

<논 문>

유한요소법과 경계요소법을 이용한 수중에서의 탄성구조물의 진동모드해석 및 모델링 기법

Modelling Technique and Modal Analysis of Submerged Structures Using
Finite Element Method and Boundary Element Method

김 관 주* · 오 상 른**

Kwanju Kim and Sangyun Oh

(2000년 1월 15일 접수 : 2000년 3월 6일 심사완료)

Key Words : Boundary Element Method(경계요소법), Finite Element Method(유한요소법), Modal Assurance Criterion(모드평가기준), Submerged Elastic Scatterer(수중산란체), Harmonic Frequency Sweep Analysis(주파수스윕해석)

ABSTRACT

This paper shows how to model the submerged elastic structures and adequate analysis tools for modal behaviour when using finite element and boundary element method. Four different cases are reviewed depending on the location of the water and air. First case is that structures are filled with air and water is located outside. Second case is opposite to case one. These cases are solved by direct approach using collocation procedure. Third case is that water is located both sides of structures. Last case is that air is located both sides. These cases are solved by indirect approach using variational procedures. As analysis tools harmonic frequency sweep analysis and eigenvalue iteration method are selected to obtain the natural frequencies of vibrating submerged structures depending on the cases. Results are compared with closed form solutions of submerged spherical shell.

1. 서 론

일반적으로 수중에서 구조물은 유체하중(fluid loading)으로 인하여 고유진동수와 모드형상이 공기에서의 고유진동수와 모드형상과 다르게 된다. McCollum^(1, 2)은 경계요소법과 유한요소법을 이용하여 구조물의 외부에 물이 있고 내부에는 공기로 차있는 탄성체구와 음향센서의 고유진동수를 구하였다. T. Mazuch⁽³⁾는 물이 부분적으로 있는 실린

더 셸형상의 용기에 대해서 실험과 유한요소법을 이용하여 물의 높이의 변화에 따르는 고유진동수와 모드형상을 구하였다. Sharma⁽⁴⁾는 이방성 재질이 여러 겹으로 되어 있는 실린더 셸 내부에 물이 차 있는 경우 이론적으로 푸리에 정리를 이용하여 고유진동수를 구하였다. Horacek⁽⁵⁾는 점성이 있는 유체가 실린더 셸 내부에 차 있는 경우 유한요소법과 실험으로 고유진동수를 구하였다. Wu⁽⁶⁾는 유한한 길이의 실린더 셸의 양끝에 무한대의 강체 실린더가 있는 경우 내부는 공기로 차 있고 외부가 물로 둘러싸여 있는 경우의 모달 해석과 하중조건이 원주방향으로 일정한 속도로 점 가진인 경우의 동적 거동을 수치적 방법으로 계산하였다. 본 논문은 유한요소법과 경계요소법을 이용하여 구

* 정회원, 홍익대학교 공과대학 기계공학과

** 홍익대학교 대학원 기계공학과

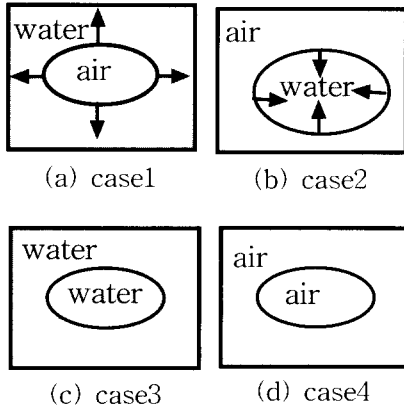


Fig. 1 Four types of elastic structures models depending on the location of water.

