

〈논 문〉

후퇴각 날개끝이 있는 헬리콥터 로터깃의 회전주파수 해석 Rotating Frequency Analysis of a Helicopter Rotor Blade with Swept Tips

황 호 연* · Yang, Wei Dong** · 정 건 교***

Ho-Yon Hwang, Wei Dong Yang and Gun-Kyo Jung

(1999년 7월 8일 접수 : 1999년 10월 20일 심사완료)

Key Words : Vibration Analysis(진동해석), Rotor Blade(로터깃), Helicopter(헬리콥터), Swept Tips(후퇴각 날개 끝), Flap(플랩), Lag(래그), Pitch(피치), Anhedral(하반각)

ABSTRACT

To reduce the drag rise on the advancing helicopter rotor blade tips, the tip of the blade is modified to have sweep, anhedral and pretwist. The equations of motion of rotor blade with these tip angles were derived using Hamilton principle, programmed using FORTRAN and named as ARMDAS(Advanced Rotorcraft Multidisciplinary Design and Analysis System). Rotating frequency analysis of rotor blades with swept tips was performed that is necessary in conceptual and preliminary design phases of the helicopter design. Vibration analysis of non-rotating blades was also accomplished and compared with MSC/NASTRAN results for the basis of comparison with the vibration test data. The rotating frequency analysis of blades with an actual rotor blade data was also performed to verify coded program and to check the possibility of a resonance of an actual rotor blade at the specific rotating speed..

1. 서 론

진동해석은 모달(modal) 해석을 통해 고유진동수(natural frequency)와 모드형상(mode shapes)을 구하는 과정이다. 본 연구에서는 로터깃 끝에 후퇴각(sweep), 하반각(anhedral) 및 비틀림각(twist)이 있는 헬리콥터 로터깃(rotor blade)의 운동방정식을 유도하고 이를 FORTRAN으로 프로그래밍 한 후 작성한 프로그램을 사용하여 회전주파수 해석이 수행되었다.

진동감소를 위한 진동해석은 모든 항공기 구조물의 설계시에 초기부터 고려하는 사항이며 특히 헬리콥터 로터깃의

설계에서는 공탄성(aeroelasticity) 해석의 기초가 되며 피로 수명과 더불어 가장 중요한 설계 변수가 된다.

고속비행에서 작동하는 헬리콥터 로터는 앞으로 전진하는 로터깃 끝 부분에서 천음속 흐름이 나타난다. 이러한 천음속과 관련된 항력은 로터를 구동하는데 필요한 동력을 증가시키는 원인이 된다. 전진하는 로터깃에서의 항력을 감소시키는 한가지 방법은 로터깃의 끝 부분의 형상을 변형시키는 것이며 복합 재료의 사용으로 이러한 끝 부분 변형이 있는 로터깃의 사용이 크게 증가되는 추세에 있다.

후퇴각이 있는 날개끝을 가진 깃들에 대한 초창기 연구에서는 주로 깃의 공력 성능 특성들에 초점이 모아졌다. Desopper⁽¹⁾는 CFD(computational fluid dynamics)를 사용하여 전진 날개끝(advanced tip)을 가진 고립된 강성깃(isolated rigid blade)의 공기역학적인 계산을 수행하였다. Celi와 Friedmann⁽²⁾은 후퇴각을 가진 깃에 대한 진동해석을 위해 Galerkin 유형의 유한요소법을 사용하였으며, 또한, 전진 비행시 공탄성 응답과 안정성에 관한 연구를 수행하

* 정회원, 세종대학교 기계항공우주공학부

** 중국 남경항공항천대학

*** 울산대학교 대학원 항공우주공학과

였다. Benquet과 Chopra⁽³⁾는 Hamilton 원리에 기초를 둔 유한요소 방법을 사용하여 전진 날개끝에 대한 공탄성 방정식을 유도하였다. 또한, 깃끝 뿐만 아니라 깃의 다양한 후퇴각, 처짐, 비틀림에도 적용할 수 있는 새로운 식들을 유도하였다. Kim⁽⁴⁾은 깃끝과 주깃 안쪽 사이의 비선형 변형 관계와 3차원 공력을 포함하는 식들을 유도하였다.

이와 같은 로터깃의 해석 이외에도 로터깃 설계에서 가장 문제가 되고있는 진동문제를 해결하기 위해 로터깃의 진동감소에 대한 연구들이 최근 많이 수행되고 있다^(5~16). Millott과 Friedmann⁽¹⁰⁾은 뒷전플랩을 이용한 능동제어(actively controlled trailing edge flap)에 관한 연구 및 공탄성 해석을 수행하였다. 이 연구에서는 플레핑과 래그 및 비틀림이 서로 연계되고 부분적인 스팬이 있으며 능동제어되는 플랩이 간단한 오프셋(offset)과 힌지 스프링으로 모델링된 제한된 로터깃 모델과 완전한 유연성이 있는 로터깃 모델을 사용하여 플랩의 능동 제어를 통한 진동제어에 관한 연구를 수행함으로써 진동제어 개념을 실제 모델에 적용될 수 있는지의 가능성을 확인하였다. 또한 Robinsion과 Friedmann⁽¹¹⁾은 전진 비행시 관절형(articulated) 로터와 무힌지(hingeless) 로터에 대한 진동연구를 수행하였다. 그 결과 3 자유도계에서 두 형상 모두 깃 피치각을 제어하는 고조화 제어(higher harmonic control)를 통해 진동이 현저히 감소하였다. Ormiston⁽¹²⁾는 스프링으로 구속된 오프셋 힌지 로터깃(offset-hinged spring restrained blade)을 사용하여 제자리 비행시 무힌지 로터깃의 플랩-래그(flap-lag) 운동들을 연구하였다.

본 연구에서는 항력을 감소시켜 로터깃의 회전속도 및 전진비행 속도를 증가시키는 하나의 방안으로 후퇴각이 있는 날개끝을 가진 회전하는 로터깃의 진동해석을 위해 운동방정식을 유도한 후 FORTRAN으로 ARMDAS(advanced rotorcraft multidisiplinary design and analysis system)라 명명된 프로그램을 작성하여 로터깃의 회전주파수 해석을 수행하였다.

최근의 헬리콥터 로터깃은 피로 수명과 손상 허용 특성이 뛰어나고 복잡한 형상을 가진 익형(airfoil) 제작이 용이하여 공력(aerodynamics) 설계가 쉬운 복합재를 이용하여 만들어지며 본 연구에서도 이러한 복합재 로터깃에 대해 진동해석을 수행할 수 있도록 프로그래밍 하였다. 로터깃의 강성 데이터는 강성 데이터를 구하는 별도의 프로그램에서 구한 데이터를 그대로 사용하였다.

이 프로그램의 검증을 위해 실제 복합재 로터깃의 물성치를 사용하여 회전주파수 해석을 수행하였고 같은 모델에 대해 MSC/NASTRAN for Windows를 사용, 비회전 로터깃의 진동해석을 수행하여 ARMDAS의 결과와 비교하였다.

