

〈논 문〉

송풍기 임펠러의 순환대칭성을 이용한 고유치해석

Eigenvalue Analysis of a Blower Impeller Using Cyclic Symmetry

김 창 부* · 안 영 철**
Chang-Boo Kim and Young-Chul Ahn

(2000년 3월 2일 접수 ; 2000년 5월 20일 심사완료)

Key Words : Blower Impeller(송풍기 임펠러), Vibration Analysis(진동해석), Cyclic Symmetry(순환대칭), Whole-structure(전체구조), Substructure(부분구조), Number of Nodal Diameter(절직경수), Discrete Fourier Transform(이산푸리에변환)

ABSTRACT

In this paper, we present an efficient method for finite element vibration analysis of a structure with cyclic symmetry and applied it to calculating the natural vibration characteristics for a blower impeller. Blower impeller having a cyclically symmetric structure is composed of circumferentially repeated substructures. The whole-structure is partitioned into substructures, and then finite element vibration analysis is performed for a substructure using transformed equations for each number of nodal diameter, which are derived from discrete Fourier transform in consideration of the cyclic symmetry. Natural vibration characteristics for three kinds of models, which are blower impeller without support ring, with small support ring and with large support ring, are numerically analyzed and compared. Accuracy and efficiency of the present method are verified by comparison of the results of the analysis with substructure and with whole-structure. Also, the results of the analysis by cyclic symmetry module(SOL 115) of MSC/NASTRAN are presented and compared.

1. 서 론

송풍기 임펠러, 터빈 블레이드 디스크 등과 같은 회전기계의 진동해석에 관련된 연구는 오래 전부터 활발히 진행되어 왔다. 이 중에는 원심력, 코리올리스력과 같은 인자들을 최대한 고려하여 정확한 해석결과를 구하고자 하는 연구들 뿐만 아니라 모델링의 용이성이나 해석에 필요한 비용 등을 고려한 좀 더 수월한 해석방법을 개발하는 연구가 함께 이루어져 왔으며, 그 중 유한요소법은 효율적인 방법으로써 많이 사용되어 왔다. 그러나 동일한 형상의 블레이드 등이 원주방향으로 주기적으로 반복되는 구조물인 이

한 기계들의 진동특성을 유한요소법을 사용하여 해석하는 경우에, 전체구조를 모델링하여 해석하는 것은 대단히 많은 컴퓨터 작업용량과 계산시간을 필요로 한다. 구조물이 매우 크면서 복잡할 경우나 정밀한 해석을 위해서 상세히 모델링해야 할 경우에는 이러한 현상은 더욱 더 명백해진다. 반면에 구조물의 순환대칭성을 이용하여 전체구조를 동일한 형상의 부분구조로 분할하여 부분구조 한 개만을 모델링하고, 분할된 경계에 적절한 경계조건을 부과하여 해석하면 전체구조를 가지고 해석할 때와 같은 정밀도의 결과를 얻으면서도 컴퓨터 작업용량과 계산시간을 단축할 수 있다.

순환대칭성을 갖는 구조물의 진동특성해석에 관한 대표적인 연구로는 참고문헌 (1~8)과 같다. Thomas(1)는 회전모드형상(rotating mode shape)과 복소구속(complex

* 정희원, 인하대학교 기계항공자동화공학과
** 인하대학교 대학원

constraint)을 정의하여 순환대칭 구조물의 부분구조 한 개만을 사용하여 해석하는 방법을 제안하고 냉각탑과 터빈 블레이드 디스크의 해석에 응용하였다. Omprakash 와 Ramamurti⁽⁴⁾는 Rayleigh-Ritz방법 및 구조물의 순환대칭성을 이용하여 터빈 블레이드 디스크의 진동해석에서 한 개의 부분구조만을 고려하므로써 에너지 항의 계산을 상당히 단순화시킬 수 있었다. 상용 유한요소 패키지인 MSC/NASTRAN⁽⁵⁾과 ANSYS⁽⁶⁾에서는 이러한 이론들을 배경으로 순환대칭구조물 해석프로그램이 개발되었다.

본 논문에서는 순환대칭 구조물의 형상의 주기성과 순환성을 고려하여 이산 푸리에 변환을 이용하므로써 순환대칭 구조물의 유한요소 진동해석을 체계적으로 저용량의 컴퓨터에서 신속하고 정확하게 수행할 수 있는 방법^(7,8)을 제시하고, 실제 산업현장에서 사용되고 있는 송풍기 임펠러의 고유진동해석에 응용하므로써 제시된 방법의 신뢰성과 효율성을 검증하였다. 또한 지지링의 유무와 크기에 따라 구분되는 3가지 종류의 송풍기 임펠러 모델의 고유진동특성을 해석하여 비교하였다.