조물의 내·외부가 다른 밀도의 매질, 즉 물과 공기로 되어 있는 경우 구조물의 동특성을 파악하기 위해 주파수 스위프해석(harmonic frequency sweep analysis)과 고유치해석(eigenvalue analysis)을 수행하였다. 주파수스위프해석은 관심 있는 주파수 대역에서 가진응답(response)의 피크일 때의 주파수가 구조물의 고유진동수와 일치한다는 가정에서 출발하며, 실험적 모드해석 중에 신호분석과 비슷한 개념이다. 고유치해석은 모드형상을 구할 수 있다는 장점이 있다. 그러나 고유치해석으로 구하기 어려운 경우, 주파수스위프해석은 구조물의 고유진동수와 가진응답을 동시에 구할 수 있는 장점이 있어 고유치해석의 좋은 대안이 될 수 있다. 수치해석을 통해 수중에 있는 구조물의 동특성을 구하는데 있어서 물이 구조물의 내부 또는 외부에 있느냐의 경우에 따라 Fig. 1과 같이 나눌 수 있으며 해석하는 방법이 달라진다.

탄성체의 구조모드를 구하기 위해 유한요소 상용코드인 SDRCS사의 I-DEAS를 이용하였고, 물 속에서의 탄성체의 수중모드(wet mode)와 응답을 구하기 위해 경계요소 상용코드인 LMS사의 SYSNOISE를 이용하였다. 이 때 I-DEAS에서 구한 구조모드는 SYSNOISE의 BEM Coupled 옵션에 입력하여 물 속에서의 연성해석을 수행하였다. 주의할 점은 물 속에서의 관심 있는 주파수 영역이 1000 Hz이므로 적어도 탄성체의 구조모드는 3000 Hz이내의 모드가 필요하게 된다. 이는 탄성체의 구조모드가 유체하중으로 인하여 물 속에서 떨어지기 때문이다. 또 경계요소의 크기는 물 속에서의 1000 Hz 음속의 한 파장의 1/6크기 이내이어야 한다. 이론해가 있는 탄성체구와 실제적으로 응용할 수 있는 소나(SOUND Navigation and Ranging) 돔을 사용하여 해석을 수행하였다. 탄성체구의 고유진동수와 가진응답을 구하기 위해 심볼릭(symbolic) 수치 프로그램인 MAPLE을 MAC값을 얻기 위해 MATLAB을 사용

하였다.

2. 본 론

2.1 유체하중을 고려한 탄성구조물의 고유진동수 계산을 위한 해석기법

구조물이 수중에서 진동할때 방사임피던스를 실수부와 허수부로 나눌 경우 실수부는 댐핑의 역할로 음향파위에 영향을 주고 주파수가 올라갈수록 값이 증가하다가 고주파로 가면 일정한 값으로 수렴한다. 허수부는 주파수로 나눌 경우 부가질량이 되고 구조물의 고유진동수를 낮추는 역할을 하며 주파수가 증가하면 값이 증가하다가 일정한 주파수에서 최고값을 보이고 그 이후로 즉 고주파로 갈수록 0에 가까워진다. 수중에서의 구조물의 진동모드를 구하기 위해 주파수스위프방법과 고유치방법을 사용한다. 주파수스위프방법은 신호해석관점에서 살펴본 것으로 구조물의 가진응답의 피크를 구함으로써 고유진동수를 얻어내는 것이다. 고유치해석방법은 시스템해석관점에서 살펴본 것으로 구조물의 동특성 즉 질량과 강성을 구하여 고유진동수를 구하는 것이다.

(1) 주파수스위프해석을 이용한 구조물의 모드해석 기법

수중에서 구조물을 가진하기 위해 10 m 떨어진 지점에서 1 Pa의 크기를 가진 평면파를 5 Hz에서 1000 Hz까지 5 Hz간격으로 가진하였다. 평면파가 입사하여 구조물에 부딪히게 되어 음의 산란현상이 생기게 된다. 입사파가 제일 처음 구조물에 닿는 지점은 후방산란점(backscattered point)이라고 한다. 구조물의 가진주파수를 스위프하는 경우 연성(coupled)된 유한요소와 경계요소를 이용하여 구조물의 질량, 강성 행렬과 물과 구조물이 접촉하고 있는 표면을 유체영향(fluid influence) 행렬로 식 (1)과 같이 구성하게 된다.

$$([K] - \omega^2[M] + i\omega[Z(\omega)]) \mathbf{u} = \mathbf{F} \quad (1)$$

여기서 $[K]$, $[M]$ 은 구조물의 강성, 질량 행렬이고 $[Z]$ 는 가진주파수가 ω 일 때 유체영향 행렬이다. 복소수 행렬인 $[Z]$ 는 물리적으로 방사임피던스를 나타낸다.

