

〈논 문〉

수직형 마이크로 자이로스코프의 연성 진동과 영점 출력

Coupled Vibration and Zero-Point Output of a Vertical Type Micro Gyroscope

이 승 엽* · 전 도 영* · 김 택 현**

Seung-Yop Lee, Taekhyun Kim and Doyoung Jeon

(2000년 7월 11일 접수 ; 2000년 9월 20일 심사완료)

Key Words : Coupled Vibration(연성진동), Gyroscope(자이로스코프), MEMS(미소전기계시스템), Curve Veering(주파수 빗겨남), Zero-point Output(영점출력)

ABSTRACT

In a vertical type vibratory gyroscope, the coupled motion between the reference and sensing vibrations causes the zero-point output which means non-zero sensing vibration without angular velocity. This structural coupling leads to an inherent discrepancy between the natural frequencies of the reference and sensing oscillations, causing the degradation of the sensing performance and dynamic stability. In this paper, the dynamic characteristics associated the coupling phenomenon are theoretically analyzed. Effects of reference frequency and coupling factor on the rotational direction and amplitude of elliptic oscillation are studied. A technique to predict the existence of curve veering or crossing in frequency trajectories is introduced to apply the design of micro gyroscopes with decoupled structures.

1. 서 론

자이로스코프는 관성체의 각속도를 측정하는 장치로 유도미사일, 항공기의 관성 항법 장치 등에 광범위하게 적용되어 왔으며 최근에는 캠코더의 손떨림 방지 장치, 자동차의 에어백, 능동 현가 장치, 자세 제어 장치 및 항법 장치 등으로 그 쓰임이 확대되고 있다. 그러나 기존의 자이로스코프는 초정밀 가공과 복잡한 조립과정 그리고 큰 부피 때문에 고성능 부품으로 사용되는데는 많은 제한을 받는다. 반면 반도체 제조 공정을 이용하는 마이크로 자이로스코프는 소형화와 저렴하게 대량 생산이 가능하므로 최근 활발히 연구되고 있다.^(1,2)

마이크로 자이로스코프는 일반적으로 기준(reference) 방향과 감지(sensing) 방향이 수직인 수직형이 주류를 이루고 있는데 재료의 구조와 제조 공정상의 오차로 인해 기

준 방향과 감지 방향의 구조적인 연성이 센서의 성능을 저하시킨다. 수직방향의 연성은 각속도가 없을 때도 기준 진동만으로 감지 진동이 일어나는 영점 출력(zero-point output)을 발생시키며 이때 자이로스코프에는 타원 형상의 진동이 일어난다.^(3,4) 최근에는 기준 및 감지 방향으로 비연성된 자이로스코프에 대한 연구가 이루어지고 있다.⁽⁵⁾

본 연구에서는 수직방향으로의 구조연성에 의해서 타원 모양의 영점 출력이 발생하는 과정을 규명하며 기준 진동의 가진주파수 및 다양한 설계변수들이 연성에 의한 자이로 진동 및 센서 성능에 미치는 영향을 고찰한다.

2. 자이로스코프의 동작원리

2.1 자이로스코프의 2자유도 모델링

수직형 자이로스코프를 2자유도 진동계로 모델링하면 Fig. 1과 같이 나타낼 수 있다. 여기서 자이로센서의 질량 m 은 y 축 방향으로 조화운동을 하도록 가진 되는데 이를 기준 진동(reference vibration)이라 한다. 이때 z 축

* 정회원, 서강대학교 공과대학 기계공학과

** 서강대학교 대학원 기계공학과

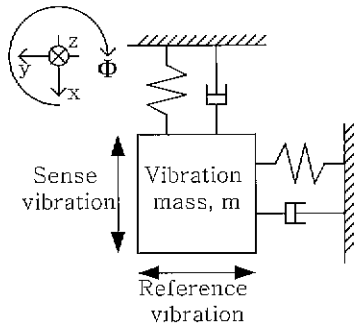


Fig. 1 Modeling of micro gyrosensor

방향의 각속도 ϕ 가 발생하면 코리올리 가속도에 의해서 x 축 방향으로 진동이 발생한다. 감지 진동(sensing vibration)이라 불리는 x 축 방향 진동을 측정함으로써 각속도의 크기를 구하게 된다.

