

## 전기-유압 서보 시스템의 모델규명 및 이산시간 슬라이딩 모드 제어

엄상오\* · 황이철\*\* · 박영산\*\*\*

### Model Identification and Discrete-Time Sliding Mode Control of Electro-Hydraulic Systems

S. O. Eum\* · I. C. Hwang\*\* · Y. S. Park\*\*\*

**Key words :** Electro-hydraulic servo system(전기-유압 서보 시스템), System identification (시스템 규명), ARX or ARMAX model(ARX 또는 ARMAX 모델), Prediction error method(예측오차법), Sliding mode control(슬라이딩모드 제어), State observer(상태관측기)

#### Abstract

This paper describes the model identification and the discrete-time sliding mode control of electro-hydraulic servo systems which are composed of servo valves, double-rod cylinder and load mass. The controlled plant is identified as a 3th-order discrete-time ARMAX model obtained from the prediction error algorithm, where a nominal model and modeling errors are quantitatively constructed. The discrete sliding mode controller for 3th-order ARMAX model is designed in discrete-time domain, where all states are observed from Kalman filter. The discrete sliding mode controller has better tracking performance than that obtained from continuous-time sliding mode controller, in experiment.

#### 1. 서 론

수치제어 공작기계, 산업용 로봇, 자동차 그리고 항공기 등 거의 모든 기계적인 시스템에 구동기로

사용되고 있는 전기-유압 서보 시스템 분야에는 전자제어장치와 마이크로 프로세서의 발달에 따라 고성능 전자제어장치에 대한 연구가 활발히 수행되고 있다<sup>1~9)</sup>. 기존의 전자제어장치에 적용된 제

\* 양산대학 환경안전과 (원고접수일 : 99년 9월)

\*\* 동의대학교 기계·산업시스템공학부

\*\*\* 한국해양대학교 대학원

여기는 주로 PID 제어알고리즘으로 설계되어 있어, 대출력과 고부하 환경에서 구동될 경우 비선형적이고 가변적인 부하특성에 대한 견실성능이 다소 문제가 되고 있다. 그리고 유압장치의 구동에 있어 부하특성이 변함에 따라 유량-압력간의 비선형성이 존재하여 고정된 PID 제어계인만으로 정밀한 제어가 어려워지므로, 견실성을 만족하기 위해서는 긴 시간에 걸쳐 제어계인 조정에 대한 노력이 필요하게 된다. 따라서 유압시스템의 부하특성 변동이나 외부환경 요인에 의한 외란 등의 불확실성에도 안정성을 유지하면서 정밀한 성능을 달성할 수 있는 견실 제어 알고리즘의 개발이 필요하다고 할 수 있다.

본 논문에서는 비례-전자 서보밸브, 양 로드 실린더 그리고 부하질량으로 구성된 유압 구동기에 있어 시불변이면서 선형인 이산시간 제어모델 규명 및 이산시간역에서의 슬라이딩 모드 제어기 설계에 관한 연구를 수행한다.

슬라이딩 모드 제어<sup>6~9)</sup>는 80년대 이후 모델링 오차나 외란 등의 불확실성에 대한 견실성 및 적응성, 다변수 시스템 및 비선형성이나 시간지연 등을 포함하는 폭 넓은 제어대상에 대한 설계법 확립 등으로 인하여 현재 국내외에서 활발한 응용연구가 수행되고 있으며, 많은 유용성이 확인되고 있다. 그러나 주로 연속시간역에서 설계된 제어기를 이산화한 슬라이딩 모드 제어기를 실 시스템에 적용함으로써, 제어기를 이산화하는 과정에서 성능저하를 초래하게 된다. 또한 연속시간역에서 제어기를 설계할 경우, 슬라이딩 평면은 모델링 오차를 정량적으로 엄밀히 고려하지 않게 되면, 이산화된 제어기 성능은 더욱 저하될 가능성이 있다. 따라서 본 논문에서는 시스템 규명법으로부터 이산시간계 모델을 규명한 후, 직접 이산시간 제어기를 설계하여, 연속시간 제어기에 기초한 이산시간 제어기와 성능을 비교, 고찰하여 그 특성을 해석하고자 한다.

본 논문의 연구내용은 크게 두가지로 요약된다. 첫 번째는 유압 시스템의 입출력 실험데이터로부터 시불변 선형 공칭모델을 규명하고, 동시에 모델링 오차를 정량적으로 구한다. 기존의 연구결과에서는 주로 비선형 수학모델을 선형화하고 있지만,

선형화 과정에서 발생한 모델링 오차, 운전조건 및 외부환경 변화에 따른 시스템 파라미터 변동을 정량적으로 구하는데 많은 어려움이 따르게 된다. 그리고 동작점의 변화에 따른 시스템 파라미터 변동은 제어계인의 튜닝 문제를 야기시키게 된다. 따라서 본 논문에서는 이러한 문제점을 해결하기 위해서 먼저 입출력 데이터로부터 실험적으로 모델을 규명하고, 반복 실험을 통하여 파라미터 변동을 구한다. 결과적으로 최소자승법에 기초하고 있는 예측오차법<sup>10~11)</sup>으로부터 4차 또는 3차 ARMAX 모델이 주어지며, 이때 지속적 기진조건을 만족하는 PRBS(Pseudo-Random Binary Sequence) 신호가 입력신호로서 이용된다. 동시에 연속시간역에서의 슬라이딩 모드 제어기 설계를 위해서 쌍일차 변환으로부터 연속시간계를 구하고, 한켠 근사화(12)를 통하여 저차 모델을 구한다. 두 번째는 연속시간역 및 이산시간역에서 슬라이딩 모드 제어기를 설계한 후, 이산시간역에서 설계된 제어기는 이산화된 연속시간역 제어기와 비교, 고찰된다. 각각의 슬라이딩 모드 제어기는 부하질량 변동에 따른 견실 서보 성능을 가지지만, 이산화된 연속시간역 제어기는 상태관측기를 이용한 이산시간 제어기보다 서보성능이 다소 나쁘다는 것을 보인다. 본 논문의 구성은 다음과 같다. 제 2장에서는 제어대상인 유압 시스템의 비선형 특성을 설명하고, 제 3장에서는 입출력 데이터로부터 모델을 규명한다. 제 4장에서는 슬라이딩 모드 제어기를 설계한 후, 견실 서보 성능에 대한 실험결과를 고찰한다. 끝으로 결론과 향후 연구과제를 제 5장에서 간략히 언급한다.

