

〈논 문〉

파라미터 불확실성을 고려한 건물의 건실 진동 제어

Robust Vibration Control for a Building with Parameter Uncertainty

최 재 원* · 김 신 종** · 이 만 형*

Jae Weon Choi, Sin-Jong Kim and Man Hyung Lee

(1999년 12월 10일 접수 ; 2000년 6월 29일 심사완료)

Key Words : Parameter Uncertainty(파라미터 불확실성), μ -Synthesis(μ -합성법), H_∞ Control(H_∞ 제어), Vibration Control(진동 제어), Structural System(구조 시스템)

ABSTRACT

In this paper, we design a vibration control system that includes a 3-D.O.F. mass-spring-damper structure for the analytical model of a building that is excited at the base of this structure by an external dynamic force, and one Active Mass Damper(AMD) on the top of this structure to generate control forces for attenuation of the structural response. Two robust controllers based on μ -synthesis and H_∞ optimal control are designed for the structural system to show that the performance of a control system can be degraded by some parameter uncertainties such as mass, stiffness coefficients, and/or damping coefficients. The performance of the two controllers are compared in terms of nominal performance, robust stability and robust performance by simulations.

1. 서 론

바람, 지진 등과 같은 외부 동하중에 의해 발생하는 건물의 진동은 거주자의 불안감을 유발할 뿐만 아니라 건물에 심각한 손상을 줄 수 있다. 특히 건축 기술의 발달로 건물은 점차 유연화, 경량화, 고층화되고 있고, 이러한 건물에 있어서 진동 문제는 더욱 중요한 문제가 된다. 제진 장치는 이런 문제의 해결을 위해 고안된 것으로 현재까지 다양한 형태의 제진 장치가 제안되어 실용화 단계에 이르렀다. 이러한 제진 장치 중의 하나인 AMD(Active Mass Damper)는 구동 질량의 관성력을 제어력으로 사용하는 간단한 구조를 가지면서 우수한 제진 성능을 나타내기 때문에 실제 적용을 위한 많은 연구가 진행되어 왔다.⁽¹⁾

건물의 진동 제어를 위한 제어기를 설계하기 위해서는,

먼저 제어 대상 시스템인 건물에 대한 해석 모델을 구해야 한다. 일반적으로 대상 시스템에 대한 정확한 모델을 구하는 것은 불가능하므로 단순화된 모델을 사용하게 되는데, 이 때 단순화된 모델은 실제 시스템과 차이가 나게 되고, 이러한 차이는 모델링 오차(modeling error) 또는 모델 불확실성(model uncertainty)으로 존재하게 된다. 단순화된 건물 모델이 가지는 모델 불확실성은 무한차원의 실제 시스템을 유한 차원으로 저차원화하는 과정에서 발생될 뿐만 아니라, 바람, 지진 등의 외부 동하중에 의한 진동, 건물의 노화 등에 의한 파라미터(강성, 감쇠 등) 변화에 의해서도 발생한다. 이러한 모델링 오차는 제어시스템의 안정성과 성능에 바람직하지 않은 영향을 줄 수 있으므로 제진 장치에 적용될 제어기 설계시 반드시 고려되어야 한다. 현재까지 건물의 진동 제어에서 모델링 오차에 대한 건실성을 확보하기 위한 연구 중 대부분이 대표적인 건실 제어(robust control) 기법 중의 하나인 H_∞ 제어를 이용하여 모델링에서 무시된 고차 모드와 같이 비구조화된 불확실성(unstructured uncertainty)에 대한 건실성만을 고려

* 정희원, 부산대학교 기계공학부 및 기계기술연구소

** 부산대학교 기계공학부 대학원

해 왔다. 하지만 모델 불확실성에는 비구조화된 불확실성 뿐만 아니라 파라미터 변화와 같은 구조화된 불확실성 (structured uncertainty)도 존재한다. 따라서 안정성과 성능 면에서 더욱 더 견실한 제어시스템을 설계하기 위해서는 구조화된 불확실성에 대한 고려가 있어야 한다.

본 논문에서는 제어기 설계 시 구조화된 불확실성에 대한 고려의 필요성을 보이기 위해, AMD를 사용하여 기초부 가진에 의한 3자유도 질량-스프링-감쇠 시스템의 진동을 억제할 수 있는 두 개의 진동 제어시스템을 구성한다. 즉 파라미터 불확실성을 고려한 제어시스템과 그렇지 않은 제어시스템을 설계하여 파라미터 불확실성이 두 제어시스템의 안정성과 성능에 미치는 영향을 조사하도록 한다. 이때 두 제어시스템에 사용된 제어기 모두 참고문헌 (3), (4)에 제시된 견실제어 기법에 근거하여 설계하도록 한다. 즉 파라미터 불확실성을 고려한 제어기 설계에는 μ -합성법 (μ -synthesis)을 사용하도록 하고, 파라미터 불확실성을 고려하지 않은 제어기 설계에는 H_∞ 제어를 사용하도록 한다. 그리고 설계된 두 제어시스템의 성능을 공칭성능 (nominal performance)과 견실안정성(robust stability), 그리고 견실성능(robust performance) 면에서 비교하여 제어기 설계 시 구조화된 불확실성에 대한 고려가 필요함을 입증한다.

2. 건물 모델

2.1 공칭 모델

실제 건물은 무한차원을 가지는 시스템이므로 제어 시스템을 설계하기 위해서는 유한차원으로 근사화된 모델을 사용해야 한다. 본 논문에서는 Fig. 1과 같은 3자유도의 질량-스프링-감쇠 시스템을 건물 모델로 사용하고 건물에 작용하는 외란은 지상에서 발생하는 지진만을 고려한다. 이 때 이 모델에 대한 운동방정식은 식 (1)과 같이 나타낼 수 있다.

