

〈논 문〉

비원형 단면의 선삭 가공시 발생하는 진동해석

Vibration Analysis of a Lathe Performing Non-Circular Cutting

신 응 수* · 박 정 호**

Eung-Soo Shin and Jung-Ho Park

(1999년 12월 17일 접수 : 2000년 3월 6일 심사완료)

Key Words : Non-Circular Cutting (비원형 선삭), Nonlinear Vibration (비선형 진동), Stability Analysis(안정성 해석), Floquet Theory (플로케 정리), Parametric Excitation (매개변수 가진)

ABSTRACT

This paper intends to provide an analytic vibrational model of non-circular cutting by a lathe and to investigate its stability criteria. A single degree-of-freedom model based on the orthogonal cutting theory has the characteristics of parametric excitation due to the nonlinear cutting force that changes periodically its direction as well as its magnitude. The Floquet theory has been applied to investigate the stability of the linearized system and the stability diagrams have been obtained with respect to the ovality, the cut velocity and the cut depth. Also nonlinear analysis has been performed to verify the linear analysis and compare the results with those from circular cutting. Results show that a critical cut depth is decreased as the ovality is increased while a critical cut velocity is increased as the ovality is increased. Also, a good agreement in critical conditions has been observed between the linear and nonlinear analyses for the ovality less than 2%. Accordingly, the linear analysis can be said to be applicable for most practical oval cuttings whose ovality are much less than 2%.

1. 서 론

자동차 엔진의 피스톤을 비롯한 비원형 단면을 선삭 가공하기 위해서는 고속으로 회전하는 주축의 속도에 따라 공구의 위치를 가공물의 반경 방향에 대해 효과적으로 제어해야 한다. 이와 관련하여 공구의 위치를 제어하는 알고리즘의 개발 및 제어기의 설계에 대한 많은 연구가 발표되어 왔으며^(1,2) 비원형 단면을 가공하기 위한 특수한 선반도 이미 개발되어 완제품이 나오고 있으나^(3,4) 이 때 발생하는 진동에 대한 연구는 거의 이루어지지 않았다. 이러한 진동은 주축의 회전 주파수의 영향을 받지만 일치하지는 않기 때문에 주축의 회전에 따라 공구의 위치가 동기 제어되는

기존의 제어기로는 제거할 수 없으며 결과적으로 가공물의 정밀도를 떨어뜨리게 되므로 제어기의 설계와는 별도로 진동 관점에서 볼 때 안정적인 절삭 조건에 대한 해석이 필수적이다.

일반적으로 원형 단면을 선삭 가공할 때 공구에 작용하는 절삭력은 절삭 속도와 절삭 폭을 비롯한 여러 절삭 조건에 대해 매우 복잡한 비선형적 관계로 결정되며 이에 관해서는 많은 이론과 실험 연구의 결과들이 발표된 바 있다.⁽⁵⁻⁸⁾ 반면에 비원형 단면을 선삭 가공할 때 공구에 작용하는 절삭력은 절삭 조건에 대한 비선형성 외에 주축의 회전 주파수에 따라 그 크기가 주기적으로 변할 뿐 아니라 방향도 주기적으로 변하는 매개 변수 가진의 특성을 갖게 된다.⁽⁹⁾

본 논문에서는 비원형 단면의 하나인 타원 단면을 선삭 가공할 때 발생하는 진동에 대한 해석 모델을 유도하고 Floquet 정리를 이용한 선형 해석으로부터 안정선도를 구

* 정회원, 충북대학교 공과대학 기계공학부

** 충북대학교 대학원 정밀기계공학과

한 후 비선형 해석을 수행하여 결과를 검증함으로써 기존의 원형 단면의 가공에 대한 진동 해석 결과와 비교 분석하고자 한다.

2. 해석 모델

2.1 비선형 진동 모델

Fig. 1에 보이는 바와 같은 타원 단면을 선삭 가공할 때는 공구의 위치를 주축의 회전 주기에 따라 동기 제어해야 하므로 가공물의 반경 방향에 대해서 공구의 상대 위치가 주기적으로 변하게 될 뿐 아니라 가공면과 절삭 방향과의 각도도 변하게 되는데 그 크기가 작다는 가정 하에 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$\delta \approx \tan(\theta_s - \theta_c) = \frac{\tan \theta_s - \tan \theta_c}{1 + \tan \theta_s \tan \theta_c} \quad (1)$$

이 때 타원의 장반경을 r_a , 단반경을 r_b 라 하면 가공면에서 접선 기울기는 다음과 같이 주어진다.

$$\tan \theta_s = -\frac{1}{\tan \theta} \left(\frac{r_b}{r_a} \right)^2 \quad (2)$$

$$\tan \theta_c = -\frac{1}{\tan \theta}$$

식 (1), (2)로부터 δ 를 타원 단면의 기하학적 특성과의 관계식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\delta = \frac{\sin \theta \cos \theta \left\{ 1 - \left(\frac{r_a}{r_b} \right)^2 \right\}}{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta \left(\frac{r_a}{r_b} \right)^2} \approx \varepsilon \sin 2\theta \quad (3)$$

