

# Wakeby 분포모형의 L-모멘트법에 의한 설계갈수량 유도

이 순혁\* 맹승진\*\* 류경식\*\* ○지호근\*\*

## I. 서론

수문자료의 빈도분석을 위한 전통적인 방법에서는 확률분포의 매개변수 결정을 위해 간편하고 용이한 모멘트법을 사용해 왔으나, 왜곡된 분포의 경우 불확실한 매개변수 추정치를 갖게 되고 고차모멘트로 갈수록 더욱 부정확하게 되며 모의된 자료계열과 관측자료계열간에 큰 편차가 항상 존재할 뿐 아니라 빈도해석의 유연성에도 큰 문제가 있다. 그리고, 최우법은 수치적으로 해를 구하는 과정이 복잡하고 매개변수 추정치를 얻을 수 없는 경우가 많은 단점이 있다. 그래서, 최근에는 모멘트법과 최우법의 단점을 보완할 수 있는 대안으로 Greenwood 등은 매개변수 추정법으로 확률가중모멘트법을 제시하였다. 또한, Hosking은 확률가중모멘트의 선형조합으로 이루어진 L-모멘트법을 제시함으로써 정확성이 높은 확률밀도함수의 매개변수 유도를 가능하게 하였다.

따라서, 본 연구에서는 확률밀도함수의 매개변수 결정을 위해 관측치와의 편의를 최소화하고 표본추출에 따른 편차를 줄일 수 있는 L-모멘트법을 사용하여 빈도분석을 실시하고자 한다. 또한, Weibull-3와 Wakeby 분포모형에 관한 특성의 고찰과 함께 실제 유역에 적용하여 재현기간별 설계갈수량을 유도하고 각각의 분포에 대한 결과치를 비교분석하여 도시하르로서 적정 설계갈수량을 판정하여 장차 이수계획을 위한 각종 수리구조물의 기본적인 설계지침을 제시하고자 한다.

## II. 기본수문자료와 분석방법

### 1. 기본수문자료와 유역특성

현재 전국적으로 운영되고 있는 하천수위 관측소는 약 295개소이나 본 분석에서는 30년 이상의 일평균 수위를 보유하고 있으면서 수위-유량 관계곡선이 작성되어 있는 한강수계의 여주, 주천, 낙동강수계의 진동, 금강수계의 규암, 영산강 수계의 나주, 섬진강수계의 송정, 압록 등 7개 유역을 분석 대상으로 선정하였다. 각 유역의 갈수유량의 부분지속기간 계열을 분석자료로 사용하였고, 각 유역에 대한 유역 특성의 결과로 유역면적은 528.80 ~ 20,311.30  $km^2$ 의 범위를 나타내고 있으며, 주하천장은 72.00 ~ 432.10  $km$ 에 이르며, 평균폭은 7.34 ~ 47.00  $km$ 이고 형상계수는 0.072 ~ 0.365 그리고 기록년수는 33~69년의 범위를 나타내고 있다.

### 2. 분석방법

가. 지속기간별 갈수유량 자료 계열 작성

---

\* 충북대학교 농과대학

\*\* 충북대학교 대학원 박사과정

Rating-Curve식을 이용하여 각각의 지속기간별로 갈수유량 자료 계열을 작성한다

나. 확률가중모멘트의 L-모멘트비 산정

확률가중모멘트의 선형조합인 L-모멘트 비로서 L-변동계수, L-왜곡도, L-첨예도를 산정한다.

다. 적용 확률분포모형의 적합도 검정

본 분석에서는 유역별로 L-모멘트법에 따른 Weibull-3 및 Wakeby분포모형에 대한 적합도 검정을 위해 비매개변수 방법인 K-S (Kolmogorov -Smirnov) test에 의해 적합도를 판정한다.

라. L-모멘트법에 따른 Weibull-3 및 Wakeby분포모형의 지속기간별 매개변수 산정

Weibull-3 분포모형과 Wakeby분포모형의 매개변수를 L-모멘트법에 의해 각 유역별로 구한다.

마. L-모멘트법에 따른 Weibull-3 및 Wakeby분포모형의 설계갈수량의 유도

L-모멘트법에 의해 유도된 매개변수를 이용하여 Weibull-3 및 Wakeby분포모형의 빈도별 설계갈수량을 구한다.

