

박판 성형에서의 외연적 유한요소법의 안정성과 내연적 해석법과의 비교

심현보* · 전성문** · 손기찬**

(2000년 1월 19일 접수)

A Study on the Stability of Explicit FE Analysis in the Sheet Metal Forming Analysis

H. B. Shim, S. M. Jun and K. C. Son

Abstract

Recent developments of FE technology make it possible to apply CAD/CAE/CAM techniques successfully to the stamping die design among the automotive parts industries. Those successful applications are greatly attributable to the development of commercial S/W. Up to now most commercial S/W for the analysis of sheet metal forming is based on the dynamic explicit algorithm. The main characteristics of dynamic explicit algorithm is that there is no convergence problem if the time increment is taken less than the stability limit. The stability of the analysis is guaranteed in the commercial code, since the adequate time increment is computed from the so called "Courant Condition". However excess computing time is often pointed out in the dynamic explicit analysis according to the characteristics of process parameters taken. In the study, various parameters that may affect the stability and the method how to improve computational efficiency of analysis have been investigated.

Key Words : Dynamic Explicit FE Analysis, Stability, Sheet Metal Forming

1. 서론

일반적인 박판성형공정은 관성의 영향이 무시될 수 있을 정도로 펀치의 진행속도가 느린 준정적인 과정이다. 이러한 준정적 과정의 박판성형 공정을 해석하는 방법으

로는 전 변형과정을 여러 개의 단계로 나누고 각 계산단계 내에서는 정적상태로 가정하여 해석하는 정적 내연적 해석방법(static implicit method)⁽¹⁾과 전 계산과정 동안 변형의 진행이 시간의 변화에 의존하는 동적 과정으로 가정하여 해석하는 동적 외연적 해석방법(dynamic

* 영남대학교 기계공학부

** 영남대학교 대학원

explicit method)⁽²⁾으로 크게 나누어진다.

정적 내연적 해석방법은 매 계산 단계마다 축차(iteration)를 통하여 내력과 외력 간의 힘 평형을 만족시키는 방법으로 해의 정밀도는 우수하지만 축차를 통한 해의 수렴에 소요되는 시간과 노력이 많이 들고 접촉 조건이 복잡한 3차원 문제에 있어서 수렴에 실패하는 경우가 많이 발생하는 것으로 알려져 있다. 동적 외연적 해석방법은 강성행렬을 구성할 필요가 없고 축차에 의한 수렴과 관계없이 현재 단계의 계산 정보만으로 다음 단계의 해를 구할 수 있어서 항상 해를 구할 수 있다는 이점이 있기는 하지만 해의 안정성을 위해 시간의 증분을 안정 한계이내로 유지시켜 주어야 하는 제한조건을 만족시켜야 하는 문제점이 있다.

최근의 연구 동향은 해의 정확성을 보장하면서 동시에 계산시간의 측면에서도 효율성을 추구하고 있고 이를 위해 내연적 해석 분야나 외연적 해석 분야 모두에서 활발한 연구가 이루어지고 있다⁽³⁻⁵⁾. 또한 내연적 해석방법과 외연적 해석방법의 장점을 절충하여 빠르면서도 정확한 박관성형 공정의 해석을 위한 연구도 활발히 진행되고 있다⁽⁶⁾.

박관성형 해석용 상업용 S/W⁽⁷⁾는 일반적으로 동적 외연적 해석법을 채택하고 있으며 해의 안정성을 보장하기 위한 시간증분을 자동적으로 결정해 주고 있기 때문에 사용자가 시간증분에 대하여 크게 염려하지 않아도 해석을 수행할 수 있게 해 준다. 그러나 프로그램 내에서 자동적으로 결정된 시간증분은 해의 안정성을 보장해 주기는 하나 계산에 소요되는 시간의 관점에서는 반드시 최적이라고 하기는 어렵다. 본 연구에서는 외연적 유한요소법에서 해의 안정성에 미치는 여러 가지 공칭변수들의 영향을 조사해 보고 계산시간을 줄일 수 있는 방법을 조사해 보았다. 아울러 여러 가지 형상의 판재성형 디프드로잉 공정을 외연적 방법으로 해석하고 이 결과를 기존의 내연적 해석 결과와 실험결과와 비교함으로써 외연적 유한요소법의 적용 가능성을 검토하고자 한다.

2. 이론적 배경

2.1 내연적 방법의 유한요소 수식

탄소성 재료에 대한 updated Lagrangian 수식은 가상일의 원리로부터 다음과 같이 얻을 수 있다.⁽¹⁾

$$\int_{V_0} L^{\alpha\beta\gamma\rho} e^{\alpha\beta} \delta e^{\gamma\rho} dV + \int_{V_0} \tau^{\alpha\beta} \frac{\partial u_i}{\partial \theta^\alpha} \frac{\partial \delta u_i}{\partial \theta^\beta} dV$$

$$= \int_{S_0^i} t_i^{(t_0+\Delta t)} \delta u_i dS - \int_{V_0} \tau^{\alpha\beta} \delta e_{\alpha\beta} dV \quad (1)$$

위 식을 유한요소 수식으로 전환한 후 뉴턴-랩슨(Newton-Raphson)법을 적용하면 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{K} \cdot \Delta \bar{\mathbf{u}}^{(i)} = \mathbf{R} - \mathbf{F}^{(i-1)} \quad (2)$$

여기서 \mathbf{K} 는 강성행렬이고 \mathbf{R} 은 $(t_0 + \Delta t)$ 에서의 외력벡터, 그리고 $\mathbf{F}^{(i-1)}$ 는 시간 $(t_0 + \Delta t)$, $(i-1)$ 번째의 축차(iteration)에서의 응력 발산항(stress divergence term)이다. 식 (2)로부터 변위 오차 수정항을 구하고 이를 오차의 크기가 일정한도 이내에 도달할 때까지 다음의 반복 계산을 수행한다.

$$\bar{\mathbf{u}}^{(i)} = \bar{\mathbf{u}}^{(i-1)} + \beta \Delta \bar{\mathbf{u}}^{(i)} \quad (3)$$

여기서, $\bar{\mathbf{u}}^{(i-1)}$ 는 현재의 변위벡터, $\Delta \bar{\mathbf{u}}^{(i)}$ 는 변위의 오차 수정항, 그리고, β 는 해의 발산의 막기 위하여 도입하는 감속계수이다. $(0 < \beta \leq 1)$

2.2 외연적 방법의 유한요소 수식

비선형 유한요소 운동 방정식은 가상일의 원리로부터 다음 식과 같이 구해진다.

$$\int_{V_0} \mathbf{S} \delta \boldsymbol{\varepsilon} dV - \int_S t_i \delta u_i dS = \int_{V_0} b \delta u dV - \int_{V_0} \rho_0 \ddot{u} \delta u dV - \int_{V_0} c_0 \dot{u} \delta u dV \quad (4)$$

위의 지배방정식으로부터 유한요소식은 다음과 같이 유도된다.

