

# Preferential 흐름에 의한 토양 내의 다영역 용질이동 모델

## Multi-Region Model of Solute Transport in Soil for the Preferential Flow

안 병 기\* · 이 덕 주\*\*  
Ahn, Byoung Gi · Lee, Duk Joo

### Abstract

A multi-region model for solute transport through saturated soils has been developed to describe preferential flow. The model consists of numerous discrete pore groups, which are characterized by a discrete dispersion coefficient, flow velocity, and porosity. The hydraulic properties for each pore group are derived from a soil's hydraulic conductivity and soil water characteristic functions. Flow in pore group is described by the classical advection-dispersion equation (ADE). An implicit finite difference scheme was applied to the governing equation that results in a block-tridiagonal system of equations that is very efficient and allows the soil to be divided into any number of pore groups. The numerical technique is derived from methods used to solve coupled equations in fluid dynamics problems and can also be applied to the transport of interacting solutes.

The results of the model are compared to the experimental data from published papers. This paper contributes on the characteristics of the method when applied to the parallel porosity model to describe preferential flow of solutes in soil.

### I. 서 론

산업의 발달과 함께 인간이 사용하는 물은 증가하여 왔으며 물의 오염도 급속도로 심각하여지고 있다. 특히 과도한 농약이나 비료의 사용은 농경지, 토양 및 지하수를 오염시키는 주요한 원인이 되고 있다.

우리 나라의 지하수의 이용은 점차 증가하고 있으며 1996년도의 지하수의 이용량은 28.6억 $m^3$ 이다. 이 중 51.3%는 생활용수로, 7.5%는 공업용수로,

38.9%는 농업용수로 사용되었다. 또한 지하수를 음용수로 이용하는 양은 갈수록 증가하고 있으나 상대적으로 지하수의 오염이나 토양의 오염에 대한 관심은 적은 실정이다. (건설교통부, 1977)<sup>1)</sup>

토양내 오염물질의 이동은 이류와 분산작용에 의해 이루어지며 이를 식으로 표현한 것이 이류분산 방정식(advection-dispersion equation, ADE 또는 CDE)이다. 이 방정식은 그동안 오염물질의 거동을 나타내는데 많이 적용되어 왔다. 그러나, 근래의 연구는 ADE가 지하수내의 용질의 거동을 표현

\*충남대학교 농과대학  
\*\*퍼듀대학교 대학원

키워드 : Preferential 흐름, 다영역모델, 상호계수, 함수비, 유속, 분산계수, 공극체적

하는데 부족한 면이 있음을 지적하였다. (Montas, 1996<sup>9)</sup>; Steenhuis 등, 1990<sup>13)</sup>)

1970년대 초까지 농약이나 제초제는 토양내에서 상대적으로 움직임이 작다고 여겨졌다. 그러나, 이들 유기오염물질들은 저층의 깊은 지하수에서도 검출되었으며, Rice 등(1991)<sup>10)</sup>은 오염물질의 이동에 관한 실험값은 전형적인 물수지법에 의한 계산값보다 1.6-2.5배 빠르다는 것을 지적하였다. 이와 같은 결과는 토양 내의 fingering 현상에 의해서 일어나고 이 현상을 preferential(선택적) 흐름으로 많이 해석하여 왔다.

기존의 단순한 이류분산 방정식 모델은 Coats와 Smith(1964)<sup>5)</sup>의 1차이동모델(first-order transfer model)로 발전되었고, 이후에 2영역모델(two-region model)들이 많이 연구되어 왔으며 변형모델도 연구되어 왔다. (Skopp 등, 1981<sup>12)</sup>; Steenhuis 등, 1990<sup>13)</sup>)

기존의 ADE는 교란된 시료에 대한 토양 내의 용질의 이동을 표현하는데 만족할만한 결과를 나타냈으나, 불교란 시료에 대해서는 실험값과 계산값이 서로 다른 문제점이 지적되어 왔다. 2영역모델을 포함한 다영역모델의 개발은 이러한 문제점을 해결하고자 하는 노력의 하나이었으며, 따라서 1980년대의 preferential 흐름에 대한 연구를 활발하게 한 이유중의 하나이다.