(2) 고유치해석을 이용한 구조물의 모드해석 기법

수중에서의 구조물의 고유진동수를 구하기 위해서는 방사임피던스 $[Z]$ 행렬의 허수부 $[X]$ 가 구조물의 질량 행렬에 식 (2)와 같이 더해진다.

$$([K] - \omega_m^2([M] + \frac{[X(\omega)]}{\omega})) \phi_m = 0 \quad (2)$$

여기서 ω_m 는 구조물의 n 개의 고유진동수 중에서 i 차 고유진동수를 말한다. $[X]$ 는 주파수에 의존하기 때문에 ω

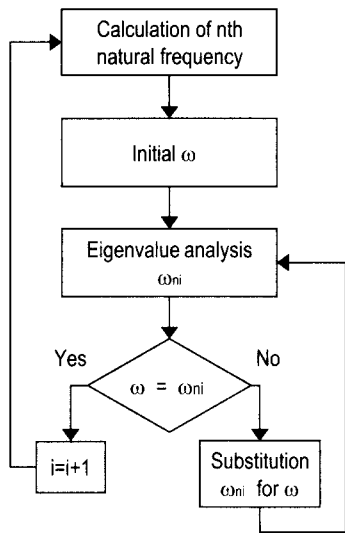


Fig. 2 Iteration method

에 따라 고유진동수가 달라지게 된다. 유체하중을 고려한 정확한 고유진동수를 얻기 위해서는 ω 와 ω_m 가 일치하여야 한다. 그러나 i 개의 고유진동수 중에서 ω 와 일치하는 한 개의 고유진동수만이 정확한 유체하중에 의한 영향이 계산되어진다. 문제는 ω 를 어떤 값을 대입하고 또 어떤 방식으로 각각의 고유진동수와 일치시키는가에 달렸다. 이를 해결하기 위해 iteration⁽¹⁾ 방법을 사용한다. Fig. 2에서와 같이 n 개의 고유진동수에서 i 번째의 고유진동수를 구하기 위해 초기값 ω 에 공기 중에서의 i 번째 고유진동수를 사용한다. 고유치해석을 한 후 ω 와 일치하는 가를 확인하고 일치하지 않는 경우에는 ω 에 ω_m 를 대입하여 다시 고유치해석을 수행한다. 본 논문에서는 4~5회 iteration으로 ω 와 ω_m 가 거의 일치하는 것을 볼 수 있었다.

2.2 수중 탄성 구조물의 적용 예

(1) 탄성체구의 경우

경우 1과 경우 2와 같이 구조물의 내부와 외부가 다른 매질로 되어 있는 경우 매질은 BEM(Boundary Element Method) Direct로, 구조물은 FEM(Finite Element Method)을 이용하여 동시에 링크시켜 사용한다. BEM Direct는 매질의 경계부분을 2차원요소로 모델링하고 요소의 수직벡터 방향에 따라 경계면의 외부나 내부의 한 방향으로만 해석할 수 있다. 즉 닫힌 계(closed domain)에서만 사용할 수 있으며 경계면에 있는 매질의 속도와 압력을 미지수로 한다. BEM Direct를 사용하는 경우에는 irregular frequency에 의한 uniqueness문제 해결법을 고려해야 한다. FEM은 구조물의 강성계수, 밀도, 푸아송비, 및 두께의 불

성치를 통해 질량과 강성행렬을 구성한다. 경우 3과 경우 4와 같이 구조물의 내부와 외부가 같은 매질로 되어 있는 경우 매질은 BEM Indirect로, 구조물은 FEM을 이용하여 동시에 링크시켜 사용한다. BEM Indirect은 경계면의 내부와 외부의 압력의 차이와 속도의 차이를 미지수로 사용하기 때문에 요소의 수직벡터의 방향에 상관없이 내부와 외

