

## 복잡 지표경계 영역에서 경계 일치 좌표계를 이용한 수치 시뮬레이션에 관한 연구

### Study on Numerical Simulation Using Body-fitted Coordinate System for Complex Terrain

홍 정 혜 · 김 유 근 · 이 화 운

부산대학교 대기과학과

(1999년 2월 25일 접수, 2000년 6월 5일 채택)

Jung-Hye Hong, Yoo-Keun Kim and Hwa-Woon Lee  
*Department of Atmospheric Sciences, Pusan National University*

(Received 25 February 1999; accepted 5 June 2000)

#### Abstract

The three-dimensional new coordinate system over a single hill, double hills and complex terrain with a single hill and a rectangular obstacle was generated using a body-fitted coordinate system. Control of the coordinate line distribution in the field was executed by generalizing the elliptic generating system to Poisson equation,  $\nabla^2 \xi = P$ . The new coordinate system was well fitted to the surface boundary of a single hill and double hills. But in the case of complex terrain with hill and rectangular obstacle there was smoothing tendency around the rectangular obstacle.

In order to show the validity of the body-fitted coordinate system the heat diffusion equation was transformed and the temperature distribution was calculated over the various terrain. The results showed the temperature distribution was very symmetrical and stable around hills and obstacle. As a result the couple of a body-fitted coordinate system and the heat diffusion equation were executed successfully.

Wind field over complex terrain with hill and rectangular obstacle which represent urban area was simulated stably in body-fitted coordinate system. The qualitative result show the enhancement of wind speed at the upwind direction of a hill and a rectangular obstacle and the recirculation zone at the downwind direction.

**Key words :** body-fitted coordinate system, grid generation, heat diffusion equation, wind field, complex terrain

#### 1. 서 론

대기의 운동을 연구하는 방법에는 다년간 관측된 자료를 이용하여 자료간 혹은 시간사이의 관계를

밝히는 통계적 방법, 대기의 현상을 실험실에서 재현하기 위하여 풍동과 같은 물리적 모형을 설치하여 모형내에서 관측하는 방법, 그리고 고찰하고자 하는 경계조건을 이용하여 대기를 지배하는 방정식을 풀어서 대기의 흐름이나 기타 물리량을 구하는

방법이 있다. 이 중에서 세 번째 방법은 계산기의 처리 능력 향상에 따라 시간·공간적으로 다양한 규모의 대기 운동에 대한 수치 모형의 발달을 이루어 왔다.

수치모형을 이용하는 방법은 대기 운동을 표현하는 편미분 방정식을 차분법을 이용하여 대수방정식으로 근사시키고 본래 문제에 대한 해를 이 대수방정식들로부터 구하는 것으로, 계산기의 처리 능력과 속도의 급격한 발전으로 대기과학 뿐 아니라 편미분 방정식의 해를 구해야 하는 많은 분야에서 이용되고 있다.

편미분 방정식은 초기조건과 경계조건에 의해서 해가 결정되는데, 특히 대기운동을 기술하는 편미분 방정식계는 지표 경계조건을 어떻게 반영하는가가 주요한 점이다. 이것은 지표 경계가 좌표와 일치하는 경우는 차분법에 의해 근사된 대수 방정식계로부터 구해진 해가 최상의 결과를 나타내지만 실질적인 문제에서는 불규칙한 지표경계를 가지고 있고 특히 도시지역에서는 큰 굴곡과 불연속적인 경계를 포함하고 있어 경계에서 커다란 계산 오차 또는 계산 불안정이 나타날 수 있음을 뜻한다. 대기 수치모형을 구성할 때, 이러한 문제를 극복하기 위해서 소밀한 격자 간격과 적절한 격자의 변환이 요구된다. 하지만 계산 격자 간격을 조밀하게 하는 경우에는 계산의 불안정 때문에 시간함에 대한 시간 간격을 고려해야 하고 전체 계산 시간 또한 염두해 두어야 한다.

좌표 변환에 대해서 많은 연구가 진행되어 왔는데, 불규칙한 계산 공간을 이등변 삼각형 격자로 변형(Chu, 1971)하는 등 불균일한 경계를 좌표와 맞추기 위한 다양한 방법들이 연구되어 왔다(Kao, 1980; Barfield, 1970; Winslow, 1966). 또한 대기 수치모형에서는 일정한 물리량을 따라 좌표를 구분하는데, Phillips(1957)는 최저 좌표평면과 지표가 일치하는 것에 대한 연구를 시도하였고, Johnson과 Uccellini(1983), Uccellini *et al.*(1979), Bleck(1978), Friend *et al.*(1977), Deaven(1976)은 연직적으로 온도가 같은 면을 좌표면으로 하는 등온좌표계와 지표압력을 기준으로 하여 압력이 같은 면을 좌표면으로 하는  $\sigma$  좌표계를 이용하였다. 그 외 Kasahara(1974)와 Sundquist(1979)는 수치 모형에서 이용되는 다양한 연직 좌표계에 대해서 논의하였다.

도시의 중심부가 산과 산사이의 골에 존재하고 있는 경우, 지표경계는 빌딩과 같은 직각의 경계와 산악과 같은 굴곡의 경계를 동시에 포함하게 된다. 이러한 도시에서의 대기흐름과 대기오염물질의 확산 및 이류를 설명하기 위해서는 그에 맞는 좌표계의 형성이 중요한데, 그 이유는 지형의 경사가 수치 불안정에 영향을 주기 때문이다. 수치 불안정은 수치모형의 종류 또는 계산조건에 따라 다르지만, 神田(1992)의 연구에서는 격자간격, 수평확산계수 그리고 시간간격이 작을수록 계산 가능한 지형의 경사가 커짐을 보이고 있다.

산지지형에 위치하는 도시에서의 대기의 흐름을 수치모의 하기 위해 곡선 좌표계를 형성하여 지형을 따라 좌표계를 형성하는 것이 중요하다. 즉 좌표계의 변환은 경계를 일치 시킨다는 의미인데, 이러한 경계조건 문제는 편미분 방정식의 형태로, 경계조건을 고려할 수 있는 좌표계를 형성하는 수치적 접근 방법은 학문의 한 분야를 이루고 있다. elliptic type의 편미분 방정식을 포함하는 현상의 수치적 해석을 요구하는 분야에서 경계일치는 기본적인 필요로써 자동차 공학에서 유동의 수치실험이나 열전도를 설명하는데 이용되어 지고 있고 상용화되어 있을 정도로 급속한 발전을 이루었다.

좌표변환의 대부분 기초 연구에서는 경계를 설명할 수 있는 2차원의 좌표계를 형성하고 간단한 열전도 방정식에 대해 변환된 좌표계에서 해를 구함으로써 좌표 변환을 설명하고 있다(Thompson *et al.*, 1976; Chu, 1971).