본 연구에서는 Preferential 흐름에 대한 해석방법으로 토양을 여러개의 공극군(pore group)으로 나누어 생각하는 다영역모델을 개발하였다. 기존의 다영역모델은 모델계수의 산정이 상당히 어렵고 모델계수도 상당히 많아 어려움이 많았으나, 본 모델은 토양실험에서 얻을 수 있는 수리전도도와 함수비 및 모델식에 필요한 공극군의 수와 전 체상호계수 등을 구하면 쉽게 계산할 수 있다. 이 모델의 결과는 이미 발표된 논문의 실험자료를 이용하여 검증하였다.

## II. 모델식의 유도 및 적용

### 1. 모델식의 유도

토양 내의 preferential 흐름에 대한 모델식은 Coats와 Smith(1964)<sup>5)</sup>의 1차이동모델식을 적용하여 유도하였고, 제1영역에 대한 다영역 모델식은 아래와 같이 표현된다.

$$\frac{\partial C_1}{\partial t} = D_1 \frac{\partial^2 C_1}{\partial x^2} - v_1 \frac{\partial C_1}{\partial x} - \frac{L_{12}}{\theta_1} (C_1 - C_2) - \frac{L_{13}}{\theta_1} (C_1 - C_3) - \dots \dots \dots (1)$$

식 (1)의 일반식은 식(2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial C_i}{\partial t} = D_i \frac{\partial^2 C_i}{\partial x^2} - v_i \frac{\partial C_i}{\partial x} - \sum_{j=1}^n L_{ij} \frac{C_i}{\theta_j} + \sum_{j=1}^n L_{ji} \frac{C_j}{\theta_i} \dots \dots \dots (2)$$

여기서,  $C_i$ 와  $C_j$ 는 각 영역(또는 공극군, pore group)에서의 농도이고,  $D_i$ 는 분산계수,  $v_i$ 는 토양 공극내의 용질의 유속,  $\theta_i$ 는 함수비,  $L_{ij}$ 는 영역간의 상호계수, 그리고  $n$ 은 영역의 수를 나타낸다. 따라서 각 영역내의 흐름은 이류분산 방정식으로 표현하였고, 각 영역간의 흐름은 상호계수를 이용하여 용질농도의 이동을 나타냄으로써 토양 내에서 일어나는 fingering 등의 현상에 의해 나타나는 preferential 흐름을 표현하였다. 이 모델식은 2차선형 포물선형 편미분방정식(2nd order, linear, parabolic, partial differential equation)으로 분류되고, 이 다영역 모델에서의 흐름을 도식화하면 Fig. 1과 같다.

평균농도와 평균유속은 식(3)과 같이 표현된다.

$$\bar{C} = \frac{\sum_{i=1}^n C_i \theta_i v_i}{\sum_{i=1}^n \theta_i v_i} \dots \dots \dots (3)$$

$$\bar{v} = \frac{\sum_{i=1}^n \theta_i v_i}{\sum_{i=1}^n \theta_i}$$

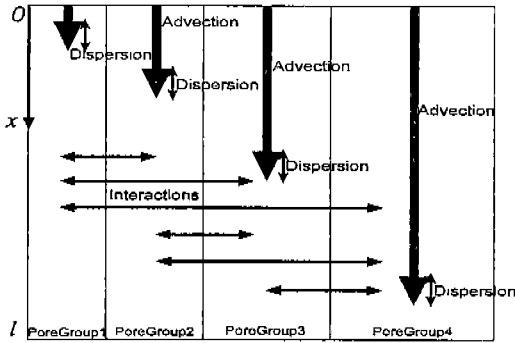


Fig. 1. Characterization of the preferential flow with multiple pore groups

모델식의 초기조건과 경계조건은 식(4) 및 (5)와 같으며,

$$C(x, 0) = 0, \quad 0 \leq x \leq l \text{ 또는 } \infty \dots\dots(4)$$

$$vC - D \frac{\partial C}{\partial x} = 0, \quad x = 0 \dots\dots(5)$$

$$\frac{\partial C}{\partial x} = 0, \quad x = l$$

이 경계조건은 해석해법에 가장 가까우며, Van Genuchten과 Parker(1984)<sup>14)</sup>는 이를 뒷받침해 주었다.

