

반복 생산 공정에서의 정밀 추종제어에 관한 연구

신춘식* · 안영주* · 변기식*

A Study on the Precise Tracking Control in the Repetitive Manufacturing Process

C. S. Shin* · Y. J. An* · G. S. Byun*

Key words : Repetitive Control(반복제어), Tracking Control(추종제어), Two-Mass System (2-관성계), Regeneration Spectrum(재생 스펙트럼)

Abstract

A modified repetitive control is formulated and analyzed in the discrete-time domain. Sufficient conditions for the stability of a class of repetitive controllers are given by means of the regeneration spectrum method. When a periodic signal input is driven into the two-mass-spring plant, the performance of the proposed controller which comprises a low-pass filter and two feed-forward compensators, turns out highly accurate by comparing the tracking result from the conventional LQ controller.

1. 서 론

일반적으로 제품을 조립 생산하는 현장에서는 다양한 조립 공정들이 반복적으로 수행되고 있으며, 이러한 반복적인 공정에 대해 신속하고 정밀한 제어가 요구되고 있다. 로봇 매니플레이터에 의한 부품의 자동 이체 장치, 즉 이체 시스템을 좋은 예로 볼 수 있다. 이러한 시스템의 동작 특성을 개선하기 위하여, 보통 시스템의 입력 출력에 관한 정보를 사용하여 제어하는 방식인 학습제어(learning control)나 반복제어(repetitive control)

방식이 적용되고 있다. 특히 안정한 플랜트에 가해지는 주기적인 입력 패턴의 한 주기를 지연시간으로 갖는 순수 지연요소와 그에 대한 단위 정궤환 폐루프 동적 시스템을 플랜트의 제어요소로 사용하는 반복제어 방식에 있어서는 내부모델 원리¹⁾에 의해 주기적인 입력에 대하여 출력은 점차적으로 정확하게 추종하게 되고, 주기적인 외란에 대해서도 효과적으로 제어할 수 있다²⁾.

반복제어기의 설계와 안정도 해석은 플랜트의 상태공간 모델을 기본으로 하여 Hara에 의해 시도되었고³⁾, 특히 Tomizuka는 이산 개념으로 반복

* 부경대학교 전기·제어계측공학부 제어계측전공(원고접수일 : 99년 11월)

제어기의 설계를 제안하였다⁴⁾. 한편 반복제어 방식은 실제 추종제어의 응용 예에서 좋은 결과를 얻지만, 반복주기가 짧은 시스템에 적용할 경우에는 제어의 안정성과 추종 정밀도 사이에 상반된 특성 결과가 얻어지고 있으며, 이러한 특성을 개선하기 위한 변형된 반복제어기의 설계가 다양하게 제시되고 있다^{5),6)}.

본 논문에서는 저주파 필터와 두 개의 전향경로 보상요소를 사용한 이산 반복제어기를 설계하고, 이에 대한 안정도 해석을 재생 스펙트럼법(regeneration spectrum method)⁷⁾을 사용하여 분석한다. 그리고 설계된 제어기법을 2-관성계 모델에 적용하고 임의의 반복적인 명령을 인가할 경우 정밀하게 추종하는 가를 조사하고, 이에 대한 결과를 보편적인 LQ제어 기법의 결과와 비교 검토한다.

2. 반복 생산 공정 이산 제어 시스템의 구성 및 안정도

내부모델 원리에 의하면 안정한 서보시스템의 출력이 정상편차 없이 입력을 추종하기 위해서는 루프 내에 목표 입력의 발생기 모델이 포함되어야 하며, 발생된 모드가 시스템의 영점에 의해 저지되지 않아야 한다. 목표 입력 발생기 모델을 다음과 같이 생성한다.

주기 N을 갖는 주기적인 이산신호의 첫 주기를 $r_0(n)$ 이라 할 때, 첫 주기를 제외한 나머지 주기로 이루어지는 주기신호 $r(n)$ 은

$$r(n) = r_0(n-N) + r_0(n-2N) + r_0(n-3N) + \dots \quad (1)$$

이 되며, $r(n)$ 에 대한 z-변환식 $R(z)$ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} R(z) &= z^{-N}R_0(z) + z^{-2N}R_0(z) + z^{-3N}R_0(z) + \dots \\ &= R_0(z)z^{-N}(1 + z^{-N} + z^{-2N} + z^{-3N} + \dots) \\ &= R_0(z) \frac{z^{-N}}{1 - z^{-N}} \end{aligned} \quad (2)$$

단, $R_0(z)$ 는 $r_0(n)$ 의 z-변환이라 든다. 첫 주기를 제외한 나머지 주기적인 신호에 대한 발생기 모델

은 식(2)를 기준으로 그림 1과 같이 N차 지연요소를 갖는 정제환 페루프 블록선도로 나타낼 수 있다.