2.2 각속도의 감지 원리

조화운동하는 자이로스코프의 y 축 방향으로의 기준 진동을 $y(t) = Y\sin\omega t$ 로 나타내자. 각속도 ϕ 가 작용될 때 코리올리 가속도는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$2\phi \times v_{rel} = 2\phi \dot{y}(t) = 2\phi Y\omega \cos\omega t \quad (1)$$

ω_0 를 x 축 방향으로의 비감쇠 고유진동수라 하면 다음의 운동 방정식이 성립한다.

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_0\dot{x} + \omega_0^2x = 2\phi Y\omega \cos\omega t \quad (2)$$

식 (2)의 강제진동해를 구하면 다음과 같다.

$$x_p(t) = S\phi \sin(\omega t - \phi) \quad (3)$$

여기서 센서의 진폭을 나타내는 민감도 S 는

$$S = 2Y \frac{\omega}{\omega_0^2} \frac{1}{\sqrt{\left\{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right\}^2 + \left\{\frac{1}{Q} \frac{\omega}{\omega_0}\right\}^2}} \quad (4)$$

이고 진동안정성과 관련된 계수이다. 여기에서 기계적인 Q 값(quality factor)은 $Q=1/\zeta$ 로 정의된다. 또한 식 (3)에서 위상은

$$\phi = \tan^{-1}\left(Q\left\{\frac{\omega_0}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_0}\right\}^{-1}\right) \quad (5)$$

이다. 초기조건 $x(0)=\dot{x}(0)=0$ 에 대한 일반 해를 구하면 다음과 같으며,

$$x_h(t) = S\phi \exp\left(-\frac{\omega_0 t}{2Q}\right) \cos(\omega_0 t - \phi_0) \quad (6)$$

여기서, 위상 ϕ_0 는 다음과 같다.

$$\phi_0 = \tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{(2Q)^2 - 1}} \frac{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}\right) \quad (7)$$

최종적인 강제진동해는 식 (3)과 식 (6)의 합이 된다.

$$x(t) = S\phi \left[\exp\left(-\frac{\omega_0 t}{2Q}\right) \cos(\omega_0 t - \phi_0) + \sin(\omega t - \phi) \right] \quad (8)$$

여기서 x 축 방향의 변위는 z 축 방향으로 발생한 각속도 ϕ 에 비례한다. 따라서 변위 $x(t)$ 를 측정함으로써 가해진 각속도의 크기를 구할 수 있다.

3. 수직으로 연성된 구조물의 진동

마이크로 자이로스코프의 제작시 가공 오차와 잔류응력 그리고 재료의 특성에 의해서 기준 방향과 감지 방향으로 구조물이 연성되어 진동이 발생한다. 구조적인 연성에 의한 진동은 자이로센서의 성능을 악화시키는 주요한 요인이다. 특히 민감성을 높이기 위해서 기준 진동은 공진 주파수와 거의 일치하도록 가진 되는데 이 경우의 구조 연성에 의한 영점 출력은 더욱 증가한다.

3.1 연성된 구조물의 모델링과 진동해석

수직으로 연성된 기준 진동과 감지 진동의 관계를 연구하기 위해서 Fig. 2와 같은 간단한 연성모델을 제시한다. $x_1(t)$ 는 기준방향 진동이고 $x_2(t)$ 는 감지진동이다. k 는 두 방향이 서로 연성된 정도를 나타내는 강성 계수이다. k 가 0이면 두 방향은 완전히 분리된 비연성(decoupled) 진동을 나타낸다. 위의 연성된 진동계의 운동 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k & -k \\ -k & k_2 + k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ 0 \end{bmatrix} e^{i\omega t} \quad (9)$$

