

# 하천 천이류 해석을 위한 음해적 ENO 모형의 개발

○김 원\*, 한건연\*\*

## 1. 서 론

최근 우리 나라에서는 빈도나 규모면에서 과거에는 예상하지 못했던 큰 호우가 발생하여 막대한 홍수피해를 유발시키고 있다. 특히, 임진강 유역에서는 1996년과 1998년, 그리고 1999년의 연속적인 대규모 홍수로 많은 인명과 재산피해가 발생한 바 있다.

홍수피해를 경감하기 위한 방법에는 댐, 제방, 유수지 등의 건설을 통한 구조적인 방법과 홍수예경보, 홍수보험 등의 비구조적인 방법이 있다. 이 중 댐과 제방은 홍수피해를 줄이기 위한 가장 일반적인 방법으로 우리나라의 경우 대부분 이 방법에 의해 홍수피해를 예방하고 있다. 댐이나 제방은 설계홍수량 이하의 경우에는 비교적 안전하게 홍수를 방어할 수 있으나 이보다 큰 규모의 홍수가 발생하는 경우에는 이들 시설의 붕괴로 많은 피해를 겪게 된다. 실제로 최근의 대규모 홍수로 인해 국내의 여러 저수지와 제방이 붕괴된 바 있다. 1996년과 1999년에는 연천 소수력댐이 붕괴되었으며, 1998년의 경우 전국에서 40개, 1999년의 경우 5개의 소규모 농업용 저수지가 붕괴된 바 있다. 특히 1999년 홍수시에는 화천댐이 월류 위기에 이른바 있다. 홍수로 인한 피해를 최소화하기 위해서는 댐이나 제방의 붕괴를 사전에 예방하는 것이 가장 바람직하지만 붕괴시의 상황을 예측하여 홍수피해를 최소화하는 것도 매우 중요하다.

댐 붕괴시에는 일반적인 강우-유출에 의해서 하천에서 발생하는 흐름과는 다른 형태의 흐름이 형성된다. 즉, 일반적으로 하천의 흐름은 대부분 상류로 형성되지만 댐 붕괴시에는 매우 빠른 속도로 전파되는 충격파(shock wave)가 형성되면서 상류와 사류가 혼재된 불연속 흐름인 천이류가 발생하게 된다.

---

\* 한국건설기술연구원 수자원환경연구부 선임연구원

\*\* 경북대학교 공과대학 토목공학과 교수

댐이나 제방붕괴 외에도 하천흐름에서 천이류가 발생하는 경우는 댐 여수로의 흐름, 보를 월류하는 흐름, 하천 협착부의 흐름, 급경사 하천의 흐름 등이 있다. 그 외에도 자연적인 하천 협착부, 교량 등으로 인한 하천 협착부, 급경사 하천에서 완경사 하천으로 변화하는 구간 등에서 발생하는 흐름의 일부는 연속적인 흐름이 아니라 불연속적인 흐름으로 상류와 사류가 동시에 발생하는 천이류이다.

본 연구에서는 천이류의 해석을 위해 물리적인 전파특성을 정확하게 반영할 수 있는 상류이송 기법(upwind scheme)이며, 2차 정확도 이상이 전 구간에서 동일하게 유지되면서도 수치진동이 발생하지 않는 고정확도(high resolution) 기법인 ENO (Essentially Non-Oscillatory) 기법을 이용하였다. ENO 기법은 균일한 고정확도가 유지되며 수치진동이 발생하지 않기 때문에 불연속 구간이 포함된 흐름을 해석하는데 아주 적합한 것으로 알려져 있다. ENO 기법은 기체동역학 분야에서 개발되어 여러 경우의 유체 흐름해석에 적용된 바 있으며 최근에는 加重 ENO 기법이 개발되었다. Yang (1991)은 양해적 ENO와 음해적 ENO 기법을 2차 정확도와 3차 정확도로 기체동역학 분야에 적용한 바 있다. 하천흐름분야에 ENO 기법이 적용된 예는 많지 않다. Yang 등(1993)은 양해적 ENO 기법을 이용하여 각각 2차 정확도와 3차 정확도로 가상적인 하도에 대해 1차원과 2차원 하천흐름을 해석한 바 있다. Jin과 Fread(1997)는 1차 정확도의 양해법 ENO 기법을 이용하여 실제 하천흐름에서 발생하는 충격파를 해석한 바 있다. Nujic(1995)은 새로운 형태의 ENO 기법을 1차원 및 2차원 하천흐름에 적용한 바 있다. 그러나 아직까지 다양한 실제 하천조건에 발생하는 천이류를 고차정확도로 해석할 수 있는 수치모형이 개발된 적은 없는 상황이다.