Table 3 Comparison of BEM Direct - FEM and Theory (case 1)

Mode number	Analytical result (Hz)	Numerical result (Hz)	Error (%)
2	526	528	0.3
3	662	664	0.3
4	756	759	0.4
5	826	833	0.8
6	882	893	1.2
7	929	947	1.9
8	969	997	2.8

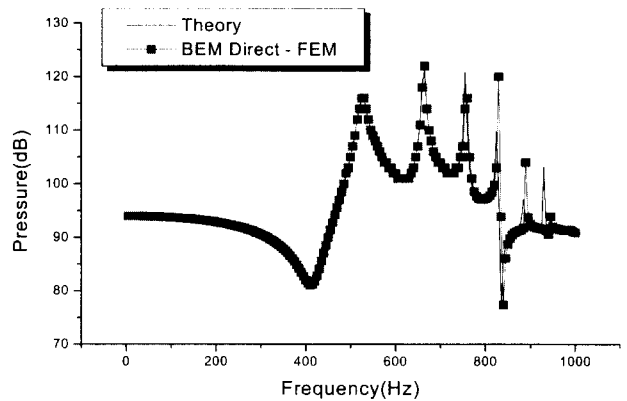


Fig. 3 Backscattered point pressure of an elastic submerged spherical shell (case 1)

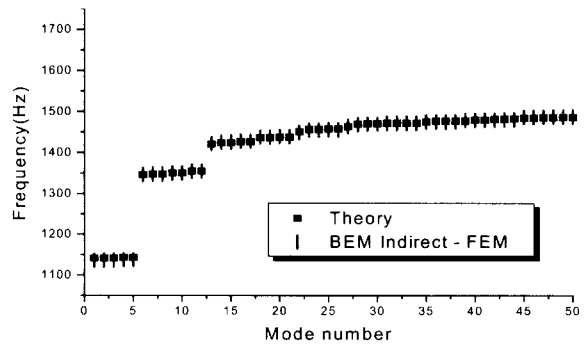


Fig. 4 Natural frequencies of an elastic spherical shell (case 4)

부를 동시에 해석할 수 있다. 탄성체구는 반지름이 0.5 m, 두께가 5 mm인 철로 가정하였다. BEM Direct - FEM과 BEM Indirect - FEM의 수치해석의 타당성을 검증하기 위해 참고문헌 (3)에 있는 이론값과 비교하였다.

Table 1은 BEM Direct - FEM의 탄성체구조물의 고유치해석과 이론값을 비교한 것으로 주파수가 증가할수록 오차가 증가하나 3%이내로 일치하는 것을 확인할 수 있었다. Fig. 3은 경우 1의 탄성체구에 대하여 BEM Direct - FEM의 주파수스유프해석과 이론값을 비교한 것이다. Fig. 4는 경우 4의 탄성체구에 대하여 BEM Indirect - FEM, FEM의 고유치해석과 이론값을 비교한 그림이다. 3% 오차 이내로 일치하였다. 탄성체구의 각 경우에 대한 고유진동수를 그림으로 정리해보면 Fig. 5와 같다. 경우 4를 기준으로 경우 1은 36~54%, 경우 2는 37~59%Hz, 경우 3은 50~66%정도 떨어지는 것을 볼 수 있다. 첫 번째 모드를 제외하고 고차모드로 갈수록 경우 4를 기준으로 떨어지는 율이 적어지는 것을 볼 수 있다. 이는 부가질량 역할을 하는 물의 방사입파턴스의 허수부가 고주파로 갈수록 0으로 수렴하는 것에 기인한다. 각각의 경우에 대한 모드형상은 각 경우에 상관없이 일정하게 나온다. 그 이유는 뒤 절의 MAC 값을 통하여 설명하였다.