### 2. 모델식의 해법

Thomas algorithm으로 알려진 직접해법을 이용하여 모델식을 block tridiagonal 행렬체계로 구성하여 계산효과를 극대화하였다. 이 방식은 적정한 수의 격자점을 이용할 때, 계산효과는 물론 계산의 정확성에 있어서도 좋은 것으로 알려졌다. (Keast, 1968)<sup>8)</sup>

모델식을 행렬형태로 나타내면 식 (6)과 같다.

$$[G]\{U\}^{k+1} = \{D\}^k \dots\dots(6)$$

여기서 G는 conductance 행렬이고, U와 D는 농도에 대한 벡터이며, 이를 세분화하면 식 (7)과 같다.

$$\begin{bmatrix} B_{II} & C_{II} & & & \\ A_I & B_I & C_I & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & & A_{IV} & B_{IV} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{II} \\ U_I \\ \vdots \\ U_{IV} \end{bmatrix}^{k+1} = \begin{bmatrix} D_{II} \\ D_I \\ \vdots \\ D_{IV} \end{bmatrix}^k \dots\dots(7)$$

여기서 A, B, C는 n×n 상수행렬이고, U는 k+1시간의 1×n 농도행렬이며, D는 k시간의 1×n 농도행렬이다. 모델식을 연산자(operator) 형태로 표현하기 위해 이를 정의하면 식 (8)과 같고,

$$L_p[C_i] \equiv D_i \frac{\partial^2 C_i}{\partial x^2} - v_i \frac{\partial C_i}{\partial x} - \sum_j L_{ij} (C_i - C_j) \dots(8)$$

위의 연산자를 이용하여 모델식을 단순화하면 식 (9)와 같다.

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \{\alpha L_p[C_i^{n+1}] + (1-\alpha)L_p[C_i^n]\} \dots\dots(9)$$

여기서 α=0이면 fully explicit(양해법) 형태이고 α=1이면 fully implicit(음해법) 형태이며 α=0.5일 때는 Crank-Nicholson 형태를 나타낸다. 이 연구에서는 Crank-Nicholson 근사법을 이용하여 모델식을 해석하였다.

### 3. 모델계수의 결정

각 영역에서의 공극유속은 Steenhuis 등(1990)<sup>13)</sup>이 불포화 수리전도도와 함수비의 관계에서 유도한 방법과 Brooks와 Corey(1964)<sup>4)</sup>의 불포화 수리전도도와 함수비의 관계를 나타내는 모델(식 10)을 결합하여 식 (11)을 유도하였다.

$$K(\theta) = K_{sat}\theta^\eta = K_{sat} \left( \frac{\theta - \theta_{res}}{\theta_{sat} - \theta_{res}} \right)^\eta \dots\dots(10)$$

$$v(\theta) = \beta \eta K_{sat} \frac{(\theta - \theta_{res})^{\eta-1}}{(\theta_{sat} - \theta_{res})^\eta} \dots\dots(11)$$

여기서 β는 수리경사이고, η는 상수, K<sub>sat</sub>는 포화 수리전도도, θ<sub>sat</sub> 및 θ<sub>res</sub>는 포화 및 기저함수

비이다.