해석을 위해서 송풍기 임펠러의 설계도면을 바탕으로 구조물을 모델링하고 이를 부분구조로 분할하였다. 이와 같이 분할된 부분구조를 유한요소로 모델링하고 여기에 푸리에지수인 절직경수(number of nodal diameters) 각각에 따르는 경계조건을 부과하여 MSC/NASTRAN을 이용하여 고유진동해석을 수행하였다. 해석결과의 정확성과 효율성을 검증하기 위해 전체구조를 가지고 해석한 결과와 비교하였다. 또한 MSC/NASTRAN의 순환대칭 프로그램(SOL 115)을 이용하여 해석한 결과와도 함께 비교하였다.

2. 순환대칭 구조물의 운동방정식

2.1 순환대칭 구조

Fig. 1과 같이 동일한 형상이 원주방향으로 주기적으로 반복되는 구조를 순환대칭구조라 한다.

이와 같은 순환대칭성을 갖는 전체구조를 n 개의 동일한 형상의 부분구조로 분할할 때, Fig. 2와 같은 k 번째 부분구조에서 양의 경계면 B_P^k 는 $k+1$ 번째 부분구조의 음의 경계면 B_N^{k+1} 과 동일한 연결경계이므로 연결경계면에 있는 질점의 변위벡터는 다음과 같은 조건을 만족하여야 한다.

$$\vec{u}_P^k = \vec{u}_N^{k+1} \quad (1)$$

여기서 \vec{u}_P^k 는 k 번째 부분구조의 양의 경계면 상에 있는

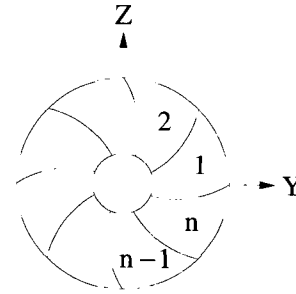


Fig. 1 Geometry of structure with cyclic symmetry

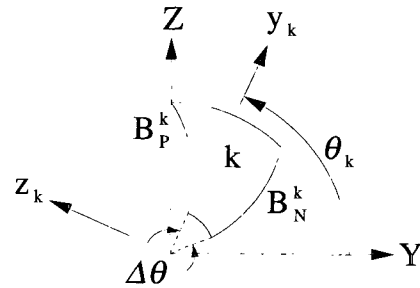


Fig. 2 Geometry of substructure

질점의 변위벡터이고, \vec{u}_N^{k+1} 는 $k+1$ 번째 부분구조의 음의 경계면 상에서 상기한 질점과 대응되는 질점의 변위벡터이다. $n+1$ 번째 부분구조는 1번째 부분구조이다.

순환대칭 구조물을 구성하는 n 개의 부분구조에 각각 좌표계가 부착되어 지고, $k+1$ 번째 좌표계는 k 번째 좌표계로부터 X 축에 대하여 분할각 $\Delta\theta = 2\pi/n$ 만큼 회전되어 있도록 설정되므로 위치, 변위, 힘과 같은 물리벡터의 $k+1$ 번째 좌표계에 대한 대수벡터는 다음과 같은 회전행렬 R 을 이용하여 k 번째 좌표계에 대한 대수벡터로 좌표 변환될 수 있다.

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\Delta\theta & -\sin\Delta\theta \\ 0 & \sin\Delta\theta & \cos\Delta\theta \end{bmatrix} \quad (2)$$

따라서 k 번째 부분구조와 $k+1$ 번째 부분구조의 연결경계면에 있는 질점의 변위조건 (1)은 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{u}_P^k = R \mathbf{u}_N^{k+1} \quad (3)$$

2.2 부분구조의 운동방정식

구조물의 임의 질점의 변위성분을 유한요소법의 절점변위벡터 \mathbf{v} 와 형상함수 N_x, N_y, N_z 를 이용하여 다음과 같이 근사시키면

$$\begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_z \end{bmatrix} \{v\} \quad (4)$$

부분구조의 선형운동방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$M^k \ddot{v}^k(t) + C^k \dot{v}^k(t) + K^k v^k(t) = f^k(t) \quad (5)$$

for $k=1, \dots, n$

여기서 $v^k(t)$ 는 k 번째 부분구조의 k 번째 좌표계에 대한 절점변위벡터이며 내부절점변위벡터 v_I^k , 양의 경계절점변위벡터 v_P^k , 음의 경계절점변위벡터 v_N^k 로 이루어진다. $f^k(t)$ 는 k 번째 부분구조에 가해지는 외력벡터이며 M^k , C^k , K^k 는 k 번째 부분구조에 대한 질량행렬, 감쇠행렬, 강성행렬로서 구조물의 순환대칭성 때문에 모든 부분구조에 대하여 동일하다.

