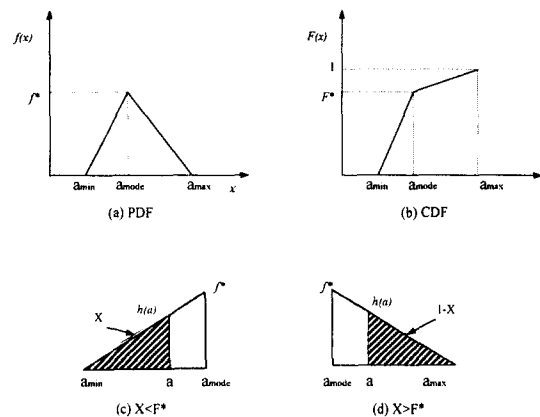


Fig. 1. Schematic diagrams of triangle probabilistic density function.

$$F = \frac{1}{2} \frac{2}{(a_{max} - a_{min})} (a_{mode} - a_{min}) \quad (3)$$

따라서 다음 식과 같이 된다.

$$F = \frac{(a_{mode} - a_{min})}{(a_{max} - a_{min})} \quad (4)$$

불확정 변수 a의 누적분포함수 값을 X라고 하면, X를 다음과 같이 표시한다.

$$X = \text{Rnd}(0, 1) \quad (5)$$

i) 만일, $X < F^*$ 이라면, X는 Fig.1 (c)와 같은 삼각형의 면적이므로

$$\frac{h(a)}{f} = \frac{(a - a_{min})}{(a_{mode} - a_{min})} \quad (6)$$

따라서, 불확정 변수 a의 확률빈도의 값 h(a)는

$$h(a) = \frac{f(a - a_{min})}{(a_{mode} - a_{min})} \quad (7)$$

불확정 변수 a의 누적분포함수 값, X는

$$X = \frac{1}{2} (a - a_{min}) \frac{f(a - a_{min})}{(a_{mode} - a_{min})} \quad (8)$$

식 (2)를 식 (8)에 대입하여 정리하면 다음과 같이 된다.

$$X = (a - a_{min})^2 \frac{1}{(a_{max} - a_{min})(a_{mode} - a_{min})} \quad (9)$$

식 (9)에서 불확정 변수 a를 구하면,

$$a = a_{min} + ((a_{max} - a_{min})(a_{mode} - a_{min})X)^{\frac{1}{2}} \quad (10)$$

ii) 만일, $X > F^*$ 이라면, (1-X)는 Fig.1 (d)와 같은 삼각형의 면적이므로

$$\frac{h(a)}{f} = \frac{(a_{max} - a)}{(a_{max} - a_{mode})} \quad (11)$$

따라서, 불확정 변수 a의 확률빈도의 값 h(a)는

$$h(a) = \frac{f(a_{max} - a)}{(a_{max} - a_{mode})} \quad (12)$$

삼각형의 면적 1-X는

$$1-X = \frac{1}{2} (a_{max} - a) \frac{f(a_{max} - a)}{(a_{max} - a_{mode})} \quad (13)$$

식 (2)를 식 (13)에 대입하여 정리하면 다음과 같이 된다.

$$1-X = (a_{max} - a)^2 \frac{1}{(a_{max} - a_{mode})(a_{max} - a_{min})} \quad (14)$$

식 (14)에서 불확정 변수 a를 구하면,

$$a = a_{max} - ((a_{max} - a_{mode})(a_{max} - a_{min})(1-X))^{\frac{1}{2}} \quad (15)$$

이상과 같은 방법으로 불확정 변수 a 값을 구할 수 있다.

3. 확률론적 수명평가 프로그램

3.1 응력부식 균열

기체 또는 액체상태의 활성환경이나 부식성 환경의 영향을 받아 구조물에 존재하는 균열이 낮은 응력 하에서 단시간에 파괴에 이르는 경우가 종종 발생한다. 이러한 파괴중정하중 하에서 균열이 진행되는 것을 응력부식균열(stress corrosion cracking)이라 하고, 반복하중 하에서의 피로에 의한 균열이 환경의 영향을 동시에 받아서 균열성장이 촉진되는 것을 부식피로(corrosion fatigue)라고 한다. 이는 오스트나이트계 스테인리스강, 니켈계 합금, 티탄합금등 재료의 특정 환경 하에서 생기는 현상으로 재료, 환경 및 역학적 인자의 조합에 의하여 발생한다.

