

< 논 문 >

# 유한 요소기법에 의한 육각형 배열 변환기의 지향성 최적화

## Beam Pattern Optimization of Hexagonal Array Transducer Using Finite Element Method

장 순 석\* · 이 제 형\*\* · 안 흥 구\*\*

S. S. Jang, J. H. Lee and H. G. An

(1999년 10월 6일 접수 ; 2000년 1월 15일 심사완료)

**Key Words :** Finite Element Method(유한요소법), Isoprarmetric Element(등매개요소), Optimization(최적화), Directivity (지향성)

### ABSTRACT

This paper describes the optimization of the hexagonal array transducer using finite element method. The taransducer consists of the disc type sensors. Three dimensional beam patterns of each element and the array transducer are analysed using the finite element code ATILA. Beam patterns were analyzed for the disc type transducer. To optimize beam patterns of the array transducer, Chebyshev polynomial weight is applied to each element. In case of applying optimized weight, a 30 degree width beam pattern is presented at 10kHz. This paper also includes the effect of rubber filling material instead of using the water inside the transducer array.

### 1. 서 론

현대 디지털 소나 시스템에서 센서기술과 신호처리 기술로<sup>(1)</sup> 불리는 압전 변환기 배열 기술은 센서 배열을 통하여 원하는 방향으로 빔을 지향하여 송/수신하는데 이용된다. 빔의 탐지 성능을 최적화 하기 위해서 주엽 방향으로 빔을 집중 시켜주고, 원활한 탐지를 위해 부엽 준위의 크기를 최대한 억제 시켜야만 한다. 3차원 공간 배열에서 원하는 음향을 형성하기 위한 최적 빔의 설계 문제<sup>(2)</sup>는 각 변환기 소자의 가중치를 조절하여 해결 될 수 있다. 기존의 빔 설계기법으로는 Taylor 기법, Fourier 기법, Dolph-Chebyshev 기법, Tseng 기법 등이 있다<sup>(3-5)</sup>. 이 중 변환기를 등간격으로 배열하는 선형기법에는 흔히 Doph-Chebyshev기법이 사용 되어진다. 해석적 기법으로

소나 최적빔을 설계할<sup>(6)</sup> 경우 소자간의 배치에 따른 자체 지향 특성 및 간섭영향을 고려하기가 거의 불가능하다.

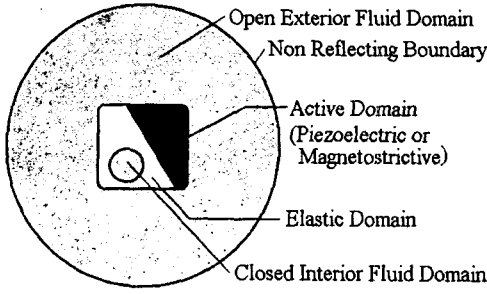
그러나, 각 소자간의 지향 특성과 소자간 배치에 따른 소자간 간섭영향을 고려할 수 있는 유한요소기법을 통해 문제를 해결해 나간다면 가중치를 조절하여 좁은 빔의 폭을 갖는 소나 변환기 배열을 설계할 수 있다.

### 2. 유한요소 코드 ATILA

ATILA는 1980년대에 많은 프랑스 과학자들과 엔지니어들에 의해 개발된 유한요소 코드<sup>(7)</sup>이다. 특히, 유체안에서 압전체와 자왜체를 모델링하면서 주로 수중음향 관련 연구기관에서 사용되어져 왔다. ATILA를 사용해 방사하는 압전체 구조를 모델링 하기 위해서는 Fig. 1과 같이 유체 영역과 압전 구조체에서 유한요소를 형성시켜야 한다. ATILA는 탄성체, 압전체, 자왜체, 유체를 수학적으로 표현되는 몇가지 물리적 역학 방정식들을 수치해석적으로 해석한다. 이러한 방정식은 압전체에서의

\* 정회원, 조선대학교 공과대학 전기제어계측공학부

\*\* 조선대학교 대학원 제어계측공학부



**Fig. 1** ATILA solves PDEs with suitable geometric BCs. Finite elements may be constructed for elastic and active materialistic structures surrounded with fluids.

Poisson 방정식과 자왜체에서의 Maxwell 방정식, 그리고 유체에서의 Helmholtz 방정식으로 나타내어진다. 부하 및 경계조건은 특별한 소나 변환기의 설계 문제에서 다루어진다.