여기서 ε 은 타원률(ovality)로서 아래와 같이 정의되는 크기가 작은 무차원 수이다.

$$\varepsilon = \frac{r_a - r_b}{\left(\frac{r_a + r_b}{2} \right)} \quad (4)$$

선삭 가공에 대한 진동 모델은 해석적인 방법과 실험에 근거한 여러 형태가 이미 발표된 바 있는데 본 연구에서는 직교 절삭에 기초한 이론 모델을 유도하고자 한다. Fig. 2는 이에 대한 개략도로서 공구의 이송 방향에 대한 진동은 절삭 평면에서 발생하는 진동에 비해 매우 작으며 또한 타원 단면의 가공 시 절삭 방향으로의 공구 운동은 가공물의 반경 방향에 대한 공구 운동에 비해 거의 무시할 수 있다는 가정 하에 x축 방향의 진동만을 고려한 1-자유도계의

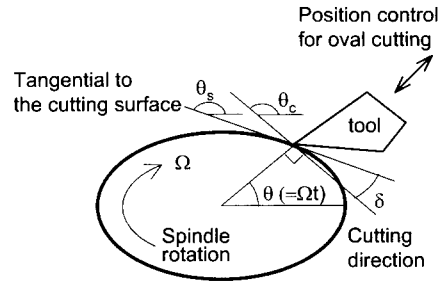


Fig. 1 Cross-sectional view of oval cutting

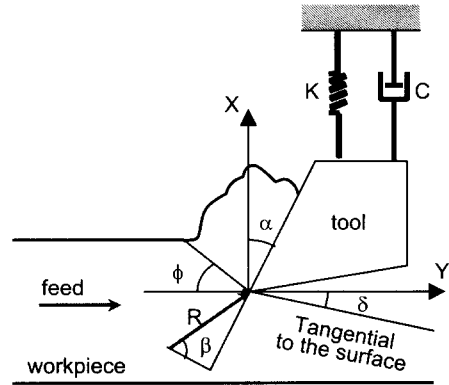


Fig. 2 Schematic of an cutting model

모델을 설정하였다. 여기서 공구 시스템은 선형 특성을 갖는다고 가정하고 이에 대한 운동 방정식을 나타내면 아래와 같은 형태가 된다.⁽¹⁰⁾

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_x - \frac{K^* w \dot{x}}{V_w} \quad (5)$$

여기서 F_x 는 절삭력의 x방향 성분, K^* 는 공구와 가공면 사이의 마찰에 따른 감쇠 상수, w 는 절삭 폭, V_w 는 가공물의 접선 방향 속도이다. 이 때 F_x 는 직교 절삭 이론과 타원 가공의 기하학적 조건으로부터 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$F_x = \frac{w \tau (s_0 - x \cos \delta) \sin(\beta - \alpha)}{\sin(\phi - \delta) \cos(\phi + \beta - \alpha)} \quad (6)$$

식 (6)에서 s_0 는 절삭 깊이, τ 는 전단면에서의 전단 응력이며 β 는 마찰각, α 는 공구 앞날각, ϕ 는 전단각으로서 이들 사이에는 다음 관계가 성립한다.⁽¹¹⁾

$$2\phi + \beta - \alpha = \phi \quad (7)$$

식 (7)에서 ϕ 는 절삭 조건에 관계없는 재료 상수이고 α 는 공구 특성 상수인 반면 ϕ 와 β 는 절삭 조건에 따른 변수가 된다. 위 식에서 마찰각 β 는 공구와 칩의 상대 속도

에 따라 아래 식으로 표현할 수 있다.⁽¹⁰⁾

$$\beta = \tan^{-1}(du^a) \quad (8)$$

이 때 상대 속도 u 는 공구의 속도 V_T 와 가공물의 절삭 속도 V_w 의 함수로 아래와 같이 주어진다.

$$u = \frac{-V_T \cos \phi + V_w \sin \phi}{\cos(\phi - \alpha)} \quad (9)$$

여기서,

$$V_T = \dot{x} - \varepsilon \left(\frac{r_a + r_b}{2} \right) \Omega \sin 2\Omega t$$

$$V_w = \left(\frac{r_a + r_b}{2} \right) \Omega \left(1 + \frac{1}{2} \varepsilon \cos 2\Omega t \right)$$

따라서 타원 가공을 할 때 공구에 작용하는 절삭력은 원형 단면의 가공에서와 같이 절삭 조건의 함수이면서 동시에 타원율 ε 과 주축의 회전 속도에 따라 주기적으로 변하는 매개 변수 가진의 특성을 갖게된다.