또한, 이웃하는 부분구조와의 연결경계에서 만족해야 할 절점변위벡터의 변위구속식은 식 (3)을 사용하여 얻어지며 다음과 같이 표현된다.

$$v_P^k = T v_N^{k+1} \quad \text{for } k=1, \dots, n \quad (6)$$

여기서 T 는 연결경계절점변위벡터의 $k+1$ 번째 좌표계에 대한 성분벡터를 k 번째 좌표계에 대한 성분벡터로 변환시키는 좌표변환행렬이다.

3. 이산 푸리에 변환

3.1 절점 변위의 이산 푸리에 변환

순환대칭구조물의 순환대칭성을 이용하여 이산 푸리에 변환을 사용하면 절점 변위 벡터는 다음과 같이 지수형으로 표현된다.

$$v^k(t) = \sum_{m=0}^{n-1} \text{Re}(v_m^C(t) e^{im\theta_k}) \quad \text{for } k=1, \dots, n \quad (7)$$

여기서 $i = \sqrt{-1}$ 이고, $\theta_k = k\Delta\theta$, 지수 m 은 순환대칭 축방향 고유모드의 절직경수를 나타낸다. 그리고 $v_m^C(t)$ 는 지수 m 에 대하여 변환된 부분구조의 복소 절점 변위 벡터로서 다음과 같다.

$$v_m^C(t) = v_m^R(t) + i v_m^I(t) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n v^k(t) e^{-im\theta_k} \quad (8)$$

for $m=0, \dots, n-1$

식 (7)과 식 (8)은 이산 푸리에 변환의 짝을 이룬다.

식 (7)을 삼각함수형으로 표현하면 다음과 같다.

$$v^k = v_0^R + \sum_{m=1}^{n-1} (v_m^R \cos m\theta_k - v_m^I \sin m\theta_k) \quad (9)$$

여기서

$$v_m^R = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (v^k \cos m\theta_k) \quad (10)$$

$$v_m^I = -\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (v^k \sin m\theta_k) \quad (11)$$

그런데 $(n-m)\theta_k = nk\Delta\theta - m\theta_k = 2\pi k - m\theta_k$ 이므로 식 (9)는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$v^k = v_0^R + 2 \sum_{m=1}^{n/2} (v_m^R \cos m\theta_k - v_m^I \sin m\theta_k) + (\text{if } n \text{ is even}) v_{n/2}^R \cos \frac{n}{2} \theta_k \quad (12)$$

상기식에서

$$p = \begin{cases} \frac{n-1}{2} & \text{if } n \text{ is odd} \\ \frac{n}{2} - 1 & \text{if } n \text{ is even} \end{cases} \quad (13)$$

3.2 외력의 이산 푸리에 변환

절점외력벡터를 절점변위벡터의 변환과 유사하게 변환시키면 다음과 같다.

$$f^k = f_0^R + 2 \sum_{m=1}^{n/2} (f_m^R \cos m\theta_k - f_m^I \sin m\theta_k) + (\text{if } n \text{ is even}) f_{n/2}^R \cos \frac{n}{2} \theta_k \quad (14)$$

여기서

$$f_m^R = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (f^k \cos m\theta_k) \quad (15)$$

$$f_m^I = -\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (f^k \sin m\theta_k) \quad (16)$$

3.3 운동방정식의 이산 푸리에 변환

n 개의 부분구조의 운동방정식 (5) 및 연결경계에서의 변위구속식 (6)에 식 (12) 및 식 (14)를 대입하여 절직경수 m 에 따라서 정리하면 임의의 부분구조에 대하여 다음과 같은 각각 $1+2p$ ($+1$ if n is even) = n 개의 운동방정식과 연결경계에서의 구속조건식이 얻어진다.

(1) $m = 0$ 일 때

변환된 운동방정식은 다음과 같고

$$M^k \ddot{v}_0^R + C^k \dot{v}_0^R + K^k v_0^R = f_0^R \quad (17)$$

연결경계에서 변환된 변위구속식은 다음과 같다.

$$v_{P0}^R = T v_{M0}^R \quad (18)$$

(2) $1 \leq m \leq p$ 일 때

변환된 운동방정식은 다음과 같고

$$M^k \ddot{v}_m^R + C^k \dot{v}_m^R + K^k v_m^R = f_m^R \quad (19)$$

$$M^k \ddot{v}_m^I + C^k \dot{v}_m^I + K^k v_m^I = f_m^I \quad (20)$$

연결경계에서 변환된 변위구속식은 다음과 같다.

$$v_{Pm}^R = T(v_{Nm}^R \cos \theta_m - v_{Nm}^I \sin \theta_m) \quad (21)$$

$$v_{Pm}^I = T(v_{Nm}^R \sin \theta_m + v_{Nm}^I \cos \theta_m) \quad (22)$$

여기서 $\theta_m = m\Delta\theta$ 이다.