응력부식균열의 균열성장속도, da/dt는 Fig.2와 같이 3영역에서 다른 특성을 보인다. 균열성장속도 da/dt를 3영역에 대하여 응력확대계수 K를 사용하여 일반식으로 표시하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} (da/dt)_I &= C_0 + C_1 \cdot K & (\text{영역 I}) \\ (da/dt)_{II} &= C_2 & (\text{영역 II}) \\ (da/dt)_{III} &= C_3 \cdot K^n & (\text{영역 III}) \end{aligned} \quad (16)$$

여기서, C₀, C₁, C₂, C₃, 및 n은 재료상수이다.

영역 I에서는 하한계 응력확대계수(stress intensity threshold) K_{th}가 존재하고 K의 의존성이 강하다. 영역 II에서는 K의 의존성이 없어지고 균열성장속도가 일정하게 된다. 이 영역에서는 균열의 분기(crack branching)가 현저하게 생겨 연속적인 분기로 인한 K의 감소 및 증가를 반복함에 따라 K가 외관상 거의 일정하게 유지된다고 생각된다. 영역 III에서는 불활성환경 속에서의 파괴인성(fracture toughness) K_{IC}에 거의 가까운 값에 수렴하는, 균열성장이 급격하게 일어서는 특성을 나타낸다.

3.2 프로그램 작성 방법 및 절차

응력부식 균열 성장에 대한 수명평가 프로그램 작성은 먼저, 확률론적 해석방법을 적용하지 않고, 수명평가 식에 관련된 모든 변수의 값을 알고 있는 가장 단순한 결정론적 수명평가 모델(deterministic model)에 대하여 작성하였다. 즉, 초기 균열길이 a_i, 균열성장속도 da/dt의 값을 알고 있다면, 일정한 시간 후(1년, 2년, ..., 10년 후)의 균열길이 a_f는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$a_f = a_i + da/dt \times \Delta t \quad (17)$$

식(17)과 같이 구한 최종 균열길이 a_f와 임계균열길이

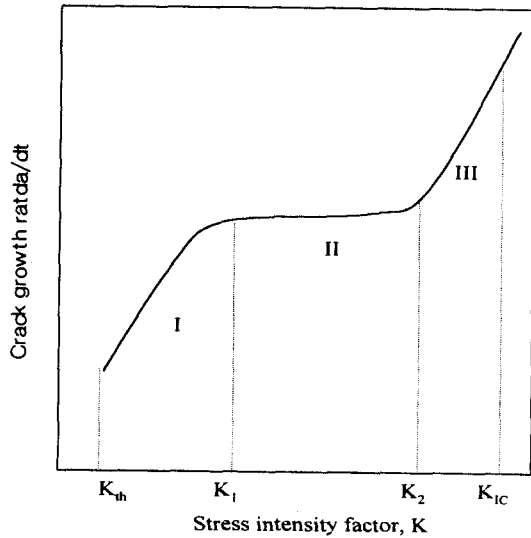


Fig. 2. Schematic illustration of the functional relationship between stress intensity factor and crack growth rate.

a_c 를 비교하여 손상여부를 확인하는 프로그램을 작성하였다.

이와 같은 식을 검토한 후 확률론적 수명평가 프로그램에 적용하였는데, 확률분포함수중 가장 쉽게 널리 적용되고 있는 삼각분포함수에 대하여 불확정 변수를 만들어 확률론적 수명예측 프로그램을 작성하였다. 즉, 초기균열길이 a_0 , 균열성장속도 da/dt 및 임계균열길이 a_c 값의 최소값 (min), 최대값 (max) 및 가장 빈번하게 일어나는 값 (mode)을 입력하여 충분히 많은 반복시행을 수행하여 최종 균열길이와 임계 균열길이를 비교한 후 손상여부를 결정하여 일정한 시간 후 손상이 일어날 확률을 구하는 프로그램이다. 확률론적 수명평가 프로그램 작성절차를 검토한 후 응력부식 균열 성장에 대한 확률론적 수명평가 프로그램을 작성하였다. 수명평가는 균열이 발생한 후 손상이 일어날 때까지의 잔존수명을 결정하는 균열 전파수명을 평가하였다.

응력부식 균열 성장에 대한 수명평가 프로그램 작성은 먼저, 균열전파 법칙 식의 K값에 따른 균열성장속도, da/dt 를 결정하는 것으로 시작하였다. 식(16)과 같은 3영역에서 다른 균열성장속도를 단순화하여 다음과 같이 표현하였다.

$$\frac{da}{dt} = CK^n \tag{18}$$

여기서, 재료상수 C와 n은 $C=C_1, C_2, C_3, n=n_1, n_2, n_3$ 를 의미한다.