내외부가 공기로 되어 있는 경우 4일 때 제일 고유진동수가 높다. 내외부가 물로 되어 있는 경우 3일 때는 물의 부가질량이 가장 크기 때문에 고유진동수가 제일 낮다. 내부가 물로 되어 있는 경우 2는 외부가 물로 되어 있는 경우 1보다 고유진동수가 낮다. 그 이유는 탄성체 구 내부에 밀도가 높은 물로 채워져 있는 경우2의 부가질량항의 크기가 경우 3의 부가질량항의 크기보다 적은 것에 기인하는 것으로 생각된다.

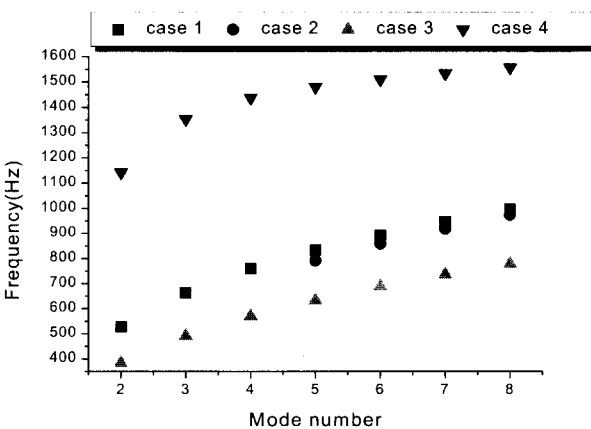


Fig. 5 Natural frequencies of an elastic spherical shell (case 1, case 2, case 3, case 4)

(2) 소나 돔의 경우

소나 돔은 소리의 전파를 용이하게 하기 위해 Fig. 6에서와 같이 내·외부가 물로 채워져 있다. 외부에서의 신호가 내부에 있는 음향센서로 전달되는 경우 음향장 부분의 동특성은 입사파의 크기에 영향을 준다. Fig. 6은 소나 돔을 2차원으로 도식화한 그림이다. 여기서 a는 1.7 m, b는 0.4 m, c는 2 m로 선정하고, 음향장부분은 $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$ 의 타원단면을 갖는 ellipsoid형상으로 가정하였다. 두께는 5mm 이고 재질은 철로 가정하였다. 소나 돔의 고유진동수가 음향센서에 미치는 영향을 고려하기 위해 입사파가 구조물을 통과하고 음향센서에 이르기까지 음압의 변화를 살펴보았다. Fig. 6에서와 같이 음원의 위치를 p 1, 후방산란점의 외부점을 p 2, 내부점을 p 3, 음향센서에서의 위치를 p4라고 정하였다.

입사파의 음압은 0~1000 Hz 주파수 범위에서 Fig. 7 (a)와 같이 일정하다. 입사파는 소나 돔의 외부의 후방산란점에서 산란을 일으키게 되며 Fig. 7 (b)와 같이 고유진동수에서 피크를 형성한다. 소나 돔의 두께, 물성치, 및 매질의 밀도와 음속에 의해서 Fig. 7 (c)와 같이 내부의 후방산란점의 음압분포가 결정된다. 내부의 후방산란점에서도 유체영향을 고려한 구조물의 고유진동수에 의해서 음압의 피크가 결정됨을 알 수 있고 평균적으로 음압의 크기가 커짐을 알 수 있다. 이 과정에서 transfer function 개념을 생각할 수 있는데 즉 Fig. 7 (e)와 같이 소나 돔의 내부가 공기로 차 있는 경우 1과 같은 때의 transfer function이 경우 3과 다르게 된다. 그 이유는 transfer function이 소나 돔의 재원 및 재질에 의해서 결정이 되어지고 또 매질의 밀도와 음속에 의해서도 결정되어지기 때문이다. 즉 소나 돔의 재원과 재질이 같은 경우라도 매질의 다른 경우 1과 경우 3의 transfer function이 다르게 나옴을 알 수 있다. Fig. 7 (d)는 입사파가 최종위치인 센서에 도달하였을 때의 음압분포이다. 입사파의 음압의 크기보다 커졌으며 소나 돔의 고유진동수에 의해서 피크가 결정되어 졌음을 알 수 있다. Fig. 7 (f)는 소나 돔의 가진 주파수가 440 Hz일 때 내부와 외부의 음압분포를 도식한 것이다.

