

제약조건을 가지는 컨테이너 크레인 시스템용 최적 상태궤환 제어기 설계

주 상 래* · 진 강 규**

Design of an Optimal State Feedback Controller for Container Crane Systems with Constraints

S. R. Joo* · G. G. Jin**

Key words : Container crane(컨테이너 크레인), State feedback controller(상태궤환 제어기),
Constrained optimization(제약성 최적화), Genetic algorithms(유전알고리즘)

Abstract

This paper presents the design of an optimal state feedback controller for container cranes under some design specifications. To do this, the nonlinear equation of a container crane system is linearized and then augmented to eliminate the steady-state error, and some constraints are derived from the design specifications. Designing the controller involves a constrained optimization problem which classical gradient-based methods have difficulties in handling. Therefore, a real-coding genetic algorithm incorporating the penalty strategy is used. The responses of the proposed control system are compared with those of the unconstrained optimal control system to illustrate the efficiency.

1. 서 론

컨테이너 크레인은 해상운송 컨테이너 화물의 선적 하역 효율성을 극대화하기 위한 시스템으로, 화물적체 현상이 발생하지 않도록 최단 시간내에 화물을 가장 안정한 상태로 원하는 목적지에 이송하여야 한다. 컨테이너 크레인은 복잡한 구조로 인

해 많은 비선형 요소를 내포하고, 단진자 운동특성을 가질 뿐만 아니라 다양한 하중의 컨테이너를 이송하여야 하기 때문에 만족스러운 성능을 가지는 제어기를 설계하는 것은 대단히 어렵다.

이러한 문제점을 극복하면서 시스템을 자동화하기 위한 연구가 활발히 진행되고 있는데, Manson¹⁾은 천정크레인에 대한 속도제어 모터를

* 코닉시스템 응용 소프트웨어 개발부(원고접수일 : 99년 7월)

** 한국해양대학교 자동차 · 정보공학부

이용한 시간최적제어를 소개하였고, Mita와 Kanai^[2]는 일정한 로우프 길이에 대해서 트롤리 이동구간을 가속-최대정속-감속의 3구간으로 나누어 가·감속의 끝단 시점에서 흔들림이 발생하지 않도록 시간최적제어를 수행하는 문제를 다루었다. Sakawa와 Shindo^[4]는 컨테이너의 이동궤적을 5구간으로 나누고 흔들림 각도가 최소가 되도록 최적궤적을 설정하여 운전자가 이 기준궤적에 따라 크레인을 운전하도록 하였으며, Yasunobu^[5]는 퍼지이론을 이용하여 크레인의 예견퍼지제어기(Predictive fuzzy controller)를 설계하였다. 한편, 윤 등^[7]은 적절한 이동속도 조절계획을 수립한 후 로프 길이가 일정한 천정크레인의 무진동 제어를 연구하였고, 홍 등^[10,11]은 문헌상의 크레인 시스템의 흔들림 제어에 관한 모델링, 제어전략, 기준 속도선도 등을 체계적으로 정리하고, 로프길이가 일정할 때 각 속도선도의 가·감속 상태에서의 흔들림 없는 속도패턴을 제시하였다.

앞서 수행한 연구들은 나름대로 만족스러운 결과를 얻었음을 보고하고 있으나 실제 시스템을 개발할 때 수반되는 설계사양을 체계적으로 접근하려는 노력이 결여되어 있다. 이를 개선하기 위해 본 연구에서는 컨테이너 크레인의 위치 및 흔들림 제어를 수행하면서, 제어이론과 유전알고리즘을 접목하여 설계사양을 고려한 상태궤환 제어기를 설계한다. 이를 위해 먼저 크레인 시스템의 선형 동적방정식을 유도하고, 설계사양으로부터 주어지는 부동호 제약조건을 추가하여 제어기 설계 문제를 제약성 최적화 문제로 정형화하고, 벌점전략을 도입하여 이를 다시 비제약성 최적화 문제로 변환한다. 여기에 실수코딩 유전알고리즘을 적용하여 최적의 해를 얻는다. 제안하는 방법의 유효성을 검증하기 위하여 실제 크레인 제원을 이용하여 시뮬레이션을 실시한다.