일반적으로 정상편차가 없는 서보제어를 위하여 루프 내부에 목표입력 발생 모델만을 삽입하는 것으로는 충분치 않으므로 많은 논문에서는 변형된 제어기 형태를 제안하고 있다^{5),9)}.

본 논문에서는 서보 루프 내의 지연요소로 인한 안정도를 개선하기 위해 저주파 필터 $q(z^{-1})$, 저주파 필터로 인한 시스템의 응답 감쇠를 보상하기 위한 $C_2(z^{-1})$ 및 전체적인 플랜트 $G(z^{-1})$ 의 안정성과 입력의 첫 주기에 대한 특성을 개선하기 위해서 $C_1(z^{-1})$ 를 도입하여 그림 2와 같이 구성하였다.

이렇게 구성된 반복공정 제어 시스템의 입력과 출력간의 전달함수는

$$\frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{z^{-N}G(z^{-1})q(z^{-1}) + G(z^{-1})N_1(z^{-1})}{1 + C_1(z^{-1})G(z^{-1}) - z^{-N}D_1(z^{-1})} \quad (3)$$

이 된다. 여기서,

$$N_1(z^{-1}) = C_1(z^{-1}) - z^{-N}q(z^{-1})C_1(z^{-1}) + z^{-N}C_2(z^{-1})$$

$$D_1(z^{-1}) = q(z^{-1})\{1 + C_1(z^{-1})G(z^{-1})\} - \{C_2(z^{-1}) + q(z^{-1})\}G(z^{-1})$$

이다. 또한 입력에 대한 오차는 $E(z) = R(z) -$

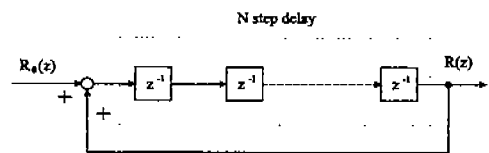


Fig. 1 A periodic signal generator in discrete time domain

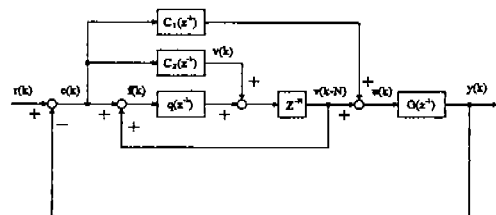


Fig. 2 Block diagram of the discrete time repetitive process control system

Y(z)이므로

$$\frac{E(z)}{R(z)} = \frac{1 - z^{-N}q(z^{-1})}{1 + C_1(z^{-1})G(z^{-1}) - z^{-N}D_1(z^{-1})} \quad (4)$$

이 된다. 이 시스템에 대한 안정도 조건을 다음과 같이 정리한다.

정리 : 그림 2와 같은 저주파 필터 $q(z^{-1})$ 을 갖는 폐루프 제어시스템에서 $C_2(z^{-1})=0$ 일 때 전달함수의 극점들이 단위원 내에 있고, 또한 폐루프 시스템의 주파수 응답의 크기를 1보다 작게 $C_1(z^{-1})$ 이 선택되어진다면 그 시스템은 안정하다.

증명 : 그림 2의 폐루프 시스템의 특성방정식은 식(3)으로부터

$$1 + C_1(z^{-1})G(z^{-1}) - z^{-N}D_1(z^{-1}) = 0 \quad (5)$$

가 되고, 이를 재배열하면 Z^N 은

$$z^N = \frac{D_1(z^{-1})}{1 + C_1(z^{-1})G(z^{-1})}$$

이 되고, 여기에 $D_1(z^{-1})$ 을 대입하여 정리하면

$$z^N = q(z^{-1}) \left[1 - \frac{\{C_2(z^{-1}) + q(z^{-1})\}G(z^{-1})}{q(z^{-1})\{1 + C_1(z^{-1})G(z^{-1})\}} \right] \quad (6)$$