## 2. 유압 시스템의 비선형 특성

본 논문에서의 제어대상은 Fig. 1과 같이 전자-비례 서보밸브, 양로드 실린더(double-rod cylinder), 그리고 부하질량계로 구성되어 있다.

Fig. 1에서 공급압력은 90kgf/cm<sup>2</sup>, 판성부하는 55kg이고, 앰프를 거친 변위 센서의 계인은 1V/cm이다. AD/DA 보드는 12bit로서 제어기인 컴퓨터와 연결되어 인터페이스 역할을 하고 있다. 여기서 시스템의 각 요소 계원은 Table 1과 같다.

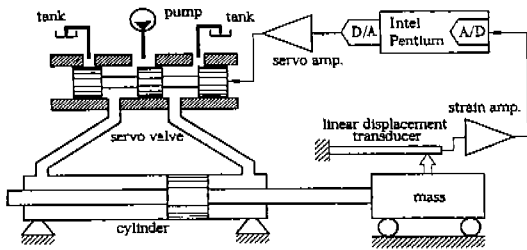


Fig. 1 Schematic diagram of an electro-hydraulic system

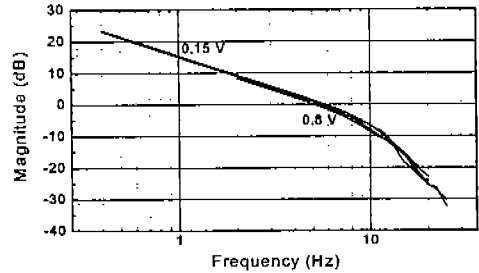


Fig. 2 Experimental result of Bode plot

Table 1. Specification of hydraulic servo system and measuring devices

Instruments		Specification
Hydraulic System	Hydraulic Pump	40 cc/rev
	Servo Valve	30l/min
	Cylinder	double rod, area $\pi \times (4^2 - 2^2) \text{ cm}^2$
Amplifier and Sensor	Servo Amp.	30mA/10mV (bandwidth : 120Hz)
	Dynamic Strain Amp.	max $\pm 10\text{V}$ (bandwidth : 20kHz)
	Displacement Sensor	max. range 5cm (bandwidth : 20kHz)
Measuring Device	Oscilloscope	100MHz
Controller	Computer	Pentium 100MHz, RAM 16MByte
	Interface	12bit $\pm 5\text{V}$ AD/DA converter
Power Supply	Constant DA Voltage Power Supply	

Fig. 1의 유압장치에 있어 비선형성은 서보밸브로의 입력전류와 밸브유량 및 부하압력 그리고 실린더와 피스톤의 클롱마찰 등으로 인하여 발생된다. Fig. 2는 지령전압에 대한 밸브유량의 Bode 선도로서, 지령전압이 커질수록 비선형성이 나타나는 것을 볼 수 있다. 이것은 지령전압과 유량 및 부하압력 사이의 비선형성에 의한 것으로 생각된다. 그리고 적분기가 포함되어 있음을 알 수 있고, 적분기 특성을 제외한 주파수 특성으로부터 대역폭이 약 5~8 Hz임과 특히 대역폭 근방에서 약 3차 시스템으로 근사화 가능함을 보인다.

### 3. 유압 시스템의 모델규명

#### 3.1 입출력 실험 데이터

모델규명시에 사용되는 일반적인 입력신호는 GBN(Generalized Binary Noise) 신호로서, 이는 1 과 -1을 스위칭하는 신호이며, 그 한쪽의 신호 발생확률은  $p(0 < p < 1)$ 이고  $p=0.5$ 일 경우 PRBS(Pseudo-Random Binary Sequence) 신호가 된다. 확률  $p$ 가 높을수록 고주파, 낮을수록 저주파 특성으로 나타나며, PRBS 신호의 주기가 M 이라면 M차수의 지속적 기진조건(PE 조건)을 만족하게 된다. 만약 시스템에 가할 수 있는 신호의 최대 크기가 제한되어 있는 경우, PRBS 신호는 백색잡음보다 파워 스펙트럼의 밀도가 더 높기 때문에 입력신호로서의 장점을 가지게 된다. 따라서 본 논문에서도 식(1)과 같은 PRBS 신호를 입력신호로 사용하기로 한다.

$$u(t) = u(t-1) \times \text{sign}(r(t) - 0.5), u(0) = \pm 1$$

$$r(t) : \text{random variable}(0 < r(t) < 1) \quad (1)$$

위의 신호를 Fig. 3과 같이 쉬프트 레지스터(shift register)를 이용하여  $2^n - 1$ 개의 데이터까지는 모든 주파수 영역에서 같은 스펙트럼이 나올 수 있도록 하였다. 단는 배타적 논리 합으로 그 논리치는 Table 2와 같다. 입력신호 발생시 데이터의 샘플링 주파수는 추정하려는 시스템의 주파수보다 커야하며 이론적으로는 나이퀴스트(Nyquist) 주파수 이상으로 되어야 한다. 샘플링 주파수가 커지면 이산시간계의 극점이 복소  $z$ -평면에서  $z=1$ 에 접근함으로써 수치적으로 매우 민감하게 되고, 또한 고주파 영역에서의 피팅(fitting)을 강조하는