바. L-모멘트법에 따른 Weibull-3 및 Wakeby분포모형에 의해 유도된 지속기간별 설계갈수량 비교분석

유도된 빈도별 설계갈수량과 실측치의 Weibull, Hazen, Cunnane 및 Gringorten 플로팅 포지션에 의한 설계갈수량을 비교 분석하기 위하여 제곱평균제곱근오차 (Root Mean Square Error, RMSE)를 사용한다.

Table-1. Kolmogorov-Smirnov test for the Weibull-3 and Wakeby distributions using method of L-moments

River	Station	Duration (month)	Weibull-3			Wakeby		
			$D_n$	$D_{0.05}$	Test	$D_n$	$D_{0.05}$	Test
Han	Yeoju	1	0.0603	0.1674	○	0.0487	0.1674	○
		2	0.0704	0.1674	○	0.0310	0.1674	○
		6	0.0670	0.1674	○	0.0501	0.1674	○
		12	0.0687	0.2000	○	0.0687	0.2000	○
	Juchon	1	0.0715	0.2348	○	0.0565	0.2348	○
		2	0.0891	0.2348	○	0.0590	0.2348	○
		6	0.0993	0.2348	○	0.0867	0.2348	○
		12	0.1078	0.3090	○	0.0909	0.3090	○
Nagdong	Jindong	1	0.0597	0.1771	○	0.0660	0.1771	○
		2	0.0654	0.1771	○	0.0568	0.1771	○
		6	0.0577	0.1771	○	0.0409	0.1771	○
		12	0.0805	0.2396	○	0.0682	0.2396	○
Geum	Geumam	1	0.1114	0.1637	○	0.0705	0.1637	○
		2	0.0896	0.1637	○	0.0486	0.1637	○
		6	0.0429	0.1637	○	0.0385	0.1637	○
		12	0.1398	0.2099	○	0.0904	0.2099	○
Yeongsan	Naju	1	0.0767	0.1674	○	0.0572	0.1674	○
		2	0.0719	0.1674	○	0.0473	0.1674	○
		6	0.0753	0.1674	○	0.0385	0.1674	○
		12	0.0621	0.2372	○	0.0397	0.2372	○
Seomjin	Songjung	1	0.0950	0.1713	○	0.0647	0.1713	○
		2	0.0582	0.1713	○	0.0455	0.1713	○
		6	0.0752	0.1713	○	0.0522	0.1713	○
		12	0.0839	0.2324	○	0.0470	0.2324	○
	Abrog	1	0.0693	0.1713	○	0.0549	0.1713	○
		2	0.0652	0.1713	○	0.0482	0.1713	○
		6	0.0546	0.1713	○	0.0461	0.1713	○
		12	0.0817	0.1980	○	0.0914	0.1980	○

○ : Significance level can't be acknowledged

× : Significance level can be acknowledged

### III. 결과 및 고찰

#### 1. 지속기간별 갈수유량 자료 계열 작성

관측소별 Rating Curve식을 이용하여 수위자료기간 동안의 일평균 수위를 일평균유량으로 환산하고 이를 관측소별 유역면적을 고려하여 일평균유출고로 표시하고 월별로 합산함으로써 연도별 월유출고 자료로 정리하였다. 이와 같이 정리된 월유출고 자료로부터 1, 2, 6, 12개월 지속기간별 갈수유량 자료 계열을 작성하여 빈도분석을 수행하였다.

#### 2. L-모멘트비에 의한 L-변동계수, L-왜곡도, L-첨예도 계산

확률가중모멘트의 선형조합으로서 L-모멘트값을 각 유역별로 구하고 L-모멘트값의 비인 L-변동계수, L-왜곡도, L-첨예도를 계산하였다. 전 유역에 걸쳐 범위는 각각 0.1890 ~ 0.4554, -0.1260 ~ 0.2674 및 -0.0257 ~ 0.1773으로 나타내고 있다.

#### 3. 적용 확률분포모형의 적합도 검정

L-모멘트법에 따른 Weibull-3 및 Wakeby 분포모형에 대한 적합도 판정은 비매개변수 방법인 K-S(Kolmogorov-Smirnov Test)검정을 이용하였으며, 각 유역에 대한 결과는 Table-1과 같다.