먼저, 응력확대계수 K가 균열성장의 하한계 K값, K_{th} 보다 작은 경우는 어떠한 조건에서도 균열이 성장할 수 없는 경우이므로 이때는 Message box를 만들어 "Below threshold"라는 메시지를 제시하도록 하였다.

균열이 정상 성장하는 구간인 K가 K_{th} 보다 크고 K_1 보다 작은 경우 (Fig.2의 영역 I)는 식(18)에서 재료상수 C와 n은 이 영역에 해당하는 재료상수 값, C_1 과 n_1 으로 대치되어 다음 식과 같이 된다.

$$\frac{da}{dt} = C_1K^{n_1} \tag{19}$$

K가 K_1 보다 크고 K_2 보다 작은 경우 (Fig.2의 영역 II)는 균열분기가 일어나는 구간으로서 식(18)에서 재료상수 C와 n은 C_2 과 n_2 로 대치되어 다음 식과 같이 된다.

$$\frac{da}{dt} = C_2K^{n_2} \tag{20}$$

이 영역에서는 일반적으로 $n_2=0$ 이므로 식(20)은 다음과 같이 된다.

$$\frac{da}{dt} = C_2 \tag{21}$$

균열분기가 일어난 후 균열이 다시 정상 성장하는 구간인, K가 K_2 보다 크고 파괴인성 K_{IC} 보다 작은 경우 (Fig.2의 영역 III)는 식(18)에서 재료상수 C와 n은 C_3 과 n_3 로 대치되어 다음 식과 같이 된다.

$$\frac{da}{dt} = C_3K^{n_3} \tag{22}$$

K가 파괴인성 K_{IC} 보다 큰 경우는 균열이 충분히 성장하여 파손이 되는 경우이므로 이때는 Message box를 만들어 "손상 (failure)"라는 메시지를 제시하도록 하였다.

이상과 같이 K값에 따른 균열성장속도 da/dt 를 계산한 후 일정한 시간후의 최종 균열길이 a_f 를 다음 식과 같이 계산하였다.

$$a_f = a_0 + CK^n \times \Delta t \tag{23}$$

여기서, C와 n은 $C=C_1, C_2, C_3, n=n_1, n_2, n_3$ 를 의미한다.

식(23)으로부터 구한 최종 균열길이 a_f 와 임계균열길이 a_c 를 비교하여 손상여부를 결정할 수 있도록 프로그램을 작성하였다.

3.3 입력·출력 데이터 및 결과 분석

응력부식 균열에 대한 확률론적 수명예측 프로그램의 입력화면은 재료 물성치에 대한 입력과 초기 균열길이, 운전 조건, 반복계산수 등과 같은 일반 입력자료에 대하여 입력할 수 있도록 구성하였다. 재료 물성치에 대한 입력화면은 Fig.3과 같고, 일반 입력자료에 대한 입력화면은 Fig.4와 같다.

재료물성치에 대한 입력 데이터중 정확한 값을 알기 어려운 균열성장 식의 재료상수 C_1, C_2, C_3 및 파괴인성 K_{IC} 등은 불확정 변수로 선정하여 각각의 min, max, mode 값을 입력할 수 있도록 입력화면을 구성하였고, 정확한 값을 얻을 수 있는 변수들, K_{th}, K_1, K_2 및 재료상수 n_1, n_2, n_3 등은 결정론적 변수 (deterministic variable)로 정하여 입력할 수 있도록 입력화면을 구성하였다. 그리고, 일반 입력자료에 대한 입력 데이터중 정확한 값을 알기 어려운 초기균

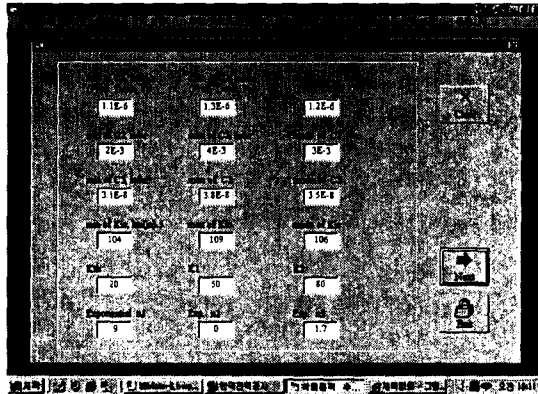


Fig. 3. Input table for material constants.