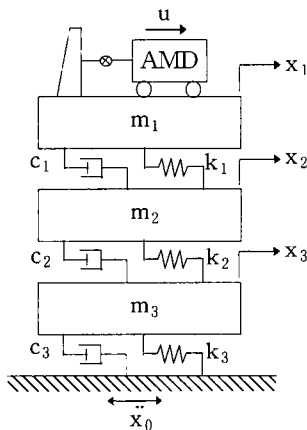


Fig. 1 3-D.O.F. structural system

$$\overline{M}\ddot{x}(t) + \overline{C}\dot{x}(t) + \overline{K}x(t) = b_1 u(t) + \overline{M}w_1 \ddot{x}_0(t) \quad (1)$$

여기서 \overline{M} , \overline{C} , \overline{K} 는 각각 3×3 의 공칭 질량, 감쇠, 강성 행렬로서 다음과 같이 주어진다.⁽²⁾

$$\overline{M} = \text{diag}(981, 981, 981) \text{ [kg]},$$

$$\overline{C} = \begin{bmatrix} 437.5 & 2.6 & 61.7 \\ -2.6 & 456.9 & -57.3 \\ 61.7 & 57.3 & 382.8 \end{bmatrix} \text{ [N} \cdot \text{sec/m]},$$

$$\overline{K} = \begin{bmatrix} 1333600 & -1624800 & 369100 \\ -1624800 & 3022200 & -1641600 \\ 369100 & -1641600 & 2741700 \end{bmatrix} \text{ [N/m]}$$

그리고 $x(t)$ 는 각 층 질량의 상대변위벡터, $\ddot{x}_0(t)$ 는 구조물의 기초부에서 발생된 지진파의 가속도를 나타내며, $u(t)$ 는 AMD에 의한 제어력을 나타낸다. 그리고 b_1 은 AMD의 위치를 나타내는 행렬로서, 한 개의 AMD가 최상층에 위치한다고 하면 $b_1 = [1 \ 0 \ 0]^T$ 가 된다. 또한 w_1 은 모든 원소가 -1인 상수벡터를 나타낸다. 이 때 식 (1)은 다음과 같이 고쳐 쓸 수 있다.

$$\ddot{x}(t) = -\overline{M}^{-1}\overline{K}x(t) - \overline{M}^{-1}\overline{C}\dot{x}(t) - \overline{M}^{-1}b_1 u(t) + w_1 \ddot{x}_0(t) \quad (2)$$

2.2 파라미터 불확실성(Parameter Uncertainty)

식 (1) 또는 식 (2)로 표현된 공칭 모델식은 무한차원의 실제 건물 모델에 대한 근사식이므로 파라미터 행렬 \overline{M} , \overline{C} , \overline{K} 는 항상 불확실성을 포함한다. 뿐만 아니라 건물의 노화, 외부 하중 등으로 인한 특성 파라미터(질량, 감쇠, 강성 등)의 변화는 공칭 모델에 대한 파라미터 불확실성을 더욱 더 가중시키는 요인으로 작용하게 된다. 본 논문에서는 이러한 파라미터 불확실성에 대한 고려가 구조물의 진동 제어 시스템 설계 시 필요함을 보이기 위해 공칭 모델의 질량, 감쇠, 강성 행렬에 대한 파라미터 불확실성을 고려하였다.

실제 구조시스템의 질량, 감쇠, 강성 행렬은 공칭 모델의 질량, 감쇠, 강성 행렬에 파라미터 변동을 포함함으로써 식 (3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} M &= \overline{M} + \alpha \delta_M \cdot \overline{M} \\ C &= \overline{C} + \beta \delta_C \cdot \overline{C} \\ K &= \overline{K} + \gamma \delta_K \cdot \overline{K} \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 M , C , K 는 실제 구조시스템의 질량, 감쇠, 강성 행렬로서 제한된 범위 내에서 존재하는 불확실한 값으로 가정한다. 그리고 연산자 \cdot 는 같은 차원을 가지는 두 행렬

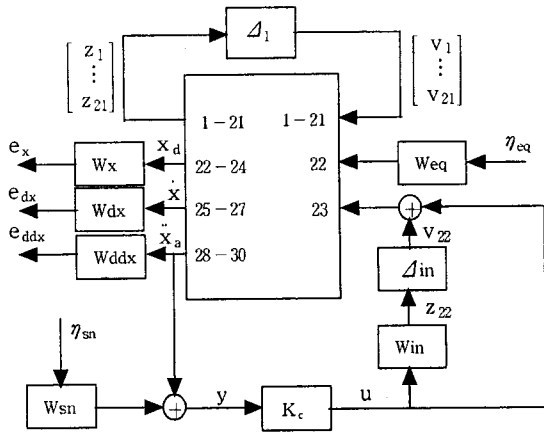


Fig. 2 A model with parameter uncertainties

의 원소별 곱(element-by-element multiplication)을 나타내며, α, β, γ 는 최대 파라미터 변동 비율을 나타낸다. 본 논문에서는 α, β, γ 모두 0.1로 가정하여 모든 파라미터 변동을 10% 이내로 제한한다. 그리고 $\delta_M, \delta_C, \delta_K$ 는 파라미터 변동을 나타내는 행렬로써 다음과 같은 구조를 가진다.