분산계수에 관한 연구는 최근까지도 많이 수행되고 있으며, 본 모델에서는 기존에 개발된 식을 이용하였다. 즉 분산계수는 공극유속( $v$ )에 비례한다는 식을 모델에 적용하였으며 (Bear, 1972<sup>3</sup>), 그 식은 아래와 같다.

$$D = \lambda v \dots\dots\dots(12)$$

여기서  $\lambda$ 는 분산도(dispersivity)로서 Jury (1991)<sup>7</sup>) 등은 실험실에서의 분산도를 0.5~2.0cm, 현장에서의 분산도를 5.0~20.0cm로 제안하였고, 한정상(1998)<sup>2</sup>)은 수리전도도의 불균질성, 지층의 파쇄상태, 부정확한 시료채취 방식 및 대수층 내의 매체의 수리특성 등에 의해 실험실과 현장의 분산도는 상당한 차이가 있음을 밝히며 분산도의 값으로 1.12~1.520.0cm로 제안하였다.

상호계수는 각 영역간의 농도의 이동비율을 나타내는 것으로 식 (13)으로 구하였다.

$$L_{ij} = L \frac{\theta_i \theta_j}{\theta^2} ; \quad \theta = \theta_1 + \theta_2 + \dots + \theta_n, \dots\dots(13)$$

여기서  $L_{ij}$ 는 각 영역간의 상호계수이고,  $L$ 은 전체상호계수,  $\theta_i$ 와  $\theta_j$ 는 각 영역의 함수비이다. 각 영역은 식 (10)으로부터 구한 수리전도도와 함수비의 관계를 수리전도도에 대하여 등간격으로 나누어서 분할한다. 식 (10)에 대입할 계수들은 Elrick와 French (1966)<sup>6</sup>)의 실험에서 얻은 결과들을 적용하였으며, 각 계수들은 Table 1과 같다.

위의 계수들을 적용하여 나타낸 그림이 Fig. 2이다.

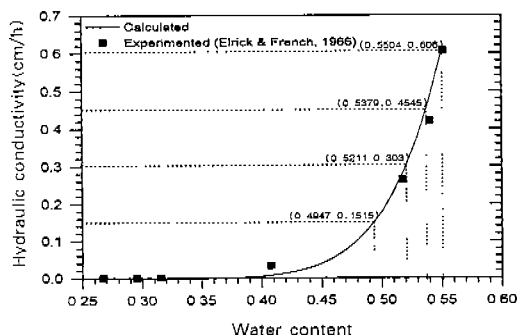


Fig. 2. Unsaturated hydraulic conductivity for soil used by elrick and french (1966) and the method to divide the multiple pore groups

### III. 모델의 결과 및 검증

#### 1. 모델적용의 결과

모델에 적용한 토양은 Elrick과 French(1966)<sup>6</sup>)의 실험에 쓰인 Honeywood silt loam 토양으로서 지름 4cm, 길이 15cm의 시료체에 채운 토양기둥이며, 이에 관한 자료는 Table 1과 같고 모델방정식에 이용된 자료는 Table 2와 같다.

Table 2. Model parameters of the multi-region model applied to the data of elrick and French (1966) for a repacked soil

| Number of regions, $n$ | Global interaction coefficient, $L$ | Dispersivity, $\lambda$ |
|------------------------|-------------------------------------|-------------------------|
| 4                      | 20                                  | 0.9237                  |

Fig. 3은 위의 자료를 이용하여 다영역 모델과 이류분산 방정식에 각각 적용하고, 공극체적(pore volume)에 대하여 각 모델의 유출농도를 실험값

Table 1. Parameters of the soil property for the calculation of the model equation

| Saturated hydraulic conductivity, $K_{sat}$ (cm/h) | Saturated moisture content, $\theta_{sat}$ | Residual moisture content, $\theta_{res}$ | Input parameter, $\eta$ | Hydraulic gradient, $\beta$ |
|--|--|---|-------------------------|-----------------------------|
| 0.606  | 0.5504                                     | 0.26                                      | 7.9                     | 1.3805                      |

과 비교하여 나타낸 것이다. 여기서 공극체적은 시간의 개념으로 표시되어, 한 공극체적이 토양에 유입되고 유출되는 시간을 나타내며, 이는 무차원 시간으로서 다음과 같이 표현된다.

$$P. V. = \frac{\bar{v} t}{l} \dots\dots\dots(14)$$

$\bar{v}$ 는 토양내의 평균유속이고  $l$ 은 토양 영역의 길이이다.