가 된다. 한편 주파수 함수 $R(j\omega)$ 의 절대치를 재생 스펙트럼이라고 하는데 시스템이 안정하기 위해서는 절대치가 전 주파수 영역에 걸쳐 1보다 작아야 한다. 따라서 입력 발생 모델이 없는 상태에서 시스템의 특성 방정식은 식(5)로부터

$$1 + C_1(z^{-1})G(z^{-1}) = 0 \quad (7)$$

이 되며, 시스템이 안정하기 위해서는 이 방정식의 근들이 복소 z -평면상에서 단위원 내에 존재하여야 한다. 또한 입력 발생기 모델이 존재할 경우, $C_2(z^{-1})=0$ 일 때 식(6)의 절대치는

$$\begin{aligned} |z^N| &= \left| q(z^{-1}) \left[1 - \frac{q(z^{-1})G(z^{-1})}{q(z^{-1})\{1 + C_1(z^{-1})G(z^{-1})\}} \right] \right| \\ &= \left| q(z^{-1}) \left[1 - \frac{G(z^{-1})}{1 + C_1(z^{-1})G(z^{-1})} \right] \right| \quad (8) \end{aligned}$$

이 된다. 그런데 플랜트 $G(z^{-1})$ 가 $C_1(z^{-1})$ 를 제한요소로 취하는 폐루프 전달함수는

$$\frac{G(z^{-1})}{1 + C_1(z^{-1})G(z^{-1})} \quad (9)$$

가 된다. 저주파 필터 $q(z^{-1})$ 는 고주파 영역에서 크기가 작아지므로 $|z^N| < 1$ 이기 위해서는 식(9)의 주파수영역의 절대치가 1보다 작아야 한다. 따라서 식(7)과 (9)로부터 플랜트 $G(z^{-1})$ 에 대하여 부궤환 폐루프를 형성하는 $C_1(z^{-1})$ 가 특성방정식의 극점들을 단위원내에 있게 하고, 또한 그 폐루프 시스템의 주파수 응답의 크기를 1보다 작게 할 수 있다면 안정하다.

3. 반복 생산 공정을 위한 이산제어기 설계

제안된 반복 생산 공정을 위한 제어기의 설계를 위하여 저주파 필터 $q(z^{-1})$ 과 제어기 $C_1(z^{-1}), C_2(z^{-1})$ 을 구하는 과정은

- (1) 먼저 안정성에 대한 정리로부터 저주파 필터 $q(z^{-1})$ 는 추종성이 중요한 저주파 범위에서는 1에 가깝게(1과 같아지게 하는 것이 바람직 함)하고, 고주파 범위에서는 안정 조건에서의 개선을 위하여 1보다 작게(0에 가깝게 하는 것이 바람직 함)하는 방법으로 취한다.
- (2) $C_2(z^{-1})$ 을 0으로 두고, 식(9)의 특성방정식의 근이 단위원 내에 존재하게 하고, 식(9)의 주파수 함수 크기가 1보다 작게 하는 적당한 $C_1(z^{-1})$ 의 전달함수를 결정한다.
- (3) 안정도 조건을 게트리지 않고 추종성능의 정밀성을 개선하기 위하여 $C_2(z^{-1})$ 로 조정한다.

플랜트에 설계된 제어기를 삽입할 때, 시뮬레이션을 위한 디지털 프로그램을 위해서 플랜트와 필터의 상태공간 표현식을 다음과 같이 한다.

$$G(k) = \begin{cases} x_p(k+1) = \Phi_p x_p(k) + \Psi_p u(k) \\ y(k) = C_p x_p(k) \\ x_p(0) = 0 \end{cases} \quad (10)$$

$$q(k) = \begin{cases} x_f(k+1) = \Phi_f x_f(k) + \Psi_f f(k) \\ f(k) = C_f x_f(k) \\ x_f(0) = 0 \end{cases} \quad (11)$$

$$C_1(k) = \begin{cases} x_1(k+1) = \Phi_1 x_1(k) + \Psi_1 e(k) \\ T(k) = C_1 x_1(k) \\ x_1(0) = 0 \end{cases} \quad (12)$$

$$C_2(k) = \begin{cases} x_2(k+1) = \Phi_2 x_2(k) + \Psi_2 e(k) \\ S(k) = C_2 x_2(k) \\ x_2(0) = 0 \end{cases} \quad (13)$$