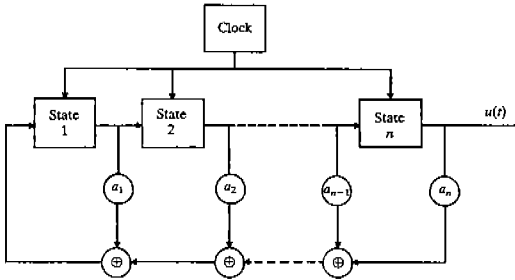


Fig. 3 Shift register with modulo-two feedback path

Table 2. Modulo-two addition of two binary variables

$u_1$	$u_2$	$u_1 \oplus u_2$
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	0

결과를 초래하게 된다. 모델규명시 일반적인 샘플링 주파수는  $10\omega_B \leq \omega_s \leq 30\omega_B$  ( $\omega_B$ : 대역폭) 범위 내의 값이므로, 본 논문에서 고려한 유압시스템의 대역폭이 5~8 Hz 정도임을 고려하여 샘플링 주파수를 200Hz로 선정하기로 한다.

3.2 모델규명 결과 및 고찰

시스템의 입출력을 각각  $u(t), y(t)$ 로 정의하면, ARMAX 모델은 다음과 같이 정의된다.

(ARMAX)

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})u(t) + C(z^{-1})e(t) \tag{2}$$

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + \dots + a_nz^{-n}$$

$$B(z^{-1}) = b_1z^{-1} + b_2z^{-2} - \dots - b_mz^{-m}$$

$$C(z^{-1}) = 1 + c_1z^{-1} + c_2z^{-2} - \dots - C_pz^{-p}$$

위의 식에서  $e(t)$ 는 일장강도를 가지는 백색잡음이며, ARX 모델은  $C(z^{-1})=1$ 로 둔 경우이다. 식(2)에 포함된 시스템 파라미터를 결정하기 위하여 최소자승법(LSM), 보조변수법(IVM)을 적용하여 ARX 모델을, 예측오차법(PEM)을 통하여 ARMAX 모델을 규명한다<sup>11)</sup>.

모델차수 결정 및 검증에는 일반적으로 AIC (Akaike's Information Criterion)법과 FPE (Akaike's Final Prediction Error)법<sup>11)</sup> 등이 사용

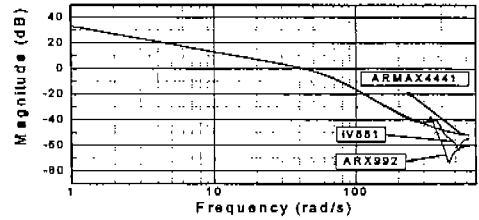


Fig. 4 Bode plots of estimated models

되지만, 이를 적용한 결과 매우 높은 차수의 모델이 규명되어 본 논문에서는 다음의 네가지 조건 i) 극영점의 상쇄가 없고 시스템이 안정할 것, ii) residual test가 99% 신뢰 간격 안에 들어 올 것, iii) 차수의 증가에 비하여 예측오차의 감소율이 작을 것, iv) 저차일 것 등을 만족하는 범위 내에서 모델을 규명한다. 여기서 ii)항은 모델오차와 입력 신호가 서로 무상관임을 테스트하는 조건으로 해석된다. 본 논문에서는 모델규명 전문 패키지인 Matlab의 Identification Toolbox를 이용하였으며, 입출력 데이터는 Matlab에서 Borlandc 3.1 컴파일러를 이용한 동적 링크 라이브러리(dll)를 만들어 AD/DA카드로부터 획득하였다.

Fig. 4는 규명된 ARX 및 ARMAX 규명모델의 Bode 선도를 나타내고 있다. 여기서 PEM으로 규명된 ARMAX모델은 식(2)에서  $n=4, m=4, p=4$  그리고 입출력 데이터간의 지연이 1 샘플링 주기이며, LSM으로 규명된 ARX 모델은  $n=9, m=9$ , 입출력 데이터간의 지연이 2 샘플링 주기, 그리고 IVM으로 규명된 ARX 모델은  $n=8, m=8$ , 입출력 데이터간의 지연이 1 샘플링 주기를 가진다.

Fig. 4로부터 최소자승법과 보조변수법으로 규명한 ARX 모델의 출력은 실측 데이터에 양호하게 추종하면서 residual test는 만족할 만하나 모델차수가 과도하게 결정되어 극영점 상쇄 현상이 나타남을 알 수 있었다. 반면에 예측오차법에 의한 ARMAX 모델은 출력 데이터의 오차 크기는 대체적으로 양호하지만, 잡음모델의 추정정도가 좋지 않아 residual test에서 만족할만한 결과를 보여주지 못하였다. 그리고 ARX 모델의 경우 추정된 파라미터에 잡음의 영향도 같이 반영되므로 실제 시스템의 차수보다 더 높은 차수로 나타남을 알 수 있었으며, 반면에 ARMAX 모델은 잡음을 추정하

는 MA(Moving Average)부분이 있으므로 상대적으로 저차로도 좋은 추정상태를 나타내고 있음을 보인다. 또한 ARX모델이 ARMAX 모델보다 차수가 높은 관계로 고주파역에서 상대적으로 작은 규명오차를 나타내었다.