본 연구에서는 불연속구간이 포함된 흐름의 고정확도 해석에 적합한 것으로 알려진 음해적 ENO 기법을 이용하여 하천 천이류 해석모형을 개발하고, 이를 가상하도 및 실제하도 구간에 적용하여 모형의 정확성과 안정성을 검증하고 실제하천에 대한 적용성을 입증하고자 한다(김원, 1999).

## 2. 음해적 ENO 기법을 이용한 수치모형의 개발

1차원 하천흐름의 지배방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + S = 0 \quad (1)$$

여기서,  $U$ ,  $F$ ,  $S$  항은 다음과 같이 정의된다.

$$U = \begin{pmatrix} A \\ Q \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} Q \\ \frac{Q^2}{A} + gI_1 \end{pmatrix}, \quad S = \begin{pmatrix} 0 \\ -gI_2 - gA(S_o - S_f) \end{pmatrix} \quad (2)$$

여기서  $A$ 는 유수단면적,  $Q$ 는 유량,  $g$ 는 중력가속도,  $S_o$ 는 하상경사,  $S_f$ 는 마찰경사,  $t$ 는 시간,  $x$ 는 거리이다. 또한,  $I_1$ 과  $I_2$ 는 각각 단면 1차 모멘트와 종단방향에 따른 하폭의 변화를 고려해 주는 항이다.

식 (1)에서  $F$ 의 Jacobian으로  $J$ 를 정의하면  $J$ 는 식 (3)과 같다.

$$J = \frac{\partial F}{\partial U} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -u^2 + gh & 2u \end{pmatrix} \quad (3)$$

여기서,  $u$ 는 단면평균유속이며  $h$ 는 수심이다.

고유벡터를 이용하여  $J$ 를 대각화시키고 양의 성분과 음의 성분으로 분리하면 다음과 같이 나타낼 수 있다(Beam과 Warming, 1976).

$$J = J^+ + J^- \quad (5)$$

또한, 식 (1)에서  $S$ 의 Jacobian으로  $G$ 를 정의하면  $G$ 는 식 (6)과 같다.

$$G = \frac{\partial S}{\partial U} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -g \left( S_o + \frac{7}{3} S_f \right) & 2g \frac{S_f}{u} \end{pmatrix} \quad (6)$$

식 (5)와 식 (6)을 이용하여 지배방정식인 식 (1)을 음해적으로 정리하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\left[ I + \Delta t \alpha \left( \frac{\partial J^{+n}}{\partial x} + \frac{\partial J^{-n}}{\partial x} + G^n \right) \right] \Delta U^{n+1} = -\Delta t \left( \frac{\partial F}{\partial x} + S \right)^n \quad (7)$$

여기서  $I$  는 단위행렬이며  $\Delta U^{n+1} = U^{n+1} - U^n$ 이다.

ENO 기법에서는 식 (7)의 우항에 나타나는  $\partial F/\partial x$ 를 다음 식과 같이 정의한다.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = (\hat{J}^+ + \hat{J}^-) \frac{\partial F^M}{\partial x} \quad (8)$$

여기서  $\hat{J}^+$  과  $\hat{J}^-$  은 정규화된 Jacobian이다.

$F^M$  은 수정 흐름률(flux) 벡터로서  $F^M = F$  가 되면 1차 정확도의 ENO 기법이 된다.