이상의 결과를 보건데 대상유역 전반에 걸쳐 각 지속기간별로 K-S한계치가 정해진 5% 유의수준치보다 작기 때문에 L-모멘트법에 따른 Weibull-3 및 Wakeby 분포모형의 적합도가 인정되었다.

Table-2. Parameters calculated by Weibull-3 and Wakeby Distribution using method of L-moments

River	Station	Duration (month)	Weibull-3			Wakeby				
			$x_0$	$\alpha$	$\beta$	$\xi$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$
Han	Yeosu	1	-3.60	6.95	5.72	0.02	8.31	5.21	2.44	-0.67
		2	-22.08	34.65	8.22	1.09	22.92	2.31	3.87	-0.50
		6	-6.43	109.99	1.98	12.00	79.77	6.81	102.51	-0.49
		12	-303.7	731.54	5.33	77.31	820.36	2.09	16.84	0.40
	Juchon	1	-0.50	3.71	2.14	0.22	9.80	5.69	1.80	-0.16
		2	-11.41	28.58	3.40	-0.31	12.29	3.20	20.90	-0.79
6		-35.63	313.95	1.36	-8.26	329.82	0.27	0.00	0.00	
Nagdong	Jindong	12	150.16	763.69	1.40	232.30	-199.07	1.95	925.78	-0.36
		1	23.64	-19.43	-17.34	-0.56	18.47	5.38	1.97	-0.70
		2	-39.88	52.49	15.44	-1.89	123.09	15.13	9.55	-0.87
		6	-10.27	100.47	2.59	25.81	529.40	10.11	150.46	-0.49
Geum	Gyuam	12	-430.16	783.52	6.77	38.48	751.21	2.55	55.21	-0.08
		1	-2.65	6.49	4.30	0.00	39.87	68.29	5.59	-1.08
		2	-12.51	28.02	4.52	0.00	77.31	38.70	23.31	-1.09
		6	0.05	156.76	1.77	7.52	296.22	4.62	89.49	-0.13
Yeongsan	Naju	12	-445.47	1146.77	4.13	97.71	1044.09	1.09	0.00	0.00
		1	-3.65	6.63	8.44	-0.38	30.76	13.51	1.28	-0.46
		2	-7.35	17.66	5.38	1.94	16.09	3.25	5.05	-0.57
		6	-14.40	118.51	1.95	16.42	-127.25	10.18	141.15	-0.65
Seomjin	Songjung	12	-100.88	465.35	2.79	43.68	487.81	1.46	79.25	-0.11
		1	86.11	-82.12	-71.15	-0.11	11.66	2.68	0.21	0.16
		2	-23.35	35.23	10.60	0.39	48.03	6.08	4.25	-0.38
		6	-0.29	106.58	1.79	0.00	16111.78	864.33	113.81	-0.49
	Abrog	12	-367.95	782.73	5.26	38.64	857.94	2.05	22.28	0.32
		1	-9.41	12.62	14.39	0.50	6.77	3.22	1.00	-0.51
		2	-7.58	18.17	5.49	1.45	26.01	4.19	3.62	-0.32
		6	-5.48	92.86	2.17	12.45	96.48	2.54	46.38	-0.25
12	-635.82	1124.25	6.59	33.17	1075.41	1.99	7.72	0.62		

#### 4. L-모멘트법에 의한 Weibull-3 및 Wakeby 분포모형의 매개변수 산정

L-모멘트법에 따른 Weibull-3 분포모형의 위치매개변수  $x_0$ , 척도매개변수  $\alpha$ , 형상 매개변수  $\beta$ 을 구하였고, Wakeby 분포모형의 매개변수인 위치매개변수  $\xi$ 와  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ 을 구하여 각각의 유역에 대한 결과를 Table-2에 정리하였다.

#### 5. Weibull-3 및 Wakeby 분포모형의 L-모멘트법에 따른 설계갈수량의 유도

Weibull-3 및 Wakeby 분포모형의 매개변수를 이용하여 L-모멘트법에 따른 재현기간별, 지속기간별 설계갈수량을 각각의 유역별로 구한 결과는 Table-3과 같다.

Table-3. Design low flows calculated by L-moments method for Weibull-3 and Wakeby distributions.