결과적으로 Fig. 4에서와 같이 300rad/s 이상에서는 각 모델마다 고주파수 영역에서 시스템의 고주파 다이내믹과 잡음 등의 영향으로 차이가 있지만, 제어 가능한 영역이 대역폭 근처의 영역까지인 것을 감안하면 세 모델이 모두 타당하리라 사료된다. 그러나 제어기 설계에 있어서 모델은 저차인 것이 바람직하므로 PEM에 의하여 규명된 ARMAX 모델을 규명모델로 결정하기로 한다. Fig. 5에서 시간역에서의 ARMAX 규명모델이 실험 데이터를 양호하게 추정하고 있음을 보이고 있다.

ARMAX 규명모델의 구체적인 결과식은 다음과 같이 4차로 주어진다.

$$G(z^{-1}) = \frac{z^{-1}(b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + b_3z^{-3} + b_4z^{-4})}{1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + a_3z^{-3} + a_4z^{-4}} \quad (3)$$

$b_1 = 8.305 \times 10^{-4}, b_2 = 1.862 \times 10^{-4}$   
 $b_3 = 4.453 \times 10^{-4}, b_4 = 1.596 \times 10^{-2}$   
 $a_1 = 2.4956, a_2 = 1.862 \times 10^{-4}$   
 $a_3 = -3.845 \times 10^{-1}, a_4 = -9.426 \times 10^{-4}$

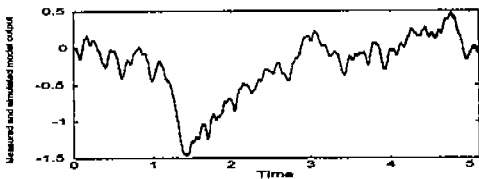


Fig. 5 Model validation of ARMAX model by PEM (- : experimental output, ... : PEM output)

Table 3. Variation of Parameters

	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$
maximum	-2.432	2.088	-0.2427	-0.06174
minimum	-2.5374	1.8111	-0.48847	-0.13625
average	-2.4956	1.9744	-0.3845	-0.09426
	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$
maximum	0.001536	0.001408	0.003344	0.01656
minimum	0.0001786	-0.002151	-0.0008190	0.01531
average	0.0008305	0.0001862	0.0004453	0.01596

위의 계수들에서 수  $b_1, b_2, b_3$ 가  $b_4$  보다 상대적으로 작은 것으로 미루어 볼 때 시스템의 시간지연이 샘플링 시간의 약 4배 정도인 것을 알 수 있다. 각 파라미터 변동범위는 Table 3과 같으며, 파라미터 변동치는 제어기 설계시 모델링 오차를 정의하는데 이용된다.

식(3)의 4차 이산시간 모델을 쌍일차변환을 이용하여 연속시간 모델로 바꾸면 아래와 같다.

$$G(s) = \frac{-2.39s^3 + 1546s^2 - 3.664 \times 10^3 + 5.487 \times 10^7}{s^4 + 389.6s^3 + 2.937 \times 10^4s^2 + 1.215 \times 10^6s - 195.6} \quad (4)$$

Fig. 4에서 실제 시스템의 대역폭과 샘플링 주파수가 620rad/s이고, 고주파역에서의 잡음을 무시하는 것으로 하여,  $10^{-3}rad/s$  이하와  $3 \times 10^2rad/s$  이상의 주파수 특성은 고려하지 않기로 한다. 따라서 식(4)에 대하여 한켄노움근사법<sup>12)</sup>을 적용하여 3차 시스템으로 차수를 축소한 후, 영점의 영향이 대역폭을 훨씬 넘어선 영역에서 나타나는 특성을 고려하면 식(4)를 아래의 식(5)와 같이 적분요소를 가지는 3차 시스템으로 기술할 수 있게 된다.

$$G_0(s) = \frac{159207}{s^3 + 75.64s^2 + 3569s} \quad (5)$$

Fig. 6은 식 (3), (4), (5)에서 주어진 모델에 대한 Bode 선도로서, 식(5)의 규명모델에 대한 타당성을 보여주고 있다.

다음 장에서는 식(5)의 공칭모델을 기초하여 이산시간 슬라이딩 모드 제어를 설계하고 그 결과를 실험적으로 고찰한다.

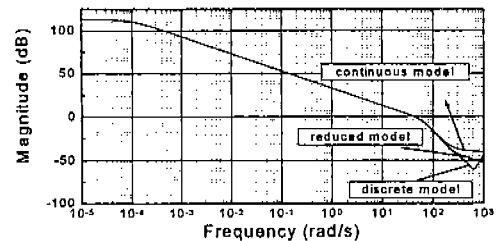


Fig. 6 Comparison between estimated and reduced models within wide frequency range

#### 4. 이산시간 슬라이딩 모드 제어

본 장에서는 이산시간역에서 슬라이딩 모드 제어기의 설계법 및 상태 관측기 구성법<sup>9)</sup>을 요약한다. 여기서 연속시간역에서 설계된 제어기에 대한 이산화 과정을 간략히 기술한다. 그리고 두 제어기에 대한 실험결과를 도시, 고찰한다.