### 2.1 압전체 방정식

방정식 (1)은 소나 송파기의 압전체 방정식 모델링에 관한 적분 행렬공식이다.

$$\begin{aligned}
 F = & \left\{ [K_{uu}] - \omega^2 [M] - [L] \left[ \frac{[H]}{\rho^2 c^2 \omega^2} - \frac{[M_1]}{\rho^2 c^2} \right. \right. \\
 & \left. \left. - \frac{[G]}{\rho^2 c^2 \omega^2} \right]^{-1} [L]^T + j\omega [R] \right\} U + [K_{u\phi}] \phi \\
 - \frac{I}{j\omega} = & [K_{\phi u}] U + [K_{\phi\phi}] \phi
 \end{aligned} \quad (1)$$

그리고, 다음 방정식 (2)는 소나 수파기에 대한 공식이다.

$$\begin{aligned}
 F - [L] E_i = & \left( \begin{array}{c} [K_{uu}] \\ -[L] \left[ \frac{[H]}{\rho^2 c^2 \omega^2} - \frac{[M_1]}{\rho^2 c^2} - \frac{[G]}{\rho^2 c^2 \omega^2} \right]^{-1} [L]^T \\ -[L] \left[ \frac{[H]}{\rho^2 c^2 \omega^2} - \frac{[M_1]}{\rho^2 c^2} - \frac{[G]}{\rho^2 c^2 \omega^2} \right]^{-1} \frac{[D]}{\rho \omega^2} \frac{\partial P_i}{\partial n} \\ -[L] \left[ \frac{[H]}{\rho^2 c^2 \omega^2} - \frac{[M_1]}{\rho^2 c^2} - \frac{[G]}{\rho^2 c^2 \omega^2} \right]^{-1} \left( \frac{[H]}{\rho^2 c^2 \omega^2} - \frac{[M_1]}{\rho^2 c^2} \right) E_i \end{array} \right) \\
 \times U + [K_{u\phi}] \phi \\
 - \frac{I}{j\omega} = & [K_{\phi u}] U + [K_{\phi\phi}] \phi
 \end{aligned} \quad (2)$$

여기서,

- $F$  : Applied mechanical force
- $I$  : External electrical current
- $U$  : Elastic displacement
- $\phi$  : Electric potential
- $P_i$  : Incident pressure
- $[K_{uu}]$  : Elastic stiffness matrix

$[K_{u\phi}]$  : Piezoelectric stiffness matrix

$[K_{\phi u}] = [K_{u\phi}]^T$

$[K_{\phi\phi}]$  : Permittivity matrix

$[M]$  : Mass matrix

$[L]$  : Coupling matrix at the fluid-structure interface

$[H]$  : Fluid stiffness matrix

$[M_1]$  : Fluid mass matrix

$[G]$  : Frequency-dependent complex linear operator

$\omega$  : Angular frequency

$\rho$  : Fluid density

$c$  : Fluid sound speed

3차원 요소에 대한 등매개변수(isoparametric) 공식은 Allik H. 등<sup>(8)</sup>에 의해서 잘 정리 되어져 있다. 각각의 3차원 유한요소는 다수의 정방형 절점(quadratic nodes)으로 이루어진다. 각 절점은 절점의 변위 변수( $U_x, U_y, U_z$ )와 전위변수( $\phi$ )를 가진다. 지역 좌표계에 있어서 유한요소는 외부 유체 영역에 접하는 6면( $\pm xy, \pm yz, \pm zx$ )을 가진다. 유체와 접하는 표면은 8개의 정방형 절점으로 이루어지는데, 경계 요소로 사용된다.

### 2.2 방사 조건에 관한 압력 영역

방사조건은 유체 영역의 최외각 둘레에 대한 표면 경계에 적용된다. 최외각 표면에 방사조건을 정의하는 벡터( $\Psi$ )는 유체 영역에서 다음 식 (3)으로 한정 되어진다.

$$\begin{aligned}
 \Psi = & - \frac{1}{\rho c} \frac{j\omega}{R + \frac{c}{\rho}} [D] P + \frac{1}{\rho c} \frac{j\omega}{R - \frac{c}{\rho}} [D'] P \\
 & \left( \frac{\omega^2 R^2}{c^2} \right) [D'] P \quad (3) \\
 \equiv & \frac{[G]}{\rho c^2} P
 \end{aligned}$$