2.2 선형화

매개 변수 가진계에 대해 Floquet 정리를 적용하여 안정성 분석을 하기 위해서는 앞 절에서 유도한 운동 방정식을 선형화할 필요가 있다. 식 (8)을 보면 절삭력 F_x 의 비선형성은 마찰각이 공구와 칩의 상대 속도에 관한 비선형 함수로 주어지기 때문에 발생하는 것으로 이를 선형화하기 위해 우선적으로 식 (7), (8)에서 β 를 소거하고 전단각 ϕ 를 공구의 진동 속도에 대한 선형적 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$\phi \approx \phi_0 + \phi_1 \left(\frac{\dot{x}}{V_0} \right) \quad (10)$$

여기서,

$$V_0 = \left(\frac{r_a + r_b}{2} \right) \Omega$$

$$\phi_0 = \frac{1}{2} [\Phi + \alpha - \tan^{-1}(\mu_0)]$$

$$\phi_1 = \frac{q\mu_0 \cot \phi_0}{2(1 + \mu_0^2)(1 + \varepsilon R_\phi) + \frac{q\mu_0 \cos \alpha (1 + \varepsilon R_\phi)}{\sin \phi_0 \cos(\phi_0 - \alpha)}}$$

$$\mu_0 = d V_0^a \left\{ \frac{\sin \phi_0}{\cos(\phi_0 - \alpha)} + \varepsilon R_\phi \right\}^a$$

$$R_\phi = \sin(2\Omega t) \cot \phi_0 + \frac{1}{2} \cos(2\Omega t)$$

$$R_\alpha = -\sin(2\Omega t) \tan \alpha + \frac{1}{2} \cos(2\Omega t)$$

식 (10)에서 공구 진동의 속도 \dot{x} 는 가공물의 평균 절삭 속도 V_0 에 비해 작으므로 2차항은 무시하였으며 그 결과를 이용하여 식 (6)의 F_x 를 선형화하면 아래 식 (11)과 같다.

$$F_x \approx w\tau(s_0 - x \cos \delta) \left[p_0 + p_1 \left(\frac{\dot{x}}{V_0} \right) \right] \quad (11)$$

여기서,

$$p_0 = \frac{\sin(\Phi - 2\phi_0)}{\sin(\phi_0 - \delta) \cos(\Phi - \phi_0)}$$

$$p_1 = -\phi_1 \left[\frac{2 \cos(\Phi - 2\phi_0)}{\sin(\phi_0 - \delta) \cos(\Phi - \phi_0)} + \frac{\sin(\Phi - 2\phi_0) \cos(\Phi - 2\phi_0 + \delta)}{\sin^2(\phi_0 - \delta) \cos^2(\Phi - \phi_0)} \right]$$

위 결과를 식 (5)에 대입하여 운동 방정식을 정리하면 다음과 같다.

$$\ddot{x} + A_1 \dot{x} + A_2 x + A_3 x \dot{x} + A_4 = 0 \quad (12)$$

여기서,

$$A_1 = \frac{c}{m} - \frac{w\tau s_0 p_1}{mV_0} + \frac{K^* w}{mV}$$

$$A_2 = \frac{k}{m} + \frac{w\tau p_0 \cos \delta}{m}$$

$$A_3 = \frac{w\tau p_1 \cos \delta}{mV_0}$$

$$A_4 = -\frac{w\tau s_0 p_0}{m}$$

위에서 알 수 있듯이 식 (12)의 각 항의 계수는 시간에 대해 주기적으로 변하는 p_0 , p_1 및 δ 의 함수로 주어지게 된다. 최종적으로 식 (12)를 x 에 대해 선형화된 형태로 나타내기 위하여 ε 이 작다는 가정하에 x 를 아래와 같이 표시한다.

$$x(t) = x_0 + \eta(t) \quad (13)$$

여기서 x_0 는 $\varepsilon=0$ 일 때 식 (12)를 만족하는 x 의 정적 평형 상태로서 다음과 같이 주어진다.

$$x_0 = \frac{w\tau s_0 p_0^*}{k + w\tau p_0^*} \quad (14)$$

단 p_0^* 는 식 (11)에서 $\varepsilon=0$ 일 때의 p_0 이다. 위의 두 식을 이용하여 식 (12)를 x_0 에 대해 선형화하면 η 에 관한 방정식으로 변환되는데 $\vec{z} = \{\eta, \dot{\eta}\}^T$ 를 도입하여 행렬의 형태로 쓰면 다음과 같다.

$$\frac{d\vec{z}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -A_2 & -(A_1 + A_3x_0) \end{bmatrix} \vec{z} \equiv \overline{A} \vec{z} \quad (15)$$

3. 선형 안정성 해석

3.1 Floquet 정리

선형 미분 방정식의 계수가 시간에 대한 주기 함수로 정의되는 매개변수 가진계에 대해 Floquet 정리를 적용하면 해의 안정성을 판별할 수 있다. 앞 절에서 유도한 바와 같이 선형화된 식 (15)의 계수 \overline{A} 가 주기성을 갖게 되는 이유는 식 (9) 및 (10)에 나타난 바와 같이 공구와 가공물의 상대 속도가 타원 가공 시에는 $T=(\pi/\Omega)$ 의 주기로 변하기 때문이다.