##### 4. 1 이산시간역 슬라이딩 모드 제어기 설계

먼저 다음과 같은 이산시간 상태공간 모델을 고려한다.

$$x(k+1) = \Phi x(k) + \Gamma u(k) \quad (6)$$

여기서  $u(k) = u(t)$  ( $kT_s < t < (k+1)T_s$ ,  $T_s$ : 샘플링 시간)는 제어입력,  $x(k) = x(kT)$ 는 상태변수로써 모두 관측 가능한 것으로 가정한다. 이때 상태변수를 상태공간 내의 목표궤적  $x_d(k)$ 에 추종시키면서 채터링을 고려한 서보 제어기 설계를 고려한다. 먼저 상태변수의 추종오차  $e(k)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$e(k) = x(k) - x_d(k) \quad (7)$$

그리고 식(6)의 이산시간 모델에 대하여 초평면을 다음과 같다고 하면,

$$\alpha(k) = S e(k) \quad (8)$$

채터링의 저감을 고려한 제어입력은 아래의 식(9)와 같이 주어진다.

$$u(k) = u_{eq}(k) + u_{nl}(k) \\ = -(S\Gamma)^{-1} [S\{\Phi\alpha(k) - x_d(k+1)\} + (\eta - 1)s(k)] \quad (9)$$

$$u_{eq}(k) = -(S\Gamma)^{-1} [S\{\Phi x(k) - \delta_d(k+1)\} - \delta s(k)] \quad (10)$$

$$u_{nl}(k) = -\eta S\Gamma^{-1} \delta(k), \quad 0 < \eta < 2 \quad (11)$$

단,  $\det(S\Gamma) \neq 0$ 가 성립하는 것으로 가정하며,  $\delta x_d(k+1) = x_d(k+1) - x_d(k)$ 를 나타낸다. 식(10)에서 등가 제어입력  $u_{eq}(k)$ 는  $\Delta\alpha(k+1) = \alpha(k+1) - \alpha(k) = 0$ 를 만족하여 상태가 지속적으로 슬라이딩

평면상에 머물도록 하는 것이며, 제어입력  $u_{nl}(k)$ 는  $|\Delta\alpha(k+1)| < |\Delta\alpha(k)|$ 를 만족하여 아래 식(12)의 오차시스템을 안정화하는 입력으로서, 슬라이딩 평면을 이탈해 있는 상태를 평면상으로 수렴하게끔 한다. 그리고  $S$ 는 다음의 오차 시스템을 안정하게 하도록 선택한다.

$$e(k+1) = x(k+1) - x_d(k+1) \\ = [\Phi - \Gamma(S\Gamma - 1S)\Phi - I]e(k) \\ + [I - \Gamma(S\Gamma - 1S)\Phi]x_d(k) \\ + \{\Gamma(S\Gamma - 1S - I)x_d(k+1)\} \quad (12)$$

여기서  $0 < \eta < 1$ 이면 채터링이 일어나지 않으며, 제어입력은  $kT < t < (k+1)T$ 에서 연속적임에 주의하자. 끝으로 모델 파라미터 오차 및 외란이 존재할 경우에 초평면  $\alpha(k)$ 에 관하여 검토한다. 먼저 파라미터 오차의 영향을 고려한다.  $\Phi, \Gamma$ 의 공칭치를  $\hat{\Phi} = \Phi + \delta\Phi, \hat{\Gamma} = \Gamma + \delta\Gamma$ 로 한다.  $\alpha(k)$ 의 안정화 조건은  $|\Delta\alpha(k+1)| < |\Delta\alpha(k)|$ 로부터 다음과 같이 주어진다.

$$|S\{\Phi\alpha(k) + \Gamma u(k) - x_d(k+1)\}| < |\alpha(k)| \quad (13)$$

가 된다. 식(9)의 제어입력을 식(13)에 대입하면 아래와 같이 안정조건을 만족한다.

$$|S\{\Phi\alpha(k) - x_d(k+1)\} - (S\Gamma)^{-1} S\Gamma S\{\Phi\alpha(k) - x_d(k+1)\}| < |\alpha(k)|$$

다음에 외란  $h(t)$ 의 영향을 생각한다. 식(6)의 시스템에 대하여 매칭조건을 충족시키는 외란을 아래와 같이 고려한다.

$$x(k+1) = \Phi x(k) + \Gamma\{u(k) + h(k)\}$$

이때 상태의 절환면으로부터의 편차는 아래 식과 같이 주어지고

$$s(k+1) = STh(k) - (\eta - 1)\alpha(k)$$

여기서  $STh(k)$ 가 거의 일정하다고 간주할 수 있을 경우에는  $0 < \eta < 2$ 이면

$$s(k+1) \rightarrow \frac{1}{\eta} STh(k)$$

가 된다. 따라서  $\eta$ 를 안정인 범위에서 크게 하면

정상편차가 감소한다. 또 일반적으로 샘플링 주기를 충분히 작게 해 가면  $\Gamma$ 의 요소도 비교적 작아지는 점에서, 정상편차도 작아지고 외란에 대하여 견실한 성능을 가지게 됨을 알 수 있다.

4.2 상태 관측기 설계

다음에는 제어를 설계할 경우 모든 상태를 관측하기가 어려우므로 상태 관측기를 설계한다. 먼저 유압 시스템의 4차 규명모델 식(3)을 이산시간 상태공간모델로 기술한다.

