

## 강소성 유한요소법과 반응표면분석법을 이용한 박판성형 공정에서의 비드력 및 다이형상의 설계

김세호<sup>\*</sup> · 허 훈<sup>\*</sup>

(2000년 1월 18일 접수)

## Design of the Bead Force and Die Shape in Sheet Metal Forming Processes Using a Rigid-plastic Finite Element Method and Response Surface Methodology

S. H. Kim and H. Huh

### Abstract

Optimization of the process parameters is carried out for process design in sheet metal forming processes. The scheme incorporates with a rigid-plastic finite element method for the deformation analysis and response surface methodology for the optimum searching of process parameters. The algorithm developed is applied to design of the draw bead force and the die radius in deep drawing processes of rectangular cups. The present algorithm shows the capability of designing process parameters which enable the prevention of the weak part or fracture during stamping processes.

**Key Words :** Optimization, Sheet Metal Forming, Rigid-plastic Finite Element Method, Response Surface Methodology, Bead Force, Die Shape

### 1. 서 론

박판성형 공정은 재료 물성, 다이 형상, 블랭크 형상, 블랭크 두께, 블랭크 홀딩력, 마찰, 윤활 등의 다양한 공정변수에 의해 영향을 받는다. 이러한 공정변수들은 상호간에 비선형적으로 연관되어 있으므로 공정변수의 영향을 정확히 파악하는 것은 매우 어렵다. 공정변수들의

결정이 중요함에도 불구하고 공정변수가 미치는 영향은 주로 실험에 의한 시행오차나 유한요소법에 의한 공정변수해석에 의해서 시도되어지고 있다. 그러나, 고려되어야 하는 주요 공정변수의 수가 많아지는 경우에는 설계사양을 만족하는 최적의 공정변수를 구하는 것은 매우 어렵다.

1980년대 이후 전산기의 급속한 발전에 따라 박판 성형

\* 한국과학기술원 기계공학과

공정 분야의 유한요소해석은 산업현장의 여러 분야에서 유용한 정보를 제공하고 있으며, 상당히 복잡한 문제에 대해서도 비교적 정확한 결과를 보여주고 있다. 일반적으로 유한요소해석을 이용할 경우 주로 변형형상, 응력 및 변형률 분포, 하중 및 파단과 주름 발생 등의 불안정성 등을 예측할 수 있어 이 정보들을 설계에 반영할 수 있다. 또한, 유한요소법을 설계에 적용할 경우에 시간과 비용을 절약할 수 있는 잇점이 있다. 그러나, 설계사양을 만족하며 공정중에 불량이 발생하지 않는 제품을 얻기 위해서는 유한요소법을 이용한 설계를 하는 경우에도 상당히 많은 시행오차를 거쳐야 적절한 공정변수를 구할 수 있다. 따라서, 시행오차에 의하여 발생하는 시간과 비용의 손실을 절감하기 위해서는 좀 더 체계적이고 효율적인 공정설계 시스템의 구성이 요구된다.

박판성형 공정 분야에서 유한요소법과 최적화 기법을 이용한 공정변수의 설계에 관한 연구는 1990년대부터 수행되어 오고 있지만 아직까지 실제 산업현장에의 적용은 어려운 상태이다. Batoz 등<sup>(1)</sup>은 박판성형 공정에서 두께의 분포에 관련된 목적함수를 최소화하는 초기 블랭크 형상을 유한요소 역해석과 최적화 이론을 이용하여 예측하였다. Nakamachi 등<sup>(2)</sup>은 Sweeping Simplex Method 를 제안하고 오일팬의 2단계 성형 시의 중간다이의 높이를 구하였다. Lee와 Huh<sup>(3)</sup>는 유한요소 역해석과 최적화 이론을 이용한 공정변수 예측 기법을 제안하였으며, 디프 드로잉 문제에서 초기 블랭크 형상과 최적의 비형상 공정변수 등을 신속하게 예측하였다. Hilmann과 Kubli<sup>(4)</sup>는 상용 프로그램인 Autoform과 최적화 기법인 진화 전략 (Evolution Strategy) 방법을 이용하여 여러가지 박판성형문제에서 비드력과 블랭크 훌딩력을 결정하였으나 계산시간이 많이 소요되는 문제점이 있었다. Ghouati 등<sup>(5)</sup>은 2차원 성형 문제에서 직접 미분법을 사용하여 스프링백 후에 원하는 형상을 만족시킬 수 있는 다이의 형상을 설계하였다. Kim 등<sup>(6)</sup>은 강소성 유한요소법 및 직접 미분법을 이용하여 박판 성형공정에서 주 변형률을 제어 할 수 있는 블랭크 훌딩력 결정에 관한 연구를 수행하였다.