또한 반복 공정의 주기를 N이라 가정 할 때, 그림 2로부터

$$\begin{aligned} e(k) &= r(k) - C_p x_p(k) \\ v(k-N) &= C_2 x_2(k-N) + C_f x_f(k-N) \end{aligned} \quad (14)$$

이므로, 플랜트에 대한 입력은

$$u(k) = C_1 x_1(k) e(k) + C_2 x_2(k-N) + C_f x_f(k-N) \quad (15)$$

이 된다. 따라서 필터에 대한 입력은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} f(k) &= e(k) + v(k-N) \\ &= r(k) - C_p x_p(k) + C_2 x_2(k-N) + C_f x_f(k-N) \end{aligned} \quad (16)$$

4. 반복 생산 제어를 위한 시뮬레이션

본 논문에서 제안한 제어방법을 적용한 반복 생산 공정의 정밀 위치제어를 구현하기 위하여 그림 3과 같은 시스템을 고려하여 본다. 이 시스템은 가변 가능한 질량 m_1 과 m_2 인 물체가 탄성계수 k_1, k_2, k_3 인 스프링에 서로 연결되어 있으며, 질량 m_1 인 물체의 위치를 정밀한 공정제어의 출력으로 정의한다. 반복적으로 발생하는 위치 명령은 전동기축에 연결된 피니언 기어와 랙 장치를 통하여 질량 m_1 인 물체에 수평으로 인가된다.

뉴턴의 법칙을 적용하여 질량 m_1 의 자유물체도에 대한 힘의 방정식은

$$m_1 \ddot{x}_1 + (k_1 + k_2)x_1 - k_2 x_2 = F(t) \quad (17)$$

이고, 질량 m_2 의 자유물체도에 대한 힘의 방정식은

$$m_2 \ddot{x}_2 + (k_2 + k_3)x_2 - k_2 x_1 = 0 \quad (18)$$

이 된다. 또한, 본 시뮬레이션에서는 점성마찰은

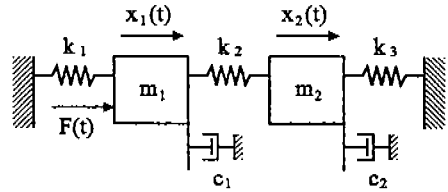


Fig. 3 A repetitive process system with two masses linked by springs

무시하였다($C_1=0, C_2=0$).

한편 플랜트의 구동에 필요한 힘은 동기형 AC 서보 모터를 이용하여 얻는다. 본 실험에서는 200[W]급 모터와 토크제어방식의 모터드라이버를 사용하며, 실험 결과 모터드라이버 입력전압($\pm 5[V]$)과 출력 토크(최대 토크 : $6.5[Kg/cm]$)간의 비례상수는 5.59를 얻었다. 따라서, 구동력 $F(t)$ 을 발생하는 모터와 모터드라이버 입력전압 $v(t)$ 와의 비례식을 $F(t) = Mv(t)$ 라하고, 식(17)과 (18)에 대한 상태공간 모델을

$$\dot{X} = AX + Bv(t) \quad (19)$$

라 둔다. 여기서 상태벡터 X 와 행렬 A, B 는

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ \dot{x}_1 \\ x_2 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k_1+k_2}{m_1} & 0 & \frac{k_2}{m_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_2}{m_2} & 0 & -\frac{k_2+k_3}{m_2} & 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{M}{m_1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

가 된다. 이 상태공간 모델에 대한 시스템의 파라미터들은 표 1에 나타내었으며, 샘플링 시간 $T=0.001$ 초로 하여 플랜트를 이산화할 때 그에 대한 행렬은 다음과 같이 얻어진다.

$$\Phi_p = \begin{bmatrix} 3.9992 & -5.9984 & 3.9992 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$\Psi_p = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

이렇게 구성된 플랜트에 대한 반복 공정 제어기의 설계 첫 단계로서 플랜트의 감쇠가 부족한 점을 감안하여 $C_1(z^{-1})$ 을 이산 PD제어기를 선택하였다.

$$C_1(z^{-1}) = 75637.5 - 75000z^{-1} \quad (24)$$

다음 단계는 시스템의 안정화를 위한 저주파 필터의 설계로서 차단주파수 $w_c = 3.14[\text{rad/sec}]$ 를 갖는 1차 버터워드 필터를 선택하였다.