(3) n 이 짝수이고 $m = n/2$ 일 때

변환된 운동방정식은 다음과 같고

$$M^k \ddot{v}_{n/2}^R + C^k \dot{v}_{n/2}^R + K^k v_{n/2}^R = f_{n/2}^R \quad (23)$$

연결경계에서 변환된 변위구속식은 다음과 같다.

$$v_{Pn/2}^R = -T v_{Nn/2}^R \quad (24)$$

상기한 식에서 보듯이 $m=0, n/2$ (if n =even)에 대해서는 v_m^I 와 f_m^I 은 고려되지 않는다.

3.4 공통절점의 변위구속식

양의 경계면과 음의 경계면이 서로 만나는 X 축 상에 있는 공통절점에서의 독립된 변위구속식은 식 (18), (21), (22), (24)를 이용하여 얻어지며 병진변위성분에 대해서는 다음과 같다.

(1) $m = 0$ 일 때

$$u_{C0Uy}^R = u_{C0Uz}^R = 0 \quad (25)$$

(2) $1 \leq m \leq p$ 일 때 ($n > 2$)

$$u_{CmUx}^R = u_{CmUx}^I = 0 \quad \text{for } m=1, \dots, p \quad (26)$$

$$u_{C1Uy}^R = u_{C1Uz}^I \quad \text{for } m=1 \quad (27)$$

$$u_{C1Uy}^I = -u_{C1Uz}^R$$

$$u_{CmUy}^R = u_{CmUy}^I = u_{CmUz}^R = u_{CmUz}^I = 0 \quad \text{for } m=2, \dots, p \quad (28)$$

(3) n 이 짝수이고 $m = n/2$ 일 때

$$u_{Cn/2Ux}^R = 0 \quad \text{for } n=2 \quad (29)$$

$$u_{Cn/2Ux}^R = u_{Cn/2Uy}^R = u_{Cn/2Uz}^R = 0 \quad \text{for } n > 2 \quad (30)$$

상기식에서 u_{CmUx} 는 절직경수 m 일 때 공통절점에서의 x 방향 병진변위를 나타낸다. 상기식은 병진변위성분의 구속식이고, 회전변위성분의 구속식도 같은 유형으로 전개될 수 있다.

4. 유한요소 고유치해석

전체구조물의 자유진동방정식을 표현하면 다음과 같다.

$$M \ddot{v} + K v = 0 \quad (31)$$

상기식에서 $v = z \cos(\omega t + \Psi)$ 로 놓으면 다음과 같은 고유치방정식이 얻어진다.

$$(K - \omega^2 M) z = 0 \quad (32)$$

위의 식을 만족하는 ω 와 z 가 전체구조에 대한 고유진동수와 이에 대응하는 고유모드이다.

푸리에 변환후 부분구조의 자유진동방정식을 복소형으로 표현하면 다음과 같다.

$$M^k \ddot{v}_m^C + K^k v_m^C = 0 \quad \text{for } m=0, \dots, n/2 \quad (33)$$

상기식에서 $v_m^C = z_m^C \cos(\omega t + \Psi)$ 로 놓으면 m 이 0부터 $n/2$ 까지 다음과 같은 고유치방정식이 얻어진다. 여기서 z_m^C 는 복소형 벡터로서 다음과 같이 표현된다.

$$z_m^C = z_m^R + i z_m^I \quad (34)$$

$m=0$ 일 때 고유치방정식은

$$(K^k - \omega_0^2 M^k) z_0^R = 0 \quad (35)$$

이고, 변위구속식은 다음과 같다.

$$z_{P0}^R = T z_{M0}^R \quad (36)$$

$1 \leq m \leq p$ 일 때 고유치방정식은

$$(K^k - \omega_m^2 M^k) z_m^R = 0 \quad (37)$$

$$(K^k - \omega_m^2 M^k) z_m^I = 0 \quad (38)$$

이고, 변위구속식은 다음과 같다.

$$z_{Pm}^R = T(z_{Nm}^R \cos \theta_m - z_{Nm}^I \sin \theta_m) \quad (39)$$

$$z_{Pm}^I = T(z_{Nm}^R \sin \theta_m + z_{Nm}^I \cos \theta_m) \quad (40)$$

$m = n/2$ 일 때 고유치방정식은

$$(K^k - \omega_{n/2}^2 M^k) z_{n/2}^R = 0 \quad (41)$$

이고, 변위구속식은 다음과 같다.