본 논문에서는 최적화 이론을 박판성형공정의 유한요소해석에 도입하여 최적의 공정변수를 직접 계산하도록 하였다. 유한요소해석에서는 굽힘을 고려한 개량박막요소와 자연환류좌표계를 이용하였으며 재료는 평면이방 강소성 재료로 모델링하였다<sup>(7)(8)</sup>. 최적화에 사용될 도구로는 강건설계 기법으로 널리 알려져 있는 반응표면 분석법 (Response Surface Methodology)<sup>(9)</sup>을 이용하였다. 최적의 공정변수는 최종 변형시의 변형 한계도 상의 주

변형률의 분포로부터 설정한 목적함수를 최소화하여 얻었으며, 공정에서 일어날 수 있는 파단 등의 결합을 막기 위해서 변형 한계도의 파단선을 최적화 문제의 제한 조건으로 부과하였다. 이상의 이론을 바탕으로 박판성형에서 중요한 공정변수인 드로우 비드력과 다이의 형상을 구하는 문제를 해석하였다. 최적화의 결과로 취약부에 변형을 부과하고 파단 예측부위에 변형률을 감소시켜 초기 설계시의 문제점을 제거하였음을 확인하여 제안된 설계 시스템의 성능 및 유용성을 입증하였다.

## 2. 강소성 유한요소해석의 이론적 수식화

강소성 박판 성형 해석의 지배방정식을 가상일의 원리로부터 구하면 다음과 같다.

$$\int_D \sigma^{ij} \delta \varepsilon_{ij} d\Omega = \int_D f^i \delta u_i d\Omega + \int_{\partial D} t^i \delta u_i d\Gamma \quad (1)$$

여기서,  $\sigma^{ij}$ 는 2차 Piola-Kirchhoff 응력 텐서이고  $\varepsilon_{ij}$ 는 라그란지 변형률 텐서이며  $f^i$ 는 외력 벡터이다. 2차 Piola-Kirchhoff 응력 텐서는 환류좌표계에서 비압축성 재료인 경우에 Cauchy 응력텐서로 대신할 수 있다. 박막요소에서 굽힘 에너지를 고려하기 위하여 변형률 성분을 다음과 같이 분리하여 기술할 수 있다<sup>(7)</sup>.

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^m + \varepsilon_{ij}^b \quad (2)$$

여기서,  $\varepsilon_{ij}^m$ 는 인장변형에 의해서 발생하는 박막변형률 텐서이며,  $\varepsilon_{ij}^b$ 는 굽힘변형률 텐서의 성분이다. 굽힘에 의하여 유도되는 변형률의 성분은 곡률에 관하여 표현될 수 있으므로 내부 가상 소성일의 원리는 다음과 같이 굽힘 모멘트와 곡률로 표현된다.

$$\delta W_{int} = \int_D \sigma^{ij} \delta \varepsilon_{ij}^m d\Omega + \int_D M^{ij} \delta x_{ij} dA \quad (3)$$

여기서,  $M^{ij}$ 는 굽힘 모멘트의 성분이고,  $x_{ij}$ 는 곡률의 성분이다.  $t$ 는 박판의 두께를 의미한다.

본 논문에서는 강판재료의 이방성을 표현하기 위하여 Hill<sup>(10)</sup>의 2차 항복함수를 사용하였다. 대변형 강소성 유한요소해석을 위한 유한요소 수식화 과정에서 대변형에 위한 기하학적 비선형성을 보다 쉽게 고려하기 위하여

자연 환류 좌표계를 사용하였다. 가상일의 원리인 식(1)로부터 구한 수식을 유한요소로 근사화하였고, 범함수의 정류치를 얻기 위하여 미분하여 헤렐 방정식을 구하였다. 이 헤렐방정식의 해를 구하기 위하여 뉴튼-랩슨 축차법을 이용한다.

### 3. 공정변수 설계

#### 3.1 최적화 이론

2장에서 유도된 유한요소해석으로부터 최종제품의 형상과 변형률의 분포 등의 정보를 얻을 수 있다. 그러나, 유한요소 수식화만으로는 비드력이나 다이형상 등의 공정변수를 직접 계산할 수 없다. 즉, 제어하고자 하는 모든 공정변수는 각각의 값을 일일히 변화시키면서 해석해보아 적절한 값을 결정할 수 밖에 없다. 불량없이 원하는 형상과 재질의 최종 성형품을 얻기 위해서는 유한요소해석 이외에 최적의 공정변수를 계산하는 수법을 도입하는 것이 필요하다.

설계변수(공정변수)  $\mathbf{p}$ 에 대한 최적화 과정은 다음과 같은 목적함수의 최소화로 표현되며, 변형문제 해석시의 평형 방정식과는 달리 공정변수를 계산하기 위한 목적함수는 설계자의 요구에 따라 결정된다.

$$\text{minimize } \Phi(\mathbf{s}(\mathbf{p}) - \tilde{\mathbf{s}}) \quad (4a)$$

$$\text{subject to } \mathbf{p}_l \leq \mathbf{p} \leq \mathbf{p}_u \quad (4b)$$

$$\mathbf{s} \leq \mathbf{s}_c \quad (4c)$$

여기서,  $\mathbf{s}$ 와  $\tilde{\mathbf{s}}$ 는 각각 해석에서 구한 상태변수 값과 설계자에 의하여 요구되는 상태변수의 값이다. 일반적으로 박판 성형 공정에서 고려할 수 있는 공정변수인 비드력이나 다이의 형상변수들은 물리적으로 타당한 범위의 값으로 가져야 하므로 식(4b)의 주거이 부과되며 상태변수의 제한조건도 식(4c)와 같은 형태로 표현되게 된다.