2. 시스템 모델링

2.1 비선형 모델

Fig. 1은 컨테이너 크레인의 개략적인 모양을 보여주고 있다. 이 시스템의 구조는 레일을 따라 이

동하는 주행장치, 트롤리의 이동경로 역할을 하는 받침, 트롤리를 이동할 수 있도록 하는 횡행장치, 컨테이너를 상하로 움직이는 권상장치로 이루어져 있다. 횡행장치의 역할은 트롤리 드라이브의 드럼을 원하는 방향으로 회전하여 트롤리를 이동시킬 수 있으며, 컨테이너의 상하운동을 하는 권상장치는 호이스트 드라이브를 이용하여 원하는 높이 만큼 상승이동 시키고, 하강이동은 컨테이너와 스프레더의 자중에 의해 자유 낙하하게 된다. 이중 대표적으로 연구되어 온 부분은 횡행장치와 권상장치로 구분된다.

현재까지 수행된 연구결과^[6,7,9,10,11]에 의하면 컨테이너 크레인의 수학적 모델은 식 (1)과 같이 표시된다.

$$\ddot{\theta} = \frac{m l \ddot{x} - mg l \sin \theta - b_2 \dot{\theta}}{m l^2} \quad (1a)$$

$$\ddot{x} = \frac{F - mg \sin \theta - b_1 \dot{x} + \frac{b_2}{l} \dot{\theta}}{M} \quad (1b)$$

여기서 x 는 트롤리의 이동거리, l 은 컨테이너와 트롤리를 연결하는 탄성로프의 길이, θ 는 트롤리 이동 시 발생하는 컨테이너의 진동각, M 은 트롤리의 질량, m 은 컨테이너에 스프레더를 더한 질량, g 는 중력 가속도, b_1 은 트롤리 휠이 이동 시 무거에 의해 받게 되는 마찰계수, b_2 는 컨테이너와 탄성로프를 연결하는 슈브(Sheeve)에 컨테이너의 진동에 의해 발생하는 마찰계수이다.

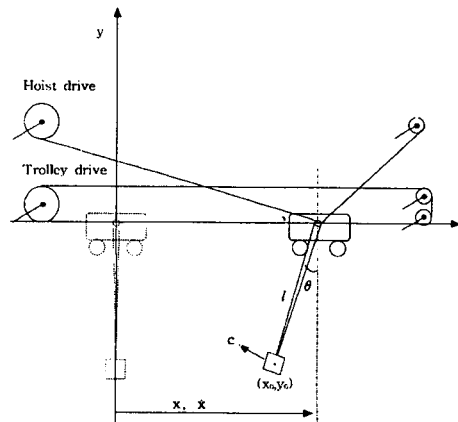


Fig. 1 Schematic diagram of a container crane

2.2 모델의 선형화

앞서 구한 컨테이너 크레인의 운동방정식은 비선형으로서 선형 제어를 설계하기 위해서는 선형화가 필수적인데, 이를 위해 다음 사항을 가정하였다.

- 컨테이너의 흔들림 각도 θ 는 작은 것으로 간주한다.
- $\theta, \dot{\theta} (\alpha \geq 0, \beta \geq 0, \alpha + \beta \geq 2)$ 로 표시되는 모든 항들은 무시될 수 있다.
- 컨테이너 진동 시 로프와 컨테이너 사이의 마찰력은 무시될 수 있다($b_2=0$).
- 마찰계수는 컨테이너 크레인의 트롤리 드라이브의 제원에 근거하여 $b_1=(M+m) \cdot k$ 로 선정하였다. 여기서 k 는 롤러 베어링의 굴림축 받침의 마찰계수이다.
- 트롤리와 컨테이너간의 로프는 무한대의 탄성을 갖는다.