2차 ENO 기법은  $F^M$  을 식 (9)와 같이 정의함으로써 구성된다.

$$F_i^M = F_i^{ENO2} = F_i^n + E_i^n \quad (9)$$

최종적으로 지배방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \left[ I + \Delta t \alpha \left( \frac{\partial J^{+n}}{\partial x} + \frac{\partial J^{-n}}{\partial x} + G^n \right) \right] \Delta U^{n+1} \\ = -\Delta t \left\{ (\hat{J}^+ + \hat{J}^-) \frac{\partial F^M}{\partial x} + S \right\}^n \end{aligned} \quad (10)$$

### 3. 모형의 검증

본 연구에서 개발한 2차 정확도 ENO 모형을 정상류 상태에서 발생하는 천이류의 해석에 대하여 적용하였다. 정상류 상태로 발생하는 천이류를 계산하기 위해서 임의의 초기조건을 부여한 후 기지의 상하류단 경계조건을 고정시켜 오랜 시간 동안 모형을 실행하면 각 지점별로 일정한 값에 수렴하게 되는데 이 값이 정상류 상태의 천이류에 대한 계산결과이다. 본 절에서는 정상류 상태에서의 보 월류부, 하폭변화, 하상경사 급변화, 복합적인 하도변화 등 4가지 경우에 발생하는 천이류를 모의하여 음해적 ENO 모형의 적용성과 정확성을 검증하였다.