만약 $\vec{z}(t)$ 가 식(15)의 해라면 $\vec{z}(t+T)$ 도 항상 해가 된다는 것을 \overline{A} 의 주기성을 고려하면 쉽게 증명할 수 있다. 즉,

$$\frac{d\vec{z}(t+T)}{dt} = \overline{A}(t) \vec{z}(t+T) \quad (16)$$

따라서 식 (15)를 만족하는 독립해로 구성되는 행렬을 $\overline{Z}(t)$ 라 하면 $\overline{Z}(t+T)$ 는 $\overline{Z}(t)$ 의 선형 조합으로 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$\overline{Z}(t+T) = \overline{Z}(t) \overline{C} \quad (17)$$

여기서 \overline{C} 는 독립해 \overline{Z} 가 주어지면 결정되는 상수 행렬로서 Floquet 정리에 의하면 \overline{C} 의 고유치에 따라 $\vec{z}(t)$ 의 안정성을 판별할 수 있다. 즉, Floquet 상수라 정의되는 \overline{C} 의 고유치는 공액 복소수의 형태가 되는데 그 절대 값이 모두 1보다 작으면 $\vec{z}(t)$ 가 안정하고 한 개 이상의 Floquet 상수의 절대 값이 1보다 크면 $\vec{z}(t)$ 가 불안정하다고 할 수 있으며 그 절대 값이 1이 되는 경우가 안정 경계 조건이 된다. 따라서 Floquet 정리에 근거한 안정성 해석을 수행하기 위해서는 우선적으로 \overline{C} 를 구해야하는데 식 (15)의 독립해가 $\vec{Z}(0) = \vec{I}$ 의 초기 조건을 만족할 경우 식 (17)로부터 $\overline{C} = \vec{Z}(T)$ 의 관계가 성립하므로 이를 이용하여 \overline{C} 를 얻을 수 있다. 즉, 식 (15)에 초기 조건 $\vec{z}_1(0) = \{1, 0\}^T$ 와 $\vec{z}_2(0) = \{0, 1\}^T$ 를 적용하여 주기 T 까지 각각 수치 적분함으로써 \overline{C} 는 $[\vec{z}_1(T), \vec{z}_2(T)]$ 로 주어진다.

3.2 안정선도

타원 단면을 선삭 가공할 때 안정성에 영향을 주는 요인

으로는 피삭재와 공구의 재질, 공구의 동특성 및 타원률을 비롯한 절삭 조건을 들 수 있다. 본 연구에서는 타원 가공과 일반적인 원형 가공의 안정성을 비교 검토하는데 중점을 두기 위하여 피삭재와 공구의 재질 및 동특성의 변화가 안정성에 미치는 효과는 고려하지 않고 Table 1에 나타낸 바와 같이 일정한 상수 값을 가정하였다. 또한 절삭 조건 중에서 절삭 폭과 절삭 깊이가 각각 증가 또는 감소할 때 식 (6)에 나타난 바와 같이 절삭력이 이에 비례하여 증가 또는 감소하게 되므로 이들 두 요인이 안정성에 미치는 영향은 유사하다고 할 수 있으며 Table 1에 보인 바와 같이 일정 값의 절삭 깊이를 가정하였다. 따라서 본 연구에서는 안정성에 영향을 주는 요인 중에서 타원율, 절삭 속도 및 절삭 폭을 변화시키면서 Fig. 3에 도시한 바와 같은 안정선도를 얻었다.

Fig. 3(a)에서 절삭 속도의 변화에 따른 안정 절삭 폭을 원형 단면의 경우에 대해 살펴 보면 속도의 증가에 따라 저속에서는 완만하게 증가하다가 고속으로 갈수록 급격하게 커지는 것을 확인할 수 있으며 이는 기존의 연구 결과와⁽¹⁰⁾ 일치한다. 절삭 속도와 절삭 폭 사이의 이러한 관계는 타원 가공의 경우에도 유사한 경향을 나타내는데 타원율이 5% 미만일 때는 원형 가공과 비교하여 임계 속도의 차이가 3.5% 이하지만 타원률이 커지면서 임계 속도가 급격하게 증가되는 것을 확인할 수 있다. 타원률의 증가에 따른 임계 조건의 변화를 절삭 폭 및 절삭 속도에 대해

Table 1 System properties

System parameter	Value	
Tool mass	2 kg	
Tool stiffness	10^6 N/m	
Damping ratio	0.01	
Rake angle, α	5°	
Material constant, ϕ	80°	
Shear stress, τ	700×10^6 N/m ²	
Plough constant, K^*	1.4×10^5 N/m	
Chip thickness, s_0	0.5 mm	
Average radius	0.04 m	
Friction characteristics	d	1.8
	q	-0.2

Fig. 3(b)와 3(c)에 각각 도시하였는데 타원률이 11.1%일 때 원형 단면의 경우와 비교하여 임계 절삭 폭은 최대 38.7%가 감소하고 임계 절삭 속도는 최대 19.4%가 증가하게 된다.