2. 로터깃의 운동방정식

2.1 좌표계

로터깃은 일정한 각속도로 회전하는 탄성보로 모델링된다. Fig. 1은 깃 좌표계를 나타내며 단위벡터($\vec{I}_1, \vec{J}_1, \vec{K}_1$)에 상응하는 좌표계 시스템 (X_1, Y_1, Z_1)은 허브 평면에 대해 큰각(precone) β_p 만큼 미리 기울어져있고 변형되지 않는 회전깃에 붙어있다. 즉, X_1 축은 깃 탄성축과 일치하며 Y_1 축은 깃 앞전(leading edge)쪽으로 향하면서 회전평면에 놓인 축이다. Z_1 축은 shaft축에 대해 β_p 각으로 기울어져있다. 날개끝 후퇴각(tip-sweep)과 날개끝 하반각(tip-anhedral)을 고려하기 위해 추가로 단위벡터($\vec{I}_2, \vec{J}_2, \vec{K}_2$)를 가지는 끝(tip)좌표계 (X_2, Y_2, Z_2)가 도입된다(Fig. 1). 여기서 좌표계의 원점은 주 로터깃과 끝깃(tip)이 만나는 접합면에 있고 X_2 축은 끝 탄성축과 일치한다. 즉, 탄성축은 접합(junction) 바깥쪽 단면의 전단 중심선이며 깃 탄성축에 대해 임의의 각을 가진다고 가정한다.

날개끝 시스템과 미변형(undeformed) 로터깃 좌표계 사이의 좌표변환은 연속된 3개의 변환행렬을 곱함으로써 구해진다. 즉, 미변형 깃 좌표계에서부터 전진각(forward sweep, \vec{K}_1 축에 대해 Λ_1 회전)만큼 변형된 미변형 날개끝 좌표계로의 좌표변환은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{Bmatrix} \vec{I}_2 \\ \vec{J}_2 \\ \vec{K}_2 \end{Bmatrix} = T_{\Lambda_1} \begin{Bmatrix} \vec{I}_1 \\ \vec{J}_1 \\ \vec{K}_1 \end{Bmatrix} \quad (1)$$

여기서,

$$T_{\Lambda_1} = \begin{bmatrix} \cos \Lambda_1 & \sin \Lambda_1 & 0 \\ -\sin \Lambda_1 & \cos \Lambda_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

이고, Λ_1 은 날개끝 후퇴각이며 전진각에 대해 양이다.

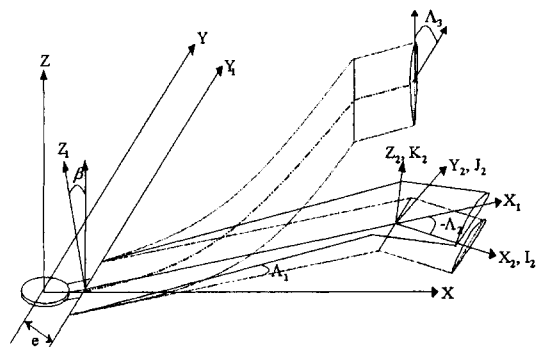


Fig. 1 Blade coordinate system

미변형 깃좌표계에서 하반각(실제로 음의 하반각으로 위로 올라감)만큼 변형된 미변형 날개끝 좌표계의 좌표변환(음의 \vec{J}_1 축에 대해 A_2 회전)은 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} \vec{I}_2 \\ \vec{J}_2 \\ \vec{K}_2 \end{pmatrix} = T_{A_2} \begin{pmatrix} \vec{I}_1 \\ \vec{J}_1 \\ \vec{K}_1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

여기서,

$$T_{A_2} = \begin{bmatrix} \cos A_2 & 0 & \sin A_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin A_2 & 0 & \cos A_2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

이고, A_2 는 끝 하반각이며 밑으로 처지는 경우에 음의 값이다.

미변형 깃좌표계에서 비틀림을 고려하는 미변형 끝좌표계의 좌표변환(\vec{I}_1 축에 대해 A_3 회전)은 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} \vec{I}_2 \\ \vec{J}_2 \\ \vec{K}_2 \end{pmatrix} = T_{A_3} \begin{pmatrix} \vec{I}_1 \\ \vec{J}_1 \\ \vec{K}_1 \end{pmatrix} \quad (5)$$

여기서,

$$T_{A_3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos A_3 & \sin A_3 \\ 0 & -\sin A_3 & \cos A_3 \end{bmatrix} \quad (6)$$

이고, A_3 는 날개 끝에 미리주어지는 비틀림각(tip pretwist)이며 앞쳐듬(nose up pitch)에 대해 양이다.

따라서, 변형되지 않은 깃 좌표계와 일반적인 날개끝 좌표계 사이의 좌표변환은 후퇴각, 하반각, 비틀림각 회전의 연속적인 변환으로 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{pmatrix} \vec{I}_2 \\ \vec{J}_2 \\ \vec{K}_2 \end{pmatrix} = T_{A_3} \cdot T_{A_2} \cdot T_{A_1} \begin{pmatrix} \vec{I}_1 \\ \vec{J}_1 \\ \vec{K}_1 \end{pmatrix} = T_A \begin{pmatrix} \vec{I}_1 \\ \vec{J}_1 \\ \vec{K}_1 \end{pmatrix} \quad (7)$$

여기서,

$$T_A = \begin{bmatrix} C_1 C_2 & S_1 C_2 & S_2 \\ -S_1 C_3 - C_1 S_2 S_3 & C_1 C_3 - S_1 S_2 S_3 & C_2 S_3 \\ S_1 S_3 - C_1 S_2 C_3 & -C_1 S_3 - S_1 S_2 C_3 & C_2 C_3 \end{bmatrix}$$

$$C_i = \cos A_i \quad (i = 1, 2, 3) \quad (8)$$

$$S_i = \sin A_i$$

또한 경계면에서 주깃과 끝깃사이의 기하학적인 각은 변형 전후에 보존된다.

2.2 운동방정식의 생성

본 연구에서 로터깃 운동방정식을 구하는 방법으로 해밀턴 원리(Hamilton principle)의 변분 방법(variational method)을 채택하였다. 즉, "보존시스템에 대해 실제 운동은 시간 t_1 과 t_2 사이에서 미리 정해진 초기 조건과 최종 조건을 만족하는 위치에너지와 운동에너지 차의 시간적분이 최소가 되는 운동이다"라는 원리를 사용하였다. 공력탄성시스템(aeroelastic systems)은 비보존 시스템이므로 해밀턴 원리를 비보존시스템에도 적용할 수 있도록 일반화하면 다음과 같다.