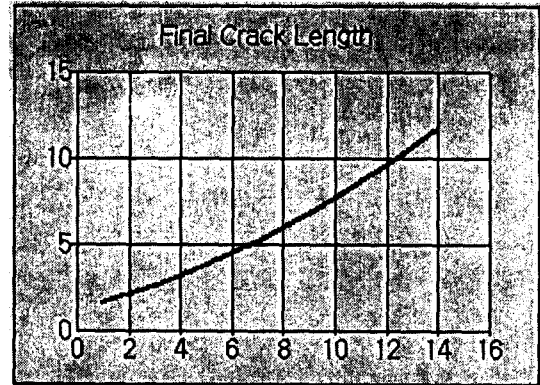


Fig. 6. Final crack length over time of stress corrosion crack growth.

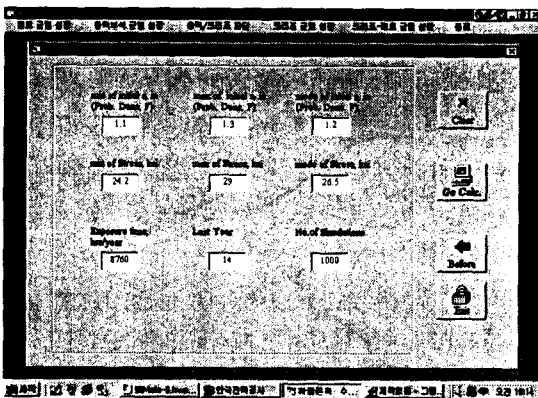


Fig. 4. Input table for operating and loading condition of stress corrosion crack growth.

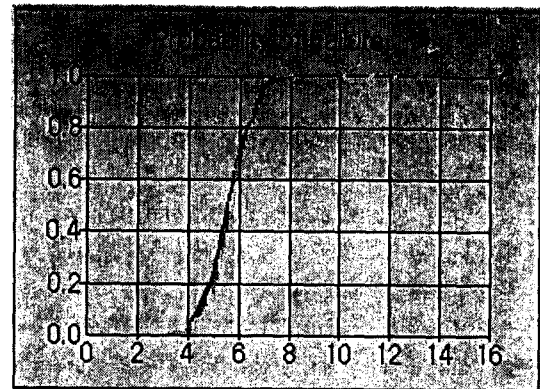


Fig. 7. Probability of failure over time of stress corrosion crack growth.

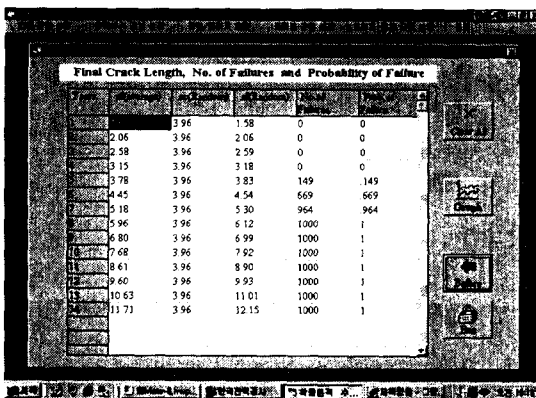


Fig. 5. Output table of stress corrosion crack growth.

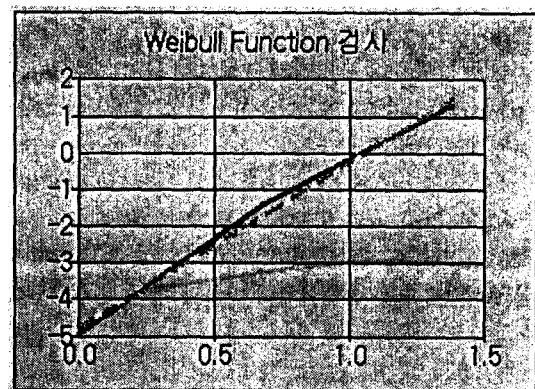


Fig. 8. Reference to compare Weibull function with the simulated.

열길이 a , 및 적용응력 σ_a 은 불확정 변수로 선정하여 각각의 min, max, mode 값을 입력할 수 있도록 하였고, 정확한 값을 얻을 수 있는 변수들, 노출시간 (exposure time) F , 최종 계산년도 L 및 반복계산수 N 은 결정론적 변수로 선정하여 입력할 수 있도록 입력화면을 구성하였다.