한편 Fig. 4는 절삭 조건의 변화에 따른 Floquet 상수의 위치를 복소 평면 상에 나타낸 것인데 절삭 속도가 245 m/min로 주어졌을 때 절삭 폭이 0.1 mm인 경우는 타원률에 관계 없이 단위원을 벗어나지 않으므로 이 때의 절삭 조건은 안정하다는 것을 알 수 있으며 이는 Fig. 3(a)로부터

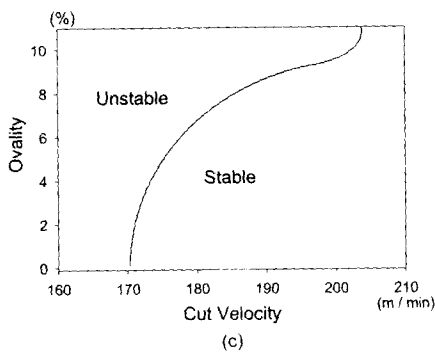
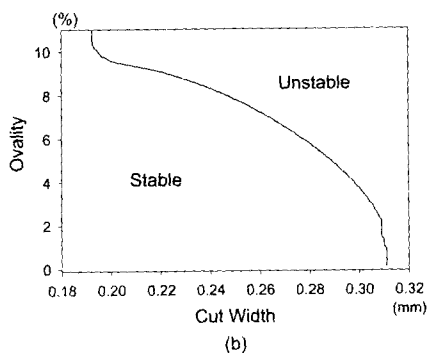
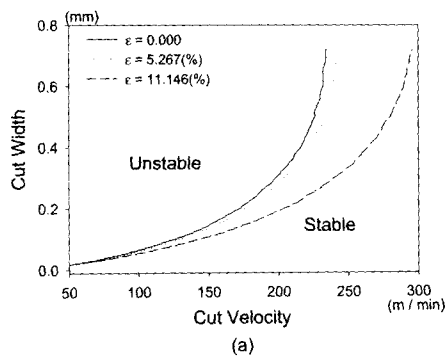


Fig. 3 Stability diagrams by the Floquet theory among the cut width(w), the cut velocity (V) and the ovality(ϵ).

- (a) V vs. w for various ϵ
- (b) w vs. ϵ with $V=200$ m/min.
- (c) V vs. ϵ with $w=0.2$ mm.

터도 확인할 수 있다. 반면 절삭 폭을 0.72 mm로 증가시킨 경우 타원률이 6.4%를 넘으면서 Floquet 상수가 단위원 밖으로 벗어나게 되므로 절삭의 안정 영역에서 불안정 영역으로 분기(bifurcation)가 발생한다는 것을 알 수 있다. 특히 분기가 발생할 때 Floquet 상수가 단위원을 교차하는 형태에 따라 분기 후의 응답 특성이 결정되게 된다. Fig. 4의 경우에는 두 개의 복소수로 주어지는 Floquet 상수가 복소 평면 상의 실수 축에서 떨어진 단위 원주상의 점들을 통하여 불안정 영역으로 전이되는 제 2 차 호프(Hopf) 분기가 발생한다.

이상의 결과를 종합해 보면 절삭 속도와 절삭 폭이 타원 가공의 안정성에 미치는 영향은 원형 단면의 경우와 비교하여 정상적으로는 큰 차이가 없으나 타원률이 커짐에 따라 임계 절삭 속도는 급격한 증가를 보이는 반면 임계 절삭 폭은 급격히 감소하게 되는데 절삭 폭의 감소율이 절삭 속도의 증가율보다 약간 크다.

4. 비선형 응답 분석

Floquet 정리를 적용하여 구한 안정선도는 타원률이 작다는 가정 하에 얻은 결과이므로 근사적이라 할 수 있으며 특히 임계 조건 부근에서 분기가 발생할 때 진동 응답을 예측하기는 어렵기 때문에 비선형 해석이 필요하다. 비선형 응답을 구하는 방법에는 섭동법을 이용한 이론적인 시도가 있으나 식 (5)와 같은 비선형 시변계에 대해 이론해를 구하는 것은 거의 불가능하기 때문에 본 연구에서는 수치 적분법으로 비선형 응답을 구하였는데 적분 구간을 충분히 설정하여 과도 진동 응답이 제거된 정상 상태의 응답에 대해서 그 특성을 분석하였다.