$$q(z-1) = \frac{0.01559z^{-1}}{1-0.9844z^{-1}} \quad (25)$$

그리고 서보 추종을 좀더 정밀하게 하기 위하여

Table 1. Parameters of the process system

Parameter	Value	Unit
Spring 상수 k_1, k_2	196	[N/m]
Spring 상수 k_3	784	[N/m]
질량 m_1 + 랙의 질량	2.5	[Kg]
질량 m_2	2.3449	[Kg]
입력전압 대비 출력 힘과 비율 M	5.59	

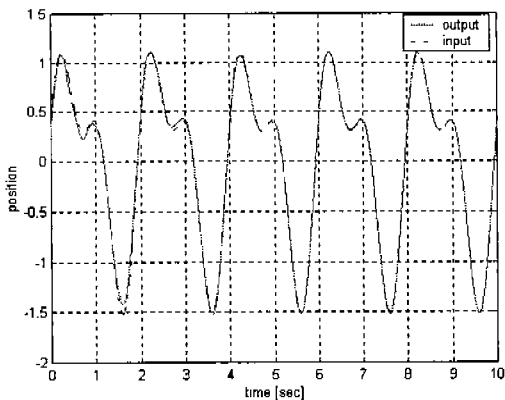


Fig. 4 Tracking performance of the repetitive control : $r(k) = \sin(\omega k) + 0.4\{\sin(2\omega k) + \cos(2\omega k)\}$

$$C_2(z^{-1}) = 1000 \quad (26)$$

의 상수를 선택하였다. 이렇게 구성된 제어기와 플랜트를 그림 2와 같이 구성하고 반복 공정 입력 패턴 $r(k)$, 즉

$$r(k) = \sin(\omega k) + 0.4\{\sin(2\omega k) + \cos(2\omega k)\} \quad (27)$$

에 대한 서보 추종을 식(10)을 이용하여 시뮬레이션한 결과를 그림 4에 나타내었다. 여기서 $\omega = 2\pi/L$ 이고, 주기 $L=2$ 로 하였다. 이로부터 출력은 입력의 두 번째 주기부터 정밀하게 추종하고 있음을 알 수 있다.

또한 플랜트의 파라미터들이 변동할 경우 설계된 제어기의 서보제어에 대한 강인성을 시뮬레이션하여 본다. 본 실험에서는 플랜트의 질량 m_1, m_2 가 20% 줄어 들고, 스프링 상수 k_1, k_2, k_3 는 20%의 탄성력이 감소하였다고 가정할 경우, 입력 패턴에 대한 서보 추종결과를 그림 5에 나타내었다. 이 그림 5로부터 설계된 제어기는 플랜트의 파라미터 변화에도 불구하고 강인한 서보성능을 유지하고 있음을 확인할 수 있다.

한편 설계된 제어기의 성능을 LQ 제어기의 추종성능과 비교하여 본다. 이를 위해 상태변수와 제어입력의 가중행렬을 각각 $Q = \text{diag}[2000, 0, 0, 10]$, $R = 0.02$ 로 두었고, 이때 각 상태변수에 대한 이득은 $K = [452.02, 20.1076, -240.8393,$

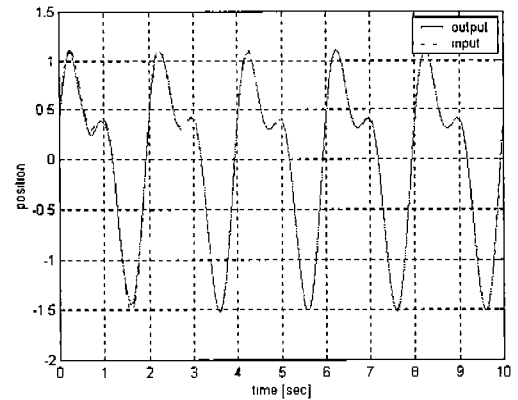


Fig. 5 Robust tracking performance of the repetitive control : $r(k) = \sin(\omega k) + 0.4\{\sin(2\omega k) + \cos(2\omega k)\}$