대기과학 분야에서는 복잡한 지형이 있는 경우의 대기 유동을 수치 시뮬레이션 하기 위해서 경계 일치 좌표계(body-fitted coordinate)가 유용하지만 수식이 복잡해지고 많은 계산 시간을 필요로 하기 때문에 다른 좌표계의 이용보다는 늦었다. 하지만 계산기의 발달로 복잡한 지형에서의 대기 유동을 설명하기 위한 경계 일치좌표계의 적용이 가능해지면서 이를 이용한 연구가 늘어나고 있다(김현구 등, 1997; 김현구와 이정목, 1997; CAPS(Center for Analysis and Prediction of Storm), 1995).

본 연구에서는 지표 경계의 굴곡을 설명할 수 있는 3차원의 경계 일치 좌표계를 형성하고, 경계 일치 좌표계에서 다양한 지표 경계조건에 대한 열확산 방정식을 해석하여 형성된 좌표계의 유효성을

보인다. 그리고 경계 일치 좌표계에서 언덕과 직각 장애물이 있는 영역에서의 대기유동장을 수치모의 하여 복잡한 지형에서의 도시영역의 유동장 수치모의의 가능성을 보인다.

## 2. 좌표계 형성

### 2.1 좌표계 형성 기본방정식

새로운 좌표계형성을 위한 방정식의 수학적 배경은 다음과 같다. 임의 좌표계가

$$\nabla^2 \xi^i = 0, \quad (i = 1, 2, 3) \quad (1)$$

을 만족하고 새로운 좌표계형성을 위해 좌표선 분포의 제어는 타원생성구조(elliptic generating system)

$$\nabla^2 \xi^i = P^i, \quad (i = 1, 2, 3) \quad (2)$$

의 Poisson 방정식계를 따른다면,  $P^i$ 는 좌표계의 좌표선의 공간 배치와 원점의 위치를 제어하기 위해서 적절하게 고안된 좌표제어함수이다.

실제 계산은 직각변환계에서 수행되므로 새롭게 형성되는  $\xi^i$ -곡선좌표계는 독립변수이고 Cartesian 좌표계의 좌표축  $x_i$ 는 종속변수가 된다. 그리고 Laplacian 변환 (Thompson, 1985)을 이용하여 위치벡터  $r(x, y, z)$ 를 표현하면 다음의 방정식을 얻는다.

$$\nabla^2 r = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 g^{ij} r_{\xi^i \xi^j} + \sum_{k=1}^3 (\nabla^2 \xi^k) r_{\xi^k} \quad (3)$$

여기서  $g^{ij}$ 는 反變벡터(contravariant vector)의 내적으로 표현되는 反變텐서(contravariant tensor)이다.

텐서형을 모두 풀어서 정리하고 (1)의 정의를 이용하면

$$\begin{aligned} &g^{11}r_{\xi^1 \xi^1} + g^{12}r_{\xi^1 \xi^2} + g^{13}r_{\xi^1 \xi^3} + g^{21}r_{\xi^2 \xi^1} + g^{22}r_{\xi^2 \xi^2} + \\ &g^{23}r_{\xi^2 \xi^3} + g^{31}r_{\xi^3 \xi^1} + g^{32}r_{\xi^3 \xi^2} + g^{33}r_{\xi^3 \xi^3} \\ &+ \nabla^2 \xi^1 r_{\xi^1} + \nabla^2 \xi^2 r_{\xi^2} + \nabla^2 \xi^3 r_{\xi^3} = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

이고 여기서  $g^{ij}$ 는 대칭적이고 경계에서 격자점 분포에 관계없이 경계로부터 멀어지면서 수평 격자선이 등간격을 이루고 지표경계 부근에서 조밀한 격자간격을 가진다면

$$\begin{aligned} &g^{11}r_{\xi^1 \xi^1} + g^{22}r_{\xi^2 \xi^2} + g^{33}r_{\xi^3 \xi^3} + 2g^{12}r_{\xi^1 \xi^2} + 2g^{23}r_{\xi^2 \xi^3} \\ &+ 2g^{13}r_{\xi^1 \xi^3} = -C_\alpha \exp(-C_\beta \cdot \xi^3) r_{\xi^3} \end{aligned} \quad (6)$$

의 최종적인 격자 생성식 (6)을 얻으며, 여기서  $C_\alpha$ ,  $C_\beta$ 는 격자 소밀 결정상수이다.

### 2.2 좌표계 형성 영역과 경계조건

새로운 좌표계 생성을 적용할 지형의 유형과 위치는 Table 1과 같다. CASE I에서는 단순한 형태의 언덕지형(bell-type)을 고려하였고 CASE II에서는 복잡지형을 모사하기 위하여 규모가 다른 2개의 언덕지형에 대하여 격자점을 형성하였다. 그리고 CASE III에서 언덕지형과 빌딩으로 생각할 수 있는 직각 장애물이 혼합해 있는 격자계를 형성하였다.

Table 1에서 L은 지형 최고 높이의 1/2에서 산중심까지의 폭을 나타낸다. 이것을 설명하기 위한 언덕지형에 대한 모식도는 Fig. 1과 같다. 모든 경우에 대해서 실제 지형에서 있을 수 있는 경우 보다 지형의 경사를 급하게 고려하였는데 한계에 가까운 경계면 일치를 계산함으로써 앞으로의 연구에 적용될 수 있는 실제 지형에 대한 안정적인 계산을 위해서이다.

좌표계 형성 부분은 좌표계 형성을 위한 식(6)의 텐서 표현을 풀어서 중앙차분을 이용하여 이산화하였고, 반복·수렴하여 격자점을 결정하였다. 그리고 측면경계와 상부경계는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial y}{\partial \xi} = \frac{\partial z}{\partial \xi} = 0, \quad x = \xi, \quad \text{at } \xi = 0, \xi_{\max} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} = \frac{\partial z}{\partial \eta} = 0, \quad y = \eta, \quad \text{at } \eta = 0, \eta_{\max} \\ \frac{\partial x}{\partial \zeta} = \frac{\partial y}{\partial \zeta} = 0, \quad x = \zeta, \quad \text{at } \zeta = 0, \zeta_{\max} \\ z = z_G(x(\xi, \eta, 0), y(\xi, \eta, 0)) \quad \text{at } \zeta = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

Table 1. Classification of obstacle at surface boundary for test run.

Type	CASE I	CASE II	CASE III
	Single Hill	Double Hill	Hill & Building
h (Height, m)	300	300/400	300/200
Central position (x, y)	(36,36)	(21,36)/(50,36)	(15,21)/(30,21)
L (Width at h/2, m)	300	400/400	300/200
Calculation domain (m)	3500 × 3500/1500	2000 × 2000/1000	
Grid Points	71 × 71 × 31	41 × 41 × 20	

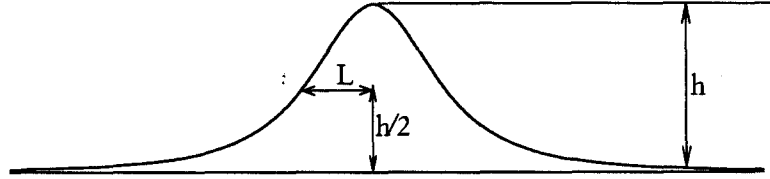


Fig. 1. Schematic depiction of the surface boundary condition used in the generated boundary-fitted coordinate system, height of hill (h), width of hill at the h/2 height (L).