먼저 연성시스템의 자유진동해를 구하기 위해 $\mathbf{x}(t) = [x_1 \ x_2]^T = \mathbf{u} e^{i\omega t}$ 로 놓고 다음의 변수들을 도입한다.

$$\gamma^2 = \frac{k}{k_1}, \quad k_{12} = \frac{k_2}{k_1}, \quad \lambda = \frac{\omega^2 m}{k_1}.$$

정리하면 다음과 정규화된 고유치 문제를 얻게된다.

$$\mathbf{R} \mathbf{u} = \lambda \mathbf{u} \quad (10)$$

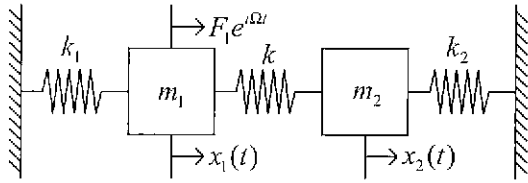


Fig. 2 Modeling of the coupled structure

여기서, $\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 + \gamma^2 & -\gamma^2 \\ -\gamma^2 & k_{12} + \gamma^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{bmatrix}$ 이고 γ^2 은 시스템의 연성된 정도를 나타내며 k_{12} 는 k_1 과 k_2 의 비. 그리고 λ 는 정규화된 고유주파수를 나타낸다.

비연성인 경우인 $\gamma^2=0$ 일 때의 고유치를 구하면 각각 $\lambda_1=1$ 과 $\lambda_2=k_{12}$ 이다. 수직방향으로 연성인 있는 경우인 $\gamma^2 \neq 0$ 일 때는 계산의 편의를 위해서 $k_{12}=1$ 이라 놓고 식 (10)에 대입한 후 정리하여 $\lambda_1=1$ 과 $\lambda_2=1+2\gamma^2$ 의 정규화된 고유진동수를 얻을 수 있다. 연성이 있는 경우와 없는 경우에 대해서 강성 계수 비에 따른 고유 주파수 궤적을 Fig. 3에 나타내었다.

3.2 주파수 궤적의 교차와 빗겨남

Fig. 3에서 보는바와 같이 연성된 진동계의 고유진동수의 궤적을 연성과 관련된 변수에 대해서 그려보면 어떤 점에서 고유진동수의 두 궤적이 서로 접근하다가 서로 교차(crossing)하기도 하고 교차하지 않고 빗겨남(veering)이 일어나기도 한다. 특별히 주파수 궤적의 교차와 빗겨남은 연성진동계의 동적 특성과 매우 밀접하게 관련되기 때문에 이에 대한 해석이 매우 중요하다. 마이크로 자이로스코프에서는 기준방향과 감지방향의 고유진동수를 일치시켜야 감지 성능을 높일 수 있으므로 주파수 궤적에서 교차가 일어나도록 하여야 한다. 여기서는 본 연성시스템의 주파수 궤적의 교차와 빗겨남을 이론적으로 예측하고자 한다.⁽⁶⁾

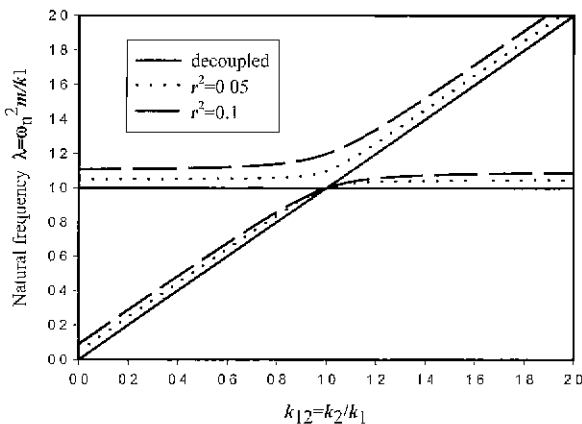


Fig. 3 Curve crossing ($\gamma^2=0$) and veering ($\gamma^2=0.05$, $\gamma^2=0.1$) in frequency trajectories