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}}_n + \mathbf{C} \dot{\mathbf{u}}_n + \mathbf{K} \mathbf{u}_n = \mathbf{R}_n \quad (5)$$

속도와 가속도 항을 중앙차분법을 이용하여 표현하면 다음과 같다.

$$\ddot{\mathbf{u}}_n = \frac{\mathbf{u}_{n+1} - 2\mathbf{u}_n + \mathbf{u}_{n-1}}{\Delta t^2} \quad (6)$$

위 식을 $n+1$ 상태의 변위에 대해 정리하면

$$\left(\frac{M}{\Delta t^2} + \frac{C}{2\Delta t}\right)u_{n+1} = R_n - \left(K - \frac{2M}{\Delta t^2}\right)u_n - \left(\frac{M}{\Delta t^2} - \frac{C}{2\Delta t}\right)u_{n-1} \quad (7)$$

으로 되고, 속도에 의존하는 감쇄(damping) 효과를 무시하면 다음 식과 같이 된다.

$$\left(\frac{M}{\Delta t^2}\right)u_{n+1} = R_n - \left(K - \frac{2M}{\Delta t^2}\right)u_n - \left(\frac{M}{\Delta t^2}\right)u_{n-1} = \hat{R}_n \quad (8)$$

위 식에서 질량 행렬 M 을 집중 질량 행렬(lumped mass matrix)로 표현하면

$$u_{n+1, i} = \hat{R}_{n, i} \left(\frac{\Delta t^2}{m_{ii}}\right) \quad (9)$$

과 같이 $n+1$ 상태의 변위는 n 상태의 외력과 변위에 의 해 쉽게 계산될 수 있다.

그리고, CFL 판별식 (Courant condition)으로부터 안정성이 있는 각 요소의 임계시간 증분 Δt_c 는

$$\Delta t_c = \frac{L}{C} \quad (10)$$

여기서 L 은 요소의 변의 길이와 대각선의 길이로부터 얻어지는 요소의 특성 길이이고⁽⁷⁾, C 는 재료의 음속이다. 각 요소에서 구해진 임계시간 증분들중 최소 값을 그 계산단계의 시간증분으로 결정한다. 즉, 시간 t_{n+1} 상태의 해를 구하기 위한 시간증분 Δt_{n+1} 은 다음 식과 같이 결정된다.

$$\Delta t_{n+1} = \alpha \min(\Delta t_1, \Delta t_2, \dots, \Delta t_N) \quad (11)$$

N 은 해석에 사용된 박판요소의 총 개수이고, Δt_i 는 i 번째 요소에서 계산된 임계시간증분, α 는 시간증분의 결정을 위한 안전상수이다. 여기서 재료의 전파속도 C 는 다음과 같고, E 는 재료의 탄성계수, ρ 는 재료의 밀도이다.

$$C = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (12)$$

식 (10), (11) 및 (12)로부터 결정되는 임계시간 증분치 Δt_c 는 요소크기 및 물성치에 관계하고 있어 유한요소 격자의 크기가 균일하지 않을 경우 각 요소별 임계시간 증분치 중 최소의 값을 선택한다.

3. 시간 증분의 크기와 외연적 방법의 안정성

동적 외연적 해석 방법은 내연적 방법과는 달리 강성 행렬의 구성, 평형조건을 만족을 위한 축차 과정 등이 필요 없기 때문에 현재 단계의 계산정보 만으로 항상 다음 단계의 해를 구할 수 있어 해의 수렴성이 문제가 되지 않는 장점을 지니고 있다. 이러한 장점은 사용자가 소성변형에 관한 깊은 지식이 없어도 사용이 가능하도록 해 주고 있어 상용 프로그램에서는 외연적 해석방법을 널리 채택하고 있다. 그러나 이 방법은 해의 안정성이 보장되지 않는 문제점을 지니고 있지만 상용 코드에는 안정한계에 영향을 주는 변수들에 대한 자동설정 기능이 있는 경우가 많아 사용자의 시행착오를 줄여준다. 그렇지만 프로그램에서 자동적으로 설정해 주는 조건을 그대로 따를 경우 사용자의 경험 축적 및 숙련도 향상에는 크게 도움을 주지 못하고 있는 문제점이 있다.

외연적 방법에서 해의 안정성에 미치는 가장 중요한 인자는 식 (10), (11), (12)로 표현되는 시간증분으로 알려져 있으며 시간증분의 크기는 전체 성형과정을 해석하는 데 소요되는 시간과 직접적인 관계가 있기 때문에 안정적이고도 효율적인 계산을 위해서는 최적의 시간증분을 택할 필요가 있고 이 단계에서 사용자의 경험이 요구된다. 본 연구에서는 간단한 형태의 성형공정인 원형 컵의 디프 드로잉 공정의 해석을 통하여 해의 안정성에 미치는 인자들의 영향을 조사하고 해의 안정성을 보장하면서 계산시간을 단축시킬 수 있는 방법을 모색해 보고자 한다. 해석을 위한 프로그램은 Pam Stamp를 이용하였다.⁽⁷⁾

외연적 방법을 이용한 디프 드로잉 공정의 해석은 시간에 따른 박판의 변형과정을 안정한계 이내로 결정된 때 시간증분의 계산을 통해 최종변형상태를 예측한다. 각 계산 단계마다 식 (10), (11), (12)의 Courant 조건을 적용하여 그 단계의 시간증분을 결정한다. 이러한 시간증분의 크기는 해석결과의 안정성 뿐만 아니라 해석에 소요되는 총 계산 시간에도 영향을 미친다. 먼저 외연적 방법의 해석에 사용된 시간증분의 안정한계에 대한 검토를 위해 프로그램에서 자동적으로 결정해 주는 최적시간증분을 인위적으로 조작하여 최적시간증분의 0.5, 1.0,

1.5, 2.0배로 하여 각각의 안정성을 평가하였다.