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \Phi x(k) + \Gamma u(k) \\ y(k) &= Hx(k) + Du(k) \end{aligned} \quad (14)$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0.0717 \\ 1 & 0 & 0 & 0.4594 \\ 0 & 1 & 0 & -2.0589 \\ 0 & 0 & 1 & 2.5277 \end{bmatrix}, \Gamma = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$H = [0.00076 \ 0.0243 \ 0.00470 \ 0.00276], D = 0$$

현재의 관측출력  $y(k)$ 에 대한 현재의 상태 관측치가  $\hat{x}(k)$ 라고 하면

$$\hat{x}(k) = \bar{x}(k) + L_c(y(k) - H\bar{x}(k))$$

로 되며,  $\bar{x}(k)$ 는 이전 시간의 관측치  $\hat{x}(k)$ 를 기초로 한 모델의 예측치로서 다음과 같다.

$$\bar{x}(k) = \Phi \bar{x}(k-1) + \Gamma u(k-1)$$

그리고 관측치의 오차를  $\hat{x}(k)$ 라고 두면 오차 시스템은 아래와 같으며,

$$\hat{x}(k+1) = [\Phi - \Phi L_c H] \hat{x}(k) \quad (15)$$

여기서  $L_c$ 는 식(15)가 안정하도록 설계하여야 한다. 본 논문에서는 Ackermann의 추정기 오차 공식<sup>9)</sup>을 사용하여 다음과 같이 설계하기로 한다.

$$L_c = \alpha_e(\Phi) \begin{bmatrix} H\Phi \\ H\Phi \\ H\Phi \\ H\Phi \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\alpha_e(\Phi) = \Phi^4 + \alpha_1\Phi^3 + \alpha_2\Phi^2 + \alpha_3\Phi + \alpha_4I$$

여기서  $\alpha_e$ 는 다음의 특성 다항식을 만족하는 값으로 주어진다.

$$\alpha_e(z) = z^4 + \alpha_1z^3 + \alpha_2z^2 + \alpha_3z + \alpha_4$$

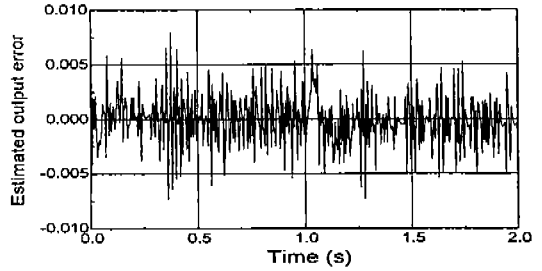


Fig. 7 Error between observed and estimated outputs

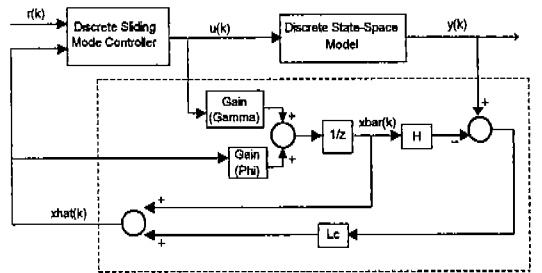


Fig. 8 Block diagram of sliding mode control system

Fig. 7은 관측출력과 관측기에 의한 추정출력간의 오차를 나타낸 것으로서 바이어스가 거의 없고 오차 크기가 작으므로 좋은 관측 성능을 보여주고 있음을 알 수 있다.

지금까지 설계된 이산시간 슬라이딩 모드 제어 시스템의 블록선도는 Fig. 8과 같다.

4.3 연속시간 슬라이딩 모드 제어기의 이산화

다음에는 4.1과 4.2절에서 설계된 제어기의 성능을 비교하기 위하여 연속시간역에서 설계된 제어기의 이산화 과정을 간략히 기술한다. 식(5)에서 주어진 제어대상에 대하여 연속시간역에서 슬라이딩 모드 제어기<sup>9)</sup>를 설계하면 제어입력은 아래와 같다.

$$\begin{aligned} u &= \frac{1}{b} \{ (a_1 - 2\lambda)\dot{x} + (a_2 - \lambda^2)x \\ &+ k \cdot \text{sat}\left(\frac{\sigma}{\Phi}\right) \}, \Phi = \lambda^{n-1}\epsilon \end{aligned} \quad (17)$$

여기서  $a_1, a_2$ 는 각각 시스템 파라미터이며, 불

확실성에 대한 견실성을 고려하는 견실 파라미터들은 각각 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} x &\geq \beta F + D + \eta + (b-1 |u_{eq}| \\ b &= (b_{max} b_{min})^{\frac{1}{2}}, \\ \beta &= (b_{max}/b_{min})^{\frac{1}{2}} \\ F &= |f - \hat{f}|, D \geq |d(t)| \end{aligned} \quad (18)$$

그리고 후진방향 법칙(backward rule)<sup>12)</sup>을 써서 슬라이딩 평면과 제어입력을 이산시간역에서 표현하면 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned} u(k) &= \frac{1}{b} (K_{1y}(k) + K_{2y}(k-1) \\ &\quad + K_{3y}(k-2) + \chi \cdot \text{sat}\left(\frac{\alpha(t)}{\phi}\right)) \end{aligned} \quad (19)$$

$$K_1 = \frac{a_1 - 2\lambda}{T_s^2} + \frac{a_2 - \lambda^2}{T_s}$$

$$K_2 = -\frac{2(a_1 - 2\lambda)}{T_s^2} + \frac{a_2 - \lambda^2}{T_s}$$

$$K_3 = \frac{a_1 - 2\lambda}{T_s^2}$$

위의 식에서 대역폭  $\lambda$ 는 모델링되지 않은 시간 지연이나 다이내믹, 샘플링 시간 그리고 시스템의 공진주파수 등에 의하여 결정되어지는 설계 파라미터이다.