### 3. 경계 일치 좌표계에서 열확산 방정식

비교적 해가 간단한 열확산 방정식은 이산화 방법을 검증하기 위한 방법으로 많이 사용되었고 (Goldman과 Kao, 1981) 본 연구에서도 좌표계 변환의 결과를 보이기 위한 방법으로 열확산 방정식을 선택하였다.

직교 좌표계에서의 3차원 열확산 방정식은

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( K_H \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_H \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_V \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (8)$$

이며, 여기서  $T$ 는 온도이고,  $x, y, z$ 은 Cartesian 좌표계의 각 성분이며  $K_H, K_V$ 는 각각 수평방향의 열확산계수와 연직방향의 열확산계수를 나타낸다. 위 방정식은 좌표변환에 의해 변환된 좌표계에서 다시 표현 되어야 하고 변환과정은 Farrashkhalvat와 Miles (1990)에 따르며 결과식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{T}{\sqrt{g}} \right) = \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\theta_x}{\sqrt{g}} \frac{\partial \xi}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\theta_y}{\sqrt{g}} \frac{\partial \eta}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left( \frac{\theta_z}{\sqrt{g}} \frac{\partial \zeta}{\partial x_i} \right) \quad (9)$$

여기서  $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ 은 다음과 같으며

$$\begin{aligned} \theta_x &= K_H \left( \frac{\partial T}{\partial \xi} \xi_x + \frac{\partial T}{\partial \eta} \eta_x + \frac{\partial T}{\partial \zeta} \zeta_x \right) \\ \theta_y &= K_H \left( \frac{\partial T}{\partial \xi} \xi_y + \frac{\partial T}{\partial \eta} \eta_y + \frac{\partial T}{\partial \zeta} \zeta_y \right) \\ \theta_z &= K_V \left( \frac{\partial T}{\partial \xi} \xi_z + \frac{\partial T}{\partial \eta} \eta_z + \frac{\partial T}{\partial \zeta} \zeta_z \right) \end{aligned} \quad (10)$$

여기서  $\xi, \eta, \zeta$ 는 지형을 따르는 곡선 좌표계이고  $\sqrt{g}$ 는 변환 Jacobian이다.

열확산의 해석은 변환된 열확산방정식 (9)를 시간

에 대해서는 전진차분, 공간에 대해서는 중앙차분을 이용하였고 경계조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \xi} &= 0, & \text{at } \xi=0, \xi_{\max} & \quad (11) \\ \frac{\partial T}{\partial \eta} &= 0, & \text{at } \eta=0, \eta_{\max} & \\ T &= 100^\circ\text{C}, & \text{at } \zeta=0 & \\ T &= 0^\circ\text{C}, & \text{at } \zeta=\zeta_{\max} & \end{aligned}$$

수평 열확산계수 ( $K_H$ )와 연직 열확산계수 ( $K_V$ )는 물리적 환경에 따라서 바뀌는 값이지만 각각  $50 \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $10 \text{ m}^2/\text{s}$ 로 상수로 두었다. 그리고 시간 간격은 0.5초 이고 2시간 적분하였다.

### 4. 대기 유동장 수치모의

경계 일치 좌표계에서 대기의 운동을 표현하는 Navier-Stokes 운동방정식과 연속방정식을

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} = F_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (12)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (13)$$

체적력  $F_i$ 를 무시하고 경계 일치 좌표계에서 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{u_i}{\sqrt{g}} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi^j} \left( \frac{U_j u_i}{\sqrt{g}} \right) &= - \frac{\partial}{\partial \xi^j} \left( \frac{p}{\sqrt{g}} \xi_{ij} \right) \\ &+ \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\tau_{xxy}}{\sqrt{g}} \xi_{xy} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\tau_{xxy}}{\sqrt{g}} \eta_{xy} \right) + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left( \frac{\tau_{xxy}}{\sqrt{g}} \zeta_{xy} \right) \end{aligned} \quad (14)$$

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{u_j \xi_{xy}}{\sqrt{g}} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{u_j \eta_{xy}}{\sqrt{g}} \right) + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left( \frac{u_j \zeta_{xy}}{\sqrt{g}} \right) = 0 \quad (15)$$

여기서  $\sqrt{g}$ 는 변환 Jacobian이고  $U_j$ 는 변환 좌표계에서 바람성분으로 다음과 같다.

$$U_j = u_k \xi^j_{x_k} \quad (16)$$

난류항은 아격자 규모의 난류는 격자규모의 strain tensor에 비례하고

$$\tau_{x_i, x_j} = 2\nu_t S_{i,j} = \nu_t \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (17)$$

여기서  $\nu_t = a \varepsilon^{1/3} h^{4/3}$ 이고  $\varepsilon$ 은 난류에너지 소산률로 다음과 같이 단순화 하였다 (Smagorinsky, 1963).

$$\nu_t = a_1 h^2 S^{1/2} \quad (18)$$

여기서  $a_1$ 는 Smagorinsky 상수이고  $h = [(2\Delta x)(2\Delta y)(2\Delta z)]^{1/3}$ 는 격자 규모의 난류와 아격자 규모의 난류를 구분하는 길이 scale이고  $S = \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$ 이다.

압력은 운동방정식의 각 성분을 공간에 대해서 미분한 후 연속방정식과 더하여 진단적 압력에 관한 방정식을 구하여 반복 계산하여 수렴시켜서 결정한다.

언덕과 직각 장애물이 있는 영역 (CASE III)을 계산 영역으로 선정하였으며 초기조건은  $u = 5 \text{ m/s}$ 이고 상부와 하부경계조건 및 측면 경계조건은 아래와 같다.

$$\frac{\partial u}{\partial \zeta} = \frac{\partial v}{\partial \zeta} = \frac{\partial w}{\partial \zeta} = 0, \quad \text{at } \zeta = \zeta_{\max}$$

$$u = v = w = 0, \quad \text{at } \zeta = 0 \quad (19)$$

$$u = u_0, \quad v = v_0, \quad w = w_0 \quad \text{at inflow boundary}$$

$$\frac{\partial u}{\partial \xi} = \frac{\partial v}{\partial \xi} = \frac{\partial w}{\partial \xi} = \frac{\partial u}{\partial \eta} = \frac{\partial v}{\partial \eta} = \frac{\partial w}{\partial \eta} = 0,$$

at outflow boundary

여기서  $u_0, v_0, w_0$ 는 초기의 바람장이다.