#### 3.2 반응표면 분석법

3.1에서 표현된 제한 최적화 수식으로부터 최적의 해를 구하기 위한 방법으로는 여러 가지가 있다. 대부분의 최적화 문제의 해결은 설계변수에 대한 목적함수의 민감도 계산을 바탕으로 하는 방식을 사용하고 있으나, 실제 문제를 해석하는 데 여러가지 단점을 가지고 있다. 첫째, 이전 계산 과정중의 민감도가 고려되지 않고 현재 최적화 과정의 민감도만을 알 수 있으므로 전체 최적해가 아

닌 국소 최적해로 수렴되어 잘못된 결과를 보일 가능성이 있다. 두번째로는 설계변수의 변화에 대한 시스템의 반응이 민감하거나 잡음이 많을 경우에는 최적해가 구해지지 않고 발산할 수 있다. 또한, 민감도 계산이 이론적으로 매우 어렵거나 변수의 수가 많을 경우 계산시간이 상당히 걸리는 문제점이 있다. 이러한 문제점을 없애기 위하여 좀더 강건한 설계 최적화 개념이 필요하게 되는데, 실험계획법에 근간을 둔 강건 설계법이 복잡한 문제의 최적화에 많이 이용되어지고 있다.

본 논문에서 채택한 반응표면 분석법에서는 설계 공간상의 여러 실험점에서 계산된 결과로 시스템의 반응을 근사화하고 근사 모델로부터 최적치를 탐색하는 방법을 채택하고 있다. 이러한 방법을 사용할 경우 설계 민감도를 얻기 어려운 경우나 최적화 과정시 국부 최소해로 수렴하는 문제에 대하여 우수한 성능을 보이게 된다. 반응표면 분석법의 이론적인 내용은 다음과 같다.

설계변수의 집합인  $\xi$ 에 의한 어떤 시스템의 반응을  $\mathbf{y}$ 라고 하면 다음과 같은 식으로 표현할 수 있다.

$$\mathbf{y} = \eta(\xi) \quad (5)$$

기저함수를 이용한 반응  $\mathbf{y}$ 의 근사함수를  $\mathbf{f}$ 라 하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\eta(\xi) \cong \mathbf{f}(\xi) = \sum_{i=0}^L a_i \varphi_i(\xi) \quad (6)$$

여기서,  $L$ 은 기저함수의 개수이고  $\varphi$ 는 근사함수를 구성하는 기저함수이다. 위식에서 상수  $a_i$ 는 최소 자승법에 의하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\text{minimize } \sum_{p=1}^P \{ w_p [ \mathbf{y}(\xi_p) - \mathbf{f}(\xi_p) ]^2 \} \quad (7)$$

여기서,  $P$ 는 시도되는 실험점의 개수이고,  $w_p$ 는  $p$ 번째 실험점에서의 가중치이다. 식(7)로부터 계수  $a_i$ 는 다음과 같이 구해진다.

$$\mathbf{a} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y} \quad (8)$$

여기서,  $\mathbf{X}$ 는 다음과 같다.

$$\mathbf{X} = [X_{ip}] = [\varPhi_i(\xi_p)] \quad (9)$$

기저함수의 선택은 근사의 정확도에 상당한 영향을 미치게 되는데, 일반적인 계산에서는 다항식 형태로 사용된다. 본 해석에서는 전체탐색의 경우에는 선형식을 이용하였고, 국부탐색의 경우에는 2차식을 이용하였다. 위에서 구한 계수  $a_i$ 와 식(6)을 이용하면 근사함수를 구할 수 있게 되고, 근사함수를 이용하면 전체 최소값을 쉽게 구해낼 수 있게 된다.

아래와 같은 예제의 최소값을 구하는 문제에서 반응표면 분석법을 이용할 경우 7회의 반복계산으로 전체 최소값을 구할 수 있다. 구해진 해는  $(x_1, x_2) = (1.941, 3.854)$ 였으며, 최소값은 0.9855였다. Fig. 1에 계산중의 근사반응표면을 도시하였다.

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2) = & 4 + 4.5x_1 - 4x_2 + x_1^2 \\ & + 2x_2^2 - 2x_1x_2 + x_1^4 - 2x_1^2x_2 \end{aligned} \quad (10)$$

subject to  $0.5 \leq x_1 \leq 3.0$ ,  $0.0 \leq x_2 \leq 6.0$

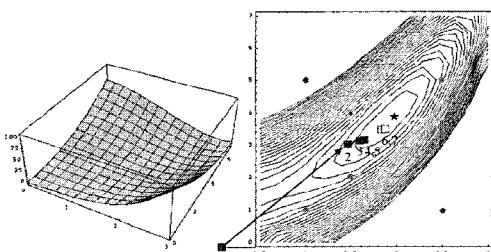


Fig. 1 Response surface and the calculation path for minimization

본 논문에서는 최적화를 위한 프로그램으로는 상용 소프트웨어인 AMDESS<sup>(11)</sup>를 이용하였다.