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta U - \delta T - \delta W) dt = 0 \quad (9)$$

δU : 변형 에너지

δT : 운동 에너지

δW : 외부 힘에 의해 행해진 가상일

축 방향, 리드래그(lead lag), 플랩(flap) 그리고 비틀림 방향에 대해 변형을 가정하면 오일러(Euler-Bernoulli)보에 대한 변형 에너지의 변화량은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \delta U = & \int_0^R (F(\delta u' + v' \delta w') \\ & + (GJ\phi' + EA k_A^2 (\theta + \phi)' (u' + \frac{1}{2}(v'^2 + w'^2)) \\ & + EB_1 \theta_1'^2 \phi' - EB_2 \theta_1' (v' \cos \theta_1 + w' \sin \theta_1)) \delta \phi' \\ & + (EC_1 \phi'' + EC_2 (w'' \cos \theta_1 - v'' \sin \theta_1)) \delta \phi'' \\ & + ((\bar{M}_z - EAe_a (u' + \frac{1}{2}(v'^2 + w'^2)) - EB_2 \theta' \phi') \cos \theta_1 \\ & + ((\bar{M}_y - EC_1 \phi'') \sin \theta_1) (\delta v'' + w'' \delta \phi) \\ & + ((\bar{M}_z - EAe_a (u' + \frac{1}{2}(v'^2 + w'^2)) - EB_2 \theta' \phi') \sin \theta_1 \\ & - (\bar{M}_y - EC_1 \phi'') \cos \theta_1) (\delta w'' - v'' \delta \phi)) dx \end{aligned} \quad (10)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \bar{M}_y &= EI_y (v'' \sin \theta_1 - w'' \cos \theta_1) \\ \bar{M}_z &= EI_z (v'' \cos \theta_1 + w'' \sin \theta_1) \end{aligned} \quad (11)$$

R : 로터 반경

E : 깃의 탄성계수

A : 인장시 깃 단면적

θ : 기하학적 피치각

θ_1 : 미리 주어진 비틀림각

ϕ : 탄성축에 대한 탄성 비틀림

e_a : 탄성축으로부터 인장축까지의 오프셋(offset)

I_y : 플랩방향의 단면에 대한 면적 관성 모멘트

I_z : 코드방향의 단면에 대한 면적 관성 모멘트

Ak_A^2 : 단면 극관성 모멘트

G : 전단탄성계수

J : 비틀림 상수 (단면 와핑(warping) 포함)

λ : 코드선에 대해 비대칭으로 가정된 와핑 함수

C_1 : 와핑 강성(warping rigidity)

B_1, B_2, C_2 : 단면 상수

u, v, w : 깃 변형으로 인한 x, y, z 방향의 변위들

회전하는 주깃 탄성보에 대한 운동에너지 변화량은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \delta T = & \int_0^R m(\Omega^2 x + 2\Omega \dot{v} - \ddot{u})\delta u \\ & + (\Omega^2(v + e_m \cos \theta_1) + 2\Omega(\beta_p \dot{w} - \dot{u}) \\ & + 2e_m \Omega(\dot{v}' \cos \theta_1 + \dot{w}' \sin \theta_1) - \ddot{v} + e_m \ddot{\phi} \sin \theta_1)\delta v \\ & - (\beta_p(\Omega^2 x + 2\Omega \dot{v}) + \ddot{w} + e_m \ddot{\phi} \cos \theta_1)\delta w \\ & - (k_m^2 \ddot{\phi} + \Omega^2(k_{m2}^2 - k_{m1}^2) \cos \theta_1 \sin \theta_1 \\ & + e_m \Omega^2 x(\dot{w}' \cos \theta_1 - \dot{v}' \sin \theta_1) + e_m \Omega^2 v \sin \theta_1 \\ & + e_m \Omega^2 \beta_p x \cos \theta_1 - e_m(\ddot{v} \sin \theta_1 - \ddot{w} \cos \theta_1))\delta \phi \\ & - e_m(\Omega^2 x \cos \theta_1 + 2\Omega \dot{v} \cos \theta_1)\delta v' \\ & - e_m(\Omega^2 x \sin \theta_1 + 2\Omega \dot{v} \sin \theta_1)\delta w' \end{aligned} \quad (12)$$

여기서,

$$\begin{aligned} m &= \int \int_A \rho_s d\eta d\zeta, \quad m e_m = \int \int_A \rho_s \eta d\eta d\zeta \\ m k_{m1}^2 &= \int \int_A \rho_s \zeta^2 d\eta d\zeta, \quad m k_{m2}^2 = \int \int_A \rho_s \eta^2 d\eta d\zeta \\ k_m^2 &= k_{m1}^2 + k_{m2}^2 \end{aligned} \quad (13)$$

Ω : 깃의 각속도

m : 단위 길이당 깃 질량

ρ_s : 깃 밀도

e_m : 탄성축으로부터의 질량중심 사이의 거리

η : 미변형 좌표계에서 y 축상 임의의 점 위치

ζ : 미변형 좌표계에서 z 축상의 임의의 점 위치

$m k_{m1}^2$: 플랩 방향의 단위 길이당 질량관성모멘트

$m k_{m2}^2$: 코드 방향의 단위 길이당 질량관성모멘트

$m k_m^2$: 단위 길이당 페어링축에 대한 질량관성모멘트

복합재 로터깃에 대한 해석은 크게 두 부분으로 나뉜다. 첫 번째는 페단면 복합재 보의 단면 물성치를 계산하는 것이고 두 번째는 이러한 단면 물성치들을 회전시 주파수 해석을 포함하여 후퇴각끝(swept tip)을 가진 로터깃의 공탄성 해석에 사용하는 것이다.

Benguet와 Chopra I 논문⁽³⁾에서는 유도된 단면에 대한 복합재 보 해석식으로부터 전단력과 관계된 자유도계를 제거하기 위해 정적응축(static condensation) 기법이 사용되었다. 정적응축 후에 힘과 변위 사이의 관계식은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\begin{pmatrix} F_x \\ M_x \\ -M_y \\ M_z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} EA & \overline{K}_{12} & \overline{K}_{13} & \overline{K}_{14} \\ \overline{K}_{12} & GJ & \overline{K}_{23} & \overline{K}_{24} \\ \overline{K}_{13} & \overline{K}_{23} & EI_y & \overline{K}_{34} \\ \overline{K}_{14} & \overline{K}_{24} & \overline{K}_{34} & EI_z \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_e' \\ \phi' \\ w' \\ v' \end{pmatrix} \quad (14)$$

위 식의 강성 행렬에서 중심대각선이 아닌(off-diagonal) 항들은 등방성깃에 대해서는 영이고 각 방향의 운동들이 서로 연관된(coupled) 복합재 깃에서는 영이 아니다. 복합재료들의 효과는 가상 변형 에너지 δU 에 들어간다. 운동에너지 δT 와 가상일 δW 에 대한 식들은 등방성 금속 깃들과 복합재 깃들에 대해서 같다.

후퇴각끝(swept-tip)깃에 대해서 가장 중요한 문제는 깃의 공력(aerodynamic forces)에 의해 일어나는 깃의 운동에너지 δT , 가상일 δW 를 계산하는 것이다. 탄성보에 대한 운동에너지 변화량은 끝후퇴각과 비틀림변형을 포함하고 있는 탄성깃의 미변형 좌표계에서 유도된다. 이것은 직선끝깃에 대해서도 유효하다.