여기서  $R$ 은 경계표면( $S$ )의 반지름이다.  $[D]$ 와  $[D']$ 는 경계표면의 댄핑(damping)요소와 결합하여 얻어진다. 식 (3)의 첫 번째 식은 원거리 음장과 관련된 임피던스(impedance)이고, 두 번째 식은 근거리 음장과 관련된 식이다<sup>(9,10)</sup>. 방사조건을 해석하기 위한 이 같은 유한요소 기법들은 결합된 행렬 방정식이 대칭할 수 있기 때문에 주로 사용되어져 왔으며, 보다 더 완벽한 해석을 위해서는 비 대칭적인 행렬 방정식을 가지고 있는 경계요소법을 사용할 수가 있다<sup>(11,12)</sup>. 일단, 유체와 압전체 사이의 탄성 변위( $U$ )를 안다면 외부 음압은 다음 식으로 계산 되어진다.

$$P = \rho^2 c^2 \omega^2 \left\{ [H] - \omega^2 [M_1] - [G] \right\}^{-1} [L]^T U \quad (4)$$

### 2.3 유한요소와 PZT4 재료 특성

육각 형태의 소나 변환기 배열을 3차원적으로 시뮬레이션하기 위해서 이용된 ATILA 패키지의 유한요소들은 크게 4가지의 경우로 나눌 수 있는데, 그 내용은 다음과 같다. 압전재료에서는 15개의 절점을 갖는 등매개변수 요소를 사용했으며(Fig. 2 (b)), 이 요소는 각 절점의 자유도가 세개의 절점 변위 ( $U_x, U_y, U_z$ )와 하나의 절점 전위( $\phi$ )를 갖는 고체(solid) 요소이다. 유체에 대해서는 15개 또는 20개의 절점을 갖는 등매개변수 요소를 사용했는데(Fig. 2(a),(b)), 이 요소는 각 절점의 자유도가 하나의 압력( $P$ )을 갖는 유체(fluid)요소이다. 유체와 압전재료 사이에서는 서로의 요소들을 결합 시켜주기 위해 각각 8개의 절점을 갖는 등매개변수 요소를 사용했으며(Fig. 2 (c)), 압전재료에 해당되는 곳은 각 절점의 자유도가 세개의 변위( $U_x, U_y, U_z$ )를 갖고, 유체에 해당되는 곳은 각 절점의 자유도가 하나의 압력( $P$ )을 갖는 경계(interface)요소이다.

마지막으로, 사용된 유한요소는 구형태로 만들어진 유체의 외각 표면에 근거리 음장 또는 원거리음장의 방사 조건을 주기 위해 사용되는 8개의 절점을 갖는 등매개변

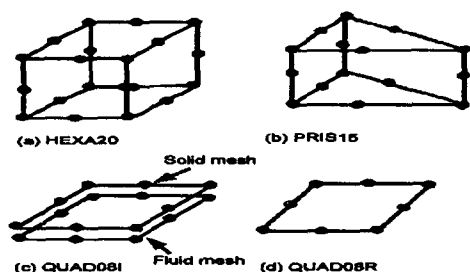


Fig. 2 A kind of the finite element using ATILA

Table 1 Piezoelectric material properties of pzt4 (axially polarized properties)

		Unit			Unit
$\rho$	7500	kg/m <sup>3</sup>	$C_{xy}^{xy}$	3.06E+10	N/m <sup>2</sup>
$C_x^x$	1.39E+11	N/m <sup>2</sup>	$e_{p,z}^x$	-5.2	N/Vm
$C_y^y$	7.78E+10	N/m <sup>2</sup>	$e_{p,z}^y$	-5.2	N/Vm
$C_z^z$	7.43E+10	N/m <sup>2</sup>	$e_{p,z}^z$	15.1	N/Vm
$C_y^y$	1.39E+11	N/m <sup>2</sup>	$e_{p,z}^{yz}$	12.7	N/Vm
$C_z^z$	7.43E+10	N/m <sup>2</sup>	$e_{p,z}^{zx}$	12.7	N/Vm
$C_z^z$	1.15E+11	N/m <sup>2</sup>	$\epsilon_x^x$	6.46E-9	F/m
$C_{yz}^{yz}$	2.56E+10	N/m <sup>2</sup>	$\epsilon_y^y$	6.46E-9	F/m
$C_{zx}^{zx}$	2.56E+10	N/m <sup>2</sup>	$\epsilon_z^z$	5.62E-9	F/m
$K_{33}$	0.69		$K_{15}$	0.70	

수 요소이며(Fig. 2(d)), 각 절점의 자유도가 하나인 뎀핑요소이다. 이러한 요소들을 이용 함으로써 유한요소 코드를 통해 소자간의 간섭영향을 고려한 공간 배열의 3차원 시뮬레이션이 가능하였다.