$$z_{Pn/2}^R = -T z_{Nn/2}^R \quad (42)$$

m 이 0이거나 $n/2$ (n 이 짝수일 때)인 경우에는 고유진동수는 일반적으로 서로 다르다. 그러나 m 이 1부터 p 인 경우에는 고유치방정식 (37), (38)과 변위구속식 (39), (40)은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$(K^k - \omega_m^2 M^k) z_m^C = 0 \quad (43)$$

$$z_{Pm}^C = T z_{Nm}^C e^{i\theta_m} \quad (44)$$

상기한 복소 고유치방정식 (43)과 복소 변위구속식 (44)를 만족하는 해를 ω_m, z_m^C 라고 하면, ω_m, iz_m^C 도 또 다른 해를 이룬다. 따라서 고유치방정식 (37), (38)과 변위구속식 (39), (40)을 만족하는 고유진동치 ω_m 은 중근이고 고유벡터 $(z_m^R, z_m^I)^T$ 와 $(-z_m^I, z_m^R)^T$ 는 다음과 같은 식을 만족한다.

$$\begin{pmatrix} z_m^R \\ z_m^I \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} -z_m^I \\ z_m^R \end{pmatrix} = 0 \quad (45)$$

따라서 m 이 1부터 p 인 경우에는 동일한 2개의 고유진동수가 항상 존재하고 이에 대응하는 고유모드는 서로 직교임을 알 수 있다.

이와 같이 모든 $m(0 \leq m \leq n/2)$ 에 대하여 고유진동수를 구하면, 이 진동수는 전체구조를 가지고 해석할 때 구할 수 있는 진동수와 동일하게 되고 대응하는 고유모드는 다음과 같다.

(1) $m = 0$ 일 때

$$z_0^k = z_0^R \quad \text{for } k=1, \dots, n \quad (46)$$

(2) $1 \leq m \leq p$ 일 때

$$z_m^k = 2(z_m^R \cos m\theta_k - z_m^I \sin m\theta_k) \quad \text{for } k=1, \dots, n \quad (47)$$

(3) $m = n/2$ 일 때

$$z_{n/2}^k = z_{n/2}^R \cos k\pi \quad \text{for } k=1, \dots, n \quad (48)$$

또한, m 이 1부터 p 인 경우에는 어떤 고유진동수에 대응하는 고유모드가 식 (47)로 표현된다면 동일한 고유진동수에 대응하는 다른 고유모드는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} z_m^{k*} &= 2(-z_m^I \cos m\theta_k - z_m^R \sin m\theta_k) \\ &= 2(z_m^R \cos(m\theta_k + \pi/2) - z_m^I \sin(m\theta_k + \pi/2)) \\ &= 2(z_m^R \cos m(\theta_k + \pi/2m) - z_m^I \sin m(\theta_k + \pi/2m)) \end{aligned} \quad (49)$$

따라서 어떤 고유진동수에 대응하는 고유모드는 동일한 고유진동수에 대응하는 다른 고유모드에 대하여 원주방향으로 $\pi/2m$ 만큼 회전되어 있다.

5. 수치해석

5.1 해석모델

본 논문에서는 상용 유한요소 프로그램 MSC/NASTRAN을 이용하여 수치해석을 수행하였다. 해석 대상인 송풍기 임펠러는 선박용 엔진에 사용되는 공기 과급용 보조 송풍기 임펠러로서 전체적인 유한요소 모델은 Fig. 3과 같다. 고속회전으로 인하여 블레이드에 큰 변형이 발생하므로 블레이드 중앙에 보강용 지지링이 부착되었다. 해석모델은 지지링이 없는 모델과 두께 6 mm, 폭 25 mm의 작은 지지링을 갖는 모델 및 폭 70 mm의 큰 지지링을 갖는 3가지 모델로 구분된다. 전체모델은 블레이드를 중심으로 Fig. 4와 같은 12개의 부분구조로 분할된다.

해석모델은 한 요소당 절점 4개를 갖는 사각셀과 3개의 절점을 갖는 삼각셀로 구성되었으며, 각 절점은 6자유도를 갖는다. 회전축에 연결되는 허브는 중심절점에 부착된 강체로 모델링되었다. 재질은 탄성계수 7.1×10^{10} N/m², 프와송비 0.33, 밀도 2670 kg/m³의 알루미늄 합금 A5083을 사용하였다.