$$\delta_M = \text{diag}(\delta_{M1}, \delta_{M2}, \delta_{M3}) \in R^{3 \times 3} \quad (|\delta_{Mi}| \leq 1, i=1,2,3)$$

$$\delta_C = \begin{bmatrix} \delta_{C11} & \delta_{C12} & \delta_{C13} \\ \delta_{C12} & \delta_{C22} & \delta_{C23} \\ \delta_{C13} & \delta_{C23} & \delta_{C33} \end{bmatrix} \in R^{3 \times 3} \quad (|\delta_{Cij}| \leq 1, i,j=1,2,3)$$

$$\delta_K = \begin{bmatrix} \delta_{K11} & \delta_{K12} & \delta_{K13} \\ \delta_{K12} & \delta_{K22} & \delta_{K23} \\ \delta_{K13} & \delta_{K23} & \delta_{K33} \end{bmatrix} \in R^{3 \times 3} \quad (|\delta_{Kij}| \leq 1, i,j=1,2,3)$$

이 때 위의 파라미터 변동항을 식 (2)의 공칭 모델에 첨가하면 식 (4)와 같은 실제 구조시스템에 대한 모델식을 얻을 수 있다.

$$\dot{\tilde{x}}(t) = -M^{-1}K\tilde{x}(t) - M^{-1}C\dot{\tilde{x}}(t) + M^{-1}b_1u(t) + w_1\tilde{x}_0(t) \quad (4)$$

Fig. 2에 식 (4)로 나타내어진 모델의 블록 선도를 도시하였다.

3. 제어시스템 설계

본 장에서는 H_∞ 제어와 μ -합성법(μ -synthesis)을 이용한 출력 피드백 제어시스템을 설계하도록 한다. 이 때 앞과 동일 피드백되는 출력신호로 다음과 같은 각 층의 절대 가속도 \tilde{x}_a 를 사용하도록 한다.

$$\tilde{x}_a(t) = \tilde{x}(t) - w_1\tilde{x}_0(t)$$

두 제어시스템을 설계하기 위해서는 Fig. 2에 도시한 모델

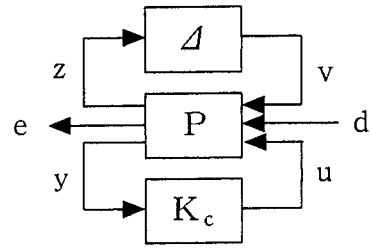


Fig. 3 A general model for robust control

을 기초로 하여 Fig. 3과 같은 구조의 루프(loop)를 구성해야 한다. Fig. 3에서 Δ, P, K_c 는 각각 모델 불확실성, 일반화된 플랜트(generalized plant), 제어를 나타낸다. 그리고 신호 d, u, e, y 는 각각 외부입력신호, 제어입력신호, 제어하고자 하는 오차신호, 측정되는 출력신호를 나타낸다.

3.1 일반화된 플랜트의 구성

건설 제어 기법에 의한 제어기를 설계하기 위해서는 불확실성을 포함한 모델에 각종 가중함수를 포함시킨 일반화된 플랜트를 구성해야 한다. Fig. 4에 가중함수를 포함한 모델을 나타내었다. 가중함수에는 모델 불확실성에 관련된 것과 외부입력신호를 표현하기 위한 것, 그리고 제어 성능을 반영하기 위한 것이 있다.

먼저 Fig. 2에 나타낸 모든 파라미터 불확실성을 하나의 블록 Δ_1 으로 재구성한다. 이 때 Δ_1 은 모든 파라미터 불확실성, 즉 $\delta_M, \delta_C, \delta_K$ 의 모든 원소들이 대각선 상에 위치하는 대각 행렬이 된다.

Fig. 2에서 질량 파라미터 변동 행렬 δ_M 은 질량 행렬의 역행렬 M^{-1} 에 포함되어 있다. M^{-1} 로부터 δ_M 을 분리해 내기 위해서 M^{-1} 를 다음과 같은 하위 LFT(lower linear fractional transformation) 형태로 나타낸다.

$$M^{-1} = \overline{M}^{-1} - (\alpha \overline{M}^{-1})\delta_M(I + \alpha\delta_M)^{-1} \quad (5)$$

$$= F_l(M_1, \delta_M)$$

여기서

$$M_1 = \begin{bmatrix} \overline{M}^{-1} & -\alpha \overline{M}^{-1} \\ I & -\alpha I \end{bmatrix}$$

식 (5)로 표현된 행렬 M^{-1}, M_1, δ_M 사이의 관계는 Fig. 5와 같이 나타낼 수 있다. 그리고 파라미터 변동 행렬 δ_C, δ_K 의 모든 원소들은 각각 독립적인 파라미터 불확실성을 나타내므로 이들을 분리해 내기 위해서는 대각 행렬로 변환하는 과정이 필요하다. 이를 위해서 다음 관계식을 만족하는 W_{CL}, W_{KL}, W_R 를 선정한다.

$$\begin{aligned} \delta_C \cdot \bar{C} &= W_{CL} \cdot \Delta_C \cdot W_R \\ \delta_K \cdot \bar{K} &= W_{KL} \cdot \Delta_K \cdot W_R \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 Δ_C 와 Δ_K 는 분리된 파라미터 불확실성 블록으로 다음과 같은 구조를 갖는다.

$$\begin{aligned} \Delta_C &= \text{diag}(\delta_{C11}, \delta_{C22}, \delta_{C33}, \delta_{C12}I_2, \delta_{C13}I_2, \delta_{C23}I_2) \\ \Delta_K &= \text{diag}(\delta_{K11}, \delta_{K22}, \delta_{K33}, \delta_{K12}I_2, \delta_{K13}I_2, \delta_{K23}I_2) \end{aligned}$$

이 때 식 (6)을 만족하는 행렬 W_{CL} , W_{KL} , W_R 은 다음과 같다.

$$W_{CL} = \begin{bmatrix} \bar{c}_{11} & 0 & 0 & \bar{c}_{12} & 0 & \bar{c}_{13} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{c}_{22} & 0 & 0 & \bar{c}_{21} & 0 & 0 & \bar{c}_{23} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{c}_{33} & 0 & 0 & 0 & \bar{c}_{31} & 0 & \bar{c}_{32} \end{bmatrix}$$

$$W_{KL} = \begin{bmatrix} \bar{k}_{11} & 0 & 0 & \bar{k}_{12} & 0 & \bar{k}_{13} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{k}_{22} & 0 & 0 & \bar{k}_{21} & 0 & 0 & \bar{k}_{23} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{k}_{33} & 0 & 0 & 0 & \bar{k}_{31} & 0 & \bar{k}_{32} \end{bmatrix}$$

$$W_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T$$

여기서 \bar{c}_{ij} , \bar{k}_{ij} ($i, j=1, 2, 3$)는 각각 행렬 \bar{C} , \bar{K} 의 i 행 j 열 원소를 나타낸다.