River	Station	Duration (month)	Weibull-3						Wakeby					
			Return period (yrs)						Return Period (yrs)					
			2	5	10	20	30	50	2	5	10	20	30	50
Han	Yeoju	1	2.91	1.74	1.08	0.53	0.25	0.14	2.93	1.62	0.94	0.52	0.36	0.23
		2	11.06	6.80	4.28	2.04	0.88	0.52	11.28	5.90	3.63	2.39	1.97	1.62
		6	84.95	45.09	28.83	18.07	13.48	8.90	83.88	42.82	28.53	20.64	17.86	15.57
		12	531.62	319.82	232.41	162.74	127.33	87.05	490.00	298.28	198.22	140.41	119.97	103.19
	Juchon	1	2.63	1.35	0.80	0.43	0.26	0.06	3.08	1.85	1.18	0.75	0.58	0.44
		2	14.25	6.98	3.34	0.53	0.41	0.12	14.27	5.93	2.90	1.32	0.78	0.35
		6	204.24	68.72	24.51	1.8	0.93	0.52	200.24	63.16	26.00	8.54	2.87	1.61
		12	1613.29	586.51	394.25	293.52	256.22	223.12	1651.29	561.93	379.71	302.23	278.11	259.38
Nagdong	Jindong	1	3.80	2.46	1.52	0.58	0.022	0.01	3.88	2.25	1.13	0.37	0.08	0.03
		2	11.38	7.75	5.49	3.43	2.28	0.89	15.33	8.32	5.65	3.00	1.70	0.45
		6	76.93	45.99	31.83	21.60	19.93	12.00	77.26	43.18	30.25	23.37	21.01	19.09
		12	492.69	272.66	192.54	127.46	93.73	54.70	482.32	272.29	172.70	110.29	87.43	68.38
Geum	Gyuam	1	3.31	1.93	1.20	0.61	0.30	0.25	3.31	2.25	1.13	0.37	0.08	0.03
		2	13.32	7.59	4.52	2.01	0.74	0.59	13.31	6.61	4.28	2.89	2.24	1.55
		6	127.46	67.17	43.96	29.28	23.21	17.34	128.41	68.46	41.60	25.62	19.84	15.04
		12	862.73	472.20	311.09	187.14	125.96	58.09	399.34	435.09	267.90	183.15	154.74	131.96
Yeongsan	Naju	1	2.70	1.90	1.43	1.02	0.79	0.53	2.65	2.05	1.48	0.82	0.50	0.19
		2	9.15	6.01	4.27	2.82	2.06	1.20	9.26	5.55	3.89	2.96	2.63	2.36
		6	83.83	40.56	23.02	11.48	6.49	1.62	82.75	34.54	22.58	18.46	17.50	16.93
		12	703.58	270.23	174.34	109.28	79.65	48.67	663.73	265.05	157.34	101.34	82.30	66.94
Seomjin	Songjung	1	3.57	2.24	1.35	0.49	0.18	0.11	3.72	1.90	0.99	0.46	0.28	0.12
		2	10.69	7.24	5.15	3.27	2.25	1.03	10.77	7.17	4.57	2.72	2.00	1.39
		6	86.60	45.90	30.11	20.06	15.82	11.76	85.32	42.67	30.32	24.41	22.47	20.93
		12	571.39	308.18	211.12	134.59	95.85	51.90	546.05	306.26	199.98	116.47	91.35	70.66
	Abrog	1	2.90	1.96	1.39	0.86	0.57	0.21	2.96	1.78	1.20	0.87	0.75	0.65
		2	9.42	6.25	4.48	3.00	2.23	1.35	9.56	5.99	4.04	2.83	2.39	2.03
		6	72.97	41.10	27.50	18.21	14.04	9.90	73.42	38.95	26.19	19.45	17.15	15.28
		12	604.05	348.45	235.61	142.97	94.83	39.12	589.55	341.24	202.37	121.57	92.95	69.44

#### 6. Weibull-3 및 Wakeby 분포모형의 L-모멘트법에 따른 설계갈수량과 실측치의 플로팅포지션법에 의한 설계갈수량과의 비교

분포모형의 적합도 검정을 위하여 L-모멘트법에 의해 유도된 각각의 설계갈수량과 플로팅포지션법인 Weibull, Hazen, Cunnane 및 Gringorton식에 의한 비초과확률을 구하고 이를 정규확률 지상에 도시하였다.