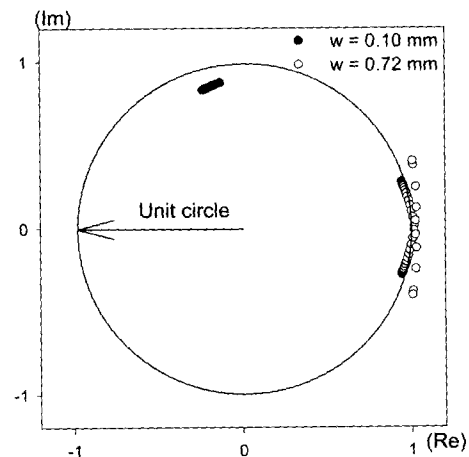


Fig. 4 The loci of the Floquet multipliers with the ovality changing from 0.00 to 0.11 for a given velocity of 245 m/min.

Fig. 5는 비선형 해석으로 구한 안정선도로서 Fig. 3의 선형 해석의 결과와 비교하여 도시하였다. 타원률과 절삭 폭의 관계를 나타낸 Fig. 5(a)와 절삭 속도와의 관계를 나타낸 Fig. 5(b)에서 타원률이 커지면서 비선형 해석에 의한 임계 조건은 선형 결과와 큰 차이를 보이는 것을 알 수 있다. 즉 비선형 해석에 의하면 절삭 폭과 절삭 속도의 임계 조건은 타원률이 증가하여도 선형 해석과 달리 급격한 변화는 보이지 않으며 선형 해석에 비해서 안정 영역이 더 확장되었음을 알 수 있다. 한편 원형 가공의 경우와 비교했을 때 임계 절삭 폭은 최대 13.2%가 감소하며 임계 절삭 속도는 최대 5%가 증가하게 되는데 선형 해석의 경우처럼 임계 절삭 폭이 타원률의 변화에 더 민감하게 변하게 됨을 확인할 수 있다. Fig. 5에서 알 수 있듯이 선형 해석의 오차는 식 (5)의 운동 방정식을 선형화하는 과정에서 불가피하게 발생한 것으로 타원률이 2% 미만인 경우 이러한 오차는 아주 작아지게 되는데 실제 타원 가공에서의⁽⁴⁾ 타원률이 2% 보다 작은 것을 고려하면 이 경우에는 선형 해석 만으로도 충분하다고 할 수 있다.

한편 분기가 발생하는 임계 영역에서 비선형 응답의 특성을 분석하기 위하여 절삭 속도가 245 m/min, 절삭 폭이

0.72 mm로 주어진 상태에서 타원률의 임계 조건인 11.15% 부근에서의 응답을 구했다. Fig. 6은 그 결과를 시간 영역에 대해 도시한 것인데 Fig. 6(a)에서처럼 타원율이 1%로서 임계 조건으로부터 벗어난 안정 조건인 경우의 응답은 단일 주기해의 형태가 되며 이 때의 주기는 주축 회전 주기의 0.5에 해당하는 0.03초가 된다. 이러한 단일 주기해는 타원률이 5.26%로 증가한 경우에도 계속 유지됨을 Fig. 6(b)에서 확인할 수 있는데 타원률이 임계 조건에 거의 접근한 11.02%가 되면 Fig. 6(c)에 나타난 바와 같이 단일 주기해의 형태가 깨지면서 두 개 이상의 주기가 함께 나타나게 된다. 이는 Fig. 7의 상태도에서 보다 명확하게 관찰할 수 있다. 여기서 타원률을 더 증가시켜 임계 조건인 11.15%가 되면 Fig. 6(d) 및 Fig. 7(d)에 보이는 바와 같이 준주기(quasi-periodic) 형태의 안정 응답이 나타나게 되며 타원률이 더 증가하여 임계 조건보다 커지면 Fig. 6(e)에 나타난 것처럼 불안정 응답이 발생하게 된다. 따라서 제 2차 호프 분기 현상의 발생 전후의 비선형 응답 특성을 타원률의 변화에 따라 분석하면 분기 현상이 발생하기 이전의 안정 영역에서 단일 주기해의 특성을 가지다가 임계 조건상에서는 안정한 준주기해의 특성을 나타내게 되며 타원률이 더 증가하면 불안정한 준주기해로 바뀌게 되지만 이 과정에서 혼돈 응답은 발생하지 않았다.

5. 결 론

본 연구에서는 타원 단면을 선삭 가공할 때 발생하는 진동을 해석하기 위하여 1-자유도계의 이론 모델을 유도하고 Floquet 정리를 적용하여 안정선도를 구하였으며 비선형 분석을 통하여 선형 해석의 결과를 검증하였다. 그로부터 얻은 결론은 다음과 같다.

(1) 타원률이 커짐에 따라 임계 절삭 폭은 감소하고 임계 절삭 속도는 증가하게 되는데 비선형 해석의 결과에 의하면 그 변화율은 타원률의 크기에 큰 영향을 받지 않으며 임계 절삭 속도보다는 임계 절삭 폭이 타원률의 변화에 더 민감하다.

(2) 타원률이 2% 미만인 경우 Floquet 정리에 의한 선형 안정선도는 비선형 분석 결과와 거의 일치하게 되는데 실제 타원 가공에서의 타원률은 2% 보다 훨씬 작기 때문에 그 경우에는 선형 해석 만으로도 임계 가공 조건을 찾을 수 있다.