이제 대각행렬 δ_M , Δ_C , Δ_K 를 이용하면 파라미터 변동 행렬 Δ_1 은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta_1 = \text{diag}(\delta_M, \Delta_C, \Delta_K) \quad (7)$$

본 논문에서는 파라미터 불확실성 외에 제어 입력에 대한 불확실성까지 고려하여 제어시스템을 설계하도록 한다. 이를 위해 불확실성 $\Delta_{in} (\in R, |\Delta_{in}| \leq 1)$ 과 가중함수 W_m 을 도입한다. 여기서 W_m 은 0.1로 선정하여 제어 입력에 대한 10%의 불확실성만을 고려한다.

전실 제어 이론에 의하면 일반화된 플랜트의 모든 외부 입력(본 논문에는 기초부 가진 가속도 η_{eq} 와 센서 잡음 η_{sn} 만을 고려한다)은 $\| \cdot \|_2 \leq 1$ 을 만족하는 신호로 가정한다. 따라서 일반화된 플랜트의 외부 입력 신호에 가중 함수를 곱해서 실제 신호를 표현해야 한다. 기초부 가진 가속도를 표현하기 위한 가중함수 W_{eq} 는 참고문헌 (5)에 기술된 Kanai-Tajimi 스펙트럼을 사용하였고, 센서 잡음을 위한 가중 함수 W_{sn} 은 상수 함수를 사용하였다.

본 논문의 제어 목적은 기초부 가진을 받는 구조시스템의 진동을 억제하는 것이므로 제어 성능은 구조물 각 층의 상대 변위, 속도, 가속도로 나타낼 수 있다. 하지만 구조물 붕괴에 대해서는 다음과 같은 인접한 층 상대 변위의 차이를 나타내는 신호가 단순한 상대 변위보다 더 직접적인 관계가 있고, 또한 거주자의 불안감에 대해서는 각 층의 상

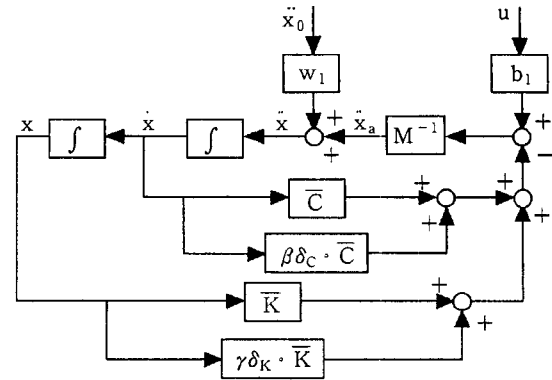


Fig. 4 A model with weighting functions

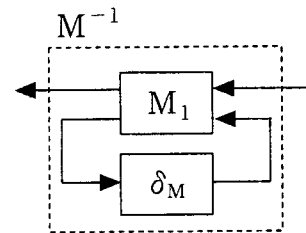


Fig. 5 The representation of M^{-1}

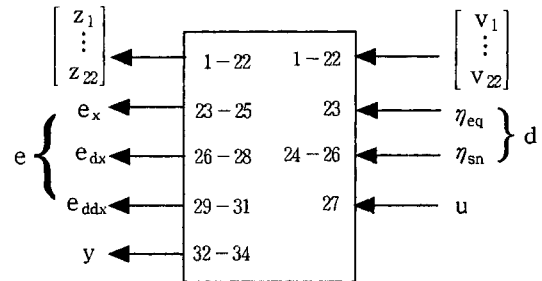


Fig. 6 A generalized plant

대 가속도보다 절대 가속도가 더 직접적인 관계가 있으므로 본 논문에서는 제어 성능을 나타내는 신호로 각 층의 상대 변위와 상대 가속도 대신 $x_d(t)$ 와 $\dot{x}_a(t)$ 를 사용하도록 한다.

$$x_d(t) = [x_1(t) - x_2(t), x_2(t) - x_3(t), x_3(t)]^T$$

이제 제어 성능 사양을 반영하기 위한 성능 가중 함수 W_x , W_{dx} , W_{dax} 를 선정하여 구조물 응답신호 x_d , \dot{x} , \dot{x}_a 에 가중시킨다. 이 때 각 성능 가중 함수는 η_q 로부터 x_d , \dot{x} , \dot{x}_a 로의 전달함수의 H_∞ -놈(norm)이 1/3배 감소하도록 선정하였다.