식 (10)과 같은 정규화된 고유치 문제로 부터

$$x_{mn} = (R_{nn} - \lambda_m \delta_{nn})(R_{nm} - \lambda_m \delta_{nm}) \quad (11)$$

를 정의한다 위의 행렬의 비대각 성분을 주파수 궤적의 독립 변수로 두 번 미분한 값이

$$D^2 x_{mn} = D^2 x_{nm} = 0 \quad (12)$$

이면 주파수 궤적의 교차가 일어난다. 반대로 미분값이 $D^2 x_{mn} > 0$ 와 $D^2 x_{nm} > 0$ 와 같이 양수이면 주파수 궤적이 서로 접근하다가 빗겨남이 일어난다. 이러한 판별식을 Fig. 2에 나타난 시스템에 적용하면 다음과 같다. 여기서 $D^2 = d^2/dk_{12}^2$ 이다

비연성인 경우: $\gamma^2=0$

$$x_{12} = (R_{12} - \lambda_1 \delta_{12})(R_{21} - \lambda_1 \delta_{21}) = 0 \quad (13)$$

$$x_{21} = (R_{21} - \lambda_2 \delta_{21})(R_{12} - \lambda_2 \delta_{12}) = 0 \quad (14)$$

따라서 $D^2 x_{12} = D^2 x_{21} = 0$ 이 되어 공진 주파수는 한 점에서 교차하게 된다.

연성인 있는 경우 $\gamma^2 \neq 0$

$$x_{12} = (R_{12} - \lambda_1 \delta_{12})(R_{21} - \lambda_1 \delta_{21}) = \left(\frac{k}{k_1}\right)^2 \quad (15)$$

$$x_{21} = (R_{21} - \lambda_2 \delta_{21})(R_{12} - \lambda_2 \delta_{12}) = \left(\frac{k}{k_1}\right)^2 \quad (16)$$

따라서

$$D^2 x_{12} = D^2 x_{21} = \frac{2k^2}{k_2^2} > 0 \quad (17)$$

이 되어서 주파수 궤적에서 빗겨남이 일어난다.

앞의 Fig. 3에서 실선은 $\gamma^2=0$ 로 연성되지 않았을 때로서 $k_1/k_2=1$ 일 때 고유 진동수가 교차함을 알 수 있다. 그러나 $\gamma^2=0.05$ 과 0.1 의 연성 되었을 때를 나타내는 두 점선은 빗겨남이 일어나며 연성과 관련된 γ^2 이 커질수록 두 주파수의 빗겨남이 커짐을 알 수 있다. 따라서 수직 방향으로 연성된 진동형 자이로스코프는 기준방향과 감지 방향의 고유진동수를 일치시킬 수 없으며 비연성된 구조물을 갖기 위해서는 새로운 방법이 연구되어야 한다.

3.3 강제 진동

마이크로 자이로센서가 기준 방향과 감지 방향으로 연성을 가질 때, 영점 출력의 특성을 알아보기 위해서 모델링한 2자유도 진동시스템, 식 (9)의 강제 진동해를 구한다.

식 (9)에 $\mathbf{x}(t) = \mathbf{X}e^{i\Omega t}$ 을 대입하여 기준방향과 감지방향으로 진폭 $\mathbf{X} = [x_1 \ x_2]^T$ 를 구하면 다음과 같다.

$$\frac{x_1}{F_1} = \frac{k_2 + k - \Omega^2 m}{(k_1 + k - \Omega^2 m)(k_2 + k - \Omega^2 m) - k^2} \quad (18)$$

$$\frac{x_2}{F_1} = \frac{k}{(k_1 + k - \Omega^2 m)(k_2 + k - \Omega^2 m) - k^2} \quad (19)$$

다음의 변수들을 이용하여 수직방향으로 운동을 정규화한다.

$$r^2 = \frac{k}{k_1}, \quad \omega^2 = \frac{\Omega^2 m}{k_1}, \quad k_{12} = \frac{k_2}{k_1}$$

여기서 r^2 은 연성된 정도를, k_{12} 는 k_1 과 k_2 의 비를, ω^2 은 가진 주파수를 나타내는 계수가 된다. $x_1(t)$ 와 $x_2(t)$ 는 기준 방향과 감지 방향 변위으로써 실제 시스템에서는 서로 수직이므로 $x_1 + ix_2$ 의 복소수 형태로 표시하면 다음과 같은 타원모양의 관계식을 얻을 수 있다.

$$\frac{x_1^2}{|x_1|^2} + \frac{x_2^2}{|x_2|^2} = F_1^2 \quad (20)$$

따라서 수직으로 연성된 자이로스코프의 영점 출력은 타원모양이 됨을 알 수 있다.