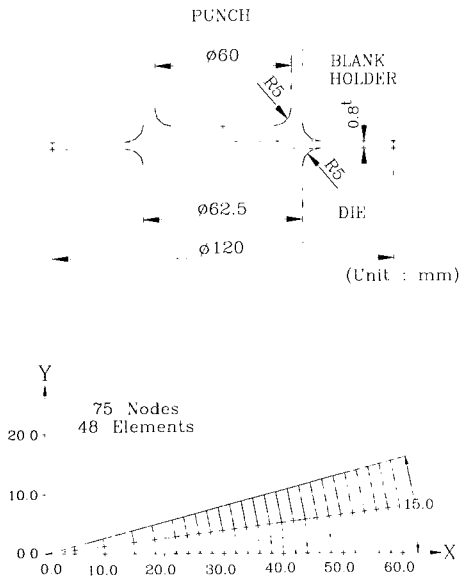


Fig. 1 Geometry description and FE mesh system (Cylindrical cup drawing)

해석에 사용된 원형 컵 드로잉 금형 및 유한요소 격자계를 Fig.1에 나타내었는데 유한요소 격자계는 대칭성을 이용하여 15° 만 택하였고 DEC Alpha 250 4/266을 사용하여 해석하였다.

일반적으로 해석의 안정성은 성형시 박판이 받는 내부에너지와 운동에너지의 크기변화, 그리고 다이, 펀치, 블랭크 홀더가 받는 하중의 평형 및 안정성 등을 종합적으로 검토함으로써 판단할 수 있다.

Fig.2는 시간증분의 크기가 변형과정 중의 내부에너지와 운동에너지의 변화에 미치는 영향을 비교하였는데 최적시간 증분의 0.5 배, 1.0배, 1.5배에서의 결과는 큰 차이를 보이고 있지 않으나 2.0배의 경우 내부에너지 및 운동에너지 모두 불안정하게 나타났다.

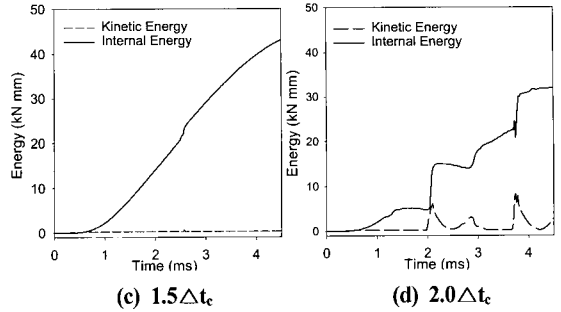
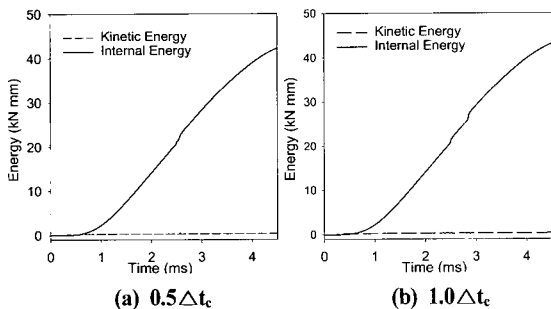


Fig. 2 Comparison of internal energy and kinetic energy for varying time-step

Fig.3은 시간증분의 크기의 변화에 따른 다이, 펀치, 블랭크 홀더가 받는 하중의 변화를 비교한 것으로 에너지의 경우보다는 약간 불안정한 경향을 보이지만 최적증분시간의 1.5배까지는 비슷한 경향을 보이고 있다. 그렇지만 시간증분의 크기가 커질수록 불안정의 경향이 크게 나타나는 것은 사실이며 특히 2.0배의 경우 불안정의 정도가 심하게 나타나고 있다. 따라서 시간증분의 크기에 해의 안정성 및 일관성에 영향을 주고 있음을 확인할 수 있었고 시간증분을 프로그램에서 자동적으로 결정시켜 주는 최적시간 증분이하로 유지할 경우에는 해의 안정성 및 일관성에는 큰 영향이 없으나 이보다 크게 유지할 경우에는 해의 안정성에 문제가 있음을 알 수 있다.

그런데 Pam-Stamp의 자동설정 기능에서는 시간증분의 크기를 Courant 조건으로 결정되는 최적증분시간의 0.9배를 택하고 있는데 이는 보다 안정된 계산을 위해 설정한 것으로 판단된다.

그런데 본 해석에서 최적증분시간의 1.0배와 1.5배로 증분시간을 택한 경우의 결과가 큰 차이를 보이고 있지 않은 이유는 본 해석에 사용된 격자계가 최적증분시간을 결정하는데 사용된 최소크기의 요소의 질량이 전체 유한요소 격자계의 질량에 비하여 차지하는 비중이 작기 때문에 최적증분시간보다 약간 큰 경우에도 안정적인 해석이 가능했던 것으로 판단된다. 따라서 내연적 방법과는 달리 외연적 방법에서는 요소의 크기 편차를 가급적 줄이는 것이 해석에 소요되는 시간을 줄이는데 도움이 되며 격자계의 차이가 큰 경우 계산시간의 단축을 위해 안정한 한계를 약간 초과한 시간증분을 택하여도 해석이 가능할 것으로 생각된다.