다영역 모델이나 이류분산 방정식의 적용결과는 대체로 실험값과 일치하였으며 특히 초기에 있어서 다영역 모델의 결과는 실험값과 일치하였으나, 공극체적이 1.0 이상일 때는 다영역 모델이나 이류분산 방정식의 결과는 실험값과 다소 차이를 나타내었다.

이 결과로 볼 때, 다영역 모델이나 이류분산 방정식은 큰 차이를 나타내지 않았으며, 이는 모델에 적용한 자료가 토양을 채워서 만든 시료(교란된 토양)를 가지고 실험하였기 때문이다. 즉 이류분산방정식은 토양을 채워서 만든 시료에 대해서 좋은 결과를 나타낸다는 기존의 입장이 입증되었으며 (Rice 등, 1991)<sup>10)</sup>, 다영역 모델도 교란된 토양의 해석에 적합함을 나타냈다.

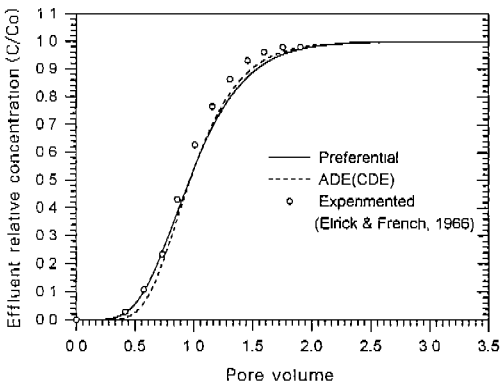


Fig. 3. Comparison of results obtained with the preferential transport model and advection dispersion equation to the experimental data of elrick and french (1966) for a repacked soil

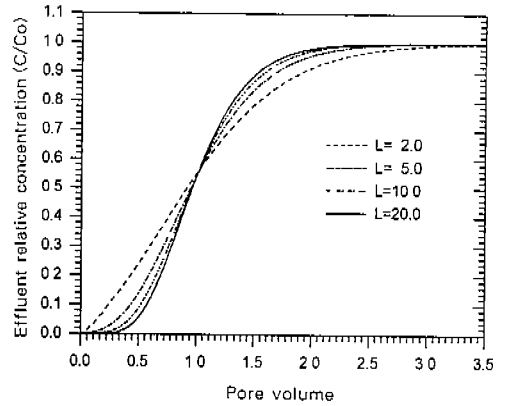


Fig. 4. Comparison of results obtained from the preferential transport model with various global interaction coefficients

전체상호계수는 다영역 모델에 큰 영향을 주며, Fig. 4는 전체상호계수가 농도이력곡선(break-through curve)에 미치는 정도를 보여준다. 전체상호계수가 농도이력곡선에 미치는 변화추이는 분산계수의 변화와 반대의 양상을 나타냈다. 즉 전체상호계수가 작을수록 tailing 현상이 일어나서 분산계수가 클 때의 현상이 나타났고, 전체상호계수가 클수록 분산계수의 값이 작을 때의 현상이 나타났다.

Fig. 5와 6은 전체상호계수에 대한 각 영역의 농도이력곡선의 변화를 나타낸다. 그 결과로써 각

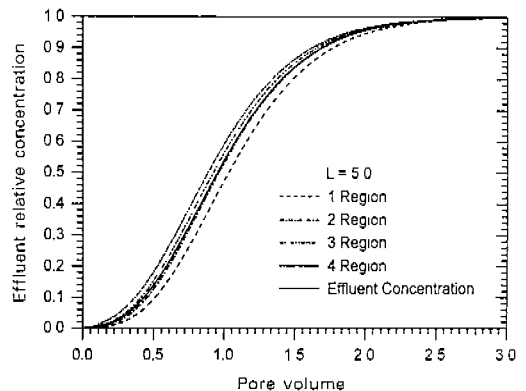


Fig. 5. Results of the preferential transport model with  $l=5.0$  for the data of Elrick and French (1966)