지금까지 선정된 모든 가중 함수를 포함시킨 일반화된 플랜트는 Fig. 6와 같이 나타낼 수 있고, 이 때 전체 파라

미터 변동 행렬 Δ 는 식 (8)과 같다.

$$\Delta = \text{diag}(\Delta_1, \Delta_m) \quad (8)$$

3.2 μ -합성법

일반화된 플랜트를 전달함수 형태로 나타내면 식 (9)와 같다.

$$\begin{bmatrix} z \\ e \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11}(s) & P_{12}(s) & P_{13}(s) \\ P_{21}(s) & P_{22}(s) & P_{23}(s) \\ P_{31}(s) & P_{32}(s) & P_{33}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ d \\ u \end{bmatrix} \quad (9)$$

μ -합성법에 의한 제어기 설계는 식 (10)을 만족시키는 안정화 제어기(stabilizing controller) K_c 를 찾는 문제이다.

$$\min_{K_c} \|F_\lambda(G, K_c)\|_\mu \quad (10)$$

여기서

$$G = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11}(s) & P_{12}(s) & \vdots & P_{13}(s) \\ P_{21}(s) & P_{22}(s) & \vdots & P_{23}(s) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{31}(s) & P_{32}(s) & \vdots & P_{33}(s) \end{bmatrix}$$

$$F_\lambda(G, K_c) = G_{11} + G_{12}K_c(I - G_{22}K_c)^{-1}G_{21}$$

이고, $\|\cdot\|_\mu$ 는 구조화된 특이값(structured singular value)을 나타낸다. 이 경우에는 파라미터 불확실성이 고려된 제어기를 얻을 수 있다.

현재까지 식 (10)에 대한 완전한 해가 구해지지 않고 있지만, D-K 반복법(D-K iteration)으로 근사해는 구할 수 있다. 본 논문에서는 Matlab Toolbox에 구현되어 있는 D-K 반복법을 사용하여 제어기 K_c 를 구하였다.

3.3 H_∞ 제어

H_∞ 제어에 의한 제어기 설계는 식 (11)을 만족시키는 안정화 제어기 K_c 를 찾는 문제이다.

$$\min_{K_c} \|F_\lambda(G, K_c)\|_\infty \quad (11)$$

여기서

$$G = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{22}(s) & P_{23}(s) \\ P_{32}(s) & P_{33}(s) \end{bmatrix}$$

이고, $\|\cdot\|_\infty$ 는 H_∞ -norm을 나타낸다. 이 경우에는 파라미터 불확실성이 전혀 고려되지 않은 제어기가 구해진다.

식 (11)에 대한 해는 일반적으로 잘 알려져 있으며, 본 논문에서는 Matlab Toolbox에 구현되어 있는 두 개의 리카티 해(Riccati solutions)를 이용한 방법을 사용하여 제어기 K_c 를 구하였다.

4. 시뮬레이션 및 결과 분석

본 장에서는 먼저 μ -합성법과 H_∞ 제어에 의해 설계된 제어시스템의 성능을 공칭성능과 건설안정성, 그리고 건설 성능 면에서 평가하고, 구조물 각 층의 시간응답을 통해 이를 확인하도록 한다.

4.1 공칭성능 평가

공칭성능은 불확실성을 포함하지 않은 제어시스템의 성능을 나타낸다. 이에 대한 평가는 페루프 시스템의 외부 입력 d 로부터 오차 e 로의 전달함수 행렬의 -norm으로 이루어진다. Fig. 7에 μ -합성법과 H_∞ 제어에 의한 제어시스템의 페루프 전달함수 행렬의 최대 특이값을 나타내었다. Fig. 7로부터, 두 제어시스템의 H_∞ -norm이 1보다 작은 것을 알 수 있다. 따라서 두 제어시스템 모두 선정한 성능 사양을 만족시킨다.

그러나 μ -합성법에 의한 제어시스템의 H_∞ -norm은 0.43으로서 H_∞ 제어에 의한 제어시스템의 H_∞ -norm인 0.28보다 큰 값을 가지므로 제어시스템의 공칭성능은 μ -합성법의 경우보다 H_∞ 제어의 경우 더 우수하다는 것을 알 수 있다.

4.2 건설안정성 평가

건설안정성 평가로부터 공칭 페루프 시스템을 불안정하게 할 수 있는 불확실성의 최대 크기를 알 수 있다. 이에 대한 평가는 구조화된 특이값으로 이루어진다. Fig. 8에 건설안정성 평가를 위한 구조화된 특이값의 상한(upper bound)과 하한(lower bound)을 나타내었다. 여기서 구조화된 특이값과 관련된 불확실성은 다음과 같다.

$$\Delta_{RS} = \Delta$$

Fig. 8에서 구조화된 특이값의 상한과 하한의 최대값은 각각, μ -합성법의 경우 2.23, 2.22로 나타났고, H_∞ 제어의 경우 14.35, 9.02로 나타났다. 건설안정성에 관한 정리(3.4)에 따르면, 불확실성이 포함된 페루프 시스템의 안정성은 구조화된 특이값의 상한 최대값의 역수보다 작은 불확실성 Δ_{RS} 에 대해서 보장된다. 즉, H_∞ 제어의 경우에는 $\|\Delta_{RS}\| \leq 1/14.35$ 를 만족하는 불확실성 Δ_{RS} 에 대해서, μ -합성법의 경우에는 $\|\Delta_{RS}\| \leq 1/2.23$ 을 만족하는 불확실성 Δ_{RS} 에 대해서 시스템의 안정성이 보장된다. 또한 구조화된 특이값의 하한 최대값의 역수와 같은 크기를 갖는 불확실성 중에 시스템을 불안정하게 하는 것이 존재한다. 즉, H_∞ 제어의 경우에는 $\|\Delta_{RS}\| = 1/9.02$ 를, μ -합성법의 경우에는 $\|\Delta_{RS}\| = 1/2.22$ 를 만족하는 불확실성 Δ_{RS} 중에 시스템을 불안정하게 하는 것이 존재한다. 따라서 μ -합성법에 의한