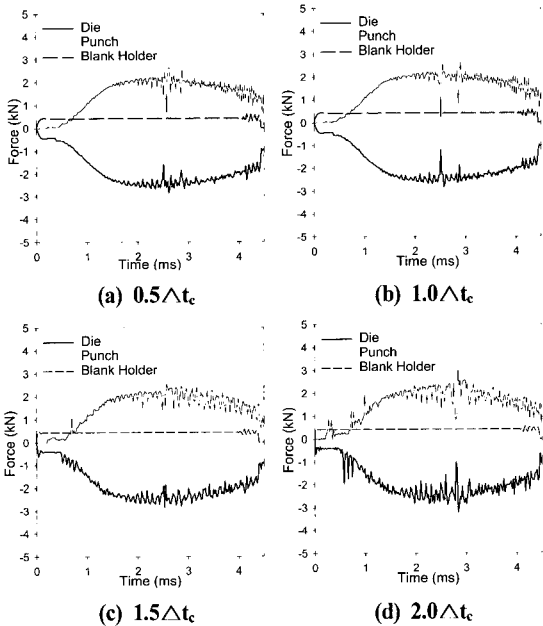


Fig. 3 Comparison of contact forces for varying time-step

4. 계산시간의 단축을 위한 실용적인 방법

4.1 펀치속도의 변화

각 계산단계에서의 펀치의 진행량은 펀치의 속도와 시간증분의 곱으로 표현된다. 따라서 시간증분을 최적분 시간 이하로 유지하더라도 펀치의 속도가 빨라지면 각 계산 단계에서의 변형량이 증가하게 된다. 또한 펀치의 속도가 증가될 경우 펀치의 운동에너지도 함께 증가하기 때문에 해의 안정성에 나쁜 영향을 미칠 가능성이 높아진다. 따라서 외연적 방법으로 드로잉 공정을 안정적이고 효율적으로 해석하기 위해서는 시간증분의 크기뿐만 아니라 펀치속도에 대한 적절한 고려가 필요하다. 참고로 일반적으로 사용되는 유압프레스의 성형속도는 0.05~1.0m/sec 정도로 빠르지 않은 편이며 0.05m/sec의 속도로는 Fig.1의 원형 컵 성형과정을 해석하는 데에도 약 6.7시간 정도 소요된다. 따라서 펀치속도를 실제 값으로 택하는 것은 해석시간의 효율성 측면에서 볼 때 실용적이지 못하기 때문에 일반적으로 해석결과에 속도에 의한 영향이 미치지 않는 범위 내에서 펀치의 드로잉 속도를 적절히 조절하여 해석을 한다.

본 연구에서는 펀치속도의 영향을 조사하기 위하여 시간증분은 자동설정 상태로 유지한 채 펀치 속도를 0.05 m/sec, 해석에서 실용적으로 사용되는 10m/sec, 그리고

100m/sec에 대하여 해석하여 그 결과를 조사하였다. 해석에 소요된 시간은 펀치속도가 0.05m/sec일 때는 24220초, 10m/sec일 때는 188초, 100m/sec일 때는 16초가 소요되었다.

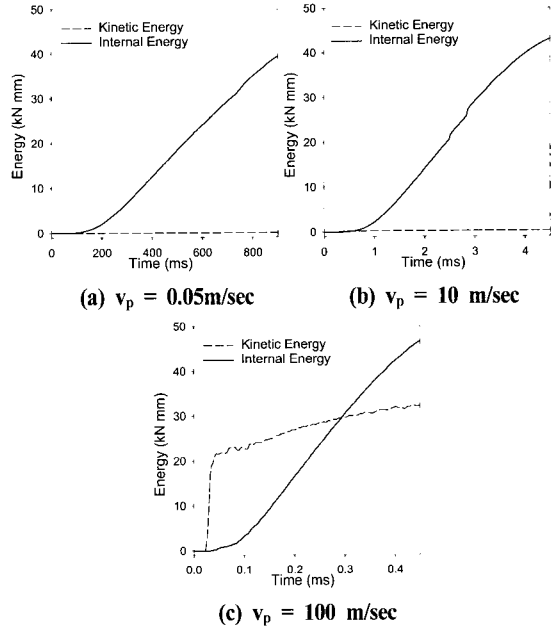


Fig. 4 Comparison of internal energy and kinetic energy for varying punch speed

Fig.4는 펀치속도 변화에 따른 내부에너지와 운동에너지의 변화율, 그리고 Fig.5는 다이, 펀치, 블랭크 홀더가 받는 하중의 변화를 나타내었다.

그림에서 보는 바와 같이 펀치의 속도가 0.05m/sec일 때와 10m/s일 때는 에너지의 차이가 거의 나타나지 않고 있지만 100m/sec일 때는 성형도중의 운동에너지가 앞의 경우에 비해 크게 증가하고, 하중의 곡선 또한 불안정하게 요동치고 있는 것을 알 수 있다. 즉 펀치의 진행속도를 해석에서 실용적으로 사용하는 속도인 10 m/sec 정도로 유지할 경우에는 운동에너지가 일정하게 나타났으나 이 이상으로 설정할 경우 급형의 운동에너지가 급격히 증가하고 있고 하중도 에너지와 비슷하게 펀치 속도 10m/sec까지는 안정된 경향을 보이는데 펀치속도를 과도하게 증가시킨 100m/sec의 경우에는 하중의 요동 현상이 극심하게 나타나고 있음을 알 수 있는데 이 사실로부터 해의 안정성은 급형의 운동에너지와 밀접한 관련이 있음을 확인할 수 있다.

따라서 펀치의 진행속도의 증가를 통해 계산시간을 단축시킬 수는 있지만 과도하게 할 경우에는 해의 안정성 문제를 야기할 수 있음을 알았고 실용적으로 사용되는 펀치 속도 10m/sec가 적절한 속도임을 확인하였다.

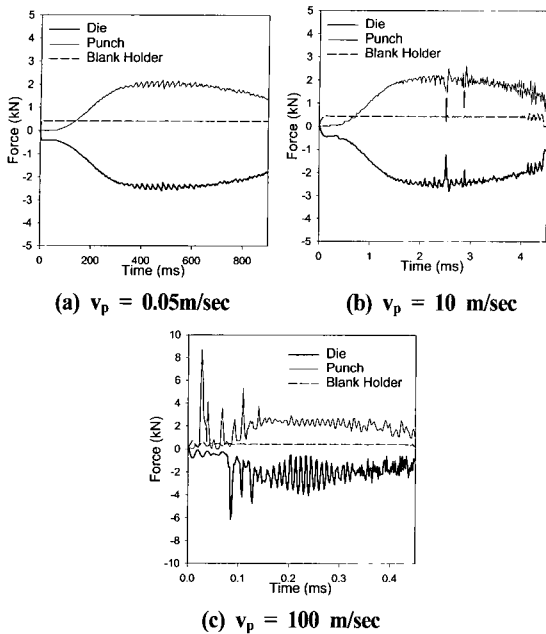


Fig. 5 Comparison of contact forces for varying punch speed

4.2 밀도의 변화

최적시간 증분은 식 (10),(11),(12)로 주어지는 Courant 조건으로부터 결정되는데 이는 밀도와 격자의 크기에 관계한다. 따라서 계산시간을 줄이기 위해서는 최적증분시간을 그대로 유지할 경우에는 펀치속도를 증가시키거나 펀치속도를 그대로 유지할 경우에는 최적증분시간을 증가시키으로써 해결이 가능하다. 최적증분시간을 증가시키는 것은 격자의 크기를 증가시키거나 밀도를 증가시키는 방법으로 해결할 수 있다.