3.4 가진 주파수에 따른 영점 출력의 모양

먼저, 실제 마이크로 자이로스코프에서 많은 경우 k_1 과 k_2 가 거의 일치하므로 $k_{12} = 1$ 이라 하고 계산의 편의를 위해 $F_1 = 1$ 이라 하면 $x_1(t)$ 과 $x_2(t)$ 의 진폭의 크기는 각각 다음과 같다.

$$x_1 = \frac{1 + r^2 - \omega^2}{(1 + 2r^2 - \omega^2)(1 - \omega^2)} \quad (21)$$

$$x_2 = \frac{r^2}{(1 + 2r^2 - \omega^2)(1 - \omega^2)} \quad (22)$$

이 때 연성된 정도를 $r^2 = 0.05$ 라 하고 가진 주파수 ω^2 를 변화 시켜 가면서 발생하는 영점 출력을 Fig. 4에 나타내었다. 그림을 보면 ω^2 이 두 공진 주파수의 중간 값, 즉 $1 + r^2$ 일 때 타원은 x_2 방향으로 발산하며, 각각의 공진 주파수 부근인 1이나 $1 + 2r^2$ 근처에서는 거의 원에 가까운 모습을 보인다.

Fig. 5는 일정 가진 주파수에서 k_1 과 k_2 의 비, k_{12} 값을 변화시키면서 수평 및 수직방향의 진폭 비의 변화를 그래프로 나타내었다. 가진 주파수가 1차 모드의 고유주파수

보다 작은 경우 ($\omega^2 = 0.8$)에는 k_{12} 값이 클수록 연성 효과가 줄어들을 알 수 있다. 반면에 가진 주파수가 2차 모드의 공진주파수 보다 클 때 ($\omega^2 = 1.2 > 1 + 2r^2$)는 k_{12} 값이 작아질수록 연성의 효과가 작아진다. 이렇게 k_1 과 k_2 의 비를 조정하여 연성의 효과를 감소시킬 수 있으나 자이로스코프의 민감도가 상대적으로 감소하므로 두 가지 효과를 모두 고려하여야 한다.