(3) 안정의 임계 조건에서는 제 2차의 호프 분기가 발생하는데 분기 전에는 안정된 단일 주기 형태의 진동 응답이 안정된 준주기 형태를 거쳐 분기 후에 불안정한 준주기 응답으로 바뀌게 된다. 또한 분기 전후에 혼돈 응답은 발생하지 않는다.

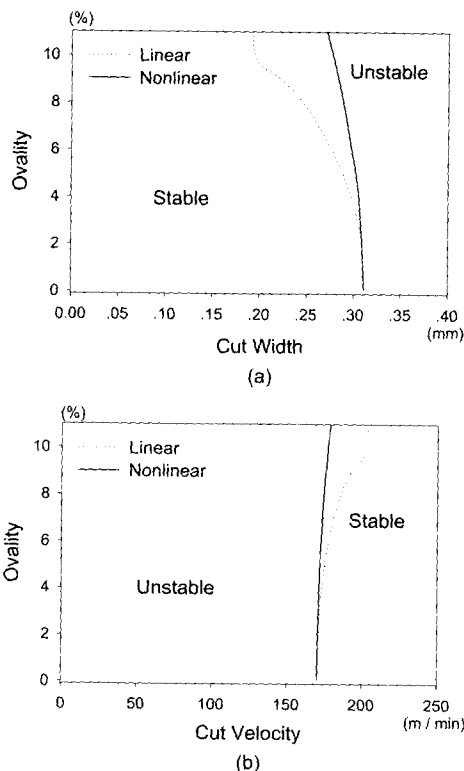


Fig. 5 Stability diagrams by nonlinear analysis.
 (a) w vs. ϵ with $V=200$ m/min.
 (b) V vs. ϵ with $w=0.2$ mm.

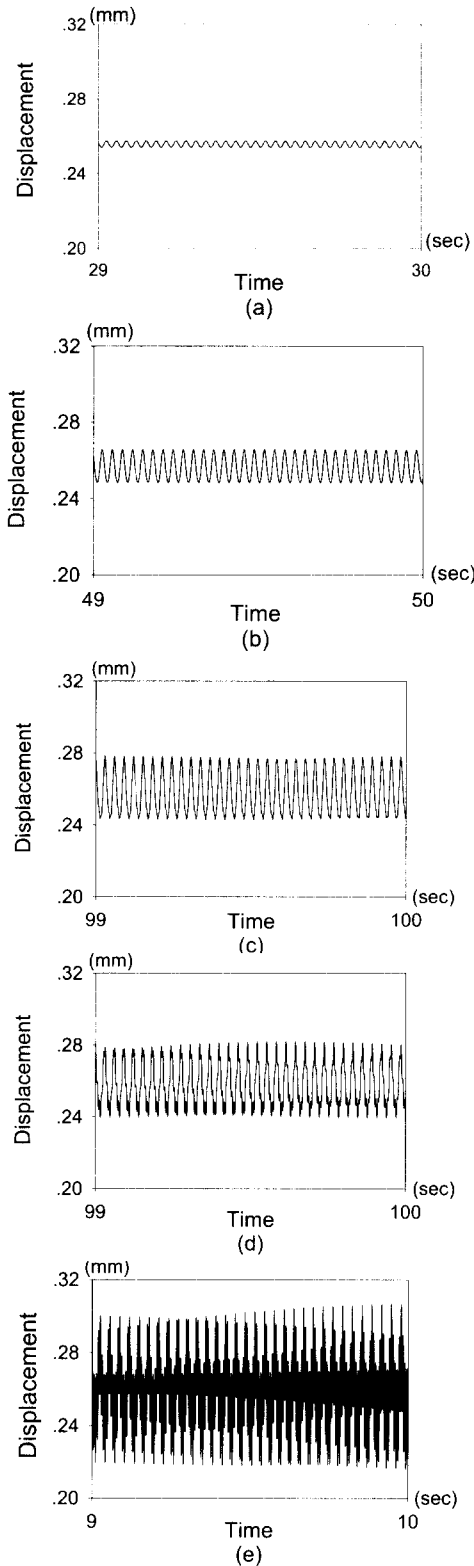


Fig. 6 Time history of nonlinear responses for various ovality(ϵ). (a) $\epsilon=1.01\%$
 (b) $\epsilon=5.26\%$ (c) $\epsilon=11.02\%$
 (d) $\epsilon=11.15\%$ (e) $\epsilon=12.41\%$