### 3.3 공정변수 설계기법

유한요소해석과 반응표면분석법을 이용하여 최적의 공정변수를 결정하는 과정을 Fig. 2에 도시하였다. 먼저 주어진 공정변수에 대하여 유한요소해석을 수행하고 최종형상과 변형률 분포를 구한다. 유한요소해석의 결과로부터 설계자가 원하는 목적함수와 구속조건을 계산할 수 있다. 마지막으로 목적함수와 구속조건을 이용하여 반응표면분석법으로 최적의 공정변수를 찾는 탐색을 수행하고, 목적함수의 변화가 충분히 작으면 수렴으로 판단하여 탐색을 중지하며, 그렇지 않을 경우 반응표면 분석법

에 따라 공정변수를 갱신하고 위의 과정을 반복한다.

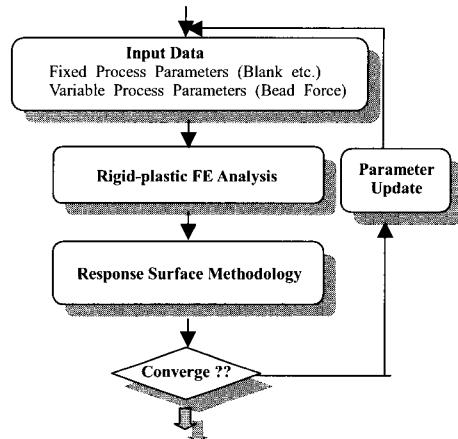


Fig. 2 Schematic diagram of the decision procedures of process parameters

### 4. 수치 예제

3장에서 기술한 최적화 이론을 강소성 유한요소 프로그램에 적용하여 박판성형 공정에서의 공정변수 설계를 위한 시스템을 구축하였다. 구성된 알고리듬의 정확성과 유효성을 검증하기 위하여 직사각갑의 드로잉 성형 공정에서 베이드 하게도 산의 베이더류과 과제되는 목적 함수를 최소화하여 설계 사양을 만족하는 드로우 비드력의 분포와 다이의 형상 계수를 구하였다.

#### 4.1 직사각갑 성형시의 상당 드로우 비드력 설계

드로우 비드는 성형시 재료의 유입량을 조절하여 제품의 강도를 높이고 경우에 따라서는 주름의 발생을 억제하는 역할을 한다. 또한, 제품 성형 후에 일어날 수 있는 스프링백 및 오일캐닝 현상도 방지하는 효과가 있다. 그러나, 비드의 설치는 대부분 경험에 의존하고 있기 때문에 주름 및 파단이 일어나지 않도록 비드를 설치하려면 많은 경험 및 시행착오를 거쳐야 하는 실정이다. 본 해석에서는 시행오차 없이 유한요소해석과 최적화 과정에 의해서 드로우 비드력을 직접 계산하는 해석을 수행하였다.

Fig. 3에 도시한 직사각갑을 성형하고자 할 때, 단축방향의 변형은 인장변형 없이 대부분 굽힘변형만을 받게 되기 때문에 가공후에 중심부에서 스프링백과 텐트 및 오일캐닝 등의 문제가 생길 수 있는 가능성이 있다. 본 해석에서는 이와 같은 문제를 제거하기 위한 간단한 해

결책으로 장축방향을 따라 드로우 비드를 설치하여 해석하였고, 취약부의 주변형률 분포를 개선할 수 있는 비드력을 계산하였다.

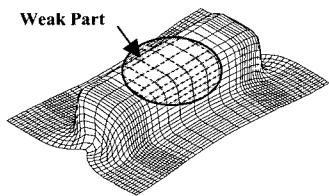


Fig. 3 Shape of the final product in rectangular cup drawing

실제 유한요소 해석상에서 비드의 형상을 직접적으로 고려하는 연구결과가 보고되고 있으나 대부분의 내연적 해석에서는 수렴상의 어려움과 계산시간 등의 문제로 인해 등가 비드요소 및 비드력의 부과로 비드부의 근사해석을 수행하고 있다<sup>(12)(13)</sup>. 본 해석에서도 비드를 선요소와 절점으로 근사화하고 해당 비드 절점 위에 비드력을 부과함으로써 근사해석을 수행하였다. Fig. 4에 도시한 드로우 비드에서 절점사이의 단위 길이당 비드력을 아래와 같이 선형식으로 표현할 수 있다.

$$p = \frac{\xi}{L_{i,i+1}} p_i + \left(1 - \frac{\xi}{L_{i,i+1}}\right) p_{i+1} \text{ N/mm}$$

$$0 \leq \xi \leq L_{i,i+1} \quad (11)$$

여기서,  $L_{i,i+1}$ 는 절점  $i$ 와  $i+1$ 사이의 거리이며,  $\xi$ 는 절점  $i$ 에 대한 임의의 위치이고,  $p_i, p, p_{i+1}$ 는 각각  $\xi, i, i+1$ 에서의 단위길이 당 비드력이다. 식(11)과 비드선 및 블랭크의 유한요소 간의 기하학적 관계를 이용하면 유한요소 절점에서의 상당 비드력을 구할 수 있게 된다. Fig. 5에는 해석에 사용된 편치와 다이 및 비드의 형상

을 도시하였다.