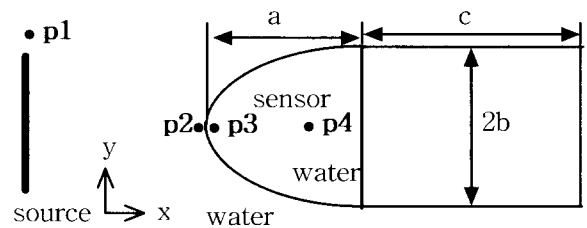


Fig. 6 Simplified SONAR dome model

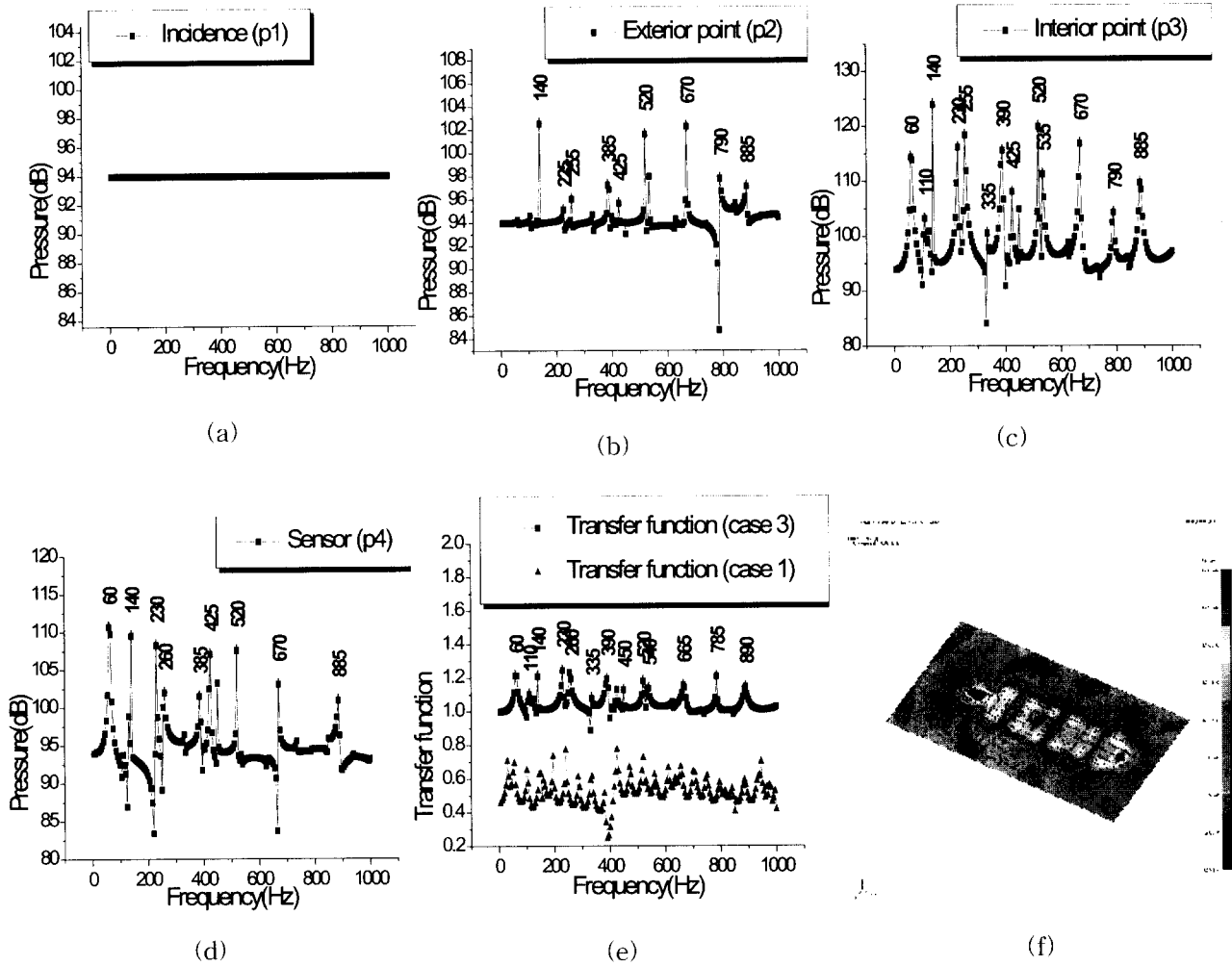


Fig. 7 Pressure distribution of a SONAR dome

(3) MAC 값 비교에 의한 탄성체 구조물의 수중에서의 모드 형상 보존

일반적으로 공기 중에서의 구조물의 모드 형상의 발생 순서는 물 속에서 동일 구조물의 발생순서와 일치하지 않는다. 구조물의 굽힘모드인 경우에는 유체하중의 영향을 받으나 비틀림모드인 경우에는 유체하중의 영향을 받지 않는 것이 이유중의 하나이며 굽힘모드중에서도 그 순서는 순차적으로 일어나지 않는다. 또한 공기중에서의 구조물의 모드 형상 자체도 물 속에서 구조물의 모드 형상과 일치하지 않으며 이를 모드형상이 보존되지 않는다고 말한다. 이를 증명하기 위해 수중에서의 모드(wet mode)와 공기 중에서의 모드(dry mode)의 MAC(Modal Assurance Criterion) 값을 구하였다. MAC는 두 모드형상 V_i, V_j 의 유사성을 수치적으로 표현하는 방법이다. 즉 두 모드형상

의 상관관계(correlation)이고 계산 방법은 식 (3)과 같다.

$$MAC_{ij} = \frac{(V_i^T \cdot V_j)^2}{(V_i^T \cdot V_i)(V_j^T \cdot V_j)} \quad (3)$$

만약 MAC 값이 1이 되면 i, j 두 모드형상이 일치하는 것을 나타내며 MAC 값이 0이 되면 두 모드 형상이 직교하는(orthogonal) 것을 나타낸다. 공기 중에서 구조물의 고유 모드들(dry modes)은 서로 직교하는 특성을 나타낸다. 마찬가지로 수중에서의 모드들(wet modes)도 서로 직교하는 특성을 나타낸다. 이제 공기 중에서의 모드와 수중에서의 모드의 MAC 값을 비교함으로써 공기 중에서의 모드 형상이 수중에서도 그대로 보존되는 가를 확인할 필요가 있다. Fig. 8은 탄성체구의 물과 공기 중에서의 모드들간의 MAC 값을 나타낸 것이며 비대각항의 크기가 무시할 수