## 5. 결 과

계산은 크게 세 부분으로 나누어 지는데 식(6)을 적분함으로써 얻어지는 좌표계 형성과 열확산 방정식의 해를 얻는 부분과 Navier-Stockes 운동방정식과 연속방정식을 해석하여 대기유동장을 얻는 부분이다.

### 5.1 격자점의 형성

Fig. 2는 CASE I, CASE II 그리고 CASE III 각각의 경우에 대한 Y방향으로 지형의 중심을 지나는 X-Z 단면의 격자점을 나타낸것이다. 단순한 지형을 모사하기 위한 CASE I의 경우와 복잡한 지형 모사

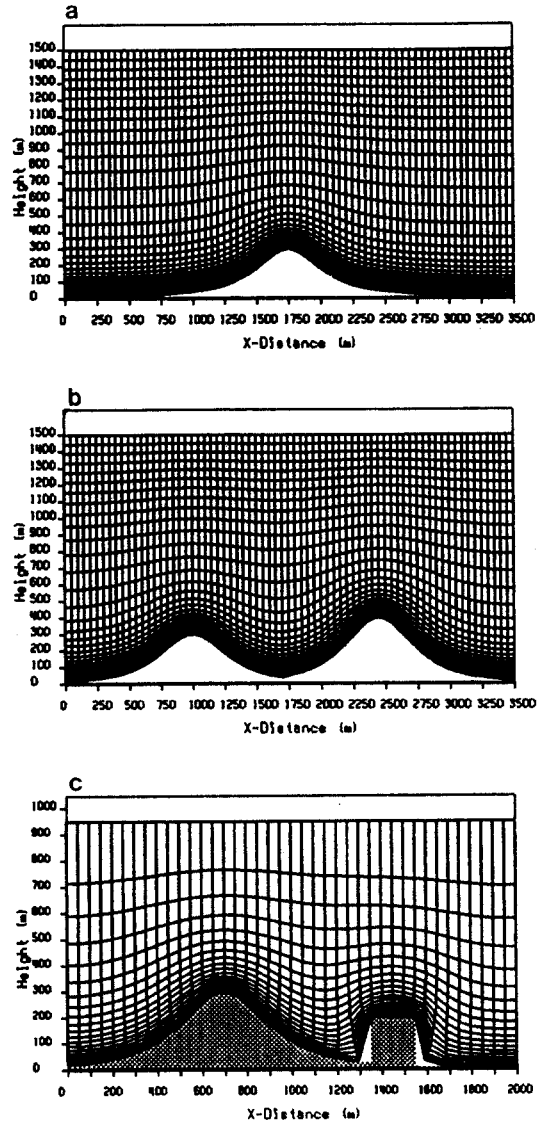


Fig. 2. Grid point distribution of X-Z section along the centerline of the generated body-fitted coordinate system a) single hill (CASE I), b) double hills (CASE II) and c) single hill and rectangular obstacle (CASE II).

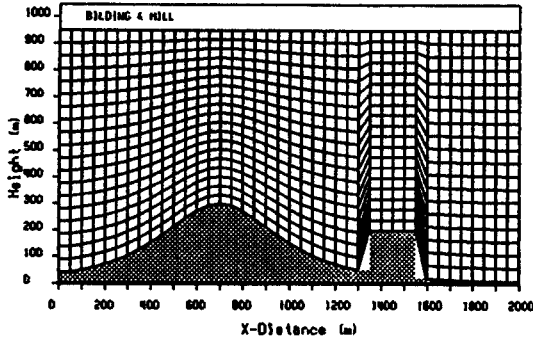


Fig. 3. Grid point distribution of X-Z section along the centerline of the  $\sigma$ -coordinate system for the CASE III.

를 위한 CASE II의 경우의 X-Z 단면도는 지형의 경계면을 정확하게 일치시키는 좋은 결과를 나타낸다. 하지만 곡선의 지형과 직각의 장애물이 섞여 있는 복합 지형의 경우인 CASE III의 X-Z 단면도는 곡선 경계면에 대해서는 정확하게 일치하고 있으나 직각 경계면에서는 90°의 직각부분을 다소 완만하게 표현하는 경향을 나타낸다. 이것은 좌표선 제어 함수를 Poisson 방정식으로 선택할 때 가지는 방정식 자체의 특성으로 완벽하게 직각장애물의 경계를 일치시키지는 못하나 Fig. 3에서 표현된  $\sigma$  좌표계에서 나타나는 직각 장애물 주변의 불연속은 상당히 제거되었음을 볼 수 있다.

Fig. 4는 CASE III 격자구성의 지표면 ( $Z=0$ )을 따르는 X-Y 단면도를 나타내는데,  $\sigma$  좌표계에서 형성된 격자점 분포의 X-Y 단면도는 지형에 무관한 균일한 분포를 보이는 반면 (Fig. 4. b), 새롭게 구성된 좌표계에서는 지형을 설명하는 불균일한 분포를 보인다 (Fig. 4. a). 곡률이 심한 언덕의 중앙 (750 m, 1000 m)을 중심으로 격자가 집중되어 있으며 직각의 장애물 주변에는 특이한 격자점 분포를 나타내는데, 직각면 부분에서는 격자점 간격이 줄어들고 장애물의 위치를 벗어나면서 넓은 격자점의 분포를 보이다가 균일한 격자분포를 나타낸다. 이것은 좌표 변환의 기초방정식으로 Poisson 방정식을 이용한 결과로써 직각 장애물의 급격한 경사를 극복하고자 하는 직각장애물 주변의 격자점 배치의 특징이다. 이러한 격자점의 배치가 이루어지지 않으면 급격한 경사 주변에서의 수치적 불안정에 의한 수치 발산

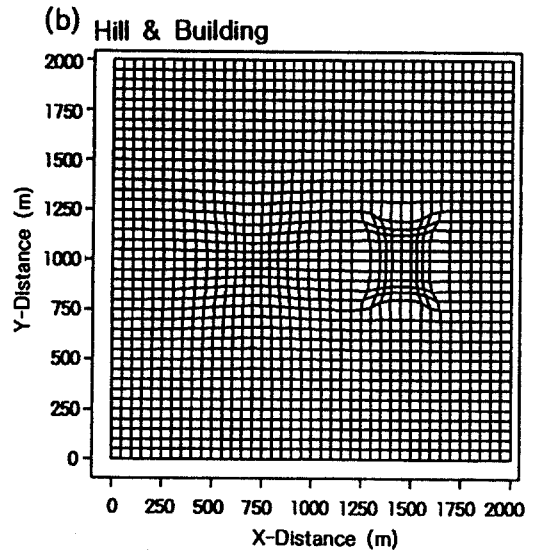
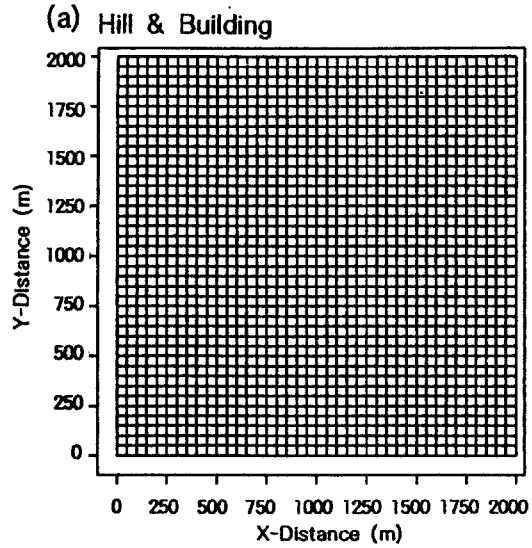


Fig. 4. Grid point distribution of X-Y section at  $Z=0$  of a) the body-fitted coordinate system and b) the  $\sigma$ -coordinate system for the CASE III.