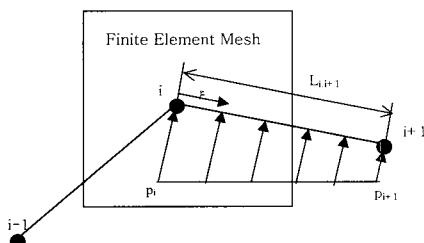


Fig. 4 Schematic diagram of an equivalent draw bead model

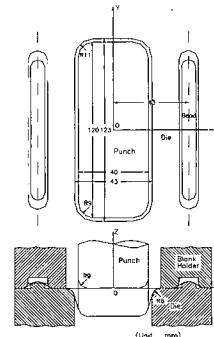


Fig. 5 Die geometry of rectangular cup drawing for the bead force calculation

해석에 사용된 재료는 자동차 차체용 냉연강판이며 재료의 물성치와 성형조건은 아래와 같다.

응력-변형률 관계 :  $\sigma = 576(0.0009 + \varepsilon')^{0.274}$  MPa  
이방성 계수 :  $r_0 = 1.833, r_{45} = 1.434, r_{90} = 2.016$   
초기 박판 두께 :  $t = 0.69$  mm  
마찰 계수 :  $\mu = 0.15$

블랭크는 대칭성을 이용하여 1/4만을 모델링하였고, 529개의 절점과 484개의 요소로 구성하였다. 비드는 10개의 선요소와 11개의 비드 절점으로 근사하였다. Fig. 6에는 초기 블랭크 형상과 등가 비드의 모델을 변형률 분포를 조절하고자 하는 취약 부위의 요소와 함께 도시하였다.

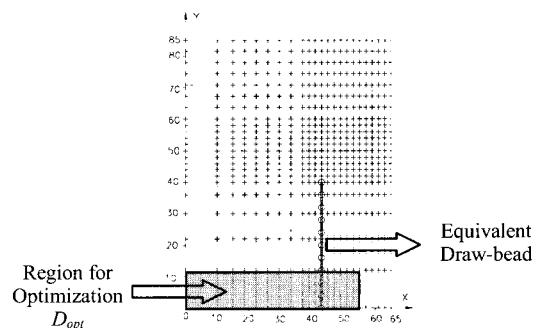


Fig. 6 Finite element mesh system with the equivalent draw bead and optimization region in rectangular cup drawing for the draw bead force calculation

최적화 문제에서 등가 비드의 각 절점에 부과되는 단위길이당 비드력을 구하고자 하는 설계변수  $p$ 로 설정하

었으며 개수는 비드의 절점수와 동일한 11개이다. 본 예제에서는 성형중에 파단과 주름의 발생 및 변형의 정도를 쉽게 예측할 수 있는 도구인 변형한계도상의 주변형률의 분포를 상태변수로 설정하여 목적함수와 구속조건을 다음과 같이 구성하였다.

$$\text{minimize } \phi(\mathbf{p}; \mathbf{E}(\mathbf{p})) = \int_{D_{\text{opt}}} (E_1 - \tilde{E}_1)^2 dQ \quad (12)$$

$$\text{subject to } \mathbf{p} \geq \mathbf{0} \quad (13)$$

$$E_1 \leq \tilde{E}_c \quad (14)$$

여기서,  $E_1$ 과  $\tilde{E}_1$ 은 각각 변형 한계도 상의 주변형률과 주변형률의 목표선이다. 식(12c)은 성형중에 주변형률이 제한선을 초과하지 않도록 하는 구속조건으로 파단을 방지하는 조건이다. 즉, 변형률의 분포가 제한선  $\tilde{E}_c$ 를 초과하게 되면 성형공정 중의 파단을 의미한다. 본 해석에서는  $\tilde{E}_1$ 과  $\tilde{E}_c$ 를 Fig. 7과 같이 변형 한계도 상의 구간 선형함수로 가정하였다. 또한, 최적화를 수행하는 영역  $D_{\text{opt}}$ 는 Fig. 6에 도시하였다.