위 가정에 의해 식 (1)을 선형화하면 다음과 같이 표현된다.

$$\ddot{x} = -\frac{b_1}{M}\dot{x} - \frac{mg}{M}\theta + \frac{1}{M}F \tag{2a}$$

$$\ddot{\theta} = g\left(\frac{M+m}{lM}\right)\theta - \frac{b_1}{lM}\dot{x} + \frac{1}{lM}F \tag{2b}$$

식 (2)에서 상태벡터 $x=[x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T=[x \ \dot{x} \ \theta \ \dot{\theta}]^T$ 로 정의하고 상태방정식과 출력방정식을 얻으면 다음과 같다.

$$\dot{x} = Ax + Bu \tag{3a}$$

$$y = Cx \tag{3b}$$

$$\text{단, } A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{b_1}{M} & -\frac{mg}{M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{b_1}{lM} & -g\left(\frac{M+m}{lM}\right) & 0 \end{bmatrix}, \tag{3c}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ M \\ 0 \\ 1 \\ lM \end{bmatrix}, C = [1 \ 0 \ 0 \ 0] \tag{3c}$$

3. 최적 상태궤환 제어기 설계

여기서는 앞서 구한 크레인 시스템의 모델에 기초하여 시스템 운용 시 고려되어야 할 제약조건을 정리하고, 최적제어 기법과 유전알고리즘을 이용하여 제어기를 설계한다⁶⁾.

3.1 비제약성 최적 상태궤환 제어기 설계

크레인 시스템은 조작자가 원하는 위치에 도달할 수 있어야 하므로, 계단상의 입력 y_r 변경에 트롤리의 이동거리 y 가 정상편차 없이 잘 추종하도록 다음과 같은 상태변수 z 를 도입한다.

$$z = \int (y - y_r) dt \tag{4}$$

식 (4)의 양변을 한 번 미분하고 식 (3)과 결합하면 다음과 같은 확장시스템의 방정식을 얻을 수 있다.

$$\dot{\bar{x}} = \bar{A}\bar{x} + \bar{B}u - \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} y_r \tag{5a}$$

여기서

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix}, \bar{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix}, \bar{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} \tag{5b}$$

확장시스템은 원 시스템의 행렬 쌍 (A, B)가 가제어하고, 다음 관계가 만족되면 역시 가제어하게 된다⁶⁾.

$$\text{rank} \begin{bmatrix} B & A \\ 0 & C \end{bmatrix} = 5 \tag{6}$$

확장시스템에 근거하여 다음과 같은 이차형식의 목적함수를 선정하였다.

$$J = \frac{1}{2} \int_0^\infty (\bar{x}^T Q \bar{x} + ru^2) dt \tag{7}$$

여기서 Q는 양의 반한정(Positive semidefinite) 하중행렬이고, r은 양의 계수로서 시스템의 응답 특성을 결정짓는 중요한 요소이다. 식 (5)의 시스템 방정식을 만족하면서 목적함수 J를 최소로 하는 제어입력은 아래와 같다.

$$u = -K\bar{x} \tag{8}$$

여기서 $K=[K_1 \ k_2]^T$ 는 궤환 이득행렬로서, 대수

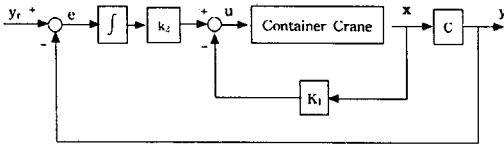


Fig. 2 Block diagram of a state feedback control system

Riccatti 방정식의 해로부터 얻어진다.

식 (8)은 다시 다음과 같이 쓸 수 있는데, 이는 비례-적분 제어기의 형태임을 알 수 있다.

$$u = K_1x + k_2 \int (y_r - y)dt \quad (9)$$

식 (9)의 제어입력을 사용한 전체 제어시스템의 블록선도를 나타내면 Fig. 2와 같다.

식 (9)로 표시되는 제어칙의 구현은 모든 신호들의 피드백을 필요로 한다. 본 연구에서는 시뮬레이션을 통해서 제어기의 성능을 확인하기 때문에 모두 신호들을 제측할 수 있는 것으로 간주하지만, 이것이 어려울 때는 상태관측기를 설계하고 사용하여야 할 것이다.

3. 2 제약성 최적 상태궤환 제어기 설계

앞의 방법은 식 (5)의 등식을 만족하면서 식 (7)의 목적함수를 최소로 하는 K를 얻는 전형적인 비제약성 최적화 문제로서 이는 시스템의 설계사양을 전혀 반영하지 못하고 있다. 대부분의 경우 컨테이너 크레인은 설계 시 몇 가지 고려되어야 할 요소를 가진다.