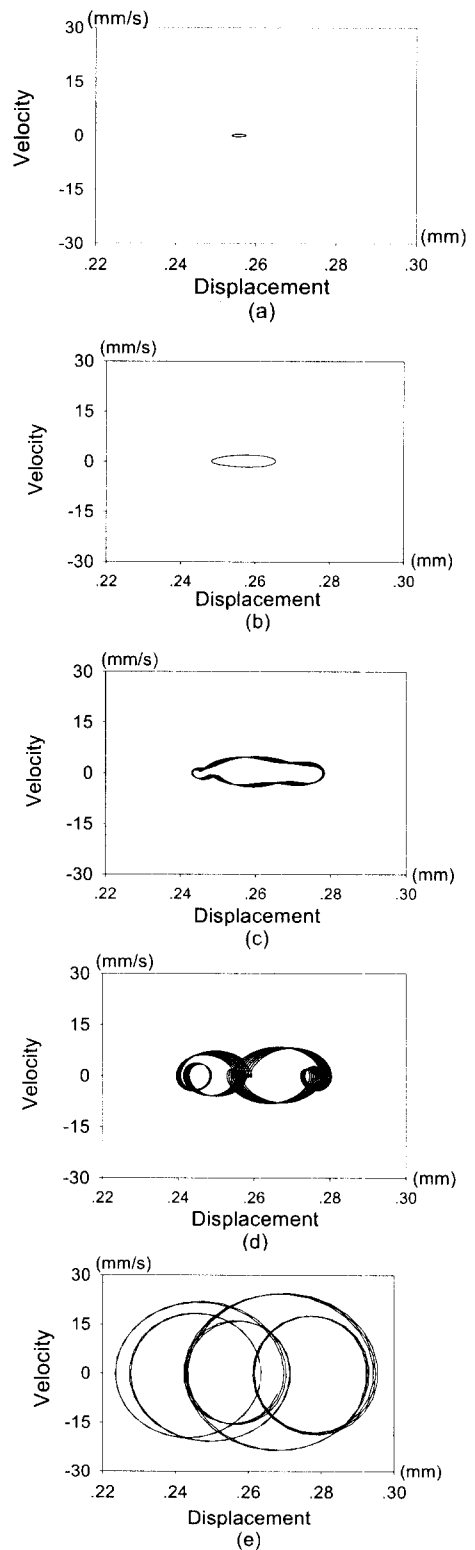


Fig. 7 Phase-portraits of nonlinear responses for various ovality(ϵ) (a) $\epsilon=1.01\%$
 (b) $\epsilon=5.26\%$ (c) $\epsilon=11.02\%$
 (d) $\epsilon=11.15\%$ (e) $\epsilon=12.41\%$

후 기

본 논문은 1997년 한국과학재단의 핵심전문연구(KOSEF 971-1002-011-1)의 연구비 지원으로 이루어진 것으로 이에 재단 관계자 여러분께 감사드립니다.

참 고 문 헌

(1) 이재규, 오창진, 김옥현, 1994, "선삭에서 비원형 단면 가공을 위한 제어 연구", 한국정밀공학회지, 제 12권, 제 6호, pp. 96~104.

(2) Tsao, T. C. and Tomizuka, M., 1994, "Robust Adaptive and Repetitive Digital Control and Application to a Hydraulic Servo for Noncircular Machining," Trans. of ASME, J. of Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol. 116, No. 1, pp. 24~32.

(3) 김경석, 김종관, 김성식, 1996, "비진원 가공용 CNC 선반 개발에 관한 연구", 한국정밀공학회지, 제 13권, 제 4호, pp. 152~162.

(4) 화천기계, 1997, HOT-2000 : CNC Oval Turning Machine, 97 제품 카탈로그.

(5) Wu, D. W. and Liu, C. R., 1985, "An Analytical Model of Cutting Dynamics. Part I: Model Building," Trans. of ASME, J. of Engineering for Industry, Vol. 107, pp. 107~111.

(6) Tulsty, J. and Ismail, F., 1982, "Basic Non-linearity in Machining Chatter," CIRP Annals, Vol. 30, pp. 229~304.

(7) Pandit, S. M. and Okafor, A. C., 1986, "Identification of Receptances of Machine Tool Structures under Actual Cutting Conditions," Trans. of NAMRC, pp. 486~496.

(8) Moon, F., 1994, "Chaotic Dynamics and Fractals in Material Removal Processes," 94 Symp. on Nonlinearity and Chaos in Engineering Dynamics, pp. 25~36.

(9) Streit, D., Krousgrill, C. and Bajaj, A., 1986, "A Preliminary Investigation of the Dynamic Stability of Flexible Manipulators Performing Repetitive Tasks," Trans. of ASME, J. of Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol. 108, No. 31, pp. 206~214.

(10) Nosyreva, E. and Molinari, A., 1998, "Analysis of Nonlinear Vibrations in Metal Cutting," Int. J. of Mechanical Science, Vol. 40, No. 8, pp. 735~748.

(11) Nayfeh, A., Chin, C. and Pratt, J., 1997, "Perturbation Methods in Nonlinear Dynamics - Applications to Machining Dynamics," Trans. of ASME, J. of Manufacturing Science and Engineering, Vol. 119, No. 4, pp. 485~493.