을 극복할 수 없을 것으로 예상된다.

이상에서 본 연구의 격자형성 과정은 단순한 언덕 지형이 있는 경우, 두 개의 언덕 지형이 있는 경우 그리고 언덕 지형과 직각 형태의 장애물이 같이 있는 복합 지형의 경우 등에 대해서 격자점 형성이 가능함을 보였다.

5.2 열확산 방정식의 수치모의 결과

Fig. 5는 식 (9)와 경계조건 식 (11)를 이용한 계산 결과를 나타낸 것인데, X-Z 단면은 (a) CASE I과 (b) CASE II 각각의 경우에 대해서 지형의 중심을 지나도록 Y방향으로 1,750 m 단면을, (c) CASE III의 경우에 대해서 Y방향으로 1,000 m 단면을 나타낸다. 그리고 X-Y 단면은 (a) CASE I과 (c) CASE III의 경우 연직 150 m 단면의 그리고 (b) CASE II의 경우는 지형이 넓게 표현되는 이유로 연직 200 m 단면의 온도 분포를 나타낸다.

CASE I의 경우 X-Z 단면을 볼 때, 지형을 중심으로 완벽한 대칭을 이루면서 바닥으로부터 연직방향으로 온도가 확산되어 가는 과정을 보여주고 있고 X-Y 단면의 경우도 지형의 경계로부터 온도가 확산되어 가는 과정을 볼 수 있다. 온도 분포선이 매우 안정적으로 나타난 것으로 보아 좌표변환에 의한 열확산방정식의 해석이 성공적으로 수행되었음을 알 수 있다. CASE II의 경우도 마찬가지로 X-Z 단면을 볼 때 안정적인 계산 결과를 보여주고 있으며, X-Y 단면에서도 100°C 인 두 지형의 경계면을 따라 안정한 온도 확산 분포를 보여주고 있다. 하지

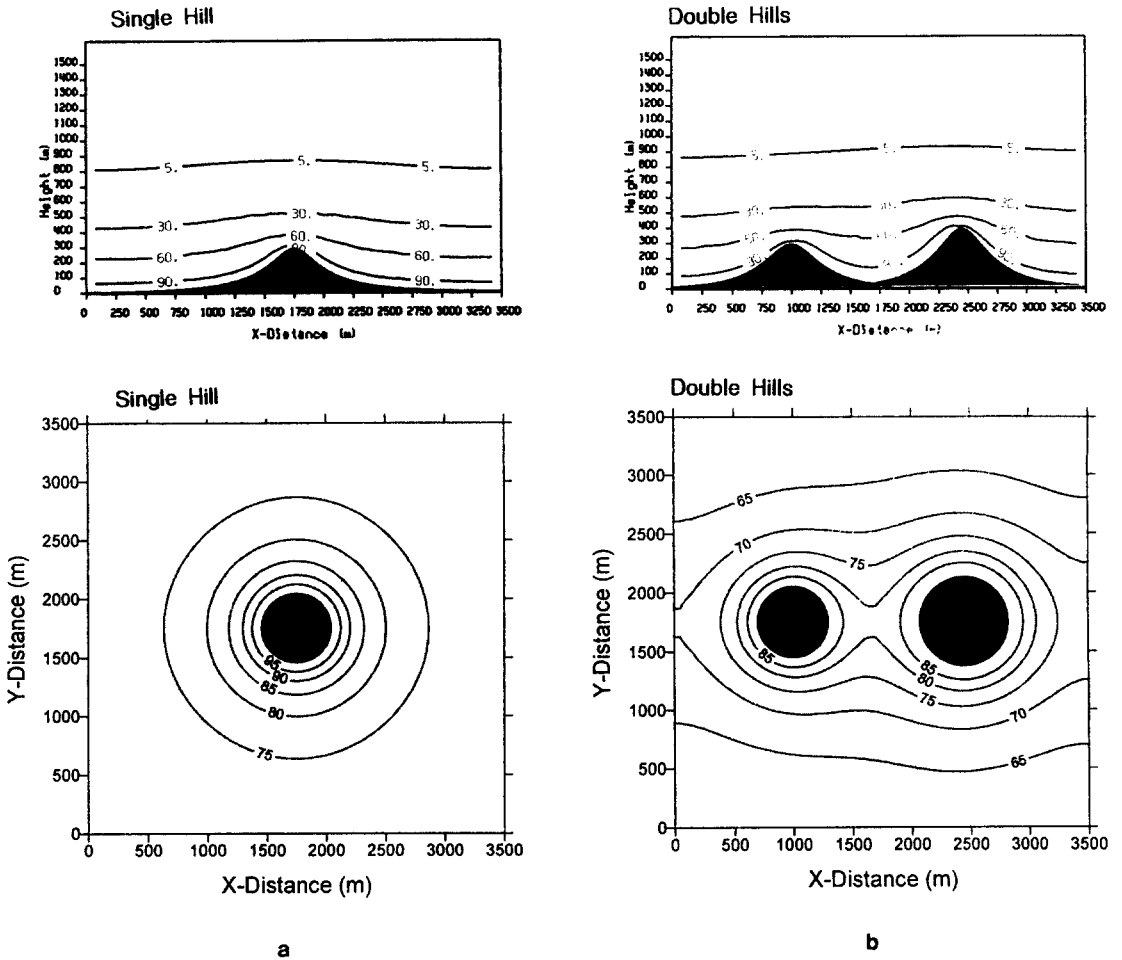
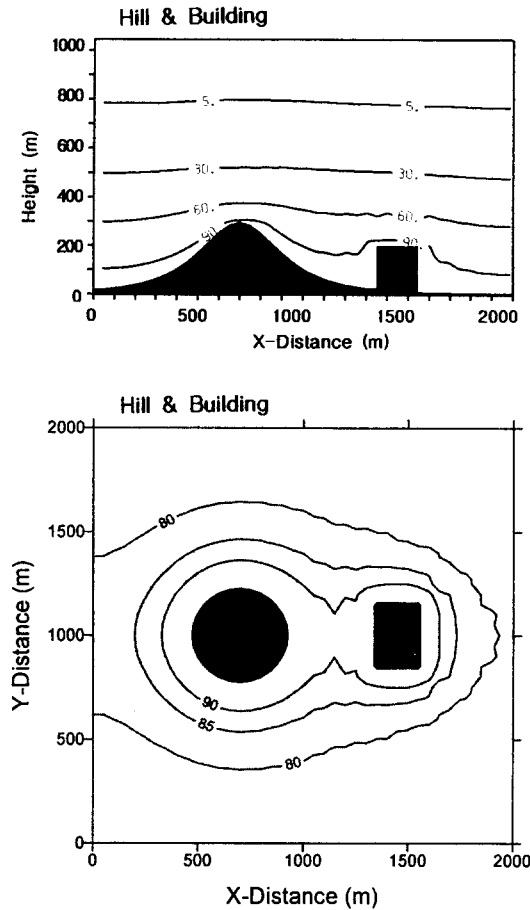