5.2 고유치해석

임펠러의 허브를 고정시키지 않은 경우, 즉 중심절점의 6자유도가 모두 자유인 경우에 대하여 고유진동해석을 수행하였다. 제시된 방법에 따라서 부분구조로 해석하는 경우에 중심절점에서의 변위구속식은 m 이 0 또는 1일 때는 식 (25), (26), (27)로부터 중심절점이 완전고정된 경우와

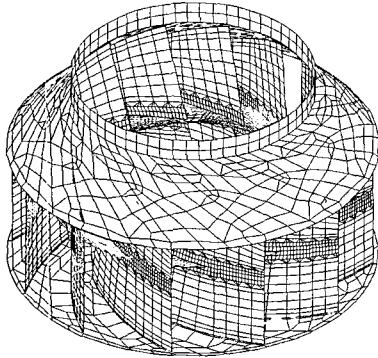


Fig. 3 FE model of whole-structure of a blower impeller with large support ring

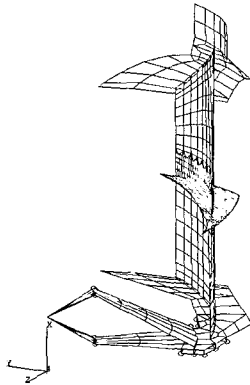


Fig. 4 FE model of substructure of a blower impeller with large support ring

Table 1 Computational cost of natural vibration analysis of a hub-free blower impeller with large support ring

Method	m	Number of modes	Physical time(s)	CPU time(s)	Space (MByte)
Present method	0	11	54	31.2	184
	1	22	115	86.4	499
	2	18	109	80.4	457
	3	18	106	79.1	452
	4	16	107	80.2	452
	5	16	105	78.9	452
	6	8	33	23.3	138
	Total	109	629 (13.2%)	459.5 (17%)	2636 (22%)
MSC/NASTRAN cyclic-symmetry method	Total	109	513 (10.8%)	386.7 (14.3%)	2159 (18%)
Whole structure	Total	109	4756 (100%)	2707.6 (100%)	11993 (100%)

같게 된다. 따라서 m 이 2이상부터는 강체모드가 나타나지 않는다.

2000 Hz 이하의 고유진동수를 구하는 경우에, 큰 지지링이 부착된 임펠러에 대해서 제시된 방법을 이용하여 부분 구조로 해석한 결과와 전체구조를 가지고 해석한 결과, 그리고 MSC/NASTRAN의 순환대칭 프로그램(SOL 115)을 이용하여 해석한 결과를 비교하였다. Table 1에는 컴퓨터에서 사용된 해석시간과 CPU시간 및 디스크용량 등의 계산비용을 비교, 정리하였다. 3가지 방법은 모두 강체모드 6개를 포함한 전체 109개의 2000 Hz 이하의 모드를 구했으며, 제시된 방법은 해석시간, CPU시간 및 디스크용량에 있어서 전체구조를 가지고 해석한 경우에 비해 13.2%, 17%, 22%로서 상당히 효율적임을 알 수 있다.

Table 2 Natural frequencies of a hub-free blower impeller with large support ring(unit : Hz)

Mode	Whole-structure	Present method	NASTRAN method	m
1	1.905272E-04	5.495095E-05	1.346018E-04	0
2	2.256491E-04	6.507686E-04	1.594524E-03	1
3	3.128815E-04	8.757740E-04	2.336708E-03	1
4	3.546183E-04	1.375970E-03	1.279012E-03	0
5	4.621496E-04	1.399632E-03	2.347184E-03	1
6	7.091569E-04	1.778281E-03	3.650517E-03	1
7	4.749893E+02	4.749888E+02	4.748968E+02	2
8	4.749894E+02	4.749888E+02	4.748968E+02	2
9	5.209935E+02	5.209935E+02	5.209101E+02	0
10	5.565869E+02	5.565868E+02	5.564793E+02	1
11	5.565869E+02	5.565868E+02	5.564793E+02	1
12	7.049763E+02	7.049762E+02	7.049732E+02	6
13	7.060829E+02	7.060829E+02	7.060803E+02	5
14	7.060830E+02	7.060829E+02	7.060803E+02	5
15	7.084800E+02	7.084800E+02	7.084778E+02	4
16	7.084802E+02	7.084800E+02	7.084778E+02	4
17	7.091890E+02	7.091890E+02	7.091867E+02	3
18	7.091890E+02	7.091890E+02	7.091867E+02	3
19	7.133163E+02	7.133163E+02	7.133039E+02	2
20	7.133164E+02	7.133163E+02	7.133039E+02	2

전체구조에 대해서 계산된 최저차 20개의 고유진동수는 Table 2에서와 같다. 제시된 방법을 이용하여 부분구조로 해석한 경우와 전체구조를 가지고 해석한 경우의 고유진동수는 이론적으로 0인 강체모드에 대응되는 매우 작은 값의 고유진동수를 제외하고 유효숫자 6자리까지 일치하며, MSC/NASTRAN의 순환대칭 프로그램을 이용한 결과는 전체구조를 가지고 해석한 결과와 비교하여 거의 유효숫자 4자리까지만 일치하는 것을 알 수 있다. 강체모드는 $m=0$ 일 때 2개, $m=1$ 일 때 4개, 총 6개이며 구속되지 않은 순환대칭 구조물의 강체모드는 항상 이러한 형태를 따른다. $1 \leq m \leq p (=5)$ 일 때는 2개의 동일한 고유진동수가 존재한다.