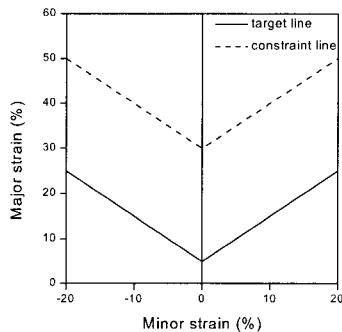


Fig. 7 Target line and constraint line (fracture line) for the bead force calculation

Fig. 8에 최적탐색 과정중의 국소 최소값에서의 등가비드력의 분포를 도시하였다. 직사각컵의 중심부에서 최적화 이전보다 큰 변형률을 얻어야 하므로 중심부의 비드력이 커져야 함을 예측할 수 있으며, 예측과 유사한 비드력의 분포를 얻었음을 알 수 있다. 초기 추정값 23회 포함 66회의 유한요소해석으로 최적해를 얻었으며, 45회의 반복계산 후에 얻은 해만으로도 실제공정에 적용이 가능함을 알 수 있다. 고려된 공정변수의 수가 많음은 고려할 때 상당히 작은 횟수의 반복계산으로 효율적

으로 해를 얻었다고 판단되었다. Fig. 9에는 초기와 최적의 비드력을 부과하였을 때 최적화하고자 하는 부위  $D_{\text{opt}}$ 의 주변형률 분포를 변형 한계도상에 도시하였다. 초기 설계시에 약한 강도를 나타낼 가능성이 큰 부분의 낮은 변형률 분포를 최적의 비드력이 주어졌을 경우 목적선 주위로 끌어 올려 강도의 향상 효과를 얻을 수 있었다.

본 해석에서 구한 상당 드로우 비드력은 실제 성형공정에서 비드의 설치 시에 유용한 정보로 사용될 수 있다. 실제공정에서는 비드의 형상과 크기, 재료의 물성치 등에 따라서 비드의 저항력을 계산하여 데이터 베이스화하고 이를 바탕으로 비드를 결정하게 된다. 따라서, 최적의 비드력을 결정하게 되면 이에 따라 비드의 형상 및 위치를 결정하여 실제 다이 설계 시에 반영할 수 있다.

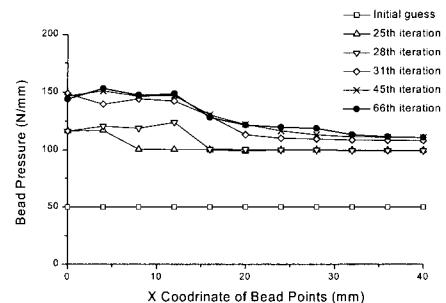


Fig. 8 Variation of the draw bead force during the optimization process

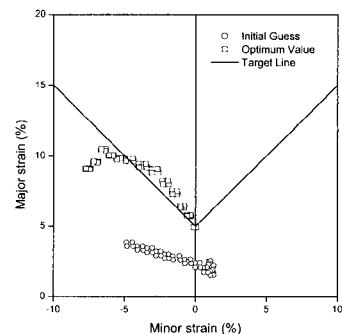


Fig. 9 Variation of the principal strain distribution before and after the optimization

#### 4.2 직사각컵 성형시의 다이 곡률부 반경 설계

딥드로잉 성형시에 다이와 편치의 형상은 최종 제품의 형상과 기계적인 성질을 결정하는 가장 중요한 형상 공

정변수이다. 본 해석에서는 성형 시에 파단이 일어나지 않게 하는 다이의 곡률부 반경을 설계하는 예제를 해석하였다.

Fig. 10에는 해석에 사용된 다이와 편치의 형상을 도시하였다. 다이의 코너부 반경, 편치의 곡률부 반경, 편치의 코너부의 반경은 각각 20 mm, 10 mm, 18 mm로 고정하였으며, 다이의 곡률부 반경의 초기 추정치는 5 mm로 하였다. 블랭크는 대칭성을 이용하여 전체의 1/4 만 모델링하였고, 1140개의 절점과 1173개의 요소를 사용하였다. 해석에 사용된 재료는 연강이며 재료의 물성치와 성형조건은 아래와 같다.

응력-변형률 관계 :  $\sigma = 525.6(0.004343 + \epsilon^{\beta})^{0.197}$  MPa  
 이방성 계수 :  $r = 1.5525$   
 초기 박판 두께 :  $t = 1.0$  mm  
 마찰 계수 :  $\mu = 0.15$   
 블랭크 흘당력 : 50 kN

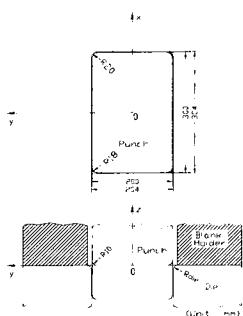


Fig. 10 Die geometry of rectangular cup drawing for the design of the die radius

이상의 조건과 다이반경을 초기 추정치로 하였을 경우 편치행정 50 mm까지 해석을 수행한 결과 Fig. 11과 Fig. 14(a)에 도시한 바와 같이 편치의 모서리 부분에서 과도 변형에 의한 파단이 예측되었다. 이러한 문제점을 해결하기 위하여 고려할 수 있는 공정변수는 여러 가지가 있으나, 다이 곡률부의 반경을 조절할 경우 최종 변형 형상에 영향을 거의 미치지 않으면서 개선된 기계적 성질을 얻을 수 있다. 따라서, 본 해석에서는 다이 곡률부의 반경만을 공정변수로 선택하여 해석을 수행하였다.