Fig. 5. Temperature distribution of X-Z section and X-Y section of a) a single hill along Y = 1,750 m line and Z = 150 m height b) double hills along Y = 1,750 m line and Z = 200 m height c) the complex terrain along Y = 1,000 m line and Z = 150 m height (unit : °C).



C

Fig. 5. Continued.

만 CASE III의 경우 X-Z 단면을 볼 때 직각장애물 주변의 저층에서 온도 분포의 미약한 불안정이 나타나고 있음을 볼 수 있다. X-Y 단면에서도 직각장애물에서 멀어질수록 약간의 불안정이 나타나는 것을 볼 수 있는데 이것은 직각장애물의 급격한 경사에 의한 수치적 불안정으로 보였다.

이 경계에서의 불안정의 심각성을 고찰하기 위하여 적분시간을 2시간 더 연장하여 4시간 적분하여 본 결과(Fig. 6), 더 이상의 불안정은 없었고 따라서 일반적인 수치 불안정의 증폭에 의한 수치 발산이 없어서 열확산 방정식의 해를 얻을 수 없을 만큼의

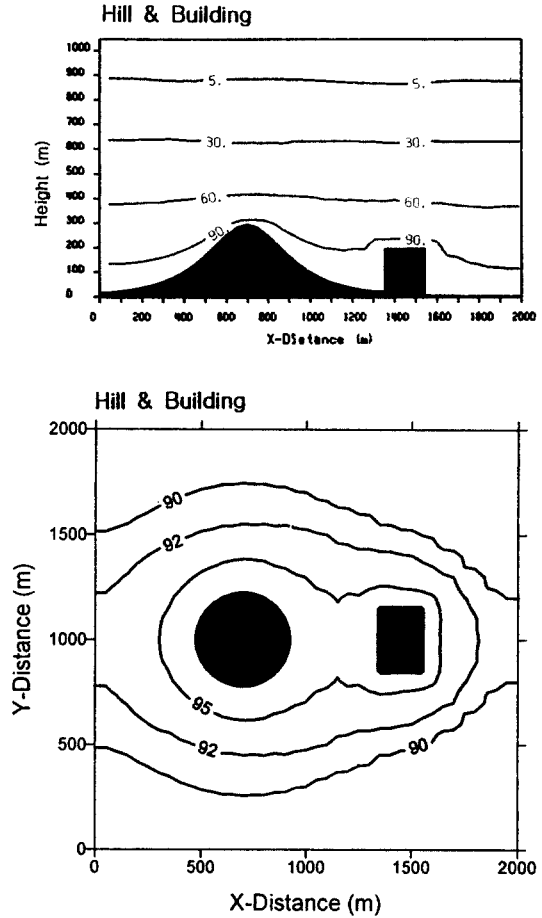


Fig. 6. Same as Fig. 5c) except for 2 integral times (4 hours).

큰 불안정은 아니라고 할 수 있다. Goldman과 Kao (1981)의 좌표변환에 의한 열확산 해석의 결과에서도 직각 경계 때문에 미약한 불안정이 나타나는 것을 볼 수 있었고 해석에 큰 영향을 주지 못하였다.

### 5.3 복잡한 지형조건에서의 바람장

상부경계조건이  $v$  성분과  $w$  성분은 없고  $u$  성분이 5 m/s일 때 CASE III의 지표경계조건에 대한 대기 유동장을 수치모의 하였는데 Fig. 7과 같은 안정적인 결과를 얻을 수 있었다. 경계면에서의 바람장의 세기, 지형의 조건 등에 따라 유동장은 다르므로 본 연구에서는 대략적으로 정성적인 결과만 다루도록



한다.

Fig. 7a)는 Y방향으로 1,000 m에서 X-Z 단면의 대기 유동장으로써 언덕의 전면에서 상승 기류와 풍속의 증가, 언덕과 직각장애물인 빌딩의 후면에서 재순환 영역의 형성 등을 잘 묘사하고 있다. 빌딩의 전면에서는 언덕을 넘어온 기류가 빌딩을 만나면서 강한 하강기류를 형성하고 이것은 언덕의 후면 지표 부근에서 강한 상승기류의 원인이 된다. Fig. 7b)는 Z 방향으로 150 m의 X-Y 단면에서의 대기 유동

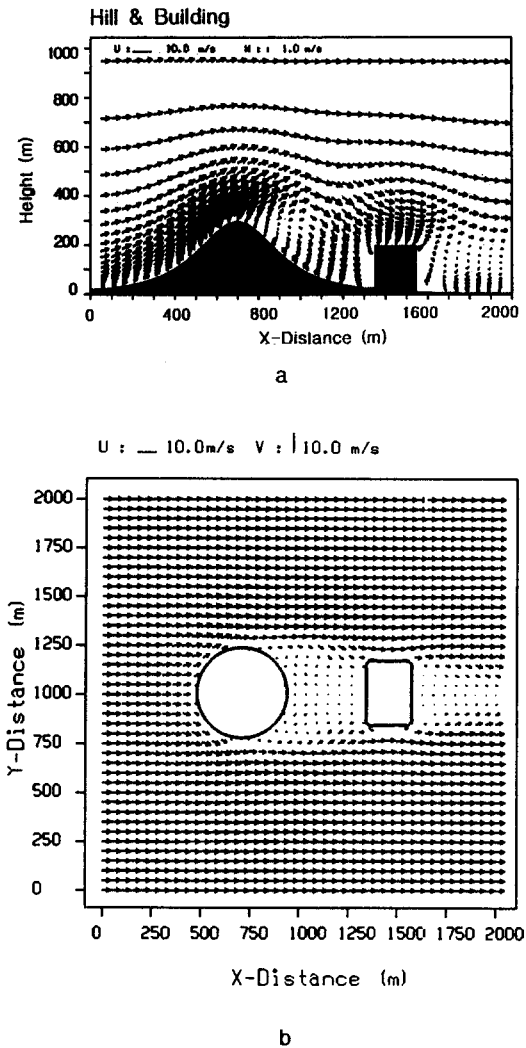


Fig. 7. Wind field on a) X-Z section along Y = 1,000 m line and b) X-Y section along Z = 150 m height.