#### 4.4 실험결과 및 고찰

본 논문에서 고려한 유압 시스템에서 관측 가능한 변수는 오직 실린더 위치뿐이므로 관측기를 사용하여 모든 상태변수를 추정하였으며, 기준 입력 신호는 식(5)를 기준모델로 하여 기준모델의 출력이 안전한 과감쇠 응답이 되도록 설계하여 발생하였다. 실제로 기준입력을 스텝신호로 할 경우 상태가 슬라이딩 평면으로 도달하려고 할 때 과도한 입력이 가해지므로 시스템이 불안해질 수 있다. 슬라이딩 평면은 식(12)의 오차 시스템을 안정하게 할 수 있도록  $S = [1 \ 1 \ 1]^T$ 로 선정하였다. 제어하는 동안의 샘플링 시간은 0.005초로 하고, 기준입력은 1V와 0V로 번갈아 발생시켰다.

Fig. 9와 10은 식(9)에서 주어진 이산시간 슬라이딩 모드 제어기에 대한 서보밸브 변위에 대한 결

과로서, 각각 질량을 35kg, 75kg으로 한 경우의 실험결과들이다. 그림에서 파라미터 변동에도 매우 양호한 견실 서보성능을 보이고 있으며, 특히 슬라이딩 평면에 채터링 현상이 그다지 심하지 않음을 알 수 있다.

Fig. 11과 Fig. 12는 식(19)에서 주어진 이산화 슬라이딩 모드 제어기에 대하여 질량을 각각 35kg, 45kg으로 하여 실험한 서보밸브 변위의 추종성능을 나타내고 있다.

식(19)에서 대역폭  $\lambda$ 는 모델링되지 않은 시간 지연이나 다이내믹, 샘플링 시간 그리고 시스템의 공

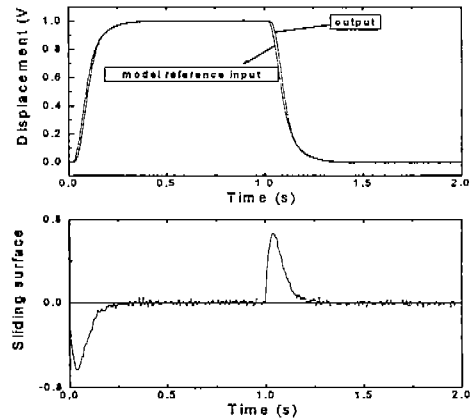


Fig. 9 Discrete sliding mode controller designed in discrete-time domain (mass=35kg,  $\eta=0.35$ )

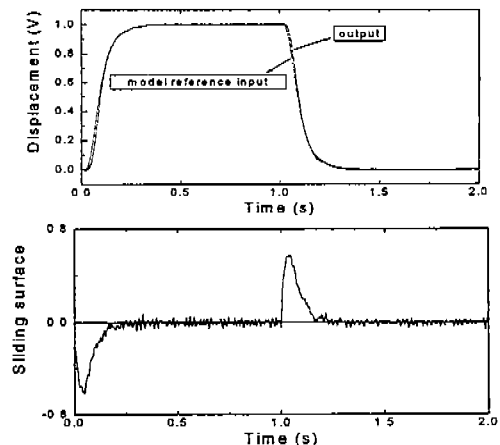


Fig. 10 Discrete sliding mode controller designed in discrete-time domain (mass=75kg,  $\eta=0.35$ )



진주파수 등에 의하여 결정되어지는 설계 파라미터로서, 30rad/s로 선정한다. 그리고 상태변수를 슬라이딩 평면에 구속시키는 견실성 계수  $\chi$ 에 포함된  $\beta$ 와  $F$ 는 모델집합에서 공칭모델을 기준으로 계산한다. 즉  $\beta$ 는 식에 의하여  $\beta=1.1425$ 이고,  $F$ 의 경우  $\lambda=30$ 이라고 하면,  $|F_{\max}|=9900$ 으로 된다. 등가 제어입력의 크기  $|u_{eq}|$ 는 같은 방법으로  $|u_{eq}|=8600$ 으로 된다. 추정되지 않은 외란과  $\eta$ 등을 고려하여 견실성 계수는  $\chi=20000$ 으로 선정한다.

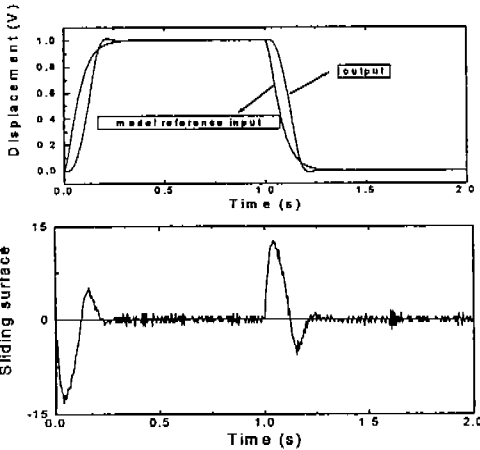


Fig. 11 Discrete sliding mode controller designed in continuous-time domain(mass=35kg, model order=2,  $\Phi=2.5$ ,  $\lambda=18$ )

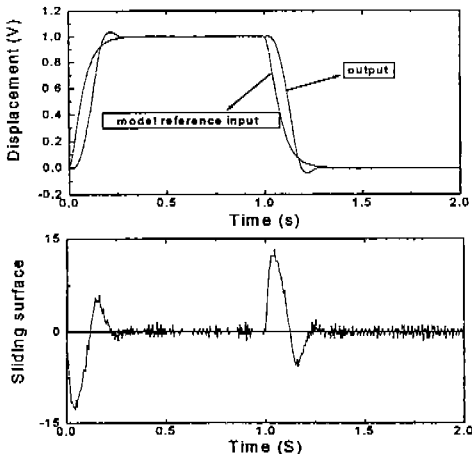


Fig. 12 Discrete sliding mode controller designed in continuous-time domain (mass=75kg, model order=2,  $\Phi=2.5$ ,  $\lambda=18$ )

다. 슬라이딩 표면의 경계층의 두께  $\Phi$ 는 추종오차  $\epsilon=0.02$ 이라면  $\Phi=18$ 으로 된다. 그러나 관측잡음이 많이 포함될 경우에는 이보다 더 큰 수치인 것이 바람직하다.