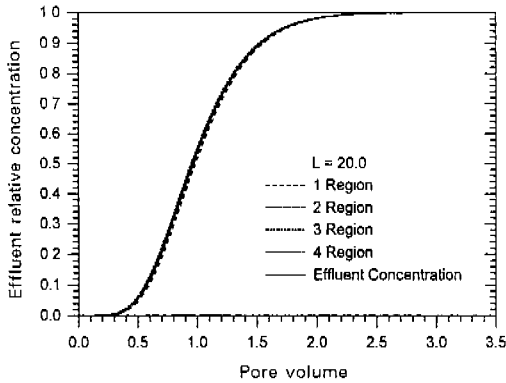


Fig. 6. Results of the preferential transport model with  $l=20.0$  for the data of Elrick and French (1966)

영역의 농도이력곡선은 전체상호계수가 클수록 유출농도(effluent concentration)의 이력곡선을 중심으로 모였으며 전체상호계수가 작을수록 농도이력곡선이 분산됨을 나타냈다.

## 2. 모델의 검증

모델의 검증은 Seyfried와 Rao(1987)<sup>11)</sup>의 자료를 이용하여 시행하였다. Seyfried와 Rao는 지름 10cm, 길이 12.5cm의 불교란 시료를 이용하여 용질이동실험을 하였으며, Tritium을 추적자(tracer)로 사용하였다. 이 시료의 토양특성과 모델계수는 Table 3과 같다.

Fig. 7는 위의 계수들을 입력하여 얻은 유출농도 이력곡선으로서 비교를 위해 실험값과 ADE(CDE)의 결과를 함께 나타내었다.

Seyfried와 Rao(1987)<sup>11)</sup>의 실험은 불교란 토양을 이용하였기 때문에 유출농도가 교란된 토양보

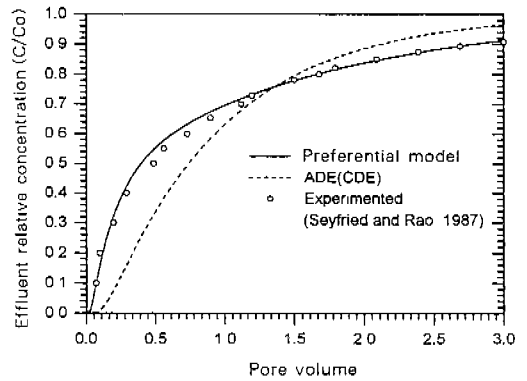


Fig. 7. Comparison of results obtained with the preferential transport model and advection dispersion equation to the experimental data of Seyfried and Rao (1987) for a lower flow rate (b)

다 상대적으로 단시간내에 당도하고 따라서 모델에 의한 계산은 초기의 농도를 정확하게 예측하여야 한다. Fig. 7은 이같은 현상을 잘 나타내고 있으며, 다영역 모델의 적용결과는 실험값과 비교할 때 공극체적이 0.5~1.0일 때 모델의 예측값이 다소 큰 것을 제외하고는 일치하였다.

이류분산 방정식의 결과는 불교란 토양에 대한 실험값과 비교할 때 전 시간에 걸쳐서 큰 차이를 나타내었고, 특히 초기의 농도변화는 상당한 차이를 보였으며 용질이 최초에 나타난 시간을 계산한 값도 0.15 P.V.(공극체적)정도 느리게 나타났다. 따라서 기존에 발표된 불교란 토양에 대한 이류분산 방정식의 부적합성을 다시한번 입증하였다. (Montas, 1996<sup>9)</sup>; Steenhuis 등, 1990<sup>13)</sup>; Skopp 등, 1981<sup>12)</sup>)

Table 3. Parameters of the soil property for the verification of the model equation with the data of Seyfried and Rao(1987) for an undisturbed soil

| Saturated hydraulic conductivity, $K_{sat}$ (cm/h) | Saturated moisture content, $\theta_{sat}$ | Residual moisture content, $\theta_{res}$ | Input parameter, $\eta$ | Hydraulic gradient, $\beta$ | Global interaction coefficient, $L$ | Dispersivity, $\lambda$ |
|--|--|---|-------------------------|-----------------------------|-------------------------------------|-------------------------|
| 40.2   | 0.57                                       | 0.48                                      | 7.0                     | 0.65848                     | 10                                  | 12.8568                 |