본 연구에서는 밀도의 변화의 영향을 조사하기 위해서 소재의 밀도를 원래 소재의 0.5배, 1배, 5배, 10배로 변화시키면서 Fig.1의 격자계를 이용하여 해석하여 그 결과를 비교하였다.

해석에 소요된 시간은 0.5배의 경우 246초, 1배일 경우 187초, 5배인 경우 84초, 10배인 경우 약 56초로 밀도의 증가에 따라 계산시간이 감소됨을 알 수 있다. 그런데 그림 6의 에너지변화를 살펴보면 0.5배, 1배는 거의 비슷한 경향을 보이고 있지만 5배, 10배의 경우 소재의 운동에너지가 약간씩 증가하는 현상을 보이고 있다. 이 이유는 운동에너지는 밀도에 비례하기 때문에, 같은 펀치속도라도 밀도를 크게 할 경우 내부에너지에 비하여 운동에너지가 차지하는 비중이 증가되고, 이로 말미암아 소재의 진행속도가 빨라지면서 부분적으로 펀치속도보다 더 빨라지면서 펀치와 접촉하고 있던 절점들이 이탈되는

현상을 보이기 때문에 판단된다.

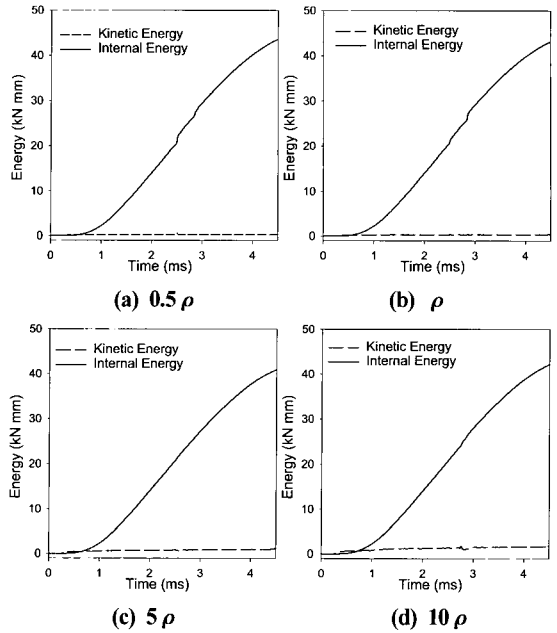


Fig. 6 Comparison of internal energy and kinetic energy for varying density of sheet

Fig.7은 펀치속도의 변화에 따른 다이, 펀치, 블랭크 홀더가 받는 하중의 변화를 나타내었는데 에너지의 변화와 비슷한 경향을 보인다.

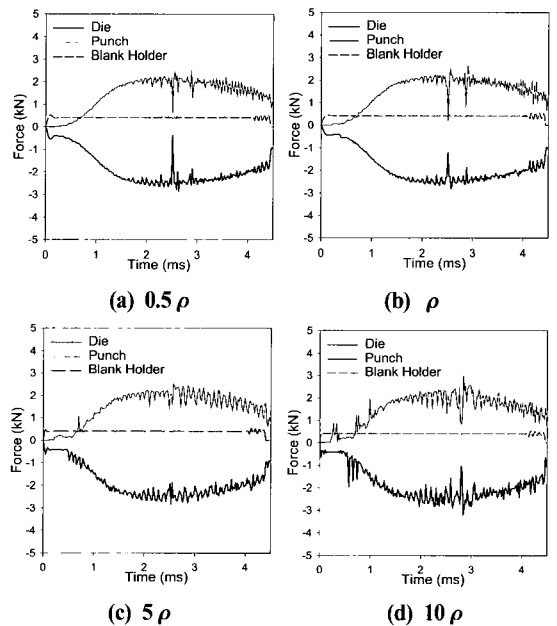
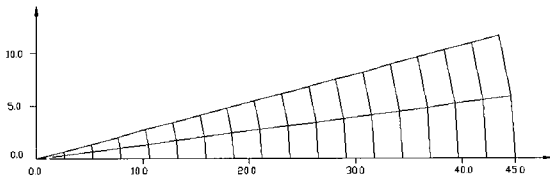


Fig. 7 Comparison of contact forces for varying density of sheet

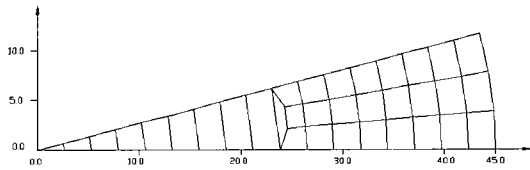
따라서 밀도를 증가시키면 계산시간이 감소되는 효과는 있지만 운동에너지의 증가에 따른 부작용을 유발할 수 있어 사용에 주의할 필요가 있다.

4.3 유한요소 격자의 크기 균일화

외연적 해석법에서 계산시간을 줄이기 위해서는 최적 증분시간을 증가시키면 되며 최적증분시간은 식 (11)로 결정되는 각 요소별 특징길이의 최소값에 비례한다. 따라서 동일한 문제를 해석하면서 최소 특징길이를 증가시키기 위해서는 격자계의 크기를 균일하게 하는 방법을 생각해 볼 수 있다.



(a) Mesh system with nonuniform characteristic length



(b) Mesh system with uniform characteristic length

Fig. 8 Two kinds of FE mesh system to study the effect of uniformity of characteristic length

Fig.8은 격자의 균일화와 계산시간의 관계를 조사하기 위해서 사용한 격자계인데 이 격자계를 이용하여 Fig.1의 원형 컵 디프 드로잉을 해석하였다.