탄성보의 운동에너지 유도에서는 먼저 변형된 깃의 임의의 점에서의 관성좌표계에 대한 위치벡터를 결정하는 것이 필요하다. 깃의 m 번째 구간을 고려하면 변형전과 변형후에 m 번째 구간에서 임의의 점 P 의 위치벡터는 다음과 같이 각각 표현 할 수 있다.

$$\begin{aligned} \vec{r}_b &= \sum_{n=0}^{m-1} \vec{e}_{km}^T T_{nm}^T L_n + \vec{e}_{km}^T X_p + \vec{e}_{km}^T Y_p \\ \vec{r}_b' &= \sum_{n=0}^{m-1} \vec{e}_{km}^T T_{nm}^T L_n + \vec{e}_{km}^T X_p + \vec{e}_{km}^T \delta_p + \vec{e}_{km}^T Y_p \end{aligned} \quad (15)$$

여기서,

$$\begin{aligned} X_p &= \{x, 0, 0\}^T \\ Y_p &= \{0, \eta, \zeta\}^T \end{aligned} \quad (16)$$

$$\delta_p = \{u, v, w\}^T$$

$$T_{mn} = T_{nb} \cdot T_{mb}^T$$

\vec{r}_b : 변형전 P 의 위치벡터

\vec{r}_b' : 변형후 P 의 위치벡터

\vec{e}_{km}^T : k 번째 깃의 m 번째 구간좌표의 단위벡터

T_{mn} : n 번째 구간좌표와 m 번째 구간좌표를 연계시키는 변환행렬

비회전 좌표계에 관하여 위치 벡터를 미분하면 지역 좌표계에서 P 점의 속도는 구해진다.

$$\vec{V}_b = \vec{e}_{km}^T \dot{X}_m + \omega_{km} \times \vec{e}_{km}^T X_m \quad (17)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \vec{\omega}_{km} &= \vec{e}_{Hv}^T \Omega_r + \vec{e}_b^T \Omega_b \\ \Omega_r &= \{0, 0, \Omega\}^T \\ \Omega_b &= \{\dot{\theta}_p, 0, 0\}^T \end{aligned} \quad (18)$$

- \vec{e}_{Hr} : 회전 허브 고정좌표계의 단위벡터
- \vec{e}_b : k 번째 깃의 미변형 m 번째 구간좌표의 단위벡터
- $\dot{\theta}_b$: 깃 피칭의 각속도

그리고 운동에너지 변화량은 다음과 같이 표현된다.

$$\delta T = \int_0^R \int \int_A \rho \vec{V} \cdot \delta \vec{V} d\eta d\xi dx \quad (19)$$

속도에 관한 식 (17)을 식 (19)에 대입하여 적분하면 운동에너지 변화량을 구할 수 있다. 그러나 끝 후퇴각 깃에 대한 운동에너지 식은 매우 방대하므로 MAPLE이나 MATHEMATICA, MATLAB 등과 같은 컴퓨터 프로그램에 의해 유도하는 것이 편리하며 그 결과식들은 바로 FORTRAN이나 C 언어로 변환시킬 수 있고 본 연구에서도 MATHEMATICA를 사용하였다.

또한 가상일 δW 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\delta W = \int_0^R (L_u^A \delta u + L_v^A \delta v + L_w^A \delta w + M_\phi^A \delta \phi) dx \quad (20)$$

여기서 $L_u^A \delta u, L_v^A \delta v, L_w^A \delta w$ 와 $M_\phi^A \delta \phi$ 는 각각 축 방향, 리드래그, 플랩 그리고 비틀림 방향으로 깃의 길이를 따라 분포된 외부 공력 하중들이다.

2.3 유한 요소 이산화 및 경계조건

유한요소법에서 깃은 여러개의 보 요소들로 나누고 후퇴각 끝깃의 경우 단일 보 요소로 모델링하였다. 해밀턴 원리를 이산화된 형식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\int_{t_1}^{t_2} \sum_{i=1}^N (\delta U_i - \delta T_i - \delta W_i) dt = 0 \quad (21)$$

N : 유한요소들의 총 개수

그리고, Hermite 보간법 다항식들은 공간중속을 이산화 시키는데 사용되었고 i 번째 요소에 대해서

$$\begin{Bmatrix} v \\ w \\ \phi \end{Bmatrix} = [H] \{q_i\} \quad (22)$$

로 표현할 수 있다. 여기서 형상함수 $[H]$ 는

$$\begin{bmatrix} H_1 & H_2 & H_3 & H_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & H_1 & H_2 & H_3 & H_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{\phi_1} & H_{\phi_2} \end{bmatrix} \quad (23)$$

이고 요소 자유도의 벡터는 다음과 같이 정의된다

$$\{q_i\} = \{v_1 \ v_1' \ v_2 \ v_2' \ w_1 \ w_1' \ w_2 \ w_2' \ \phi_1 \ \phi_2\}^T \quad (24)$$

전체 행렬을 얻기 위해 요소 행렬들을 합치는 과정은 다음

과 같이 수학적으로 표현할 수 있다.

$$\Delta = \{ \delta q \}^T [M] \{ \dot{q} \} + \{ \delta q \}^T [C] \{ \dot{q} \} + \{ \delta q \}^T [K] \{ q \} - \{ \delta q \}^T \{ Q \} = 0 \quad (25)$$

δq : 가상 변위

위의 방정식은 다음과 같은 운동 방정식으로 나타낼 수 있다.

$$[M] \{ \ddot{q} \} + [C] \{ \dot{q} \} + [K] \{ q \} = \{ Q \} \quad (26)$$

이 방정식에서 $[M]$ 과 $[K]$ 의 락성질(bandedness)을 이용하면 컴퓨터 프로그램에서 저장해야하는 공간을 많이 줄일 수 있다. 또한 운동방정식의 유도는 에너지 원리에 기반을 두고 있어 힘 경계조건이 이미 포함되어 있으므로 따로 고려할 필요가 없다.

로터 근에서의 변위 경계조건은 로터형상에 따라 결정된다. 가령, 무한지 로터깃(hingeless rotor blade)의 경우 v, v', w, w' 그리고 ϕ 는 근에서 영이며 관절형 로터깃(articulated blade)의 경우 v, w, ϕ 가 영이된다. 이러한 운동방정식 이론들을 기반으로 본 연구에서는 FORTRAN으로 프로그래밍하여 해석을 수행하였다.

3. 모델 및 해석 결과

3.1 구조 모델링 및 비회전 주파수 분석

로터깃 설계 과정에서 수행될 정강도 시험, 윌타워(whirl tower)시험 및 피로시험을 위하여 실제로 제작예정인 1/5 크기의 로터깃을 본 연구의 해석 기본 모델로 사용하였다.

해석에 사용된 로터깃은 VR-12와 VR-15의 두 익형(airfoil)으로 구성되어 있으며 두 익형사이 및 로터근(root) 부분에서 익형이 완전히 성장하는 부분까지는 선형적인 변화를 가정하였다. 로터근 부분 중 허브(hub)와의 연결부분은 일반적인 스프링 요소로 연결이 된다. 이 연결부분의 강성은 진동 특성에 많은 영향을 주며, 경험 및 실험치가 없는 단계에서는 강체에 가까운 스프링 계수를 사용한다. 해석에 사용된 구조 모델의 설계 재원을 Table 1에 나타내었다.