이상의 Weibull, Hazen, Cunnane 및 Gringorton 플로팅 포지션법과 Weibull-3 분포모형 및 Wakeby 분포모형의 L-모멘트법에 의해 유도된 빈도별 설계갈수량의 비교 분석을 위해 제곱평균제곱근오차(Root Mean Square Error, RMSE)를 식(1)에 의해 대상유역별로 구한 결과는 Table-4와 같다.

Table-4. Root Mean Square Error calculated by Weibull-3 and Wakeby distribution using different plotting position formulas and method of L-moments

River	Station	Duration (month)	Weibull-3				Wakeby			
			Weibull	Hazen	Cunnane	Gringorten	Weibull	Hazen	Cunnane	Gringorten
Han	Yeouju	1	0.14	0.17	0.16	0.17	0.09	0.10	0.09	0.10
		2	0.72	0.87	0.82	0.84	0.25	0.27	0.26	0.26
		6	4.86	6.11	5.69	5.85	3.22	3.42	3.32	3.35
		12	21.94	25.83	24.45	24.95	17.25	19.85	18.51	18.96
	Juchon	1	0.21	0.22	0.21	0.21	0.20	0.23	0.21	0.22
		2	1.28	1.52	1.44	1.47	0.72	0.77	0.75	0.75
		6	39.72	47.51	44.50	45.58	33.05	38.33	36.30	37.04
		12	82.86	84.13	73.28	80.12	69.55	72.49	68.14	69.59
Nagdong	Jindong	1	0.30	0.37	0.34	0.35	0.18	0.18	0.18	0.18
		2	0.57	0.59	0.57	0.57	0.43	0.14	0.40	0.41
		6	3.43	4.11	3.87	3.96	2.84	36.04	2.95	2.99
		12	16.38	19.90	18.44	18.96	9.87	12.46	11.45	11.82
Geum	Gyuam	1	0.28	0.31	0.30	0.30	0.16	0.16	0.16	0.16
		2	1.06	1.21	1.17	1.18	0.42	0.43	0.43	0.43
		6	9.45	10.03	9.64	9.77	9.15	10.45	9.87	10.08
		12	63.78	70.67	68.57	69.36	39.17	39.61	39.44	39.50
Yeongsan	Naju	1	0.14	0.13	0.13	0.13	0.09	0.09	0.09	0.09
		2	0.47	0.54	0.52	0.53	0.33	0.35	0.34	0.35
		6	8.70	10.39	9.89	10.08	3.62	3.91	3.82	3.85
		12	18.84	23.71	21.95	22.59	10.94	13.86	12.68	13.11
Seomjin	Songjung	1	0.30	0.36	0.34	0.35	0.15	0.16	0.16	0.16
		2	0.42	0.48	0.45	0.46	0.35	0.38	0.36	0.37
		6	8.79	10.34	9.87	10.04	6.19	6.60	6.47	6.52
		12	21.12	25.26	23.65	24.23	14.40	16.02	14.84	15.26
	Abrog	1	0.15	0.19	0.18	0.18	0.07	0.08	0.07	0.08
		2	0.35	0.42	0.39	0.40	0.29	0.32	0.31	0.32
		6	2.19	4.28	3.98	4.09	2.78	3.26	3.06	3.13
		12	28.90	33.51	32.38	31.75	22.44	21.75	21.24	21.36

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Q_0 - Q_c)^2}{n}} \quad (1)$$

여기에서  $Q_0$  및  $Q_c$ 는 각각 유역의 갈수유량 및 분포모형의 L-모멘트법에 의해 산정된 설계갈수량이다.

이상의 결과에서 보건데 Weibull-3분포모형과 Wakeby 분포모형의 L-모멘트법에 의해 유도된 설계갈수량과 실측치의 플로팅 포지션법들에 의해 유도된 설계갈수량과의 비교에서 제곱평균 제곱근오차가 전 유역에 걸쳐 L-모멘트법에 의한 Wakeby 분포모형이 L-모멘트법에 의한 Weibull분포모형에 의한 것보다 전반적으로 작게 나타나는 좋은 결과를 가져왔다.

Weibull 플로팅 포지션법에 의한 실측치의 설계갈수량과 Weibull-3 및 Wakeby 분포모형의 L-모멘트법에 따른 지속기간별 설계갈수량의 결과를 진동유역을 표본 예로 대수확률지에 도시한 결과는 Fig. 1과 같다. Table-4와 Fig. 1의 결과를 종합해 보건데 Wakeby 분포모형의 L-모멘트법과 Weibull 플로팅포지션법에 의해 유도된 지속기간별 설계갈수량이 Weibull-3 분포모형에 의한 지속기간별 설계갈수량보다 전반적으로 보다 실측치에 근접하는 좋은 결과를 나타내고 있다.