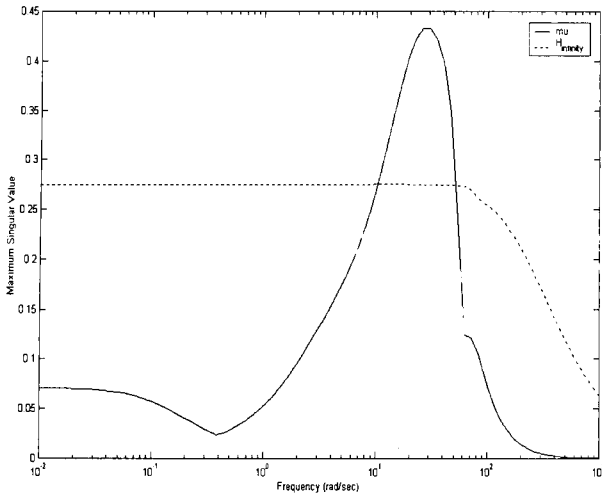


Fig. 7 Nominal performance

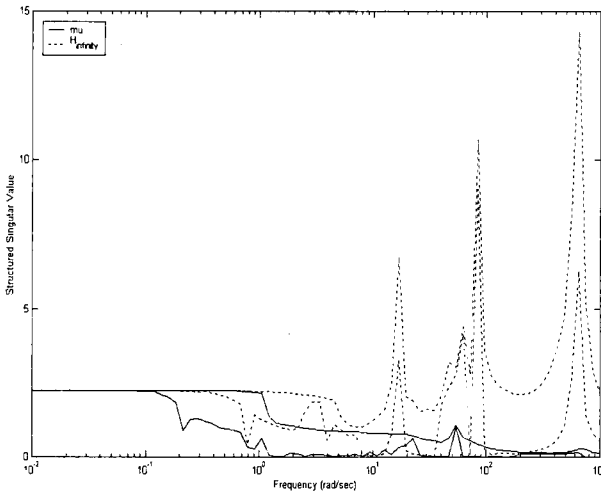


Fig. 8 Robust stability

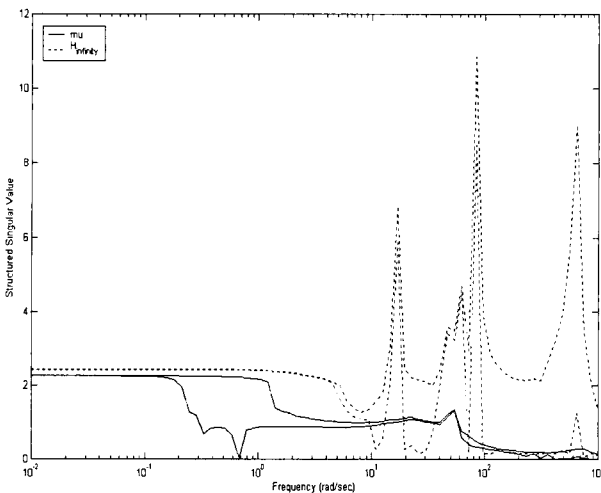


Fig. 9 Robust performance

제어시스템이 H_∞ 제어에 의한 제어시스템보다 더 큰 변동에 대해서 시스템의 안정성을 보장할 수 있음을 알 수 있다.

4.3 견실성능 평가

견실성능 평가로부터 제어시스템의 성능을 보장할 수 있는 최소의 변동에 대한 정보를 얻을 수 있다. Fig. 9에 견실성능 평가를 위한 구조화된 특이값의 상한과 하한을 나타내었다. 이 때 구조화된 특이값과 관련된 불확실성은 다음과 같다.

$$\Delta_{RP} = \text{diag}(\Delta, \Delta_P), \Delta_P \in C^{4 \times 9}$$

Fig. 9에서 구조화된 특이값의 상한과 하한의 최대값은 각각, μ -합성법의 경우 2.26, 2.25로 나타났고, H_∞ 제어의 경우 10.87, 8.49로 나타났다. 견실성능에 관한 정리(3.4)에 따르면, 구조화된 특이값의 하한 최대값의 역수보다 작은 불확실성 Δ 에 대해서 d 로부터 e 로의 전달함수의 H_∞ -norm이 구조화된 특이값의 최대 하한값보다 작아진다. 따라서 H_∞ 제어에 의한 제어시스템의 경우 아주 작은 변동이 존재하더라도 d 로부터 e 로의 전달함수의 H_∞ -norm이 증가하여 시스템의 성능이 크게 저하될 수 있음을 알 수 있다.

4.4 시간응답

본 절에서는 건물 모델의 기초부에 지진파를 가했을 때, 구조물 각 층의 변위와 속도, 그리고 가속도 시간응답의 시뮬레이션 결과를 나타낸다. 지진파 가속도는 Fig. 10에 나타난 El Centro 지진 데이터를 사용하였다.

Table 1 Simulation results

	uncontrolled	H_∞ control		μ -synthesis	
		nominal	perturbed	nominal	perturbed
$\max x_1 - x_2 $	0.0153	0.0065	0.0067	0.0033	0.0048
$\max x_2 - x_3 $	0.0298	0.0079	0.0076	0.0041	0.0069
$\max x_3 $	0.0287	0.0065	0.0062	0.0056	0.0096
$\max \dot{x}_1 $	0.9955	0.1650	0.1937	0.1931	0.1701
$\max \dot{x}_2 $	0.7243	0.1371	0.1281	0.2140	0.1924
$\max \dot{x}_3 $	0.3350	0.1039	0.1085	0.1560	0.1425
$\max \ddot{x}_{a1} $	14.1961	6.7242	10.384	4.2908	3.5233
$\max \ddot{x}_{a2} $	14.3585	3.8834	6.3729	5.1646	3.9122
$\max \ddot{x}_{a3} $	9.3454	4.1842	4.6724	4.9324	3.7962