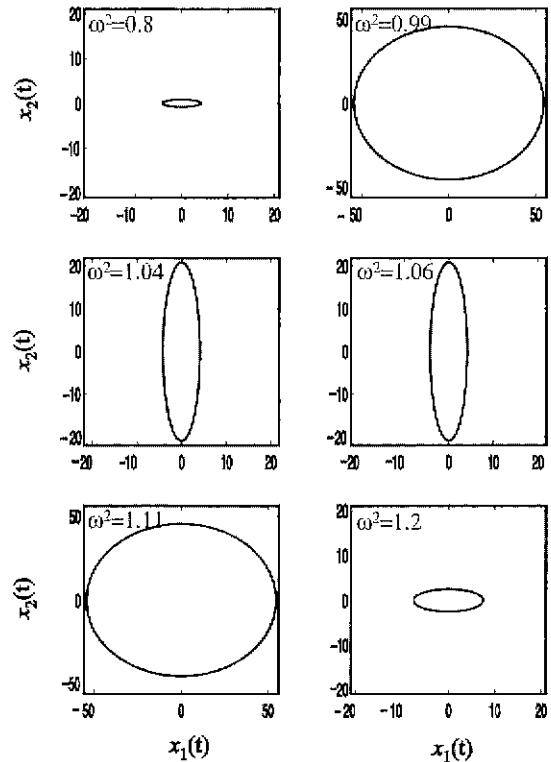


Fig. 4 Simulation of zero-point output depending on reference frequency

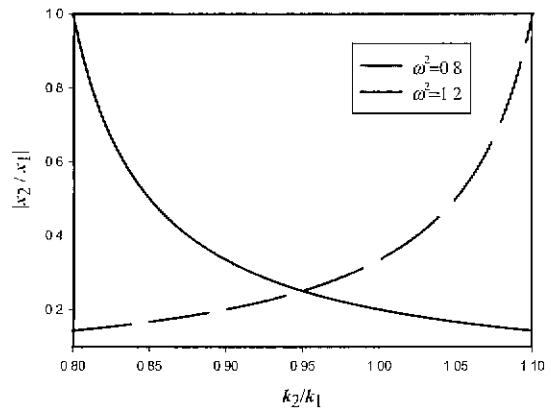


Fig. 5 Amplitude ratio vs. stiffness ratio

3.5 가진 주파수에 따른 타원의 회전 방향

앞에서 마이크로 자이로스코프의 구조적인 연성에 의해서 타원 모양의 영점 출력이 발생함을 알아보았는데 여기에서는 기준 방향의 가진 주파수에 따른 타원의 회전 방향을 알아본다. 먼저 식 (9)에서 $x_1(t)$ 와 $x_2(t)$ 는 수평과 수직방향 변위임으로 다음의 복소수 변위를 도입한다.

$$z(t) = x_1(t) + i x_2(t) \tag{23}$$

이를 이용하여 식 (9)을 다시 표현하면 다음과 같다.

$$m\dot{z} + k^*z + \Delta k^*\bar{z} - ki\bar{z} = \frac{F_1}{2} (e^{i\Omega t} + e^{-i\Omega t}) \tag{24}$$

여기서 $\bar{z}(t)$ 는 $z(t)$ 의 켈레 복소수이며 $k^* = \frac{k_1 + k_2}{2} + k$, $\Delta k^* = \frac{k_1 - k_2}{2} - ki$ 이다. 그런데 일반적으로 자이로센서는 $k_1 = k_2$ 이기 때문에 이 경우에는

$$k^* = k_1 + k, \quad \Delta k^* = -ki$$

가 된다. 식 (24)의 최종적인 강제진동해를 가진 방향과 같은 순방향(forward)과 반대인 역방향(backward) 성분으로 나누면 다음과 같다.

$$z(t) = z_f e^{i\Omega t} + z_b e^{-i\Omega t} \tag{25}$$

이 식을 식 (26)에 대입하여 정리하며 각 방향 성분의 진폭 \bar{z}_b 와 z_f 를 구할 수 있다.

$$\bar{z}_b = -\frac{1}{2} \frac{1}{\Delta k^* - m\Omega^2 + k^*} \tag{26}$$

$$= \frac{1}{2k_1(-r^2 - 1 + \omega^2 - r^2 i)}$$

$$z_f = \frac{1}{2} \frac{(r^2 + 1 - \omega^2 + 2r^2 i)}{(r^2 + 1 - \omega^2 + r^2 i)(-m\Omega^2 + k_1 + k)} \tag{27}$$

이로부터 순방향과 역방향의 진폭비를 아래가 같이 나타낸다

$$\left| \frac{z_f}{z_b} \right| = \frac{\sqrt{(r^2 + 1 - \omega^2)^2 + 4r^4}}{|\omega^2 - 1 + r^2|} \tag{28}$$

이 진폭비가 1보다 크면 시스템은 가진 방향으로 회전하게 되며 1보다 작을 때는 역방향으로 회전하게 된다. 식 (28)가 1이 되는 가진 주파수 값을 계산하면 $\omega^2 = 1 + r^2$ 이 된다. 그러므로 타원의 회전 방향은 진동계의 2개의 고유 진동수인 1과 $1 + 2r^2$ 의 중간인 $1 + r^2$ 에서 진동 방향이 가진 방향과 같은 반시계 방향에서 시계 방향으로 변함을 알 수 있다. 수직 방향으로의 연성에 의한 영점 출력이 만드

는 타원의 모양과 회전 방향을 기준 방향으로의 가진 주파수에 대하여 Table 1에 정리하였다.