Table 1 Design specifications

Items	Full scale	1/5 scale
Rotor dia(m)	11.0	2.2
Chord(mm)	320.0	64.0
Solidity	0.074	0.074
Airfoil	VR-12, 15	VR-12, 15
Mass(kg)	37.7	About 0.3
rpm	383.4	1917.0

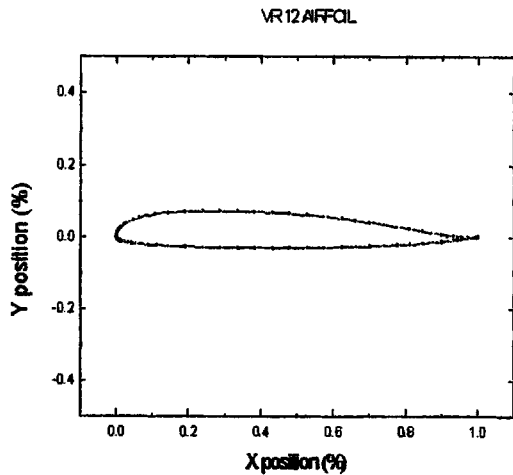


Fig. 2 VR-12 Airfoil section

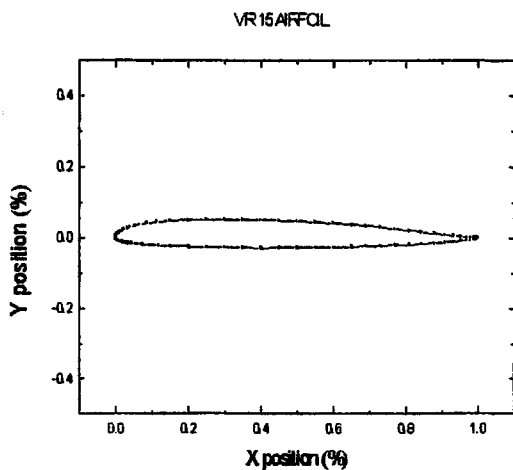


Fig. 3 VR-15 Airfoil section

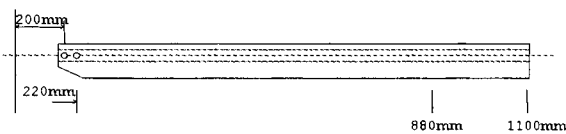


Fig. 4 Rotor blade outline

다. 또한 사용된 익형을 Fig. 2와 Fig. 3에, 로터깃의 개략도를 Fig. 4에 나타내었다.

로터깃은 허브부분을 포함하여 20개의 보 요소로 모델링하였다. 로터근(root)부분에서 익형(airfoil)이 완전히 성장하는 부분사이의 단면의 기하학적 모양 변화가 심하지만 복합재 전체의 강성값은 선형적으로 변한다고 가정하여 계산하였다.

또한 경계조건의 변화에 대한 고유진동수의 변화를 고려하기 위해 Fig. 5와 같이 2개의 선형스프링(axial spring)과 3개의 원형스프링(torsional spring)으로 모델링하여 근 부분에 부착한 후 진행하였다.

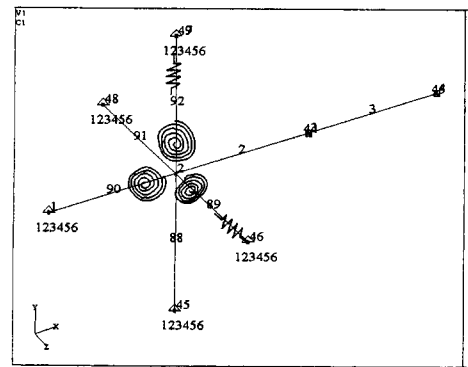


Fig. 5 Boundary condition of analysis model

스프링의 강성값을 변화시켜 가면서 민감도 해석을 수행해야 하나 여기서는 아주 강한 강성을 가진 스프링으로 모델링하여 MSC/NASTRAN for Windows를 사용하여 비 회전 로터깃에 대한 고유진동수와 모드 형태를 구하였다.

주로 관심을 가지는 고유진동수는 낮은 주파수 영역의 2~3개의 모드이므로 플래핑(flapping), 리드 래그(lead-lag) 그리고 비틀림(torsional)모드를 포함하는 10번째 모드까지 해석을 수행하였다. 각 모드의 특성을 정리하여 부록 A의 Table A에 고유진동수를 나타내었고 대표적인 진동 모드형태(mode shape)를 Fig. A에 나타내었다. 모드의 특성은 가장 두드러진 진동 형태를 기준으로 표현하였다.

3.2 회전수 변화에 따른 주파수 변화 해석

본 연구에서 작성한 프로그램은 다양한 로터깃의 종류에 대해 주파수 해석을 수행할 수 있으나 여기서는 가장 대표적인 경우에 한하여 회전수 변화에 따른 주파수 변화 해석을 수행하였다. 먼저 무회전 로터깃에 대한 해석을 수행하기 위해 근부분에서 피치방향의 힌지 강성은 $1.38E+06$ (Nm/rad)으로 가정하였고 리드래그, 플래핑 방향의 힌지 강성은 없는 것으로 가정하고 계산하여 Fig. 6에 나타내었다.

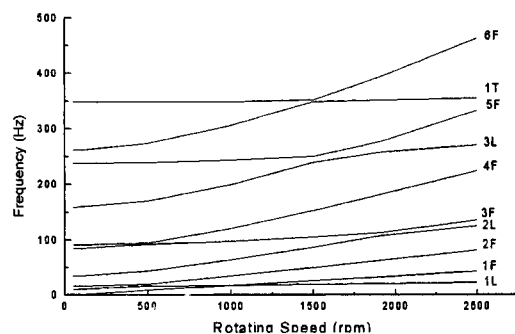


Fig. 6 Changes of natural frequencies (flapping and lagging stiffness = 0)

이 때 피치 및 비틀림 각도는 0으로 가정하였다. 이러한 조건에서 1917 rpm으로 회전시 고유진동수를 부록 C에 나타내었다. Fig. 7에서는 관절형 로터깃을 묘사하기 위해 플래핑, 래그 및 피치 베어링의 탄성계수 모두를 1.0E+07로 가정하였을 때의 회전수의 변화에 따른 고유진동수 변화를 나타내었다. 이 때에도 피치각 및 비틀림 각은 0으로 가정하였다.

또한 설계변경에 따라 로터깃의 비틀림 강성이 변할 경우에 주파수 변화를 관찰하기 위해 피치 힌지 강성은 1.38E+06(Nm/rad), 리드래그, 플래핑 방향의 힌지 강성은 없는 것으로 가정하고 피치 및 비틀림 각도가 0일 경우 비틀림 강성값인 GJ 값을 10% 증가, 감소 시켰을 때 회전수에 따른 첫 번째 비틀림 모드의 고유진동수 변화를 계산하여 Fig. 8에 나타내었다.

로터깃 회전수가 증가함에 따라 GJ 값의 변화에 따른 고유진동수의 증감이 커지는 것을 알 수 있다. Fig. 9는 피치각과 비틀림 각이 0°, 후퇴각(sweptback angle)이 2° 일 때, 회전수 변화에 대한 고유진동수의 변화를 보여주고 있다.