- 트롤리의 이동시 목적하는 위치를 초과하여 지나치는, 즉 오버슈트가 발생하지 않아야 한다.
- 최단시간 내에 목적지까지 트롤리의 이동을 통한 컨테이너의 이송이 가능해야 한다.
- 컨테이너의 흔들림 각도는 가급적 작아야 한다.
- 트롤리의 급격한 이동은 피하여야 한다.
- 돌발적인 외란에 대해서도 컨테이너의 진동을 억제하여 원하는 목적지에 정상편차 없이 도달하여야 한다.

위의 요소를 기본적으로 만족시키기 위하여 본

논문에서는 제약사항으로 최대오버슈트 $M_p[\%]$, 상승시간 $t_r[\text{sec}]$, 정정시간 $t_s[\text{sec}]$, 최대 이동속도 $v_{\max}[\text{m/sec}]$, 컨테이너의 최대 진동각도 $\theta_{\max}[\text{°}]$ 을 선택하였고, 각각의 한계값은 시스템의 설계사양과 제원을 토대로 선정하였다.

$$g_1(K) = -M_p(K) \geq 0 \quad (10a)$$

$$g_2(K) = 25 - t_r(K) \geq 0 \quad (10b)$$

$$g_3(K) = 40 - t_s(K) \geq 0 \quad (10c)$$

$$g_4(K) = 2 - \theta_{\max}(K) \geq 0 \quad (10d)$$

$$g_5(K) = 20 - v_{\max}(K) \geq 0 \quad (10e)$$

이러한 제약조건을 고려함으로써 앞서 다루었던 제어기 설계 문제는 복잡한 제약성 최적화 문제로 귀착되는데 그 해를 얻기 위해 유전알고리즘을 이용한다. 유전알고리즘이 궤환 이득행렬 K를 찾는 과정에서 집단내의 잠정적인 해들이 제약조건을 위반(부적합한 영역을 탐색)할 때는 이를 처리해 줄 수 있는 적절한 방법이 필요하다. 이를 위해 벌점전략을 채용하였다. 따라서 제약조건을 위반하는 개체에게는 그 위반 정도에 따라 벌점을 추가하도록 벌점함수 P(K)를 정의하였다.

$$F(K) = J(K) + P(K) \quad (11a)$$

$$\text{단, } P(K) = \begin{cases} 0, & K \text{가 적합한 해일 경우} \\ \sum_{j=1}^5 w_j g_j^2, & K \text{부적합한 해일 경우} \end{cases} \quad (11b)$$

여기서 w_1, w_2, w_3, w_4, w_5 는 각 제약조건에 대응되는 벌점상수로서 설계자에 의해 도입되는 변수이며, J(K)는 K에 종속되는 목적함수값이다.

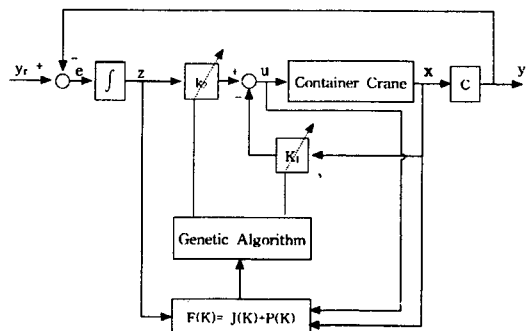


Fig. 3 Optimization of a constrained state feedback control system using a genetic algorithm

이렇게 함으로써 제약성 최적화 문제는 식 (5)의 등식을 만족하면서 $F(K)$ 를 최소로 하는 비제약성 최적화 문제로 변환된다. Fig. 3은 유전알고리즘을 이용하여 해를 찾는 과정을 블록선도로 나타낸 것이다.

4. 시뮬레이션

제안한 방법의 유효성을 검증하기 위하여 시물

Table 1. Parameter values of a container crane system

| Parameter | Value | Unit |
|-----------|-------|--------------------|
| l | 10 | m |
| M | 30 | ton |
| m | 53.9 | ton |
| b_1 | 0.503 | ton |
| k | 0.006 | - |
| g | 9.8 | m/sec ² |