### 3. 육각형 배열 변환기

본 논문에서는 육각형 배열 변환기에 ATILA를 사용하여 모델링하였다. Fig. 3의 (a)는 각 디스크(disc) 형태의 배열 요소를 3차원으로 보여주며, Fig. 3의 (b)는 육각 형태의 공간 배열을 Z방향에서 바라본 모습이다. 먼저 압전 변환기간의 영향을 고려하기 위해 지름이 50 mm, 두께가 2.5 mm인 각 압전 변환기를 시뮬레이션하여 주파수에 따른 자체 방사특성을 고찰하였다(Fig. 4). 단일 주파수 10 kHz에서 공간 배열을 하기 위해 압전 변환기 사이의 간격을 0.5  $\lambda$ 로 하였고, 실제 배열에 사용될 압전 변환기는 61개이지만(Fig. 3(b)), 본 논문에서는 글로벌 X, Y, Z축의 대칭적인 경계조건을 이용하여 전체의 1/12만을 시뮬레이션 하였다.

공간 배열에서 가장 중요시 되는 지향성과 고출력을 얻기 위해 시행 착오법을 통한 가중치를 각 소자에 분산되게 주어 부엽의 크기가 주엽의 크기 보다 -30 dB 만큼 작게 되도록 설계하였다. 시뮬레이션에 사용된 요소의 최대 크기는  $\lambda/5$  보다 작고, 유체와 압전 구조체에 이용된 총요소의 개수는 5032개이며, 절점의 개수는 16318개이다. 마지막으로 전체 배열에 고무(rubber)의 재질을 입힌 육각형 배열 압전 변환기와 비교해 보았다.

Fig. 4는 하나의 압전 변환기를 주파수에 따라 XZ 평면에서 빔 패턴을 분석하였다. 1 kHz에서는 X축(0°)과 Z축(90°) 사이에 약 0.26 dB의 차가 발생 됨을 알 수 있으며, 5 kHz에서는 1.57 dB, 10 kHz에서는 5.75 dB가 나타난다. 본 논문에서는 10 kHz에서의 빔 패턴에 맞추어 3차원 공간 배열을 시도했다.