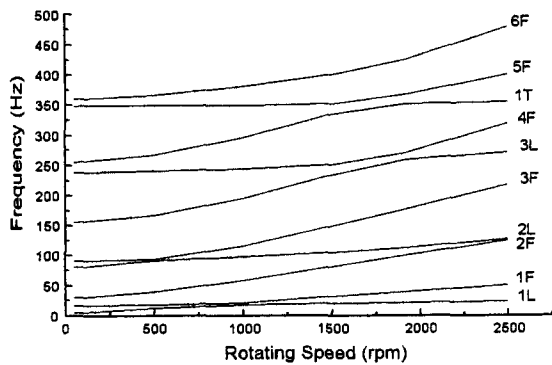


Fig. 7 Changes of natural frequencies(hinge stiffness = 1.38E+06)

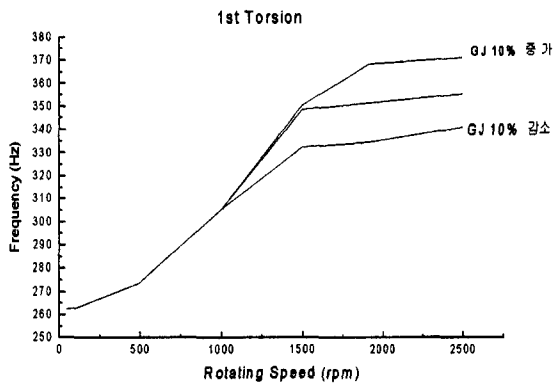


Fig. 8 Natural frequency changes due to changes of GJ

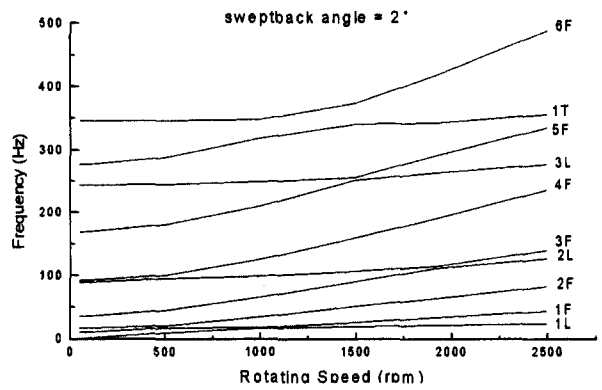
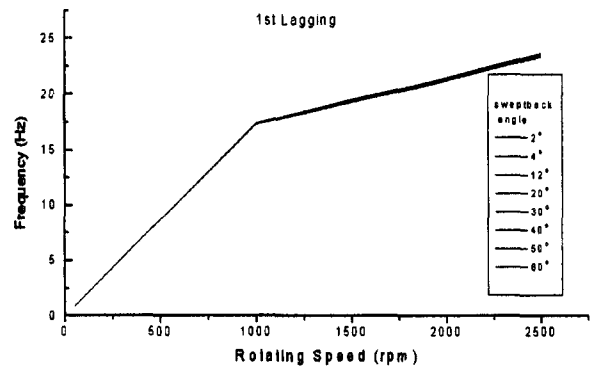
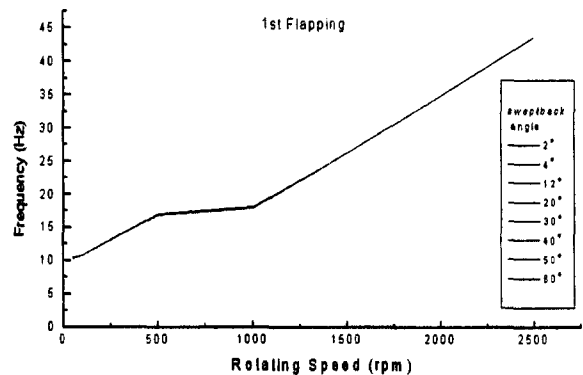


Fig. 9 Natural frequency changes(sweptback angle=2°)

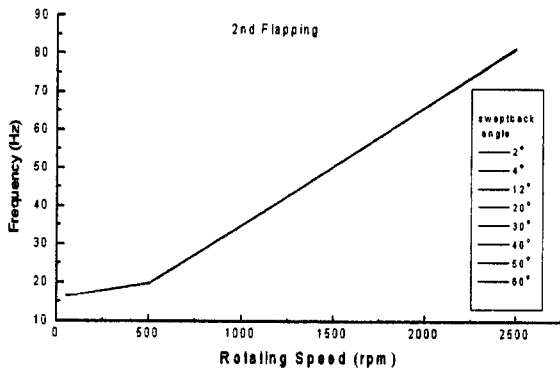
이 이외에도 날개끝 후퇴각을 4° ~ 60° 까지 변화시켜 가며 첫 번째 래그, 첫 번째 플래핑, 두 번째 플래핑, 첫 번째 비틀림 모드들의 회전수 변화에 대한 고유진동수의 변화를 Fig. 10의 (a), (b), (c), (d)에 나타내었다. 비틀림 모드만이 후퇴각의 변화에 따른 고유진동수의 변화를 보여주고 래그 모드와 플래핑 모드는 후퇴각의 변화에 따른 고유진동수의 변화가 거의 없음을 알 수 있다.



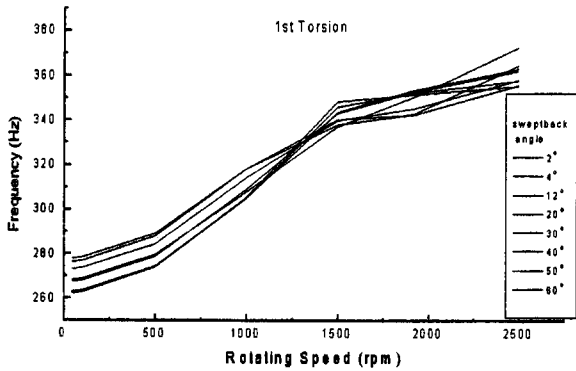
(a) Natural frequencies of 1st lagging modes



(b) Natural frequencies of 1st flapping modes



(c) Natural frequency of 2nd flapping modes



(d) Natural frequency of 1st torsional modes

Fig. 10 Natural frequency changes due to changes of sweepback angle

피치각이 0° 일 때, 날개끝 비틀림각을 0° ~ 20° 까지 변화시켜 가며 첫 번째 래깅, 첫 번째 플래핑, 2번째 플래핑, 첫 번째 비틀림 모드들의 회전수 변화에 대한 고유진동수 변화를 검토해 본 결과 저 회전수에서 플래핑 모드들의 고유진동수가 약간 변화였고 다른 모드들의 고유진동수 변화는 거의 없었다. 비틀림 각이 -8° 일 때, 피치각을 0° ~ -20° 까지 변화시켜 시킬 때도 같은 결과를 나타내었다.

Fig. 11은 회전수 변화에 대한 각 모드의 고유진동수(Hz)를 로터깃의 회전수(Hz)로 나눈값(Ω_c / Ω_0)의 변화를 보여주고 있다. 여기서 피치 방향의 힌지 탄성계수는 1.38E+06(Nm/rad)이고 플래핑 및 래그 힌지의 탄성계수는 0, 날개끝 피치각 및 비틀림각은 0으로 가정하였다.

또한 설계 요구조건 중 하나인 로터깃의 고유진동수들이 로터 회전속도의 정수배와 일치하지 않는지를 알아보기 위해 Fig. 12에 Ω_c / Ω_0 값을 정수배의 그림과 함께 나타내었다. 첫 번째 플래핑과 두 번째 플래핑의 경우 운용속도(1917 rpm) 부분에서 로터깃 회전수의 정수배와 상당히 근접해 있음을 알 수 있다. 설계 및 제작시 오차를 고려할 경우 공진이 일어날 가능성이 큼을 알 수 있다.