#### IV 결론

본 연구는 한강, 낙동강, 금강, 영산강 및 섬진강 수계의 7개 유역에 대한 지속기간별 갈수유량 자료 계열을 사용하여 빈도분석을 수행하였으며, L-모멘트비도에 의한 L-변동계수, L-왜곡도 및 L-첨예도를 구한 후 K-S검정에 의해 각 분포모형의 지속기간별 적합도를 검정하였으며, L-모멘트법에 의해 Weibull-3 및 Wakeby 분포모형의 매개변수를 구하였고 L-모멘트법에 따른 지속기간별 설계갈수량을 유도하였다. 또한, Weibull-3 및 Wakeby 분포모형에서 L-모멘트법에 의한 설계갈수량과 플로팅 포지션법을 달리했을 때의 설계갈수량과의 비교분석을 수행하였으며, 이에 대한 결과를 요약하면 다음과 같다.

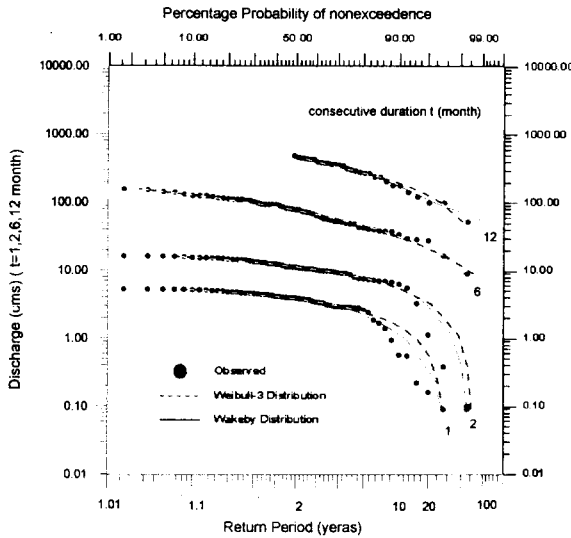


Fig. 1. Comparison of design low flow estimated using L-moments with Weibull plotting position for each consecutive duration at Jindong watershed of Nagdong river.

1. 본 연구에 사용된 지점에 대해서 빈도 분석을 위해 부분지속기간 계열을 작성하였다.

2. Weibull-3 및 Wakeby 분포모형의 적합성을 판별하기 위해 K-S검정을 수행한 결과 이의 적정성이 인정되었다.

3. Weibull-3 및 Wakeby 분포모형의 L-모멘트법에 따른 지속기간별 매개변수와 설계갈수량을 각각 유도하였다.

4. Weibull-3 및 Wakeby 분포모형의 L-모멘트법에 따른 지속기간별 설계갈수량과 실측치의 Weibull, Hazen, Cunnane 및 Gringorten 플로팅 포지션법으로 구한 설계갈수량간의 제공평균제공근오차를 비교한 결과 Wakeby 분포모형의 Weibull 플로팅 포지션법에 의한 지속기간별 설계갈수량이 Weibull-3 분포모형의 상기한 다른 방법들에 의한 지속기간별 설계갈수량보다 일반적으로 적정한 것으로 나타났다.

## 참고문헌

1. 건설교통부, 가뭄기록조사보고서, pp. III-1 ~ III-35, 1995.
2. 이순혁, 송기현, 맹승진, 류경식, 김동주, 지호근, Weibull-3 및 GEV 분포모형의 L-모멘트법에 의한 홍수빈도 비교분석, Vol. 41, No. 4, pp. 25 ~ 36, 1999.
3. Greenwood, J. A., Landwehr, J. M., Matalas, N. C. and J. R. Wallis, Probability Weighted Moments : Definition and Relation to Parameters of Several Distributions Expressable in Inverse Form, Water Resources Research, Vol 15, No. 5, pp. 1049 ~ 1054, 1979.
4. Hosking, J. R. M., Fortran Routines for Use with the Method of L-Moments Version 2, Research Report RC17079, IBM T. J. Watson Research Center, Yorktown Heights, New York, 1991