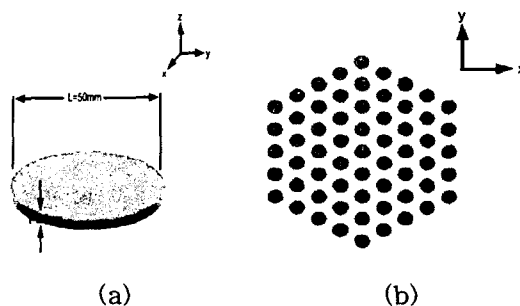


Fig. 3 (a) A disc type transducer (b) The hexagonal array transducer

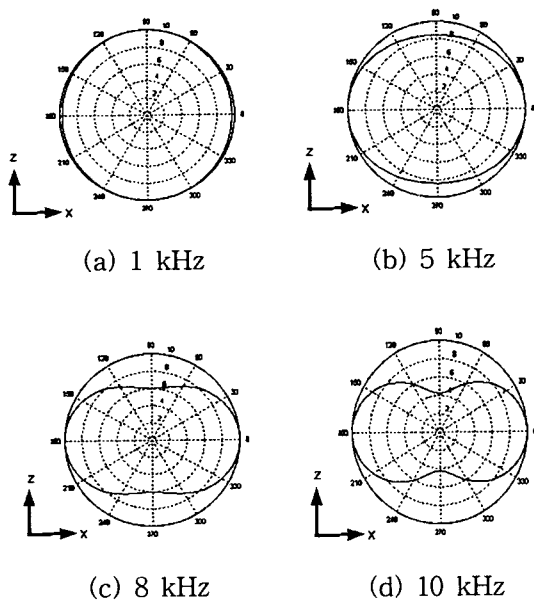


Fig. 4 Directivity patterns at XZ plan

단일 주파수 10 kHz 에 사용되는 육각형 압전 변환기 배열에서 가장 이상적인 빔 패턴을 출력 시키기 위해 각 소자마다 전체 배열의 중심점으로부터 원형 변환기의 위치에 따라 가중치의 전압을 각각 입력시켰다. Fig. 5는 중심점에 위치한 압전 변환기의 최고 인가 전압을 1 V 로 기준할때 압전 변환기의 위치에 따라 변화하는 전압 가중치의 크기를 나타내주는 그래프이다.

이러한 (a)~(i)까지의 가중치 값을 적용하면 Fig. 6에서와 같이 여러 가지 형태의 빔 패턴이 나타난다. Fig. 6에서 (a)는 거리에 비례한 가중치를 고려하지 않고, 피크 전압 1 V를 전체 배열의 각 소자에 주었을 때인데, 부엽의 준위가 주빔에 비해 -10 dB 정도의 차가 나타났다. 반면, (b)~(i)에는 Chebyshev 다항식으로 얻은 가중치를 적용함으로써 10 kHz의 주파수에서 주빔에 대한

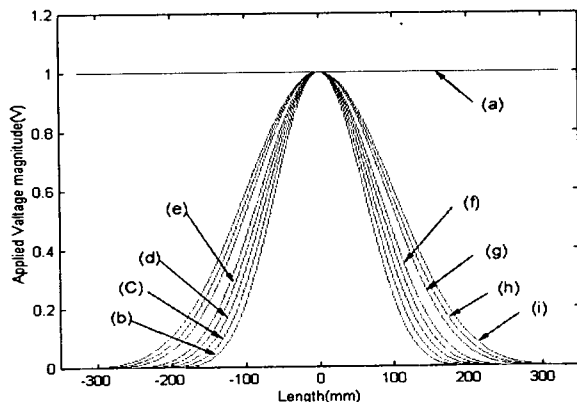


Fig. 5 Different weights of Chebyshev polynomials

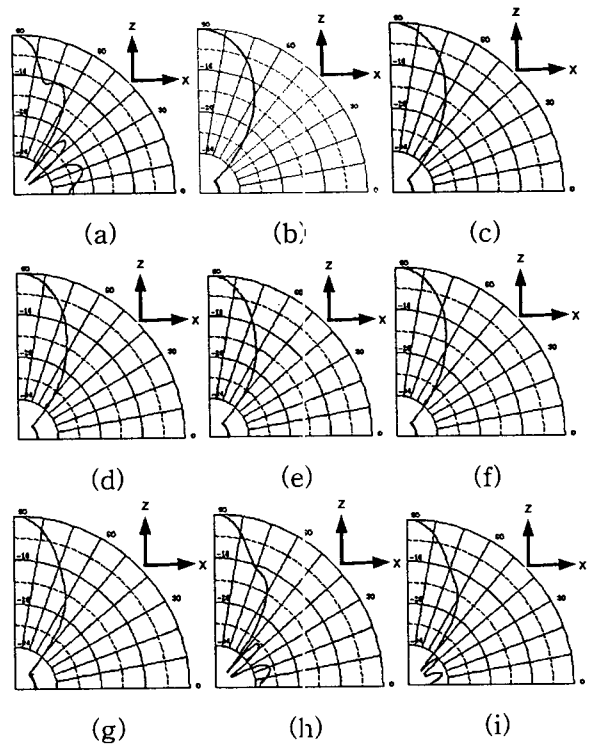


Fig. 6 Directivity patterns of the sonar circular transducer array applying weights(Fig. 5(a)~(i)).

부엽의 차가 -30 dB만큼 될 수 있는 좁은 폭의 빔이 출력 되도록 하였다. Fig. 6을 보면 Fig. 5의 (g)번째 가중치를 적용했을 때, 가장 최적한 빔이 출력됨을 알 수 있다. Table 2는 Z-axis(90°)에서 나타나는 음압 세기(power)를 나타낸다.