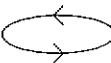
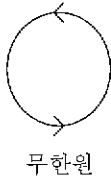




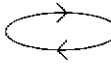
3.6 연성된 정도의 정량화

식 (23)에서 연성된 정도를 나타내는 r^2 에 대하여 정리하면 다음과 같이 나타낼 수 있다

$$r^2 = \frac{-x_1(1 - \omega^2 + \omega^4)}{2x_2(1 - \omega^2) - 1} \tag{29}$$

여기서 우리는 영점출력시 감지방향의 변위의 진폭, x_2 를 측정함으로써 구조적으로 연성된 정도를 나타내는 계수 r^2 을 정량적으로 구할 수 있다. 따라서 위의 연성 관계는 구조적인 비연성을 이루도록 다양한 설계 최적화에 응용될 수 있을 것이며 불필요한 실험을 제거하고 기준방

Table 1 Shapes and turning directions of ellipse depending on reference vibration frequency

가진 주파수	타원의 모양	회전 방향
$0 < \omega^2 < 1$		순방향
$\omega^2 \approx 1$	 무한원	순방향
$1 < \omega^2 < (1 + r^2)$		순방향
$\omega^2 \approx 1 + r^2$		.
$(1 + r^2) < \omega^2 < (1 + 2r^2)$		역방향
$\omega^2 \approx 1 + 2r^2$	 무한원	역방향
$\omega^2 > 1 + 2r^2$		역방향

향으로의 가진 주파수에 따른 영점 출력을 예측 할 수 있게 될 것이다.

4. 결 론

본 논문에서는 수직방향의 구조 연성을 갖는 마이크로 자이로스코프의 영점 출력이 발생하는 과정을 규명하였고 기준 진동의 가진주파수 및 다양한 설계 변수들이 연성에 의한 진동 및 센서 성능에 미치는 영향을 고찰하였다. 또한 이론적으로 기준방향과 감지방향의 고유진동수를 일치하기 위한 주파수 궤적의 교차와 빗겨남을 예측하였다. 마지막으로 영점 출력의 진폭 측정을 통하여 구조적으로 연성된 정도를 정량화할 수 있는 방법을 제시하였다.

후 기

이 논문은 1997년 한국학술진흥재단의 대학부설연구소과제 학술연구비에 의해서 수행되었으며 이에 감사드립니다.

참 고 문 헌

(1) Soederkvist, J., 1994, "Micromachined Gyroscopes" Sensors and Actuators A, Vol. 43, pp. 65~71.

(2) Park, K. Y., Lee, C. W., Oh, Y. S. and Y. H., Cho, 1998, "Laterally Oscillated and Force-Balanced Micro Vibratory Gyroscope Supported by Fish-Hook-Shaped Springs" Sensors and Actuators A Vol. 64, pp. 66~76.

(3) Mochida, Y., Tamura M. and Othwada, K., 1999, "A Micromachined Vibrating Rate Gyroscope with Independent Beams for the Derive and Detection Modes" Proc. SPIE Smart Electronics and MEMS, pp. 618~623

(4) Maenaka, K., Konishi, Y., Fujita, T. and Maeda, M., 1996, "Analysis of a Highly Sensitive Gyroscope with Cantilever Beam as Vibrating mass" Sensors and Actuators A Vol 54, pp.568~573.

(5) Baek S, Y. S., Oh, Kim, H., Ha, B., Song, H., 2000, "A Decoupled Gyroscope Having a High Aspect Ratio by Reverse Surface Micromachining" Proc. 2nd Korean MEMS, pp. 63~67

(6) Perkins, N.C. and Mote, C. D., Jr. 1986, "Comments on Curve Veering in Eigenvalue Problems" Journal of Sound and Vibration Vol. 106, No. 3, pp. 451~463