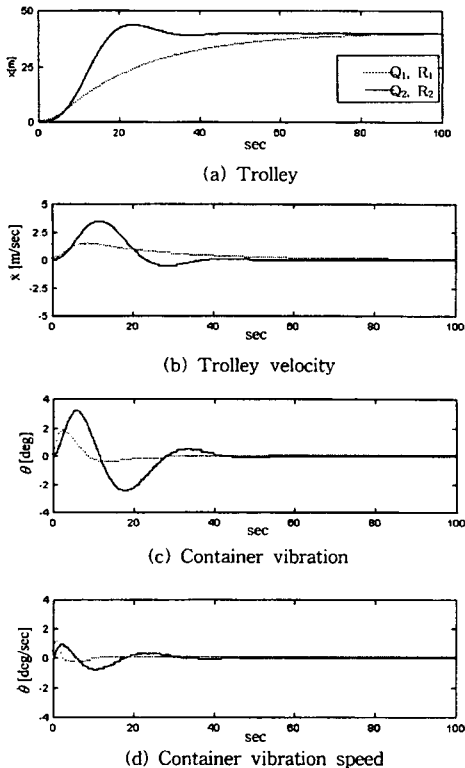


Fig. 4 Step responses of the unconstrained optimal control system

레이션을 실시하였다. 시뮬레이션에는 실제 현장에서 운용되고 있는 시스템이 이용되었고, 사용된 파라미터 값들은 Table 1과 같다.

제안한 방법을 기존의 비제약성 최적제어 방법과 비교하기 위하여 먼저 비제약성 최적제어 시스템의 응답을 얻었다. Q 와 R 은 계산된 응답들이 설계사양에 근접하도록 많은 실험을 통해 시행착오적으로 선정되었고 그들의 값은 각각 $Q_1 = \text{diag}(q_{11} \ q_{22} \ q_{33} \ q_{44} \ q_{55}) = [5 \times 10^{12}, 5 \times 10^8, 1 \times 10^{11}, 5 \times 10^{15}, 1 \times 10^{10}]$, $R_1 = 50000$ 와 $Q_2 = \text{diag}(q_{11} \ q_{22} \ q_{33} \ q_{44} \ q_{55}) = [1 \times 10^8, 1 \times 10^7, 1 \times 10^{10}, 5 \times 10^{17}, 1 \times 10^{11}]$, $R_2 = 50000$ 이다. 이 때 계산된 케환 이득행렬은 각각 $\hat{K} = [14900 \ 77500 \ 1424800 \ 2528400 \ 400]$, $\hat{K} = [11918 \ 46491 \ 85794 \ 2289 \ 447]$ 이었다. Fig. 4는 이들을 시스템에 적용하고 실시한 응답 결과이다.

각 응답들의 성능을 계산한 결과 각각 $M_p = 9[\%]$, $t_r = 10.6[\text{sec}]$, $t_s = 29.8[\text{sec}]$, $\theta_{\max} = 3.2[^\circ]$, $v_{\max} = 3.5[\text{m/sec}]$ 와 $M_p = 0[\%]$, $t_r = 49[\text{sec}]$, $t_s =$