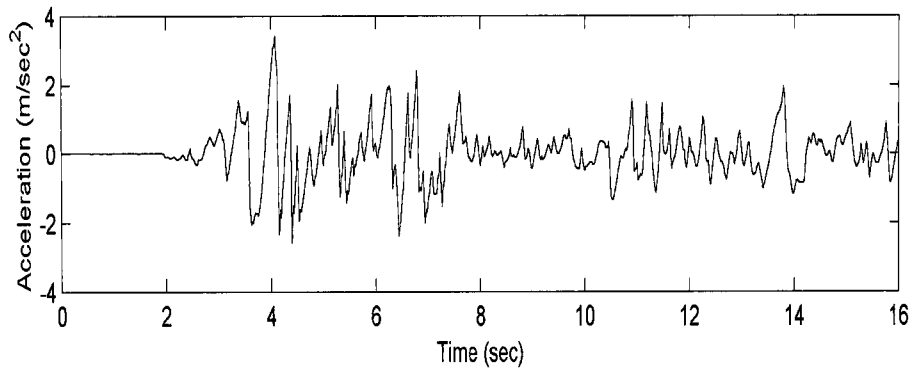


Fig. 10 El Centro excitation

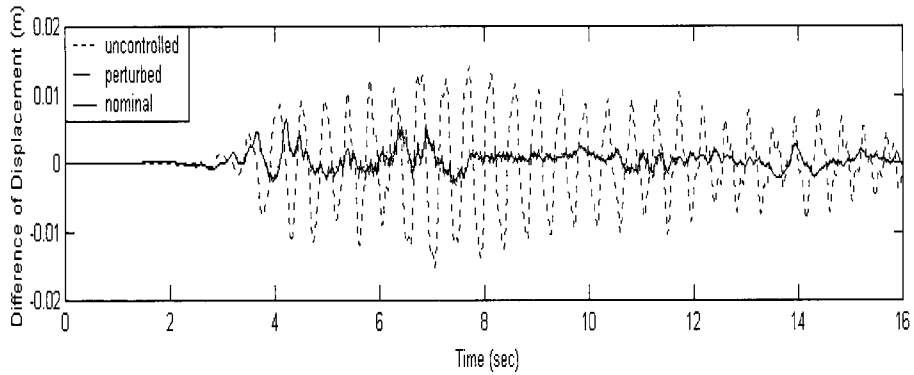


Fig. 11 Difference between 3rd and 2nd floor displacement (H_∞ control)

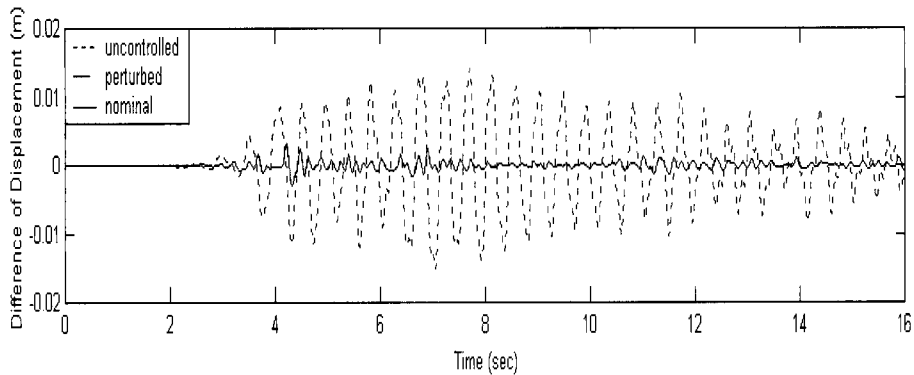


Fig. 12 Difference between 3rd and 2nd floor displacement (μ -synthesis)

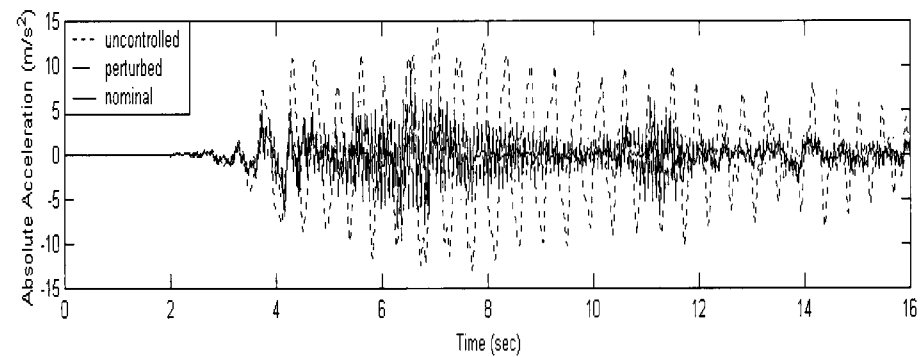


Fig. 13 Absolute acceleration of 3rd floor (H_∞ control)

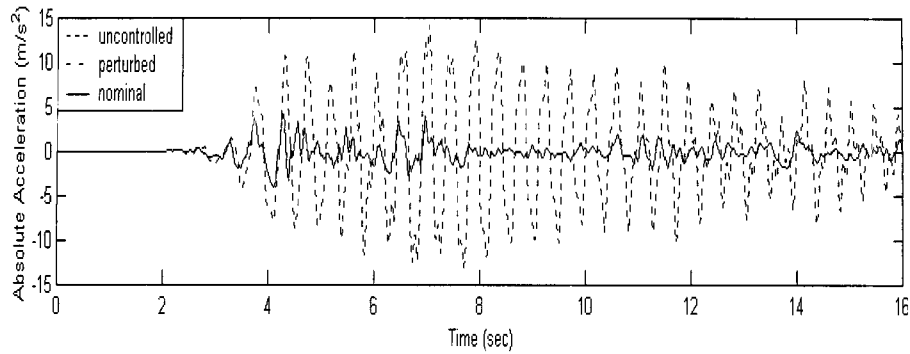


Fig. 14 Absolute acceleration of 3rd floor (μ -synthesis)