출력화면은 Fig.5와 같으며, 일정 기간 후 균열의 성장 경향 및 손상이 일어날 확률을 보여 주고 있다. 즉, 1년후, 2년후, ..., 10년후의 균열의 성장 정도, 임계균열길이, 반복시험중 손상이 일어난 횟수 및 손상이 발생할 확률을 하

나의 도표로 표시하여 현재 균열의 성장정도 및 손상 확률을 제시하였다. Fig.6은 차후의 운전연수에 대한 균열성장 정도를 보여주는 선도이고, Fig.7은 차후 운전연수에 대한 손상확률을 보여주는 선도이다. Fig.7에서 실선은 시뮬레이션에 의하여 계산된 선도이고, 파선은 실선이 Weibull 분포라는 가정하에 실선을 최적으로 만족시키는 Weibull 분포함수(누적분포함수)를 계산한 것이다.

Fig.8은 Weibull Function을 검사하는 선도로서 시뮬레

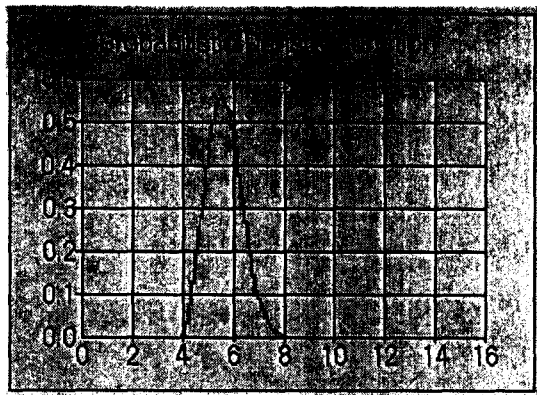


Fig. 9. Calculated Weibull distribution function(probability density function).

이선에 의하여 계산된 선도인 실선을 Weibull 분포라고 가정했다면 완전한 직선이 될 것이다. 이 실선을 최대한 유사하게 나타낼 수 있는 직선(파선)을 계산하여 이 직선의 기울기와 Y축 좌표를 구함으로서 Weibull 분포함수의 α 와 β 를 구할 수 있다. Fig.9는 위에서 계산한 Weibull 분포함수, 즉 확률밀도함수를 나타낸 선도이다.

이와 같은 선도는 균열의 성장정도 및 손상 확률을 제시하여 줌으로써 설비 운영자로 하여금 정비 및 보수에 대한 결정에 도움을 줄 수 있도록 하였다.

4. 결 론

화력발전설비의 손상해석 및 수명평가의 신뢰성을 높이기 위하여 수명평가 식에 확률론적 해석 개념을 도입한 확률론적 수명평가 프로그램을 개발하였다. 확률론적 수명평가는 입력자료에 불확실성을 포함시킴으로서 구조물의 손상 확률을 운전시간의 함수로 제시하며, 해석결과 균열의

성장정도 및 손상 확률을 제시함으로써 설비 운영자로 하여금 정비 및 보수에 대한 결정에 도움을 줄 수 있도록 하였다.

응력부식 균열성장 모델에 대한 수명평가 프로그램의 개발로 화력발전설비 주요 부품에 대한 확률론적 수명평가 기술의 기반을 구축하였으며, 차후 더욱 정확한 수명평가식 적용 및 정확한 입력 데이터 수집 방안을 모색하고, 다른 손상기구에 대한 확률론적 수명평가 프로그램 개발을 계속 수행할 계획이다.

참 고 문 헌

1. Probabilistic Structural Analysis of Fatigue and Fracture, H. Millwater, Y. Wu and J. Cardinal, AIAA, AIAA-94-1057, 1994.
2. Structural System Reliability Calculation Using a Probabilistic Fault Tree Analysis Method, T. Torng, Y.-T. Wu and H. Millwater, AIAA, AIAA-92-2410, 1992.
3. Application of Advanced Probabilistic Fracture Mechanics to Life Evaluation of Turbine Rotor Blade Attachments, H.R. Millwater, Y.-T. Wu, J.W. Cardinal, G.G. Chell, Transactions of the ASME, Vol. 118, 1996.
4. Application of Reference Stress and Probabilistic Methodologies to Assessing Creep Crack Growth, G.G. Chell, C.J. Kuhlman, H.R. Millwater, D.S. Riha, ASTM STP 1297, pp. 54-73, 1997.
5. 강명수, 김덕진, 하정수, "피로균열 성장에 대한 확률론적 수명평가 프로그램 개발," 대한기계학회 98년도 추계학술대회논문집 A, pp. 334-339, 1998.