#### IV. 결 론

본 연구에서는 preferential 흐름의 해석을 위해 여러 개의 공극근으로 이루어진 다영역 모델을 개발하였다. 분산계수, 공극유속 및 공극률로 특성화된 각 영역 내의 흐름은 이류분산 방정식으로 표현하였으나 각 영역간의 흐름은 상호계수로서 나타나 preferential 흐름을 표현하였다. 이미 발표된 논문의 실험자료를 이용하여 다영역 모델에 적용하였고 이를 이류분산 방정식의 결과와 비교하였으며, 다른 실험결과를 이용하여 다영역 모델을 검증하였다. 모델에의 적용결과와 검증결과를 요약하면 다음과 같다.

1. 교란된 토양에 대한 모델의 결과는 이류분산 방정식의 결과와 함께 실험값과 잘 일치하였으며 특히 초기 농도의 계산이 정확하였다.
2. 불교란 토양에 대한 모델의 검증은 실험값과 일치한 결과를 가져온 반면, 이류분산 방정식의 결과는 매우 달라서 불교란 토양에의 적용이 불합리함을 나타내었다.
3. 전체상호계수는 유출농도이력곡선에 영향을 크게 미치며 전체상호계수가 작을수록 분산현상이 크게 나타났다.
4. 각 영역의 농도이력곡선은 전체상호계수가 클수록 유출농도이력곡선을 중심으로 모였다.

#### 참 고 문 헌

1. 건설교통부, 1997. 지하수 조사연보.
2. 한정상, 1998. 지하수 환경과 오염. 박영사.
3. Bear, J., 1972. Dynamics of Fluids in Porous Media. Elsevier, New York.
4. Brooks, R. H., & C. T. Corey, 1964. Hydraulic properties of porous media. Hydrol. Paper 3. Colorado State University, Fort Collins.
5. Coats, K. H. & B. D. Smith, 1964. Dead-End Pore Volume and Dispersion in Porous Media. Soc. Pet. Eng. J., 1964(March), pp. 73~84.
6. Elrick, D. E. & L. K. French, 1966. Miscible Displacement Patterns on Disturbed and Undisturbed Soil Cores. Soil Sci. Soc. Am. Proc., 30(2), pp. 153~156.
7. Jury, W. A., W. R. Gardner & W. H. Gardner, 1991. Soil Physics. John Wiley and Sons, Inc., New York.
8. Keast, P., 1968. The Third Boundary Problem for Elliptic Equations. Num. Math., 12, pp. 322~326.
9. Montas, H. J., 1996. Preferential Flow and Transport Modeling in Agricultural Soils. Ph.D. thesis, Agr. Bio. Eng. Dept., Purdue University, West Lafayette, IN, 47907.
10. Rice, R. C., D. B. Jaynes & R. S. Bowman, 1991. Preferential Flow of Solutes and Herbicide Under Irrigated Fields. Trans. ASAE, 34(3), pp. 914~918.
11. Seyfried, M. S. & P. S. C. Rao, 1987. Solute Transport in Undisturbed Columns of an Aggregated Tropical Soil: Preferential Flow Effects. Soil Sci. Soc. Am. J., 51, pp. 1434~1444.
12. Skopp, J., W. R. Gardner and E. J. Tyler, 1981. Solute Movement in Structured Soils: Two-Region Model with Small Interaction. Soil Sci. Soc. Am. J., 45, pp. 837~842.
13. Steenhuis, T. S., J.-Y. Parlange & M. S. Andreini, 1990. A numerical model for preferential solute movement in structured soils. Geoderma, 46, pp. 193~208.
14. Van Genuchten, M. Th. & J. C. Parker, 1984. Boundary conditions for displacement experiments through short laboratory soil columns. Soil Sci. Soc. Am. J., 48, pp. 703~708.