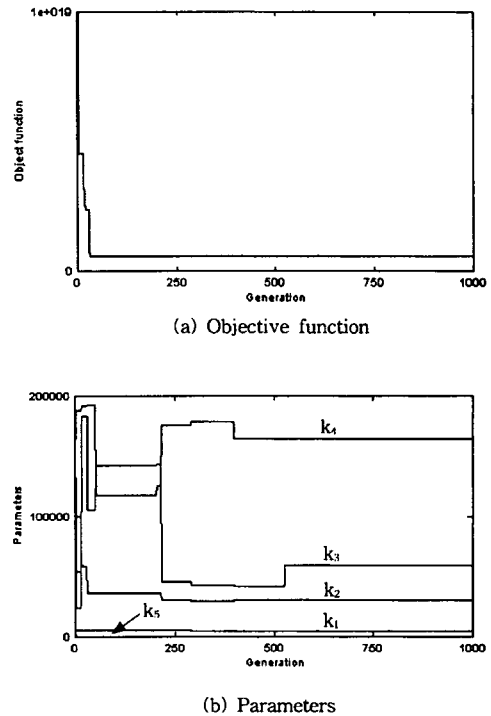


Fig. 5 Parameter adaptation using the genetic algorithm

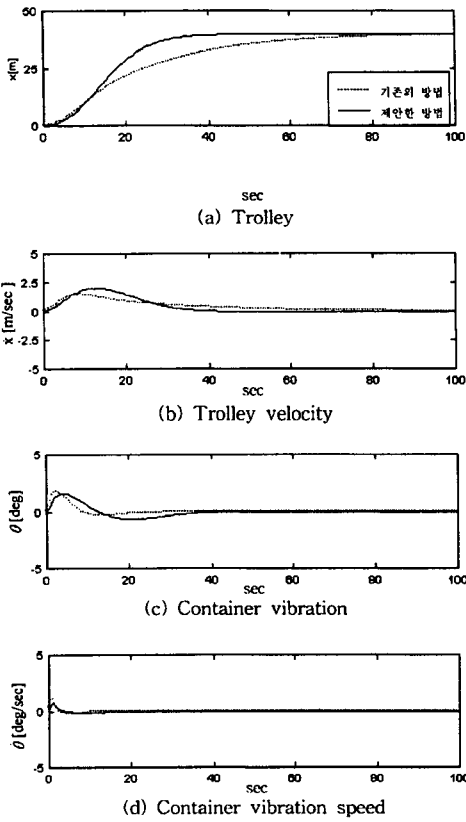


Fig. 6 Response comparison of the unconstrained optimal control method and the proposed method

82[sec], $\theta_{max}=1.8^\circ$, $v_{max}=1.5[m/sec]$ 인데, 둘 다 설계사양의 임의의 요소에 부합되지 못함을 알 수 있다. 또한 제약조건의 특정 요소를 만족시키기 위해서는 다른 요소의 희생이 수반됨을 관찰할 수 있다.

제안한 방법 또한 K를 얻는 과정에 Q와 R이 요구되는데 앞서 실시한 시뮬레이션에서 비록 속응성은 느리지만 오버슈트가 발생하지 않는 Q_2, R_2 를 택하였다. 벌점상수로는 $w_1=1 \times 10^{20}$, $w_2=1 \times 10^{18}$, $w_3=w_4=1 \times 10^{10}$, $w_5=1 \times 10^{20}$ 를 적용하였고, 유전알고리즘의 제어 파라미터로는 $N=10$, $\eta=1.5$, $\sigma=0.3$, $P_c=0.6$, $P_m=0.07$ 로 설정하였다. Fig. 5는 K를 탐색하는 과정을 그린 것으로 약 550세대에서 $\hat{K}=[4851 \ 30180 \ 60184 \ 164428 \ 284.76]$ 를 얻을 수 있었다. 이 값들을 시스템에 적

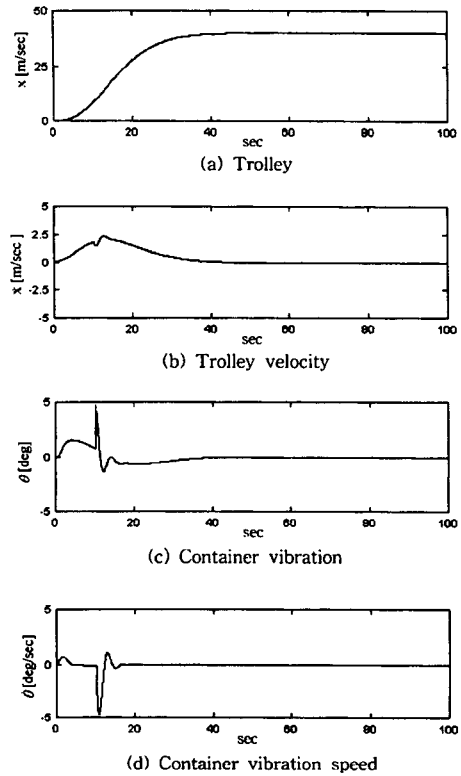


Fig. 7 Response of the proposed system to a disturbance change

용하여 응답을 얻고 비제약성 최적제어 결과와 비교한 것이 Fig. 6이다. 그림에서 알 수 있듯이 제안한 방법의 경우는 기존의 최적제어 방법보다 속응성이 빠르면서도 성능이 $M_p=0[\%]$, $t_r=20[sec]$, $t_s=34.5[sec]$, $\theta_{max}=1.6^\circ$, $v_{max}=2.0[m/sec]$ 로 제약조건을 모두 만족하는 것을 알 수 있다.