Fig. 11과 12에서 모델의 차수가 낮아짐에 따라 모델링 오차는 증가하였지만, 채터링 현상이 거의 발생하지 않고 동시에 부하 변동에 대해서도 양호한 견실 서보 성능을 보이고 있음을 알 수 있다. 그러나 연속시간 슬라이딩 모드 제어기를 이산화한 경우의 결과(Fig. 11, 12)는 이산시간역에서 직접 설계된 제어기 결과(Fig. 9, 10)보다 기준입력을 추종하는 서보 성능이 다소 나쁘다는 것을 알 수 있고, 특히 기준입력이 일정하게 변화되는 시점에서 오버슈트나 언더슈트의 현상이 발생함을 보이고 있다. 이는 식(19)의 이산화 제어기에 포함된  $1/T_s^2$ 항에서 샘플링 시간이 작은 경우에는 제어게인 감도가 매우 커 관측잡음이 되어 다소의 채터링이 발생하기 때문인 것으로 사료된다. 실제 반복된 실험으로부터 양호한 결과를 얻기 위해서는 제어입력의 견실성 파라미터  $\chi$ 와  $\Phi$ 를 매우 크게 선정하여야 함을 알 수 있었다.

### 5. 결 론

본 연구에서는 전기-유압 서보 시스템에 대하여 예측오차 규명 알고리즘을 적용하여 3차의 ARMAX 모델을 규명하고, 반복된 실험으로부터 파라미터 변동범위를 구하였다. 그리고 연속시간 및 이산시간 슬라이딩 모드 제어를 이용하여 부하 질량 변동에도 견실 추종성능을 가지는 서보 제어기를 설계하였다. 결과적으로 연속시간역에서의 슬라이딩 모드 제어기를 이산화한 경우는 제어기의 이산화 영향으로 인하여 서보 성능이 나뻐졌지만, 반면에 이산시간 슬라이딩 모드 제어기는 그러한 영향을 고려하여 설계를 하였기 때문에 심한 채터링 문제를 근본적으로 해결할 수 있었고, 보다 양호한 서보 성능을 가짐을 보였다. 향후 두 제어기 성능의 차이점에 관한 이론적인 연구가 필요할 것으로 생각된다.

## 참고문헌

- 1) B. W. Surgenor and N. D. Vaughan, "Continuous Sliding Mode Control of a Pneumatic Actuator," Trans. of the ASME, Vol. 119, pp. 578~581, 1997.
- 2) Y. Liu and H. Handoors, "Application of Sliding Mode Control to an Electrohydraulic ServoSystem with Flexible Mechanical Load," MOVIC' 98, pp. 249~253, Switzerland, 1998.
- 3) O. P. Ha, H. O. Nguyen, D. C. Rye and H. F. Durrant-Whyte, "Sliding Mode Control with Fuzzy Tuning for an Electro-Hydraulic Position Servo System," Proc. of the 2th Int'l Conf. on Knowledge-Based Intelligent Electronics Systems, pp. 141~148, Australia, 1998.
- 4) T. Kimura, S. Hara and T. Tomisaka, "H<sup>∞</sup> Control with Minor Feedback for a Pneumatic Actuator System," Proc. of the 35th CDC, pp. 2365~2370, Japan, 1995.
- 5) 현장환, 이정오, "Adaptive Sliding Mode Control 을 이용한 전기유압식 서보시스템의 위치제어에 관한 연구," 한국정밀공학회지, 1994.
- 6) J. J Slotine, "Sliding Mode Controller Design for Nonlinear Systems," Int. J. Control, Vol. 10, No. 2, pp. 421~434, 1984.
- 7) K. Furuta, "Sliding Mode Control of a Discrete System", Systems & Control Letters, Vol. 41, pp. 145~152, 1990.
- 8) John Y. Hung, Weibing Gao, James C. Hung, "Variable Structure Control : A Survey", IEEE Transactions on Industrial Electronics, 1993.
- 9) 野波健藏, 田 宏奇, "スライディング 制御," コロナ社, 1994.
- 10) Torsten Soderstrom, Petre Stoica, "System Identification," Prentice Hall, 1989.
- 11) 片山 徹, "システム同定入門," システム制御情報學會, 1994.
- 12) M. Green and D. J. N. Limbeer, "Linear Robust Control," Prentice Hall, 1996.

## 저 자 소 개

**엄상오(嚴相五)**

1954년 1월생. 1986년 부산공업대학교 전기공학과 졸업. 1991년 8월 숭실대학교 대학원 졸업(석사). 1995년 2월 한국해양대학교 대학원 박사과정수료. 1996년 9월~현재 양산대학 환경안전과 교수. 당학회 중신회원

**황이철(黃貳鐵)**

1961년 10월생. 1987년 2월 부산대 기계설계공학과 졸업. 1991년 2월 동 대학원 졸업(석사). 1996년 오사카대 대학원 전자제어기계공학과 졸업(박사). 1996년 10월~1998년 2월 부산대 기계공학부 국책교수. 1998년 3월~현재 동의대 기계·산업시스템공학부 교수. 당학회 회원

**박영산(朴永算)**

1968년 12월생. 1991년 2월 한국해양대 기관학과 졸업. 1997년 2월 동 대학원 기관학과 졸업(석사). 1999년 2월 동 대학원 박사과정수료. 당학회 회원