Fig. 7은 최적의 빔이 설계된 Fig. 5의 (g)번째 가중치에 의한 전체 배열의 변위를 보여준다. 전체 배열의 1/12만을 시뮬레이션하여 실수와 허수 상에서의 변위를 각각 보여준다. Fig. 8은 최적의 빔 설계가 이루어진 가중치 적용 시, (a)는 주엽에 대한 부엽의 준위를 -30 dB 만큼 작게하여 Z축(90°)에서 바라 본 지향성의 폭을 각도별로 보여준다. (b)는 부엽이 -60 dB에서 전체의 빔 패턴을 보여준다.

Table 2 Acoustic power at Z axis(90°)

No.	Power(dB)	No.	Power(dB)
(a)	135.46	(f)	117.95
(b)	113.64	(g)	120.33
(c)	114.70	(h)	122.43
(d)	115.64	(i)	120.33
(e)	116.49	-	-

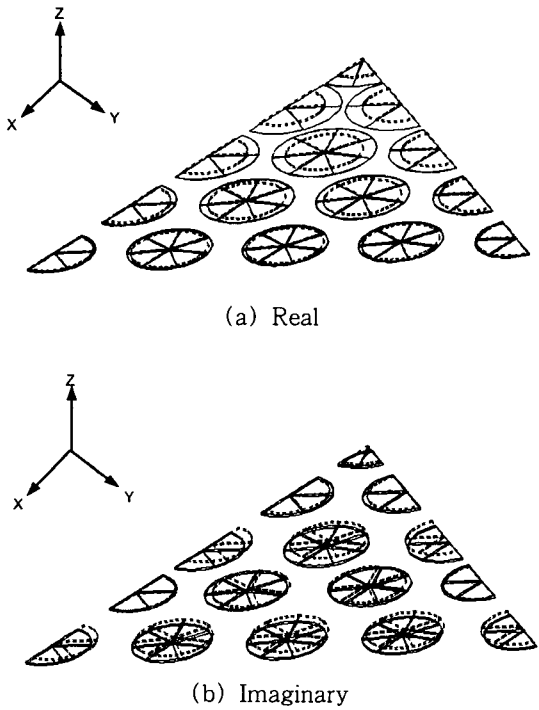
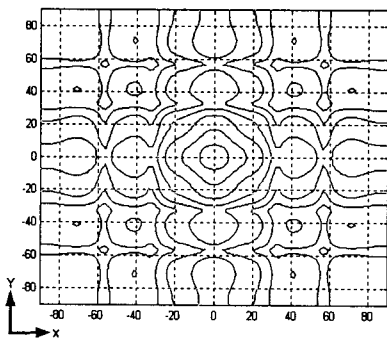
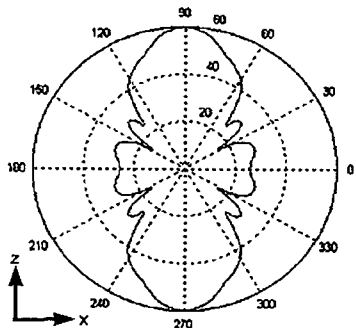


Fig. 7 The displacement at 10 kHz



(a) Z-axis, -60 dB



(b) XZ plan, -60 dB

Fig. 8 Directivity patterns

#### 4. 고무와 결합된 육각형 압전 변환기 배열

실제 소나 변환기를 제작할 때는 압전체만으로 제작되지는 않는다. 임의의 다른 물체와 물리적으로 결합하여 실제 용도에 맞게 제작된다. 배열에서는 압전체를 보호하기 위해서 유체와 유사한 임피던스를 갖는 재료로 감싸주어 물과 임피던스 정합(impedance matching)을 한다(Fig. 9). 고무의 재질 특성은 Young's modulus가  $3.02 \times 10^7$  Pa, 밀도(density)가  $1150 \text{ kg/m}^3$ , Poission's ratio가 0.475이다. 결합된 전체 배열의 크기는 장축의 길이가 650 mm이며, 단축의 길이는 563 mm, 두께가 12.5 mm이다. 결합된 압전 변환기 배열에 적용된 가중치는 앞서 언급된 최적 설계된 빔을 나타낸 Fig. 5의 (g)번째 가중치를 입력했다.

Fig. 10은 Fig. 9의 결합된 배열에 가중치를 주었을 때 나타나는 지향성인데, 주엽에 대한 부엽의 준위는 -10 dB이다. 지향성을 보면 주엽은 매우 좁은 빔을 형성하고, 음압세기는 140 dB를 나타내었다.