한편 본 방법으로 설계된 시스템이 외란에 강인함을 보이기 위하여 시스템이 동작한 후 10초에서 돌발적인 외란을 가정하여 트롤리를 임펄스 형태로 4° 움직였을 때의 응답특성을 나타낸 것이 Fig. 7이다. 그림에서 보면 흔들림 외란을 부가했음에도 불구하고 트롤리의 이동은 이와 무관하게 양호한 응답을 나타내며, 컨테이너의 흔들림도 빨리 회복되고 있음을 알 수 있다.

5. 결 론

본 연구에서는 설계사양이 수반되는 컨테이너 크레인용 제어를 설계하는 문제를 다루었다. 이를 위해 먼저 시스템으로부터 선형 모델을 얻고, 정상편차를 제거하기 위해 적분기를 하나 추가하고 확장시스템 방정식을 유도한 후 상태 피드백 제어를 설계하였다. 이 때 제어기 설계 문제는 제약성 최적화 문제가 되고, 이를 비제약성 최적화 문제로 변환하기 위해 벌점전략을 사용하였고 유전알고리즘으로 해를 얻었다. 제안된 방법의 효용성을 확인하기 위하여 기존의 최적제어 기법과 비교 실험을 수행하였다. 그 결과 제안한 제어기의 성능은 설계사양을 모두 만족하면서 기존의 방법보다 양호한 동작특성을 보였으며, 외란에 대해서도 강인함을 알 수 있었다.

참고문헌

[1] G. A. Manson, "Time optimal control methods arising from the study of overhead cranes," Ph.D. Thesis, Univ. of Strathclyde, Glasgow, U.K., 1977

[2] T. Mita and T. Kanai, "Optimal control of the crane system using the maximum speed of the trolley," 計測自動制御學會 論文集(Japan), Vol. 15, No. 6, pp. 125~130, 1979

[3] B. Porter and A. Bradshaw, "Design of linear multivariable continuous time tracking systems," Int. J. Systems Science, Vol. 5, No. 12, pp. 1155~1164, 1974

[4] Y. Sakawa and Y. Sindo, "Optimal control of container cranes," Automatica, Vol. 18, No. 3, pp. 257-266, 1982

[5] S. Yasunobu, "Automatic container crane operation based on a predictive fuzzy control," 計測自動制御學會 論文集, Vol. 22, No. 10,

pp.1066~1073, 1986

[6] 김길태, 최형식, 진강규, "유전알고리즘을 이용한 크레인 시스템의 최적제어," 한국박용기관학회지, 제 22권, 제 4호, pp. 80~86, 1998

[7] 윤지섭, 박병석, 이재설, "무진동 크레인의 제어 알고리즘 설계," 한국자동제어학술회의 논문집, 제1권, pp 260~265, 1989

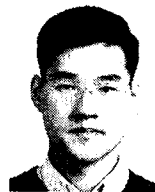
[8] 주상래, 이현식, 진강규, "실수코딩 유전알고리즘과 제어기 동조에 응용," 한국자동제어학술회의 논문집, 제 1권, pp. 342~345, 1998

[9] 주상래, "실수코딩 유전알고리즘을 이용한 컨테이너 크레인용 제어기 설계," 한국해양대학교 석사학위 논문, 1999

[10] 홍금식, 손성철, 이만형, "컨테이너 크레인의 흔들림 제어(Part I) : 모델링, 제어전략, 기준선도를 통한 오차 피드백 제어," 제어·자동화·시스템공학 논문지, 제 3권, 제 1호, pp.23~30, 1997

[11] 홍금식, 손성철, 이만형, "컨테이너 크레인의 흔들림 제어(Part II) : 트롤리 주행속도 조절을 통한 진자운동의 제어," 제어·자동화·시스템공학 논문지, 제 3권, 제 2호, pp. 132~138, 1997

저 자 소 개



주상래(朱相래)

1971년 11월 16일생. 1994년 한국해양대학 제어계측공학과(학사). 1999년 한국해양대학 대학원 제어계측공학과(석사). 현재 코닉시스템 응용 소프트웨어 개발부 연구원



진강규(陳康奎)

1953년 10월 12일생. 1977년 한국해양대학 기관학과(학사). 1985년 Florida Institute of Technology, 전기·전자·컴퓨터공학과(석사). 1996년 University of Wales Cardiff, 전기·전자·시스템공학과(박사). 현재 한국해양대학교 공과대학 교수