Table 1은 Fig.8 (a)의 불균일 격자계, Fig.(b)의 균일 격자계의 특성을 비교한 것으로 거의 동일한 절점과 요소의 개수를 가지고 있기 때문에 문제의 크기를 비슷하게 설정하였음을 알 수 있으며 균일 격자계의 최소특성길이가 0.91로 불균일 격자계의 0.46에 비하여 약 2배 증가하였는데 해석 결과 불균일 격자계는 636초, 균일 격자계는 155초 정도를 소요하여 약 1/4 정도로 줄어들었다. 따라서 균일 격자계를 사용한 것이 불균일 격자계를 사용한 경우보다 계산시간이 크게 단축됨을 알 수 있다.

Table 1 Characteristics of mesh systems

	nonuniform mesh	uniform mesh
# of nodes	52	53
# of elements	34	34
min. char. length	0.46	0.91
avg. char. length	2.68	3.14
standard deviation	1.10	0.67

5. 임의 형상 컵의 디프 드로잉 공정의 해석

내연적 해석방법과 외연적 해석방법의 특성을 살펴보기 위해 3차원 박판성형의 예제로 많이 사용되는 정사각형 컵과 오목부위를 지닌 'L'자형 컵 등 2가지의 디프 드로잉 공정에 대하여 각각의 방법으로 해석하고 실험과 비교하였다. 내연적 해석에서는 박막요소에 비평면 방향의 전단변형률을 고려한 전단에너지를 부가한 박막 (shear energy argumented membrane : SEAM) 요소를 채택한 탄소성해석법을 이용하였다.⁽⁸⁾

해석에 사용된 재질은 냉간 압연강판로 물성치는 Table 2와 같다. 펀치와 소재사이에는 윤활을 하지 않았으며 다이 및 블랭크 홀더와 소재사이에는 그리스 윤활을 하였다. 쿨롱 마찰계수는 벨트 감음마찰 원리를 이용한 참고문헌에서 인용하였다.⁽⁹⁾

Table 2 Material property

Young's modulus	$E = 2 \times 10^5 \text{ MPa}$
Poisson's ratio	$\nu = 0.3$
Sheet thickness	$t_0 = 0.760 \text{ mm}$
Lankford value	$R = 1.377$
Stress-Strain curve	$\bar{\sigma} = 514.0(0.001 + \epsilon_p)^{0.2} \text{ MPa}$
Coulomb Friction Coefficient	$\mu = 0.24 \text{ (punch/sheet)}$ $\mu = 0.12 \text{ (die \& holder/sheet)}$

5.1 정사각형 컵의 해석

Fig.9는 정사각형 컵 디프 드로잉 공정의 기하학적 형상과 해석에 사용된 유한요소 격자계이다. 기하학적 대칭성에 의해 1/4 모델에 대해서만 해석을 하였다. 해석 및 실험동안의 블랭크 홀딩력은 7,840N으로 일정하게 유지하였다. 해석에 소요된 시간은 내연적 방법은 약 9분, 외연적 방법은 약 77분 정도 소요되었다. 외연적 해석이 계산시간을 많이 소요한 것은 채택한 격자계의 특성길이가 원점부근에서 과도하게 작아짐에 따라 나타난 결과로 생각된다.

Fig.10은 펀치의 변위와 하중에 대하여 실험, 내연적 해석, 그리고 외연적 해석의 결과를 비교한 것인데 내연적 해석과 외연적 해석 모두 실험결과와 비교적 잘 일치하고 있다. 또 내연적 해석에서는 수렴이 문제가 되어 펀치 변위 26.8mm까지 해석이 가능하였지만 외연적 해석에서는 성형이 완료될 때까지 해석을 할 수 있었다.

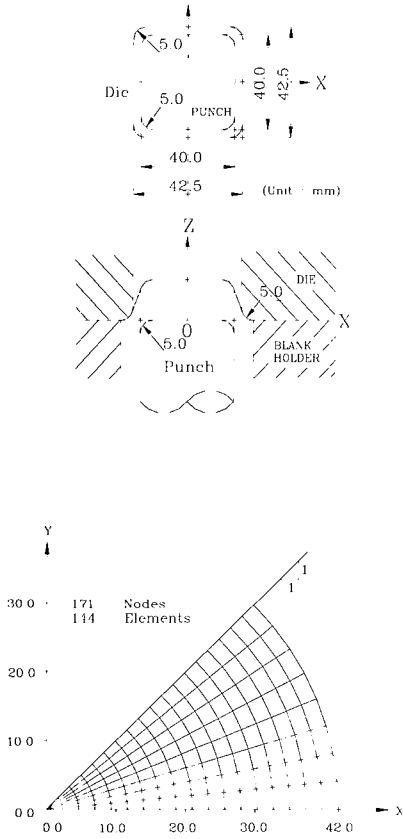


Fig. 9 Geometry description and FE mesh system (Square cup drawing)

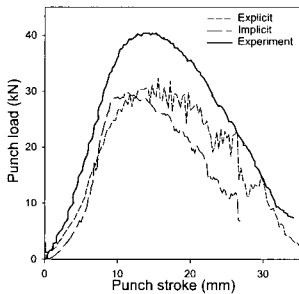


Fig. 10 Drawing load (Square cup)

Fig.11 및 Fig.12는 각각 펀치의 변위가 20.1mm일 때 플랜지 외곽형상 및 변형을 분포의 해석결과를 실험 결과와 비교한 것인데 Fig.11의 플랜지 외곽형상을 나타내었는데 내연적 해석과 외연적 해석의 결과가 큰 차이는 없지만 외연적 해석의 결과가 실험과 더 일치하고 있음을 알 수 있다.

Fig.12는 각각 대변방향과 대각선 방향의 두께변형을 분포를 나타낸 것으로 Fig.12(a)의 대변 방향의 두께변형을 분포에서 펀치바닥 부위는 두가지의 해석 모두 두께의 감소가 거의 없이 실험과 비슷한 경향을 나타내고 있지만 벽면 및 플랜지 부위에서의 변형률은 외연적 해석과 내연적 해석 모두 실험과는 약간의 차이가 있다. Fig.12(b)는 대각선 방향의 두께변형률의 분포에서 나타낸 것으로 대변 방향에서와 마찬가지로 펀치바닥 부위에서는 두께의 감소가 거의 없이 두가지 해석 모두 실험과 잘 일치하고 있으며 두께의 감소가 나타나는 벽면부위에서도 양 해석의 결과가 실험과 잘 일치하고 있다. 소재의 유입에 따라 두께가 증가하는 플랜지 부위에서도 실험과는 약간의 차이를 보이고 있지만 비교적 잘 일치하고 있다.