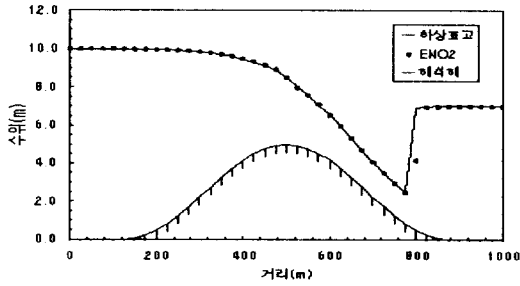


그림 1 보를 월류하는 천이류의 계산결과

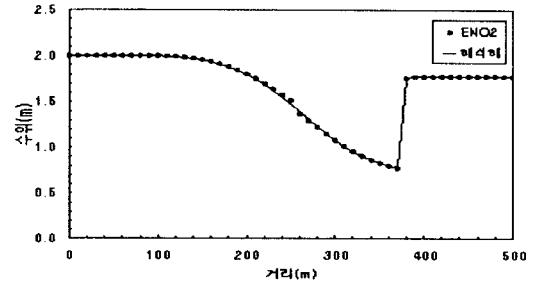


그림 2 하폭변화에 의해 발생하는 천이류의 계산결과

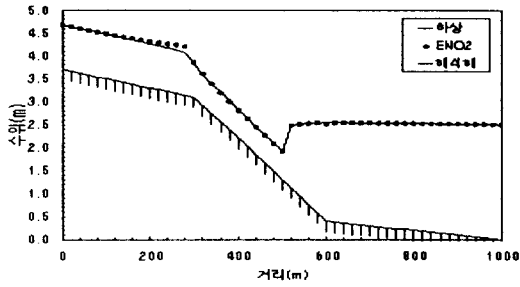


그림 3 하상경사의 변화로 인해 발생하는 천이류의 계산결과

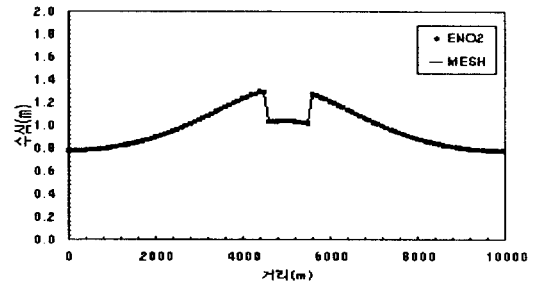


그림 4 복합적인 하도에서 발생하는 천이류의 계산결과

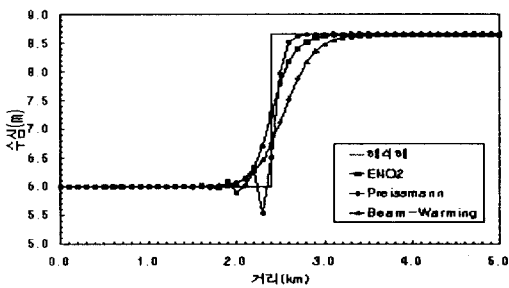


그림 5 급격한 수문폐쇄로 인한 홍수파의 계산결과

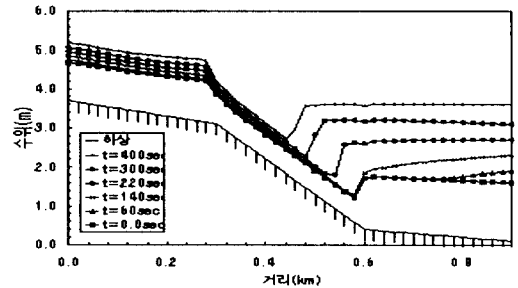


그림 6 하상경사 변화 하도에서 유량에 따른 흐름의 변화

## 4. 결 론

본 연구에서는 하천에서 발생하는 다양한 형태의 천이류를 안정적으로 해석할 수 있는 고정확도 수치모형을 개발하였다. 이 모형을 여러 가지 형태의 하도에 적용하여 정확도와 안정성을 검증하고 그 적용성을 평가하였다. 본 연구를 통해서 얻은 주요 결론은 다음과 같다.

(1) 본 연구에서는 불연속 흐름의 해석에 적합한 것으로 알려져 있으나 지금까지 하천 천이류 해석을 위해 사용된 바 없는 고정확도 수치해석 기법인 음해적 ENO 기법을 이용하여 하천흐름 해석모형을 개발하였다.

(2) 음해적 ENO 기법을 보 월류시 형성되는 천이류, 하상경사와 하폭의 급변으로 인해 발생하는 천이류 및 수문의 급조작으로 인해 발생하는 천이류 등에 적용한 결과 수치진동의 발생없이 해석해에 근접한 결과를 얻을 수 있었다.

(3) 기존의 많은 고정확도 기법들은 인공점성항을 사용하여 수치진동을 제거했지만 본 연구에서 개발한 ENO 모형을 인공점성항의 도입없이도 수치진동이 발생하지 않는 것으로 나타났다. 또한 양해법으로 구성된 기존의 천이류 해석기법은 거리격자나 시간격자 결정에 제약이 크지만 본 연구에서 개발한 모형을 음해법이기에 때문에 효율적으로 천이류를 해석할 수 있는 것으로 나타났다.

(4) 본 연구에서 개발한 음해적 ENO 모형을 수치해석의 안정성, 정확성, 다양한 하천조건에 대한 적용성 등에서 그 계산 수행능력이 뛰어난 모형을 확인할 수 있었다.

## 5. 참고문헌

- 김 원, 1999. 고정확도 수치기법을 이용한 하천 천이류 해석모형의 개발, 박사학위논문, 경북대학교.
- Beam, R.M. and Warming, R.F. (1976). "An implicit finite-difference algorithm for hyperbolic systems in conservation-law form." *Journal of Computational Physics*, Vol. 22, pp. 87-110.
- Jin, M. and Fread, D.L. (1997). "Dynamic flood routing with explicit and implicit numerical solution schemes." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 123, No. 3, pp. 166-173.
- Nujic, M. (1995). "Efficient implementation of non-oscillatory schemes for the computation of free-surface flow." *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 33, No. 1, pp. 101-111.
- Yang, J.Y. (1991). "Third-order nonoscillatory schemes for the Euler equations." *AIAA Journal*, Vol. 29, No. 10, pp. 1611-1618.
- Yang, J.Y., Hsu, C.A., and Chang, S.H. (1993). "Computations of free surface flows." *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 31, No. 1, pp. 19-34.