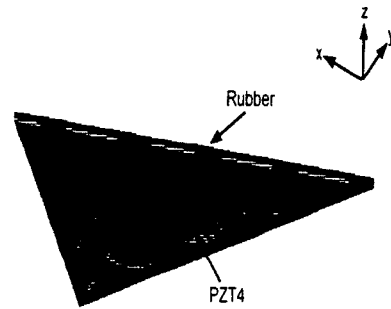


Fig. 9 The sonar circular transducer array coupled with the rubber

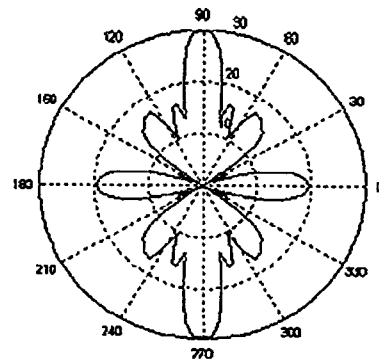


Fig. 10 The directivity pattern at -30 dB

## 5. 결 론

본 논문에서는 육각형의 압전 변환기 배열에 ATILA를 사용하여 3차원적으로 시뮬레이션을 하였다. 10 kHz의 주파수에서 Chebyshev 다항식으로부터 얻은 가중치를 적용했을 때, 최적으로 설계된 주엽의 빙폭이 약 30°정도 나타났으며, 부엽의 크기는 -30 dB이하로 나타났다. 같은 가중치를 적용해서 고무와 결합된 압전 변환기 배열과 비교해 보았을 때, 매우 다른 결과를 나타냄을 알 수 있었다. 본 연구의 결과로 인한 향후 연구는 가중치로 인해 이루어지는 지향성의 변화를 데이터 베이스(data base)화 하고, 소나 변환기에 대해 최적 형태의 배열 모형을 설계 하고자 한다.

## 참 고 문 헌

- (1) Haykin, Simon S., 1985, "Array Signal Processing", Prentice-Hall, pp. 115~193.
- (2) Jarng, S. S., 1991, "Sonar Transducer Analysis and Optimization using the Finite Element Method", Ph. D. Thesis University of Birmingham.
- (3) Dolph, C. L., 1946, "A Current Distribution for Brodeside Arrays which Optimizes the Relationships Between Beam Width and Sidelobe Level", Proceeding of Ire, 1946, Vol. 34, pp. 315~338.
- (4) Taylor, T. T., 1965, "Design of Line Source Antennas for Narrow Beam Width and Low Side", Ire Trans, Antenna Propag., pp. 973~978.
- (5) Ching-Yih Tseng, Lloyd J. Griffith, "A Simple Algorithm to Achieve Desired Patterns for Arbitrary", Ieee Trans, On Signal Processing , Vol. 40, No. 11, pp. 2737~2746.
- (6) 송준일, 전병두, 임준석, 성평모, 1998, "2차원 배열 소나 빔 설계기법 연구", 한국음향학회 추계학술대회 논문집, pp. 5~8.
- (7) 1993, Atila Finite-Element Code for Piezoelectric and Magnetostrictive Transducer Modeling Vesion 5.03 User's Manual, Edited by Acoustics Laboratory, Institut Sup'erieur D'Electronique du Nord, Published by Magsoft Co.,
- (8) Allik, H., and Hughes, T. J. R., 1970, "Finite Element Method for Piezoelectric Vibration", Int. J. Numer. Method Eng., Vol. 2, pp. 151~157.
- (9) Bossut, R. and Decarpigny, J. N., 1989, "Finite Element Modeling of Radiating Structures using Dipolar Damping Elements", J. Acoust. Soc. Am. Vol. 86, No. 4, pp. 1234~1244.
- (10) Hamonic, B., Debus, J. C. and Decarpigny, J. N., 1989, "Analysis of a Radiating Thin-Shell Sonar Transducer Using the Finite Element Method", J. Acoust. Soc. Am. Vol. 86, No. 4, pp. 1245~1253.
- (11) Schenck, H. A., 1968, "Improved Integral Formulation for Acoustic Radiation Problems", J. Acoust. Soc. Am. Vol. 44, pp. 41~58.
- (12) Burton, A. J. and Miller, G. F., 1971, "The Application of Integral Integration Methods to the Numerical Solutions of Some Exterior Boundary Problems", Proc. R. Soc. London, Ser. A 323, pp. 201~210.