본 해석에서는 성형중의 파단을 방지하기 위한 구속조건을 부과하기 위하여 실험적으로 구한 변형 한계도상의 한계선<sup>(14)</sup>을 파단 조건으로 정하였다. 최적화 과정에 필요한 목적함수와 구속조건을 다음과 같이 설정하였다.

$$\text{minimize } R_{die} - R_0 \quad (15)$$

$$\text{subject to } 6\text{mm} \leq R_{die} \leq 40\text{mm} \quad (16)$$

$$E_1 \leq \tilde{E}_C \quad (17)$$

여기서,  $E_1$ 는 변형 한계도 상의 주변형률이며,  $R_0$ 는 다이 곡률부 반경의 초기 추정치인 5 mm이다.  $\tilde{E}_C$ 는 Fig. 12에 도시한 것과 같이 한계 변형도 상의 구간 선 형식으로 표현하였다.

초기 근사곡면을 구축하기 위하여 다이 곡률 반경 5 mm와 20 mm인 경우에 대하여 유한요소 해석을 수행하였으며, 그 결과로부터 최적화를 수행하였다. 최적화 과정 중의 다이 곡률 반경의 변화를 Fig. 13에 도시하였으며, 구해진 최종 반경의 값은 30.5 mm이다. 초기 추축치를 포함한 4번의 축차로 최적의 다이 반경을 구하였다. Fig. 14에 최적화에 따른 주변형률 분포의 변화를 도시하고 있으며, 주변형률의 분포가 최적화 후에 제한선 밑에 위치하고 있음을 알 수가 있다. 즉, 다이 곡률부의 반경을 증가시켜 국부 변형을 억제하고, 성형시의 파단을 방지할 수 있었다.

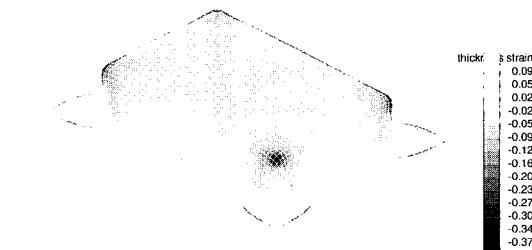


Fig. 11 Thickness strain distribution and the weak region of the corner part with the initial design ( $R_{die} = 5$  mm)

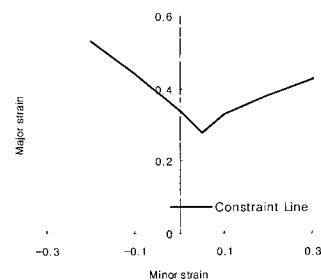


Fig. 12 Constraint line in a forming limit diagram for the design of the die radius

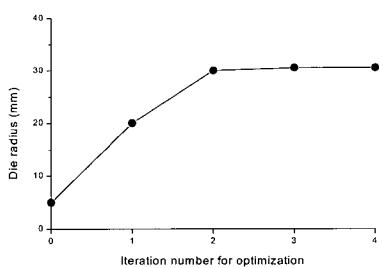


Fig. 13 Variation of the die radius during the optimization process

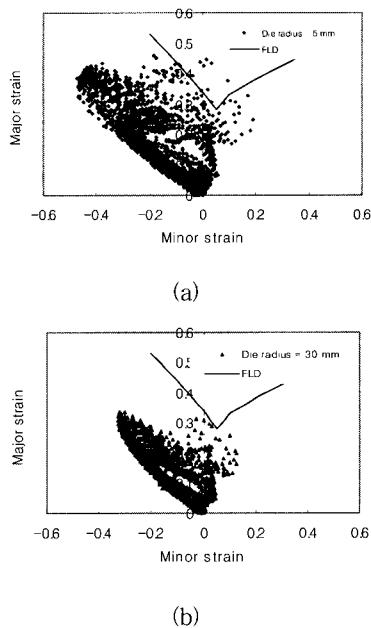


Fig. 14 Principal strain distribution before and after the optimization: (a) initial design; (b) optimum design

## 5. 결 론

본 논문에서는 시행오차 없이 박판성형 공정의 최적 공정변수를 직접 결정하기 위하여 최적설계 개념을 도입하였다. 공정변수의 설계를 위하여 유한요소해석과 최적화 기법을 이용하였다. 이상의 이론으로부터 구성된 설계 시스템을 통하여 성형공정에서의 원하는 재질의 제품을 얻고 성형중의 문제점을 제거할 수 있는 최적 공정 변수를 설계하는 예제를 해석하였다. 이상과 같은 연구에서 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

(1) 성형해석을 위하여 강소성 유한요소해석을 이용하였으며, 최적화를 위한 목적함수와 제한조건은 성형 한계도상의 주변형률의 분포로부터 결정하였다. 구성된 제한 최적화 문제의 탐색은 반응표면분석법을 이용하여 복잡한 민감도 계산 없이 빠른 시간안에 전체 최적 공정변수를 구하도록 하였다.