장으로써 언덕에 가까워 지면서  $u$  성분이 감소하고 언덕과 빌딩의 후면에서는 미약하지만 반대 방향의 흐름을 나타낸다. Oke(1978)는 이러한 흐름은 전면의 강한 상승기류에 의한 압력의 감소로 나타나는 보상 흐름으로 대기오염물질이 방출될 때 정체되므로 심각한 오염 상태가 우려되는 지역임을 강조하였다.

#### 5.4 대기유동장의 수치모의 결과 검증

대기유동장 결과의 검증을 위해서 언덕지형에서의 관측 결과와 비교할 필요가 있다. 하지만 micro- $\alpha$  규모의 대기운동을 관측하는 것은 적절한 관측 지형의 선택과 소밀한 공간배치를 위한 관측기기의 구비 등의 문제와 평균적인 흐름을 제시해 줄 수 있는 종관기상상태 및 관측자의 숙련도 등의 많은 어려움이 따르기 때문에 국내에서의 관측은 드물었다(임상진, 1997). 따라서 본 연구에서는 비교적 전형적인 언덕지형에서의 바람장 관측이 이루어진 Askervein 산에서의 관측 결과(Taylor et al., 1987)을 이용하여서 모형 검증을 하였다.

연구 대상지역은 스코틀랜드의 South Uist 섬 서부의 지표면이 균질한 초지로 덮혀있고 해발고도 126 m의 언덕지형으로 완만한 경사를 이루고 있다 (Fig. 8).

Fig. 9는 Fig. 8에 나타난 line A를 따라 지표면 고도 10 m에서 풍상측의 참고지점에서의 풍속( $U_n$ )과

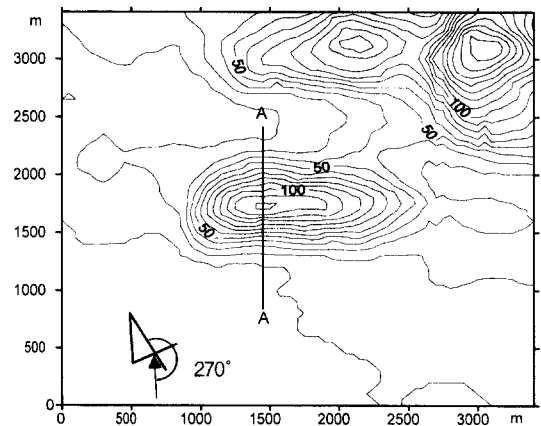


Fig. 8. Askervein contour map for numerical simulation (contour unit : m).

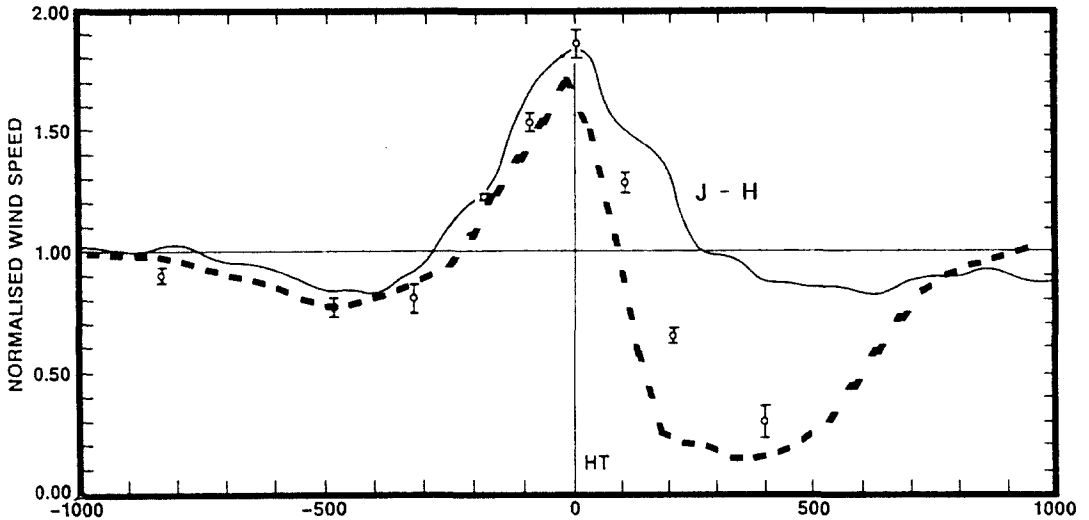


Fig. 9. Normalized wind speeds at  $\Delta Z = 10$  m above Askervein (mean,  $\circ$ , and standard deviation) along line A as shown in Fig. 8. Model predictions (—) obtained using J-H (after Walmsley and Salmon, 1984) and (---) obtained using model in this study.

각 지점에서의 풍속( $U$ )의 비( $U/U_{rs}$ )를 관측결과와 모형결과에 대해서 나타낸 것인데 이때의 주풍향은 line A와  $13^\circ$ 의 각을 이루었다.

관측 결과는 “ $\circ$ ” 표시를 이용하였고 아래위로 표준편차를 함께 나타냈으며 실선으로 나타난 J-H는 수정 Jackson-Hunt 이론 모형의 결과(Walmsley와 Salmon, 1984)이고 점선은 본 연구의 결과이다. 수정 Jackson-Hunt 이론 모형은 Jackson과 Hunt (1975)의 선형모형을 기본으로 발달하여 Taylor *et al.*(1983)와 Mason과 King(1984)에 의해서 수정된 이론 모형이다. 역학적으로 중요한 난류 수송 과정이 일어나는 층의 두께는 지형의 거칠기 길이와 지형의 최고 높이에서의 연직축과 1/2 높이에서의 연직축의 수평방향으로의 거리의 함수로 표현된다는 기초에서 출발한다. 적용 대상이 완만하고 낮은 언덕의 풍상측에서 정확도가 높다는 제한이 있으나 풍동실험과 수치해석과 비교하여 경제적이고 빠르게 결과를 구할 수 있다.

풍상측에서는 두 개의 모형이 관측 결과와 잘 일치하고 풍하측에서는 이론 모형은 과대평가하고 본 연구의 모형은 과소 평가하는 경향을 나타내나 이론 모형과 비교하여 지형에 의한 풍속의 감소 효과를 보다 잘 표현하고 있다.

## 6. 결 론

도시는 빌딩으로 인해서 굴곡과 직각의 복합적인 형태의 경계를 가지고 있고 이러한 경계를 포함하는 대기의 유동을 설명할 수 있는 편미분 방정식계의 적분을 위해서는 적절한 좌표계가 요구 된다.