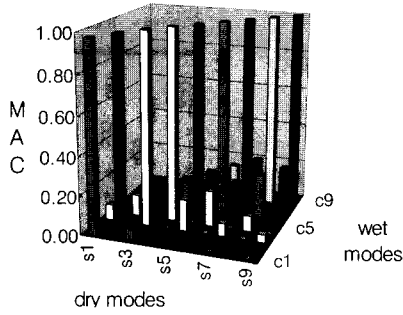


Fig. 8 MAC of wet modes and dry modes of an elastic spherical shell

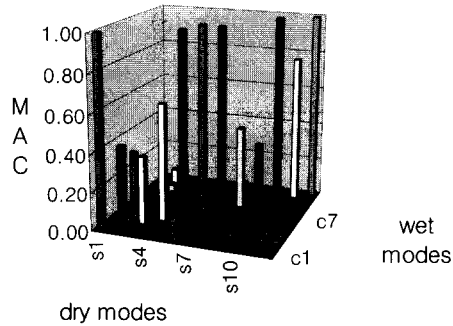


Fig. 9 MAC of wet modes and dry modes of an elastic dome

있는 정도의 크기인 것을 볼 수 있다. 따라서 탄성체구는 공기 중에서의 모드형상이 수중에서도 보존되는 것을 알 수가 있다. 그러나 일반적인 형상을 가진 구조물의 경우는 보존되지 않는다. Fig. 9를 통해 탄성체구의 공기 중에서의 모드형상은 수중에서 보존되지 않는다는 것을 보여준다. 그 이유를 생각해 보면 수중에서의 탄성체구는 유체하중이 탄성체 구의 중심방향으로 일정하게 작용하지만 탄성체구 같은 형상을 갖는 경우 유체하중이 점대칭 형태로 작용하지 않는다. 또한 비틀림모드인 경우에는 유체하중의 영향이 전혀 없는 것을 알 수 있다.

3. 결 론

수중에서 진동하고 있는 구조물의 동특성과 음향특성을 BEM Direct-FEM, BEM Indirect-FEM 을 이용하여 구해 보았다. 수치해석기법을 적용하는데 있어서 고유치해석과 주파수 스위프해석을 사용하였다. 고유치해석을 통하여 수중에서의 모드를 구하였고 주파수 스위프해석으로 가진응답과 고유진동수를 구할 수 있었다. 이론해가 나와있는 탄성체구를 통하여 수치해석의 타당성을 검증하였고 탄성체구의 내부와 외부에 물과 공기의 위치에 따른 고유진동수

의 변화를 살펴보았다. 입사파의 소나 돔 통과 시 음압의 변화는 소나 돔의 투과손실 특성, 돔 내부의 산란 특성 및 수중모드 등의 다양한 특성에 의해 지배된다. 본 논문의 음압의 변화를 초래하는 여러 가지 요인 중에서 수중모드에 의한 음압의 변화를 살펴보았다. 또 BEM Indirect - FEM은 소나 돔의 형상을 결정하는데 좋은 해석방법이 됨을 알 수 있었다. MAC 값을 통해 일반적인 구조물의 공기 중에서의 모드형상이 수중에서 보존되지 않음을 알 수 있다. 예외인 경우로 점대칭 형상의 탄성체구가 있었다. 모드형상이 보존되지 않는 이유는 물이 마치 하중처럼 작용하기 때문에 공기에서와 다른 경계조건을 나타내기 때문이다.

참 고 문 헌

- (1) McCollum, M. D., Clementina, M. Siders, 1996, Modal analysis of a Structure in a Compressible Fluid Using a Finite Element/boundary element approach, J. Acoust. Soc. Am. , Vol. 99 , pp.1949~1957.
- (2) McCollum, M. D., Clementina, M. Siders, 1997, "Response to Comment on Modal Analysis of a Structure in a Compressible Fluid Using a Finite Element/ Boundary Element Approach" J. Acous. Soc. Am. , Vol. 102 , pp.2448~2451.
- (3) Mazuch, T., 1996, Natural Modes and Frequencies of a Thin Clamped-Free Steel Cylindric Storage Tank Partially Filled with Water : FEM and Measurement, Journal of Sound and Vibration, Vol. 193, pp. 669~690
- (4) Sharma, C. B., Darvizeh, M., Darvizeh, A. 1998, "Natural Frequency Response of Vertical Cantilever Composite Shells Containing Fluid", SOURCE Engineering Structures, Vol. 20, No. 8 , pp. 732~737.
- (5) Horacek, J., Krutcheva, M., 1997, Finite Element Modelling of the Damping Properties of a Vibrating Cylindrical Shell Containing Viscous Fluid", ZAMM, Z. Angew. Math. Mech., Vol. 77, Suppl. 1, pp. 133~134.
- (6) Wu, C. J., Chen, H.L., X. Q. H. L. Huang, 1999, Vibroacoustic Analysis of a Fluid-Loaded Cylindrical Shell Excited by a Rotating Load", Journal of Sound and Vibration, Vol. 225, pp. 79~94.
- (7) Miguel Junger, David Feit, 1994, Sound, Structures, and Their Interaction, The MIT Press.