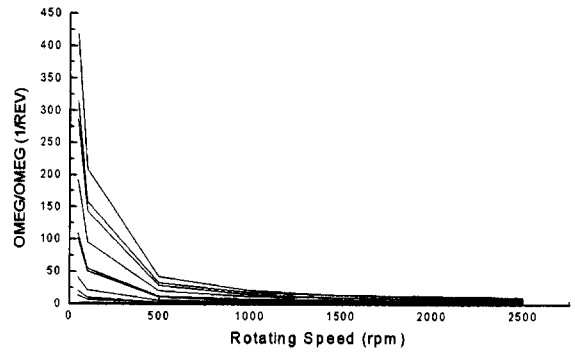


Fig. 11 Variations of Ω_c / Ω_0 with rotating speed

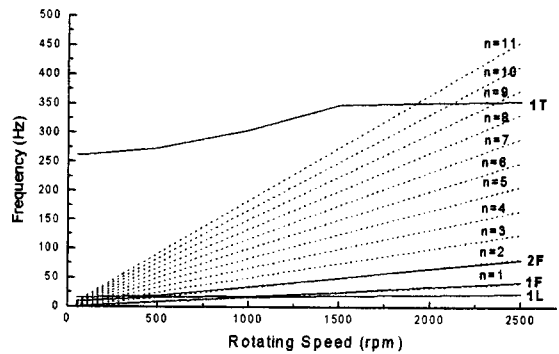


Fig. 12 Comparison Ω_c / Ω_0 values with revolution(rpm)

설계에서 요구되는 정수배의 $\pm 5\%$ 내를 경계범위로 정하고 0~2500 rpm에 대해 회전수의 정수배와 겹치는 구간을 살펴보면 첫 번째 래깅의 경우 0~1250 rpm 구간에서 Ω_c / Ω_0 의 값이 정수 1의 $\pm 5\%$ 이내가 되고 첫 번째 플래핑의 경우 1050~2500 rpm 구간에서 정수 1의 $\pm 5\%$ 이내, 두 번째 플래핑의 경우 1150~2500 rpm 구간에서 정수 2의 $\pm 5\%$ 이내, 첫 번째 비틀림의 경우 1910~1925 rpm 구간에서 정수 11의 $\pm 5\%$ 이내 구간에 들어 공진의 가능성을 보여주고 있다.

앞에서 이미 고찰한 바와 같이 날개끝 후퇴각, 비틀림각, 피치각 등의 변화는 로터깃의 고유진동수들 값이 정수 배를 벗어나게 하는데 큰 영향을 주지 못 한다는 것을 고려할 때 공진을 피하기 위해서는 주 로터깃의 물성치나 기하학적 모양 등의 설계변수들이 변경되어야 한다.

3.3 비회전 로터깃의 고유진동수 비교

본 연구에서는 회전하는 헬리콥터 로터깃의 진동해석을 위해 사용된 ARMDAS 프로그램의 검증용 위해 비회전시 ARMDAS와 MSC/NASTRAN 프로그램의 결과들을 부록 A와 B에서 비교하였다. 두 결과 모두 허브 부분을 고려한 같은 물성치를 사용하였으며 그 결과 저주파수영역(1~5번

째 모드)에서는 고유 진동수들이 거의 일치하며 그 외의 모드(6~10번째 모드)에서도 약간의 차이를 보이지만 대부분 일치함을 알 수 있다.

부록 C의 모드형상 이름이 부록 B와 다른 이유는 로터깃의 운용속도인 1917 rpm에서는 플레핑과 래깅이 혼합되어 나타나므로 이 운용속도에서 주로 지배하는 모드형상의 이름을 사용했기 때문이다. 또한 보에서는 y 와 z 방향의 굽힘을 특별한 이름으로 구별하지 않으나 헬리콥터에서는 각각 플레핑과 래깅으로 구분하여 부록 B와 C에 설명하였다.

4. 결 론

일반적인 헬리콥터 로터깃의 진동해석은 CAMRAD 등이 이미 상용화된 프로그램들을 사용하여 수행할 수 있으나 후퇴각을 가진 로터깃에 대한 프로그램은 현재 개발되어 있는 것이 없는 실정이다. 본 연구에서는 헬리콥터를 구성하는 부품 중 가장 중요한 요소의 하나인 로터깃이 항력 감소를 위해 후퇴각과 하반각 및 비틀림각이 있을 때 진동 해석을 위한 운동방정식 유도과 프로그램을 작성하여 로터깃의 회전주파수 해석을 수행하였다. 비회전시 고유진동수와 모드형태를 NASTRAN의 결과값과 비교했을 때 만족스러운 결과를 얻었다. 로터깃이 회전하면 원심력 하중이 작용하여 강성이 증가하는 효과(stiffening effect)가 발생하여 고유진동수의 증가와 모드형상의 변화가 발생한다. 본 연구의 결과도 이를 잘 나타내 주었다.

작성된 프로그램을 사용하여 실제 개발중인 로터깃 모델에 적용하여 해석한 결과 로터깃의 고유진동수가 회전수의 정수배를 완전히 벗어나지 못함을 알 수 있었다. 이러한 공진 현상을 피하기 위해서 추후 로터깃의 강성 변화, 로터깃 질량 분포 변화, 강성 변화 등 많은 설계변수의 변경을 통한 공진 회피 노력이 필요하며 공진을 피하면서 설계요구조건을 만족하는 설계변수의 선정 및 변경이 가능한 최적화 프로그램의 작성이 추후 개발되어야 할 것으로 생각된다. 또한 본 연구는 로터깃 개념설계 단계에 필요한 기초 연구이므로 진동실험값을 이용한 유한요소 모델의 수정, 공탄성 해석, 진동감소를 위한 수동제어 및 능동제어 기법 등 많은 연구가 수행되어 본 프로그램에 추가되어야 할 것으로 생각된다.

후 기

본 연구는 1998학년도 울산대학교 대학연구비(특성화대응연구비)에 의하여 연구되었으며 이에 감사를 드립니다.

참 고 문 헌

- (1) Desopper, A., 1985, "Study of Unsteady Transonic Flow on Rotor Blade with Different Tip Shapes" *Vertica*, Vol. 9(3).
- (2) Celi, R. and Friedmann, P. P., 1988, "Aeroelastic Modeling of Swept Tip Rotor Blades Using Finite Elements," *Journal of the American Helicopter Society*, Vol. 33(2).
- (3) Benguet, P. and Chopra, I., 1989, "Calculated Dynamic Response and Loads for an Advanced Tip Rotor in Forward Flight," *Proceedings of 15th European Rotorcraft Forum*.
- (4) Kim, K. C. and Chopra, I., 1990, "Aeroelastic Analysis of Helicopter Rotor Blades with Advanced Tip Shapes," *Proceedings of 31st AIAA/ASME/ASCE/AHS/ACS Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*, AIAA Paper No. 90-1118-CP.
- (5) Rehfield, L. W., 1985, "Design Analysis Methodology for Composite Rotor Blades," presented at seventh DoD/NASA Conference on Fibrous Composites in Structural Design.
- (6) Weller, W. H., and Davis, M. W., 1993, "A Modal-based Procedure for Efficiently Predicting Low Vibration Rotor Designs," *Journal of the American Helicopter Society*, pp.62~73.
- (7) Cesnik, C. E. S., and Hodges, D. W., 1997, "VABS: A New Concept for Composite Rotor Blade Cross-Sectional Modeling," *Journal of the American Helicopter Society*, pp.27~38.
- (8) Walsh, J. L., Bingham, G. J. and Riley, M. F., 1987, "Optimization Methods Applied to the Aerodynamic Design of Helicopter Rotor Blades," *Journal of the American Helicopter Society*, Vol. 3, (4).
- (9) Cesnik, E. S., Cesnik, Hodeges, D. H. and Sutyryn, V. G., 1996, "Cross-Sectional Analysis of Composite Beams Including Large Initial Twist and Curvature Effects," *AIAA Journal*, Vol. 34, No. 9.
- (10) Millott, T. A. and Friedmann, P. P., 1994, "Vibration Reduction in Helicopter Rotors Using an Actively Controlled Partial Span Trailing Edge Flap Located on the Blade," *University of California*.