따라서 본 연구에서는 지표경계를 비교적 정확하게 묘사하고 편미분 방정식계를 안정적으로 적분시킬 수 있는 경계 일치 좌표계를 형성하고 이것을 검증하기 위해서 변환된 좌표계에서 열확산 방정식을 해석하였다.

경계 일치 좌표계에서 격자 형성은 단순한 언덕 지형과 복합 언덕지형에서 지표 경계를 정확하게 일치시켰고 언덕지형과 직각의 장애물이 복합적으로 존재하는 경우에도 직각 장애물 경계 부분에서 완만하게 표현하는 경향이 있으나 대체로 잘 일치하였다. 그리고 경계 일치 좌표계에서 열확산 방정식의 수치모의 결과는 단순 언덕지형에서 완벽한 대칭을 보이면서 매우 안정적인 결과를 보였고 복잡한 언덕지형에 대해서도 안정적인 결과를 얻었으나 언덕지형과 직각 장애물이 같이 존재하는 복합 지형에 적용하여 해석하는데 있어서 미약한 불안정

이 나타났다.

경계 일치 좌표계를 이용하여 언덕지형과 빌딩으로 생각할 수 있는 직각 장애물이 같이 존재하는 영역에서 유동장 수치모의 결과, 작은 격자 간격에서도 안정적인 계산 결과를 얻을 수 있었으며 언덕 전면의 상승 기류와 후면의 하강 기류 등 정성적인 해석을 가능하게 하였다. 그리고 유동장 수치 모의 결과를 언덕지형에서 관측한 결과와 비교하였을 때 풍상측에서는 관측 결과와 잘 일치하였고 풍하측에서는 풍속을 과소평가 하는 경향이 있었으나 비교적 지형이 바람에 미치는 영향을 잘 묘사하였다.

이상에서 형성한 경계면 일치 좌표계는 편미분 방정식계와 접합이 가능하고, 도시와 같은 복잡한 지형에서 경계면 일치 좌표계를 이용한 소밀 격자 간격의 대기 유동장 해석이 가능한 것을 보였다.

### 참 고 문 헌

- 김현구, 이정목, 경남호(1997) 언덕지형을 지나는 유동의 수치 해석적 연구, 대기보전학회지, 13, 65-77.
- 김현구, 이정목(1997) 산지내 오염물질확산의 2차원 수치 해석, 대기보전학회지, 13, 5, 383-396.
- 임상진(1997) 지형성 강풍 현상에 대한 고찰, 부산대학교 석사학위논문, 65pp.
- 神田 秀明(1992) 非靜水壓 モデルを用いた 降雨現狀の 數値 シミュレーション, 大阪大學工學部, 碩士 論文, 82pp.
- Barfield, W.D. (1970) An optimal mesh generator for Lagrangian hydrodynamic calculations in two space dimensions, *J. Comp. Phys.*, 6, 417.
- Bleck, R. (1978) On the use of hybrid vertical coordinates in numerical weather prediction models, *Mon. Weather Rev.*, 106, 1233-1244.
- CAPS (Center for Analysis and Prediction of Storm) (1995) *Advanced Regional Prediction System User's Guide*, Univ. Oklahoma, National Science Foundation, 380pp.
- Chu, W.H. (1971) Development of a general finite difference approximation for a general domain, *J. Comp. Phys.*, 8, 392.
- Deaven, D.G. (1976) A solution for boundary problems in Isentropic coordinate model., *J. Atmos. Sci.*, 33, 1702-1713.
- Farrashkhalvat, M. and J. P. Miles (1990) *Tensor Methods for Engineers*, Ellis horwood, Chichester, England, 209pp.
- Friend, A.L., D. Djuric, and K.C. Brundige (1977) A combination of isentropic and sigma coordinates in numerical weather prediction, *Contrib. Atmos. Phys.*, 50, 290-295.
- Goldman, A. and Y.C. Kao (1981) Numerical solution to a two-dimensional conduction problem using rectangular and cylindrical body-fitted coordinate systems, *J. Heat Transfer*, 103, 753-758.
- Jackson, P.S. and J.C.R. Hunt (1975) Turbulent wind flow over a low hill, *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.*, 101, 929-955.
- Johnson, D.R. and L.W. Uccellini (1983) A comparison of methods for computing the sigma coordinate pressure gradient force for flow over sloped terrain in a hybrid theta-sigma model. *Mon. Weather Rev.*, 111, 870-886.
- Kasahara, A. (1974) Various vertical coordinate systems used for numerical weather prediction. *Mon. Weather Rev.*, 102, 509-522.
- Kao, Y.C. (1980) *Numerical solution of heat conduction problems using the body-fitted coordinate technique*, M.S. Thesis, Texas Tech. Univ.
- Mason, P.J. and J.C. King (1984) Atmospheric flow over a succession of nearly two-dimensional ridges and valleys, *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.*, 110, 821-845.
- Oke, T.R. (1978) *Boundary Layer Climates*, Methuen, London, England, 372pp.
- Phillips, N.A. (1957) A coordinate system having some special advantages for numerical forecasting, *J. Meteorol.*, 14, 184-185.
- Smagorinsky, J. (1963) General circulation experiments with the primitive equations, *Mon. Weather Rev.*, 91, 98-164.
- Sundquist, H. (1979) *Vertical coordinates and related discretization, Numerical Methods Used in Atmospheric Models*, GARP Report, 17, 2, 1-150.
- Taylor, P.A., J.L. Walmsley, and J.R. Salmon (1983) A simple model of neutrally stratified boundary-layer flow over real terrain incorporating wavenumber-dependent scaling, *Boundary-Layer Meteorol.*, 26, 169-189.
- Taylor, P.A., P.J. Mason, and E.F. Bradley (1987) Boundary-Layer flow over low hills, *Boundary-Layer meteorology*, 39, 107-132.
- Thompson, J.F., Z.U.A. Warsi, and C.W. Mastin (1985) Num-

- erical Grid Generation, North-Holland, 483pp.
- Thompson, J.F., F.C. Thames and C.W. Mastin (1976) *Boundary-fitted Curvilinear Coordinate Systems for Solution of Partial Differential Equations on Fields Containing Any Number of Arbitrary Two-dimensional Bodies*, NASA CR-2729.
- Uccellini, L.W., D.R. Johnson and R.E. Schlesinger (1979) An isentropic and sigma coordinate hybrid numerical model: Model development and some initial tests, *J. Atmos. Sci.*, 36, 390-414.
- Walmsley, J.L. and J.R. Salmon (1984) A boundary-layer model for wind flow over hills: Comparison of model results with Askervein '83 Data, Proc. European Wind Energy Conference and Exhibition, October, Hamburg.
- Winslow, A.M. (1966) Numerical solution of the quasi-linear Poisson equation in a non-uniform triangular mesh, *J. Comp. Phys.*, 2, 149.