시뮬레이션에 적용된 시스템으로는 제어가 이루어지지 않은 시스템과 H_{∞} 제어에 의한 제어시스템 그리고 μ -합성법에 의한 제어시스템이 있다. 이 때 각 제어시스템을 파라미터 불확실성이 포함된 경우와 파라미터 불확실성이 포함되지 않은 경우로 나누어 각각에 대한 시뮬레이션을 수행하였다. 여기서 각 제어시스템에 포함시킨 불확실성은 다음과 같은 $\|\Delta_{RH}\|=1/2.25$ 일 때의 파라미터 불확실성 Δ 를 사용하였다.

$$\Delta = \text{diag}(0.43, 0.43, 0.43, -0.44, -0.44, -0.44, 0.42, 0.42, -0.44, -0.44, -0.44, -0.44, -0.44, -0.44, -0.44, 0.44, 0.44, -0.44, -0.44, 0.44, 0.44, 0.44)$$

Table 1에 시뮬레이션 결과로 얻어진 구조물 각 층의 상대 변위의 차(m)와 속도(%), 그리고 절대 가속도(m/s^2)의 최대 절대값을 나타내었다. Table 1에서 제어가 이루어지지 않은 시스템의 경우는 'uncontrolled'로 표기하였고, 불확실성이 포함된 제어시스템의 경우와 그렇지 않은 경우는 각각 'perturbed'와 'nominal'로 표기하였다. Table 1로부터 파라미터 불확실성을 포함하지 않은 두 제어시스템의 최대 응답 모두 제어가 이루어지지 않은 시스템의 응답보다 작아진 것을 볼 수 있다. 파라미터 불확실성이 포함된 경우, 두 제어시스템의 최대 응답은 불확실성이 없는 경우의 응답과 거의 같게 나타났다. 단, H_{∞} 제어에 의한 제어시스템의 최상층 절대 가속도 응답에서는 상당한 성능 저하 현상이 나타났다. 이로부터 파라미터 불확실성을 고려하지 않은 제어시스템의 견실성능에 문제가 있음을 예측할 수 있다.

Fig. 11과 Fig. 12에 두 제어시스템에 대한 2층과 3층의 상대 변위의 차를 나타내었고, Fig. 13과 Fig. 14에는 최상층 절대 가속도에 대한 시간응답을 나타내었다. 상대 변위 차에 대한 응답의 경우에는 두 제어시스템 모두 불확실성

을 포함한 모델과 불확실성을 포함하지 않은 모델에 대해 거의 같은 응답이 나타났다. 그러나 절대 가속도의 경우, H_{∞} 제어에 의한 제어시스템은 불확실성을 포함한 모델에 대해 바람직하지 않은 응답을 보였고, μ -합성법에 의한 제어시스템은 변위에 대한 시간응답과 마찬가지로 불확실성을 포함한 모델과 그렇지 않은 모델에 대해 거의 같은 응답이 나타났다.

5. 결론

본 논문에서는 기초부에서 가진되는 3자유도 구조시스템의 진동 억제를 위한 제어시스템을 설계하였다. 이 때 파라미터 불확실성이 제어시스템의 안정성과 성능에 미치는 영향을 알아보기 위해 파라미터 불확실성을 고려한 μ -합성법과 파라미터 불확실성을 고려하지 않은 H_{∞} 제어를 이용하여 제어시스템을 설계하였다. 시뮬레이션 결과를 통해서 파라미터 불확실성을 고려한 μ -합성법의 경우, 파라미터 불확실성을 고려하지 않은 H_{∞} 제어의 경우보다 더 큰 파라미터 불확실성에 대해서 안정성과 성능이 보장됨을 알 수 있었다. 이러한 사실로부터 구조물의 진동제어를 위한 제어기 설계시 파라미터 불확실성에 대한 고려가 필요함이 입증된다. 또한 파라미터 불확실성을 고려하지 않은 H_{∞} 제어의 경우, 파라미터 불확실성이 포함된 모델의 절대 가속도에 대한 시간응답에서 큰 성능 저하 현상이 나타났다. 건물 각 층의 절대 가속도는 거주자의 심리에 직접적으로 영향을 미치는 요소이므로 절대 가속도 응답에 대한 성능 저하는 건물의 진동 제어에서 큰 문제가 될 수 있다. 따라서 건물의 안정성 유지뿐만 아니라 거주자의 불안감을 줄이기 위한 제어시스템을 설계하기 위해서는 제어기 설계시 파라미터 불확실성이 반드시 고려되어야 할 것으로 판단된다.

후 기

이 논문은 2000년도 두뇌한국 21사업 핵심분야에 의하여 지원되었음.

참 고 문 헌

(1) Spencer, B. F., Suhardjo, J. and Sain, M. K., 1994, "Frequency Domain Optimal Control Strategies for Aseismic Protection," *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 120, No. 1, pp. 135~159.

(2) Chung, L. L., Wu, L. Y. and Jin, T. G., 1998, "Acceleration Feedback Control of Seismic Structures," *Engineering Structures*, Vol. 20, No. 1-2, pp. 62~74.

(3) Balas, G. J., Doyle, J. C., Glover, K., Packard, A. K. and Smith, R., 1994, *μ -Analysis and Synthesis Toolbox: User's Guide*, MUSYN Inc. and the Mathworks Inc..

(4) Zhou, K. and Doyle, J. C., 1998, *Essentials of Robust Control*, Prentice Hall.

(5) Balas, G. J., 1998, "Synthesis of Controllers for the Active Mass Driver System in the Presence of Uncertainty", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 27, pp. 1189~1202.