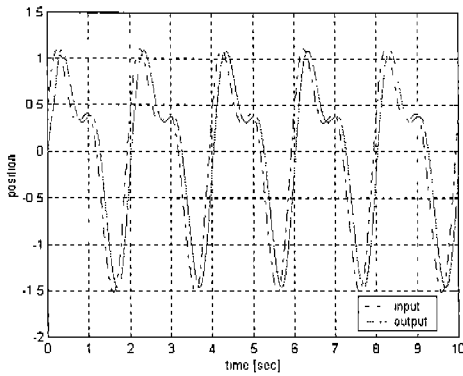


Fig. 6 Tracking performance of the LQ control :
 $r(k) = \sin(\omega k) + 0.4\{\sin(2\omega k) + \cos(2\omega k)\}$

14.149가 되었다. 가중행렬 Q 의 값은 시행착오를 거쳐서 얻었다. 그리고 입력에 대한 전처리 필터의 이득을 721.03을 한 후 앞과 같은 반복 공정 입력에 대한 추종성능을 시뮬레이션한 결과, 그림 6과 같이 지연되는 추종성능을 보여주고 있다

6. 결 론

본 논문에서는 플랜트의 입력에 대한 추종성능을 개선하기 위한 이산 반복제어기를 제안하였다. 제어시스템의 안정성과 추종성능을 위해 두 개의 전향경로 이득과 저역 통과 필터를 추가하여 변형시켜 보았으며, 시스템의 안정 조건을 페루프 시스템의 전달함수를 기본으로 재생 스펙트럼법에 의해 구하였다. 설계된 제어기를 가변적 질량을 갖는 2-관성계에 적용하여 보았을 때 매우 우수한 추종성능 결과를 얻었다. 또한 설계된 제어기의 강인성을 조사하기 위하여 2-관성계의 질량과 스프링 상수에 변동을 주었을 때도 매우 양호한 추종성능 결과를 얻었다. 이들을 입력 패턴에 대하여 지연 출력 특성을 갖는 LQ 제어기의 결과와 비교함으로써 제안된 제어기의 우수한 추종성능 특성을 확인하였다.

참고문헌

- 1) B. A. Francis and W. M. Wonham, "The Internal Model Principle of Control Theory," *Automatica*, Vol. 12, No. 5, pp. 457~465, 1976.
- 2) T. Inoue et al., "High Accuracy Control of Servo Mechanism for Repeated contouring," in *Proceedings of the 10th Annual Symp. Incremental Motion Contr. Syst. and Devices*, pp. 258~292, 1981.
- 3) S. Hara, Y. Yamamoto, T. Omata, M. Nakano, "Repetitive Control System : A New Type Servo System for Periodic Exogenous Signals," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 33, No. 7, pp. 659~668, July 1988.
- 4) M. Tomizuka, Tsu-Chin Tsao, Kok-Kia Chew, "Analysis and Synthesis of Discrete-Time Repetitive Controllers," *Trans. of ASME. Journal of Dynamic System, Measurement and Control*, Vol. III, pp. 353~358, Sept. 1989.
- 5) K. K. Chew and M. Tomizuka, "Digital Control of Repetitive Errors in Disk Systems," *IEEE Control Systems Magazine*, pp. 16~20, 1990.
- 6) N. Sadegh, R. Horowitz, W. Kao, M. Tomizuka, "A Unified Approach to the Design of Adaptive and Repetitive Controllers for Robotic Manipulators", *Trans. of the ASME. Journal of Dynamic System, Measurement and Control*, pp. 618~629, 1990.
- 7) K. Srinivasan, F. R. Shaw, "Analysis and Design of Repetitive Control Systems Using the Regeneration Spectrum," *Trans. of ASME. Journal of Dynamic System, Measurement and Control*, Vol. 113, pp. 216~222, June 1991.

저 자 소 개



신춘식(申春植)

1960년 8월생. 1987년 부경대학교 전자공학과 졸업. 1992년 동아대학교 대학원 전자공학과 졸업(석사). 1997년 한국해양대학교 대학원 기관공학과 졸업(박사). 1987년~현재 부경대학교 제어계측공학과, 당학회 종신회원.



안영주(安永珠)

1957년 7월생. 1986년 부경대학교 전기공학과 졸업. 1988년 부산대학교 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1995년 동대학원 졸업(박사). 1998년~현재 부경대학교 제어계측공학과 교수, 당학회 종신회원.



변기식(邊基植)

1957년 7월생. 1981년 중앙대학교 전기공학과 졸업. 1990년 미국 위치타주립대학교 전기공학과 졸업(박사). 1990년~현재 부경대 제어계측공학과 교수, 당학회 회원.