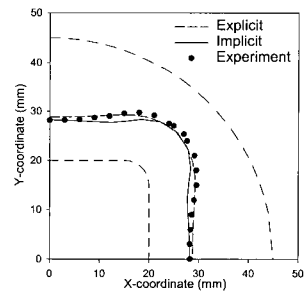


Fig. 11 Flange contour (Square cup, h = 20.1mm)

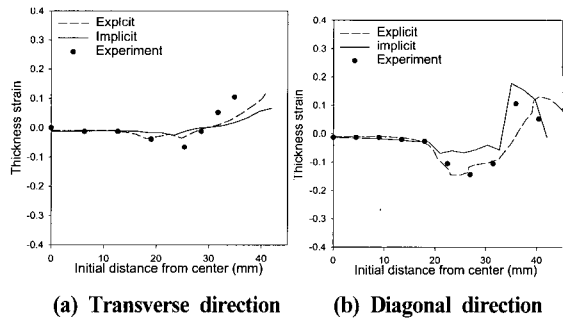


Fig. 12 Thickness strain (Square cup, h=20.1mm)

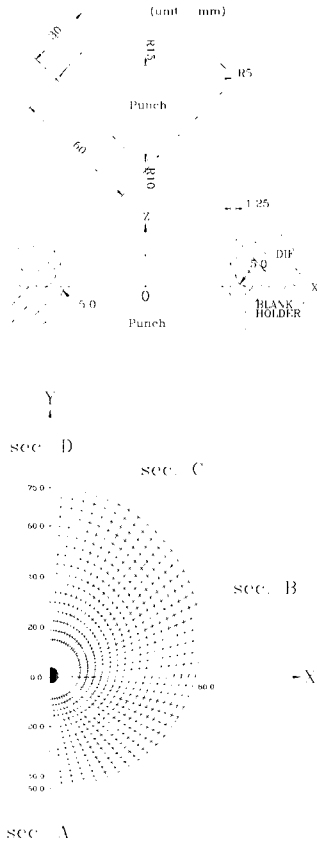


Fig. 13 Geometry description and FE mesh system (L-shaped cup drawing)

5.2 'L'자형 컵의 해석

Fig.13은 'L'자형 컵 디프 드로잉 공정의 기하학적 형상과 해석에 사용된 유한요소 격자계를 나타내었다. 'L'자형 컵은 직각으로 만나는 깊은 오목 단면부를 지니고 있기 때문에 해의 수렴이 어려운 문제로 알려져 있다. 기하학적 대칭성에 의해 1/2 모델에 대해서 해석을 하였고 해석에 사용된 재질은 냉간압연 강판이다. 계산 및 실험도중 블랭크 홀딩력은 7,840N로 일정하게 유지하였다. 해석에 소요된 시간은 내연적 방법은 약 4시간, 외연적 방법은 약 3시간 30분 정도 소요되었다.

Fig.14는 펀치의 변위와 하중에 대해서 실험결과와 내연적 해석, 그리고 외연적 해석의 결과를 비교해 보았다. 내연적 해석의 결과가 실험결과보다 작게 나타났고 외연적 해석은 실험결과에 비하여 다소 크게 나타났다. 역시 내연적 방법을 이용한 해석은 수렴성의 문제로 펀치 변위 23mm까지 해석이 가능하였지만 외연적 방법을 이용한 해석은 전체 펀치행정에 대해 해석이 가능하였다.

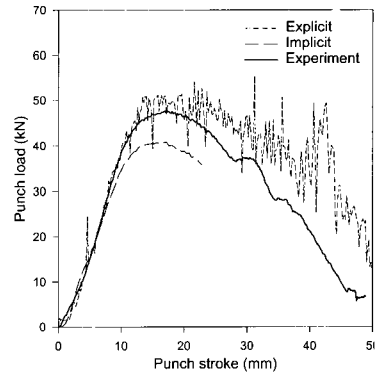


Fig. 14 Drawing load (L-shaped cup drawing)

Fig.15와 Fig.16은 펀치변위가 21.0mm일때의 플랜지 외곽형상과 여러 방향으로의 두께변형률 분포를 나타낸 것이다. Fig.15의 플랜지 외곽형상은 두가지 해석 모두 실험과 비교적 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

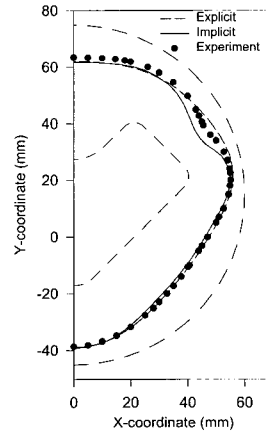


Fig. 15 Flange contour (L-shaped cup drawing)

Fig.16(a)는 단면 A방향의 두께변형률의 분포로 펀치의 바닥부분과 플랜지 부분에서는 내연적 방법과 외연적 방법 모두 실험과 비슷한 경향을 보이고 있지만 벽면 부분에서는 두가지 해석 모두 실험과는 약간의 차이를 보이고 있다.

Fig.16(b)는 단면 B방향의 두께변형률로 해석결과가 실험과는 약간의 차이를 보이고 있지만 내연적 해석에 비해 외연적 해석이 실험결과에 가깝게 나타났다.

Fig.16(c)는 단면 C방향의 두께변형률로 내연적 방법 및 외연적 방법에 의한 해석 결과가 실험결과와 거의 비슷한 경향을 나타내고 있으며 Fig.16(d)는 단면 D에 대해서 두께변형률의 분포이며 내연적 방법과 외연적 방법

모두 실험결과와 거의 같은 경향을 나타내고 있는데 벽면 부분에서의 두께감소현상은 외연적 방법보다 내연적 방법이 더 잘 나타내고 있다. 이 단면에서는 펀치의 라운드 부분에서 두께가 약간 증가하는 것을 볼 수 있는데 이렇게 오목한 코너가 형성되는 펀치에서는 이 부위의 두께가 조금 증가하는 현상이 나타나는 것을 알 수 있다. 또 플랜지의 끝 부분에서도 두께가 증가한다.