Mechanical, Aerospace and Nuclear Engineering Department, NASA CR-4611.

(11) Robinsion, L. and Friedmann, P. P., 1991, "A Study of Fundamental Issues in Higher Harmonic Control Using Aeroelastic Simulation," Journal of the American Helicopter Society, Vol. 36, No. 2.

(12) Ormiston, R. A. and Hodges, D. H., 1972, "Linear Flap-Lag Dynamics of Hingeless Helicopter Rotor Blades in Hover," Journal of the American Helicopter Society, Vol. 17, No. 2.

(13) Celi, R., 1987, "Aeroelasticity and Structural Optimization of Helicopter Rotor Blades With Swept Tips," Ph.D. Dissertation, Mechanical, Aerospace, and Nuclear Engineering Department, University of California, Los Angeles, California.

(14) Friedmann, P. and Kottapalli, S.B.R., 1982, "Coupled Flap-Lag-Torsional Dynamics of Hingeless Rotor Blade in Forward Flight," Journal of the American Helicopter Society, Vol. 27, No. 4.

(15) Jacob, H. G., and Lehmann, G., 1983, "Optimization of Blade Pitch Angle for Higher Harmonic Rotor Control," Vertica, Vol. 7, No. 3.

(16) Lehmann, G., 1985, "The Effect of Higher Harmonic Control(HHC) on a Four-Bladed Hingeless Model Rotor," Vertica, Vol. 9, No. 3.

부 록 A

Table A Natural frequencies of a non- rotating rotor blade (NASTRAN 프로그램 사용)

No.	Mode characterization	Frequency (Hz)
1	1st Bending	4.61
2	1st Lagging	16.45
3	2nd Bending	29.26
4	3rd Bending	80.49
5	2nd Lagging	91.76
6	4th Bending	151.69
7	3rd Lagging	240.34
8	5th Bending	257.47
9	1st Torsion	348.11
10	6th Bending	365.14

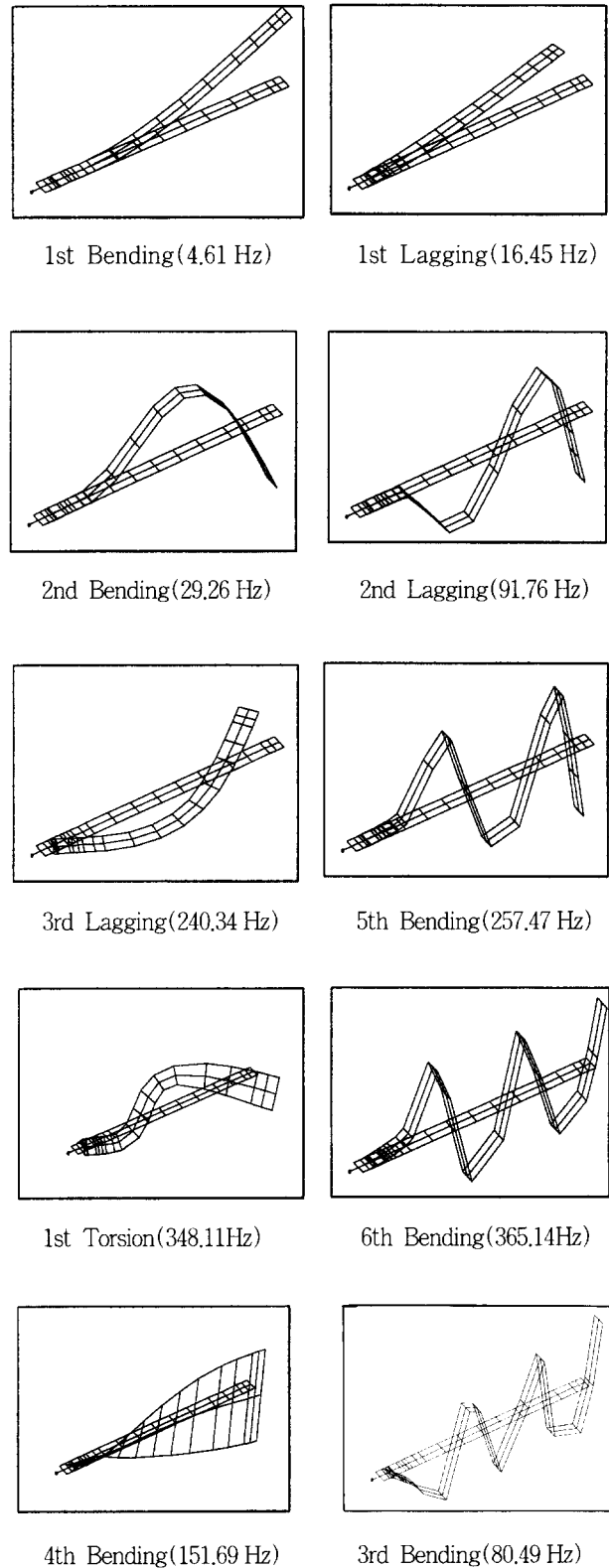


Fig. A Mode shapes of a rotor blade

부 록 B

Table B Natural frequencies of rotating rotor blade (spring stiffness of elastic constraint at pitch = $1.38E+06$, stiffness of flap, lag hinge = 0, pitch angle, twist angle = 0, rotor speed = 0 rpm, ARMDAS 프로그램 사용)

No.	Mode characterization	Frequency (Hz)
1	1st Flapping	4.76
2	1st Lagging	16.46
3	2nd Flapping	29.54
4	3rd Flapping	80.92
5	2nd Lagging	91.24
6	4th Flapping	155.52
7	3rd Lagging	238.24
8	5th Flapping	255.36
9	1st Torsion	347.99
10	6th Flapping	359.52

부 록 C

Table C Natural frequencies of rotating rotor blade (spring stiffness of elastic constraint at pitch = $1.38E+06$, stiffness of flap, lag hinge = 0, pitch angle, twist angle = 0, rotor speed = 1917 rpm, ARMDAS 프로그램 사용)

No.	Mode characterization	Frequency (Hz)
1	1st Lagging	20.88
2	1st Flapping	33.25
3	2nd Flapping	63.18
4	2nd Lagging	107.2
5	3rd Flapping	112.3
6	4th Flapping	181.9
7	3rd Lagging	257.8
8	5th Flapping	277.0
9	1st Torsion	351.5
10	6th Flapping	395.1