Fig. 5에는 전체구조를 가지고 해석한 최저차 6개의 탄성모드가 제시되어 있다. m 이 1 또는 2인 경우 동일한 고유

Table 3 Natural frequencies of hub-fixed impeller (unit : Hz)

Mode	Without ring	With small ring	With large ring
1	1.631522E+2	1.665448E+2	1.677224E+2
2	1.631522E+2	1.665448E+2	1.677224E+2
3	2.749801E+2	2.769230E+2	2.816247E+2
4	3.713423E+2	4.375977E+2	4.383864E+2
5	3.778317E+2	4.375977E+2	4.749888E+2
6	3.778317E+2	4.397187E+2	4.749888E+2
7	4.082554E+2	5.653118E+2	5.964371E+2
8	4.082554E+2	5.653118E+2	5.964371E+2
9	4.107472E+2	5.959730E+2	7.049762E+2
10	4.107472E+2	5.972678E+2	7.060829E+2
11	4.122672E+2	5.972678E+2	7.060829E+2
12	4.122672E+2	5.999860E+2	7.084800E+2
13	4.142442E+2	5.999860E+2	7.084800E+2
14	4.142442E+2	6.021805E+2	7.091890E+2
15	4.148734E+2	6.021805E+2	7.091890E+2
16	4.710490E+2	6.134963E+2	7.133163E+2
17	4.743984E+2	6.134963E+2	7.133163E+2
18	4.743984E+2	6.538279E+2	7.418275E+2
19	5.634946E+2	6.771899E+2	7.420928E+2
20	5.634946E+2	6.771899E+2	7.420928E+2

Table 4 Natural frequencies of hub-free impeller (unit : Hz)

Mode	Without ring	With small ring	With large ring
1	3.778317E+2	4.375977E+2	4.749888E+2
2	3.778317E+2	4.375977E+2	4.749888E+2
3	3.953561E+2	4.973894E+2	5.209935E+2
4	4.082554E+2	5.316604E+2	5.565868E+2
5	4.082554E+2	5.316604E+2	5.565868E+2
6	4.113475E+2	5.959730E+2	7.049762E+2
7	4.113475E+2	5.972678E+2	7.060829E+2
8	4.122672E+2	5.972678E+2	7.060829E+2
9	4.122672E+2	5.999860E+2	7.084800E+2
10	4.142442E+2	5.999860E+2	7.084800E+2
11	4.142442E+2	6.021805E+2	7.091890E+2
12	4.148734E+2	6.021805E+2	7.091890E+2
13	4.743984E+2	6.134963E+2	7.133163E+2
14	4.743984E+2	6.134963E+2	7.133163E+2
15	4.920870E+2	6.373480E+2	7.362897E+2
16	5.225936E+2	6.460366E+2	7.362897E+2
17	5.225936E+2	6.460366E+2	7.386797E+2
18	5.655167E+2	8.075607E+2	8.893080E+2
19	5.690024E+2	8.075608E+2	8.893080E+2
20	5.690024E+2	8.704476E+2	9.328767E+2

진동수에 대응하는 두 개의 고유모드는 서로 원주방향으로 $\pi/2m$ 만큼 회전되어 있음을 알 수 있다.

지지링이 없는 모델과 작은 지지링이 부착된 모델 및 큰 지지링이 부착된 모델에 대해서 각각 허브를 고정시킨 경우와 고정시키지 않은 경우에 대하여 진동해석을 수행하여 지지링의 유무 및 크기에 따르는 임펠러의 진동특성을 비교하였다.

허브가 고정된 경우에 각 모델별로 전체구조에 대해서 계산된 최저차 20개의 고유진동수를 Table 3에 나타내었으며, 허브가 자유인 경우에 강체모드를 제외한 최저차 20개의 고유진동수를 Table 4에 나타내었다. 결과에서 보듯이 각 모드별로 나타난 고유진동수는 지지링이 없는 임펠러, 작은 지지링이 부착된 임펠러, 그리고 큰 지지링이 부착된 임펠러의 순서로 점점 더 커지는 것을 알 수 있다.

또한 m 이 2이상 일 때의 고유진동수는 허브가 고정인 경우와 자유인 경우에 같음을 알 수 있다.