(2) 구성된 설계 시스템을 이용하여 직사각형 트로이팅 공정 예제의 해석으로부터 구한 비드력이 취약부에 변형을 부과하여 강도를 증가시켰으며, 다이 형상의 변화로부터 성형중 변형률의 수준을 낮추어 블랭크의 폐단을 막고 성공적인 성형을 가능하게 하였다.

(3) 최적설계된 공정변수가 목적함수를 최소화하고 구속조건을 만족시켜 원하는 재질의 제품을 얻을 수 있음을 확인하였으며, 구하고자 하는 공정변수가 많은 경우에도 적은 횟수의 최적 반복 축차과정으로 최적값을 얻을 수 있음을 보였다.

(4) 본 논문의 알고리듬을 변형양성이 복잡한 실제 박판성형에 적용시켜 성형조건을 최적화하는 공정변수를 구한다면 현장의 설계 과정에 큰 도움을 줄 수 있으리라 기대된다.

## 참 고 문 헌

- Barlet, O., Batoz, J. L., Guo, Y. Q., Mercier, F., Naceur, H. and Knopf-Lenoir, C., 1998, "Optimum Design of Blank Contours using the Inverse Approach and a Mathematical Programming Technique", Proc. NUMIFORM '98, pp. 178~185
- Ohata, T., Nakamura, Y., Katayama, T., Nakamachi, E. and Nakano, K., 1996, "Development of Optimum Process Design System by Numerical Simulation", J. Mater. Process. Technol., Vol. 60, pp. 543~548.
- Lee, C. H. and Huh, H., 1998, "Estimation of Shape and Non-shape Parameters in Sheet Metal Forming Processes with Inverse Finite Element Analysis", Proc. NUMIFORM'98, pp. 793~799.
- Hillmann, M. and Kubli, W., 1999, "Optimization of Sheet Metal Forming Processes using Simulation Programs", Proc. NUMISHEET'99, pp. 287~292.
- Ghouati, O., Lenoir, H. and Gelin, J. C., 1999, "Optimization Techniques for the Drawing of Sheet Metal Parts", Proc. NUMISHEET'99, pp. 293~298.

- (6) Kim, S. H., Huh, H., Tezuka, A., Umezawa, Y. and Ma, N., 1999, "Process Parameter Determination System with Finite Element Analysis in Sheet Metal Forming Processes", Proc. NUMISHEET'99, pp. 387~392.
- (7) Huh, H., Han, S. S. and Yang, D. Y., 1994, "Modified Membrane Finite Element Formulation considering Bending Effects in Sheet Metal Forming Analysis", Int. J. Mech. Sci., Vol. 36, pp. 659~671.
- (8) Choi, T. H. and Huh, H., 1999, "Sheet Metal Forming Analysis of Planar Anisotropic Materials by a Modified Membrane Finite Element Method with Bending Effects", J. Mater. Process. Technol., Vol. 89, pp. 58~84.
- (9) Myers, R. H. and Montgomery, D. C., 1995, Response Surface Methodology : Process and Process Optimization using Design Experiments, Wiley: New York.
- (10) Hill, R., 1950, The Mathematical Theory of Plasticity, Clarendon Press, Oxford.
- (11) Quint Co., 1998, AMDESS Users Manual Ver. 1.0.
- (12) Mattiasson, M. and Bernspang, L., 1999, "Drawbead Modeling in Sheet Metal Stamping Simulation", Proc. NUMISHEET'99, pp. 235~241.
- (13) Meinders, T., Carleer, B. D., Geijsselaers, H. J. M. and Huetink, J., 1998, "The Implementation of an Equivalent Drawbead Model in a Finite Element Code for Sheet Metal Forming", J. Mater. Process. Technol., Vol. 83, pp. 234~244.
- (14) Gelin, J. C. and Picart, P., 1999, Proceeding of the 4th International Conference and Workshop NUMISHEET'99, Vol 2.
- (15) Taupin, L., Guyon, P. and Park, C. D., 1999, "Optimization of the Tool Geometry in a Stamping Process (pre-industrial case)" in 'PAM-OPT Seminar in Korea' edited by Hankook ESI, pp. 54~61.
- (16) 이광기, 구자겸, 이태희, 1999, "반응표면모델에 의한 새시 프레임 최적 설계", 대한기계학회 춘계학술대회 논문집 A, pp. 381~386.
- (17) Roux, W. J., Stander, N. and Haftka, R. T., 1998, "Response Surface Approximations for Structural Optimization", Int. J. Numer. Meth. Engng., Vol. 42, pp. 517~534.
- (18) Myers, R. H., 1999, "Response Surface Methodology-Current Status and Future Directions", J. Quality Technology, Vol. 31, pp. 3 0~44.
- (19) Choi, T. H., Huh, H., Chun, B. K., Lee, J. H., 1997, "Draw-bead Simulation by an Elasto-plastic Finite Element Method with Directional Reduced Integration", J. Mater. Process. Technol., Vol. 63, pp. 666~671.