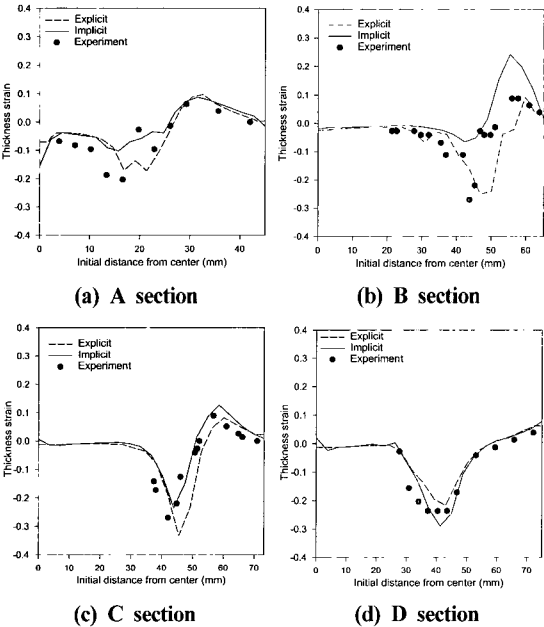


Fig. 16 Thickness strain (L-shaped cup drawing h=21.0mm)

6. 내연적 방법과 외연적 방법의 특성비교

지금까지의 2 가지 형상의 금형에 의한 디프 드로잉 공정을 내연적 방법과 외연적 방법을 이용한 탄소성 유한요소법으로 해석하고 실험결과와 비교하였다.

먼저 내연적 방법과 외연적 방법의 계산에 소요된 시간은 채택한 격자계의 특성길이의 균일도와 관계가 있으며 격자계의 설계방법에 따라 계산시간이 크게 차이나고 있다.

성형하중에서는 내연적 방법은 계산결과가 안정적으로 나타나고 있는 반면 외연적 방법은 심하게 요동치고 있다. 따라서 외연적 방법에서 구한 하중을 그대로 실험과 비교하기는 어려우며 필터링(filtering)을 통하여 부드럽게 한 후 다른 결과와 비교할 필요가 있다.

플랜지 윤곽형상 및 두께변형률의 계산에서는 약간의 차이를 보이고는 있지만 내연적 해석 및 외연적 해석 모

두 실험과 비교적 잘 일치하고 있다.

일반적으로 내연적 방법은 해의 정확성은 우수하나 계산시간 및 수렴성이 문제가 되고 외연적 방법은 계산시간이 적게 소요되면서 수렴성도 문제가 없는 반면 정확성이 문제가 되는 것으로 알려지고 있으나 본 연구를 통하여 외연적 해석에서도 격자계의 설계에 따라 계산시간이 내연적 해석이 비하여 많이 소요할 수 있음을 알았고 외연적 해석의 정확도도 내연적 해석과 비슷한 정도로 나타나고 있음을 알 수 있었다.

7. 결 론

(1) 외연적 해석방법을 이용할 경우 안정적이고 효율적인 해석을 위해서는 시간증분 및 펀치 진행속도의 선정이 중요한 변수임을 확인하였고, 시간증분을 최적증분 시간 이하로 유지한 경우에는 안정된 해석결과를 얻을 수 있지만 Courant 조건에서 결정되는 최적증분시간이 절대적인 안정한계는 아닌 것으로 판명되었다.

(2) 외연적해석의 계산시간을 줄이기 위해서는 펀치 속도, 소재의 밀도, 격자계의 조절등의 방법을 고려할 수 있으며 펀치 속도를 증가시키거나 밀도를 증가시키면 계산시간이 단축되지만 펀치속도를 과도하게 증가시킬 경우 해의 안정성문제를 유발할 수가 있어 일반적으로 사용하는 10m/sec 가 적절함을 확인하였고 밀도의 증가 방법도 안정성문제를 유발할 수 있어 주의하여 적용할 필요가 있다. 그런데 격자계 설계시 특성길이를 균일하게 구성해 주는 방법은 격자계 설계 단계에서 주의하면 안정성 문제는 없기 때문에 효과적이다. 따라서 외연적 유한요소 해석에서는 격자계의 구성에 유의할 필요가 있다.

(3) 일반적으로 외연적 방법이 내연적 방법에 비하여 계산시간은 단축되나 해의 정확성이 문제가 있는 것으로 알려지고 있으나 본 연구를 통하여 격자계의 설계에 따라 외연적 해석의 계산시간이 내연적 해석에 비하여 많이 소요될 수도 있음을 알았고 해의 정확도도 두가지 해석이 비슷한 정도로 나타나 외연적해석을 채택하더라도 해석조건을 주의깊게 설정한다면 큰 문제가 없음을 알 수 있었다.

참 고 문 헌

(1) Hibbit H.D., Marcal P.V., and Rice J.R., 1970, Finite element formulation for problems of large strain and large displacements, Int. J. Solids

- Struct., Vol. 6, 1069~1089.
- (2) Kawka M. and Makinouchi A., 1993, Shell element formulation on the static explicit FEM code for simulation of sheet stamping, NUMISHEET '93.
 - (3) Han S.S., 1994, Sheet metal forming analysis with a modified membrane finite element formulation considering bending effect, Ph.D Thesis, KAIST.
 - (4) Yoo D.J., 1994, Analysis of three -dimensional sheet metal forming processes using continuous surface and contact treatment, Ph.D Thesis, KAIST.
 - (5) Jung D.W., Lee J.H. and Yang D.Y., 1996, A Dynamic Explicit/Rigid-Plastic Finite Element Formulation and Its Application to Auto-Body Panel Stamping, NUMISHEET '96.
 - (6) Jung D.W. and Yang D.Y., 1996, Step-wise Combined Implicit/Explicit Finite Element Simulation of Autobody Stamping Processes, Journal of the Korean Society of Precision Engineering Vol. 13. No 12. DECEMBER. 1996.
 - (7) PAM-STAMPTM Version 1997 User Manual, PAM SYSTEM International, ESI Group.
 - (8) Suh E.K., 1999, Development of integrated design system for 3-D sheet metal forming processes with interface of commercial CAD systems, Ph.D Thesis, Yeungnam University.
 - (9) C.H. Lee, H.B. Shim and D.Y. Yang, 71-76, Determination of frictional coefficient for sheet metal working and its application to stretch forming, 6th Int. Congress on Experimental Mechanics and Manufacturers Exhibition, Portland,Oregon, USA 71~76.