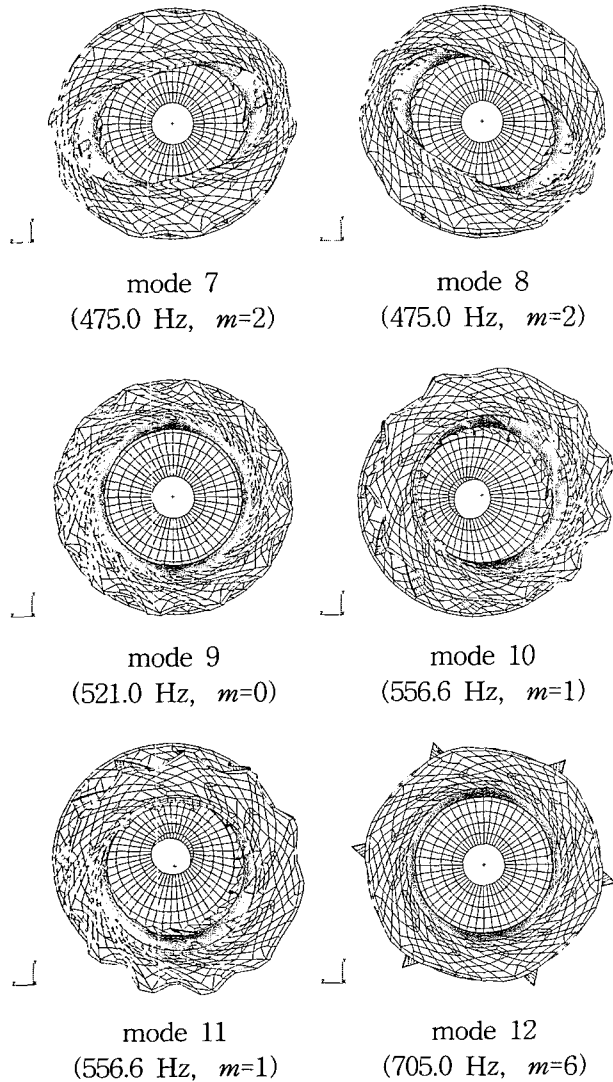


Fig. 5 Mode shapes of a hub-free blower impeller with large support ring

6. 결 론

순환대칭구조를 갖는 구조물인 송풍기 임펠러의 진동을 해석하는 경우에 부분구조로 해석하는 제시된 방법을 이용하면 구조물을 유한요소로 모델링하는 시간과 해석에 사용되는 시간 및 디스크용량을 현저하게 감소시킬 수 있었으며, 전체구조를 가지고 해석하는 경우와 같은 정확한 결과를 얻을 수 있었다. 순환대칭구조를 갖는 구조물의 고유진동수는 허브가 고정된 경우와 자유인 경우에 서로 다르지

만 절직경수 m 이 2이상부터는 허브가 고정된 경우와 자유인 경우의 고유진동수가 같음을 중심절점에 대한 구속식을 통하여 제시하고 수치해석을 통하여 확인하였다. 또한 회전시 원심력으로 인한 임펠러 브레이드의 변형을 작게하기 위해서 설치되는 지지링의 유무 및 크기에 따라서 임펠러의 진동특성이 변화하는 것을 알 수 있었다.

후 기

본 연구는 1998년도 인하대학교 연구비 지원에 의하여 수행되었음.

참 고 문 헌

- (1) Thomas, D. L., 1979, "Dynamics of Rotationally Periodic Structures", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 14, pp. 81~102.
- (2) 道村精一, 長松昭男, 萩原憲明, 菊地勝昭, 1984, "羽根車の振動(第6,7報, 羽根車と共に運動する座標系における振動解析)", *日本機械學會論文集(C編)*, 第50卷, 第449號, pp. 72~89.
- (3) Dubigeon, S., and Michon, J. C., 1986, "Mode for Deformable Periodic Cyclic Symmetric Systems Driven in Uniform Rotation by a Flexible Shaft", *Journal of Sound and Vibration*, 106(1), pp. 53~70.
- (4) Omprakash, V. and Ramamurti, V., 1988, "Natural Frequencies of Bladed Disks by Combined Cyclic Symmetry and Rayleigh-Ritz Method", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 125, No. 2, pp. 357~366.
- (5) Lahey, R. S., Miller, M. P., and Reymond, M., 1994, *MSC/NASTRAN Reference Manual*, The MacNeal-Schwendler Corporation.
- (6) Kohnke, P. C., 1986, *ANSYS Engineering Analysis System Theoretical Manual*, Swanson Analysis System INC.
- (7) 김창부, 안중섭, 심수섭, 1997, "순환대칭으로 다중연결된 구조물의 유한요소 진동해석", *한국소음진동공학회지*, 제7권, 제4호, pp. 637~644.
- (8) 김창부, 심수섭, 1998, "회전하는 순환대칭 구조물의 유한요소 진동해석 기법", *한국소음진동공학회지*, 제8권, 제6호, pp. 1150~1157.